

## Simulación numérica con CFD de una captación con rejillas de fondo

*L.G. Castillo<sup>1</sup>, J.M. Carrillo<sup>1</sup>*

### Resumen

La característica principal de las zonas semiáridas es la escasez de precipitaciones, concentrándose en eventos de corta duración, cuyos efectos pueden ser desastrosos.

Conocida esta necesidad de agua y el modo en que se presenta, se plantea la posibilidad de diseñar sistemas de captación en lechos de cauces secos con el fin de intentar captar parte del flujo de escorrentía.

Las captaciones de fondo consisten generalmente en una rejilla situada en el lecho de un cauce, de modo que el agua captada ingresa a través de la reja. El comportamiento de las rejillas de fondo ha sido objeto de estudio de varios investigadores tales como Garot (1939), De Marchi (1946), Bouvard (1953), Nosedá (1956), Frank (1956), Mostkow (1957), Drobir (1999), Brunella (2003), Righetti (2008), etc.

Sin embargo, debido a los innumerables efectos que se producen sobre las rejillas, no es posible abordar todo el problema de caracterización con las metodologías tradicionales. Por este motivo se considera necesario realizar un estudio con programa de Dinámica de Fluidos Computacional con el fin de entender mejor el fenómeno observado en distintas experiencias de laboratorio, sirviendo de apoyo para una mejor caracterización del mismo.

## 1. Introducción

Las captaciones de fondo consisten generalmente en una rejilla situada en el lecho de un cauce, de modo que el agua captada pasa a través de la rejilla. Estas estructuras han sido generalmente adoptadas en pequeños ríos de alta montaña, con pronunciadas laderas, y que presentan un lecho irregular, con intenso transporte de sedimentos y flujo de avenidas.

Con el fin de captar la mayor cantidad de agua con la menor longitud de reja, aguas arriba se realizan estructuras para el control del flujo en la entrada de la rejilla. Su diseño está encaminado a cumplir con dos objetivos primordiales y contradictorios: por un lado, captar la mayor cantidad de agua posible y, por el otro, derivar el mínimo de materiales sólidos, evitando que se obstruya la rejilla, y sin producir impactos negativos en el medioambiente local.

La eficiencia de la rejilla depende de diversos factores tales como: el número de rejas, las condiciones de entrada del flujo y la inclinación, forma y espaciamiento de los barrotes.

Su diseño, basado en consideraciones geomorfológicas, hidráulicas, estructurales y económicas, requiere especial atención para evitar el mantenimiento innecesario y los problemas de funcionamiento que no pueden resolverse fácilmente, y que tienen que ser tolerados durante la vida útil del proyecto.

El análisis teórico supone que el flujo sobre la rejilla puede ser tratado como un movimiento unidimensional con caudal progresivamente decreciente, asumiendo como válida la distribución hidrostática de la presión sobre la rejilla en la dirección del flujo.

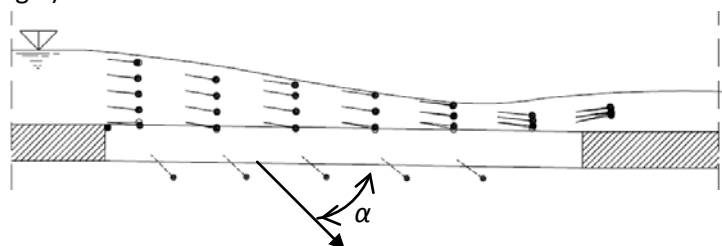
El comportamiento hidráulico de las rejillas de fondo se ve también influenciado por la disposición de las barras. En el caso de barras longitudinales, la derivación de caudales se expresa como una función del valor de la energía de flujo local mientras que en el caso de barras transversales o perforaciones circulares la derivación de caudales se relaciona con la profundidad de flujo local (Mostkow, 1957).

Las mediciones de las velocidades sobre la superficie libre llevaron a Brunella et al. (2003) a confirmar que los efectos de disipación son insignificantes, excepto al final de la reja donde, debido a efectos locales de la profundidad del flujo, la fricción aumenta significativamente.

Righetti et al. (2000) determinan que se puede obtener el diferencial de caudal captado en el sistema de rejas mediante la siguiente expresión:

$$dq(x) = \text{sen}(\alpha(x)) \omega \sqrt{2g(H_0 + \Delta z)} dx \quad (1)$$

donde  $\omega$  es el área total libre entre rejas,  $dx$  es el diferencial de longitud de reja en la dirección del flujo,  $H_0$  es la energía específica al inicio de la reja,  $\Delta z$  es la diferencia de calado entre la sección inicial de la reja y la analizada y  $C_q$  el coeficiente de descarga que coincide con  $\text{sen } \alpha$ , siendo  $\alpha$  el ángulo que el vector velocidad saliente de la reja forma con la dirección del plano de la reja (Fig 1).



**Figura 1.** Inclinación  $\alpha$  de las líneas de corriente del caudal derivado en la rejilla (Righetti et al., 2000).

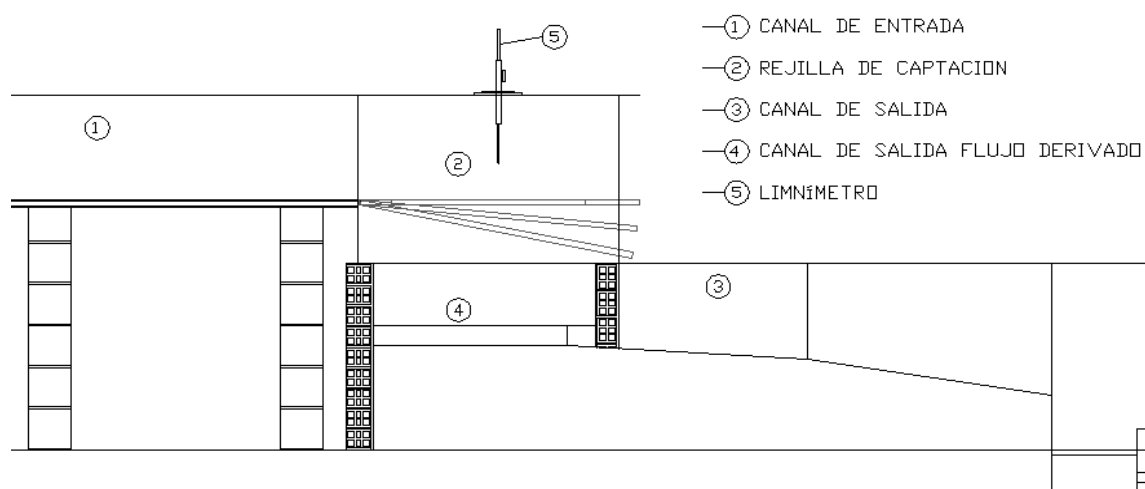
## 2. Objetivos

Debido a la existencia de fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que dificultan su estudio con las metodologías tradicionales, se considera necesario apoyar los resultados experimentales obtenidos en campo y laboratorio con la modelación numérica de estas estructuras. Con este fin se aplicaron dos programas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), buscando los siguientes objetivos:

- Verificar la capacidad de los programas CFD (*ANSYS CFX* y *FLOW 3D*) como herramientas de análisis del flujo sobre rejillas de captación de fondo.
- Comprobar la fiabilidad de estas herramientas, realizando una comparación con los resultados experimentales obtenidos por Nosedá (1956).

## 3. Características físicas del modelo Nosedá

El modelo empleado por Nosedá (Fig 2) está constituido de placas de plexiglás que permiten la visibilidad del flujo. Las rejillas son de aluminio, y están colocadas en la solera del canal.



**Figura 2.** Esquema de la instalación.

Los experimentos se realizaron con diferentes tipos de rejillas. Éstas se han conformado con barras de aluminio de perfiles T con el ala horizontal dispuesta paralelamente a la dirección del flujo. Las barras empleadas tenían la misma anchura, pero en la disposición longitudinal se modificó la anchura de la hendidura entre ellas. La Tabla 1 proporciona las características de cada ensayo.

**Tabla 1.** Características geométricas de las rejillas (Nosedá, 1956).

Ensayo	Longitud, $L$ (m)	Ancho, $B$ (m)	Tipo de barra (mm)	Dirección de la barra (respecto a la corriente)	Espaciamento, $b_1$ (mm)	Coefficiente $m = \frac{\text{vacío}}{\text{vacío+lleno}}$
A	0,900	0,500	T 30/25/2	Longitudinal	5,7	0,16
B	0,900	0,500	T 30/25/2	Longitudinal	8,5	0,22
C	0,900	0,500	T 30/25/2	Longitudinal	11,7	0,28

Las rejillas se probaron con tres inclinaciones distintas (horizontal, e inclinaciones del 10% y del 20% hacia aguas abajo).

En cada prueba se midió el caudal entrante y el perfil longitudinal del flujo en la línea central del canal.  $q_1$  es el caudal específico de alimentación al modelo,  $q_2$  es el caudal de descarga aguas abajo de la reja por metro de ancho de la rejilla y  $q_d = q_1 - q_2$  es el caudal recogido en el sistema de captación. La Tabla 2 proporciona los valores de  $q_1$  ensayados en laboratorio.

**Tabla 2.** Caudales ensayados en el modelo físico (Noseda, 1956).

Nº de prueba	1	2	3	4	5
$q_1$ (l/s/m)	53,8	77,0	114,6	155,4	198,3

La Tabla 3 muestra las características del flujo al inicio del sistema de captación, donde  $e_0$  es la energía específica del flujo y  $h_1$  es el calado.

**Tabla 3.** Condiciones a la entrada del sistema de captación en el modelo físico (Noseda, 1956).

Tipo de rejilla	$q_1$ (l/s/m)	$e_0$ (cm)	$h_1$ (cm)	$\frac{h_1}{e_0}$
Reja A, B, C horizontal con flujo subcrítico en el canal	53,8	9,98	6,66	0,667
	77,0	12,68	8,45	0,667
	114,6	16,53	11,02	0,667
	155,4	20,25	13,50	0,667
	198,3	23,82	15,88	0,667

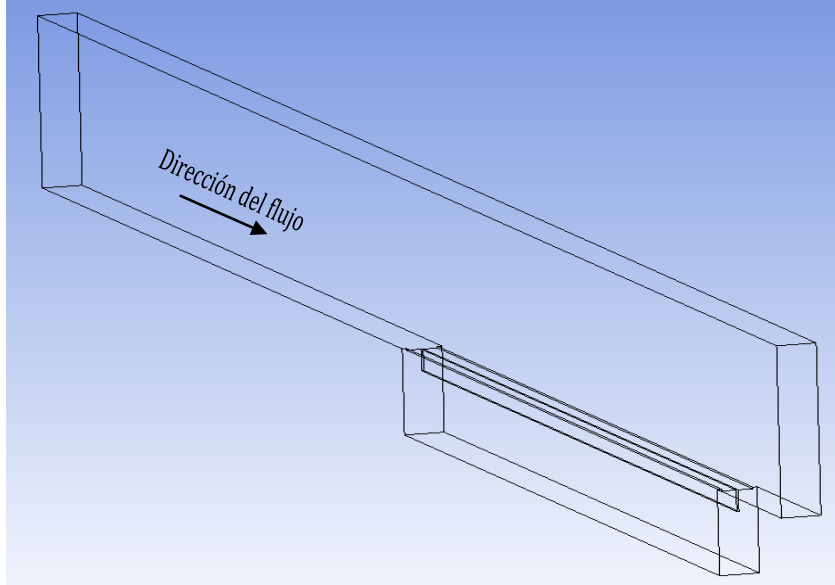
#### 4. Modelación numérica

Los programas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) permiten simular la interacción entre distintos fluidos, como es el caso de los flujos bifásicos agua-aire, o agua con distintas densidades, habitual en fenómenos de transporte de sedimentos, resolviendo los problemas de mecánica de fluidos dentro de cualquier configuración geométrica. Sin embargo, con el fin de probar la fiabilidad de estas herramientas en casos concretos, es necesario realizar una verificación con resultados experimentales afianzados.

Para la simulación hidráulica de una reja de captación se han utilizado como datos de referencia los ensayos realizados por Noseda correspondientes a una reja horizontal y con perfil tipo T.

Se ha realizado la simulación considerando flujo subcrítico aguas arriba de la reja y flujo supercrítico sobre la reja, con un ancho de hendidura entre los perfiles longitudinales correspondientes al ensayo C de Noseda (ver Tabla 1).

Por simplicidad, se considera que en el sistema de captación todas las barras longitudinales trabajan de modo análogo, por lo que se puede considerar que se presentan condiciones de simetría en el plano central de las hendiduras que separan las barras longitudinales. De este modo, para el diseño del dominio fluido se han considerado estas condiciones, modelándose el comportamiento del flujo alrededor de una única barra del sistema de captación. En la Figura 3 se aprecian las dimensiones transversales del dominio fluido en que queda embebida la barra a modelar.



**Figura 3.** Detalle de la geometría del dominio fluido.

Las condiciones de contorno empleadas en las simulaciones corresponden a los calados en las secciones de entrada y salida del flujo y sus distribuciones de presiones hidrostáticas.

Los programas de CFD simulan el flujo resolviendo numéricamente las conocidas ecuaciones de Navier-Stokes. A continuación se recoge dicho sistema de ecuaciones:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (2)$$

Ecuación de conservación de la Cantidad de Movimiento:

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (3)$$

Ecuación de conservación de la Energía:

$$\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E \quad (4)$$

donde

$$\tau = \mu \left( \nabla U + (\nabla U)^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot U \right) \quad (5)$$

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} U^2 \quad (6)$$

siendo  $p$  la presión,  $\rho$  la densidad del fluido,  $U$  el vector velocidad,  $\tau$  el tensor de tensiones turbulentas,  $h$  la energía,  $S_M$  el término de las fuerzas másicas,  $S_E$  el término fuente,  $\lambda$  la viscosidad volumétrica,  $\mu$  la viscosidad dinámica y  $\delta$  el delta de Kronecker.

En principio, las ecuaciones de Navier-Stokes describen los flujos laminar y turbulento sin necesidad de información adicional. Sin embargo, los flujos turbulentos con números de Reynolds reales abarcan un amplio rango de longitud de turbulencia y tiempos de escala. Su resolución directa implica la necesidad de emplear tamaños de elementos en el de mallado muy reducidos, dificultando en la práctica su solución numérica puesto que exigen enormes capacidades computacionales.

Para obtener la solución en tiempos adecuados se emplean los denominados modelos de turbulencia, diseñados para caracterizar dichos efectos sin necesidad de resolver todas las escalas de turbulencia. De este modo el problema de clausura puede ser resuelto de forma eficiente.

Existen diversos modelos de turbulencia de distintos grados de complejidad que van desde los modelos isotrópicos de dos ecuaciones como el clásico  $k-\epsilon$ , hasta modelos de cierre de segundo orden como el denominado modelo de tensiones de Reynolds (*RMS*). Los modelos de cierre de segundo orden resuelven independientemente cada componente de la velocidad turbulenta, pero tienen el inconveniente de su dificultad de convergencia. Por este motivo se ha empleado modelos de turbulencia de cierre de primer orden.

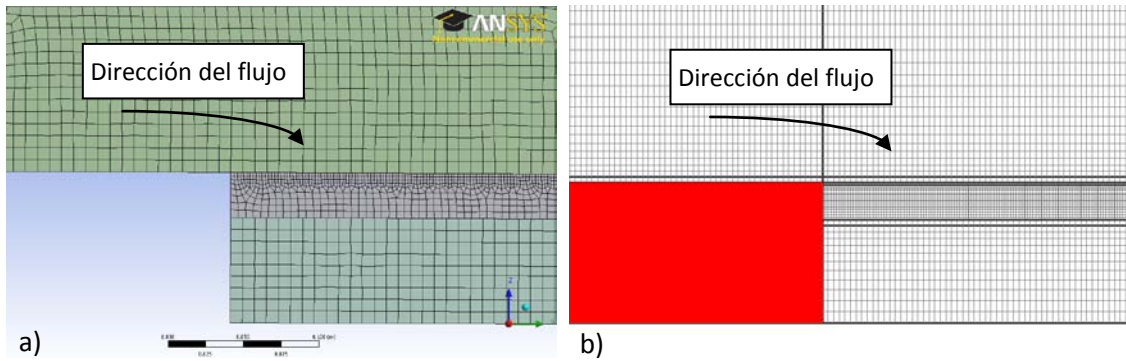
Para la resolución con *ANSYS CFX* se ha optado por el modelo de turbulencia "*Shear Stress Transport*", basado en el modelo  $k-\omega$ . Este modelo fue diseñado para dar una elevada precisión del inicio y de la cantidad de flujo separado bajo gradientes de presión adversos, mediante la inclusión de los efectos de transporte en la formulación de la viscosidad de remolino, lo que se traduce en la mejor predicción de la separación del flujo. El rendimiento superior de este modelo ha sido demostrado en un gran número de estudios de validación (Bardina et al, 1997), por lo que está recomendado para las simulaciones de alta precisión de capa límite. Por su parte, para la simulación con *FLOW 3D* se ha escogido el modelo RNG  $k-\epsilon$  (V. Yakhot and S.A. Orszag, 1986; V. Yakhot and L.M. Smith, 1992) que es una alternativa al modelo estándar  $k-\epsilon$  con una ligera mejora respecto a éste. Este modelo se basa en un análisis grupal renormalizado de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Para la resolución del fenómeno bifásico aire-agua presente en el estudio de las rejillas de captación de fondo, en *ANSYS CFX* se escogió el modelo homogéneo en detrimento del modelo inhomogéneo. El modelo homogéneo se puede considerar como un caso límite del inhomogéneo, donde la tasa de transferencia en la interfaz de ambos fluidos es muy grande. De este modo, la interfaz se resuelve considerando que en la zona de interacción ambos fluidos comparten un mismo campo de velocidades. En *FLOW 3D* se escogió la opción de un fluido, junto con los modelos físicos de entrada de aire y evaluación de la densidad.

*ANSYS CFX* y *FLOW 3D* son programas de volúmenes finitos y diferencias finitas, respectivamente. Por tanto, el dominio fluido del área de estudio queda dividido en volúmenes de control o celdas, en los cuales se debe satisfacer el equilibrio de las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen el fenómeno. De este modo, las características y el número de elementos influyen considerablemente en el proceso de resolución numérica.

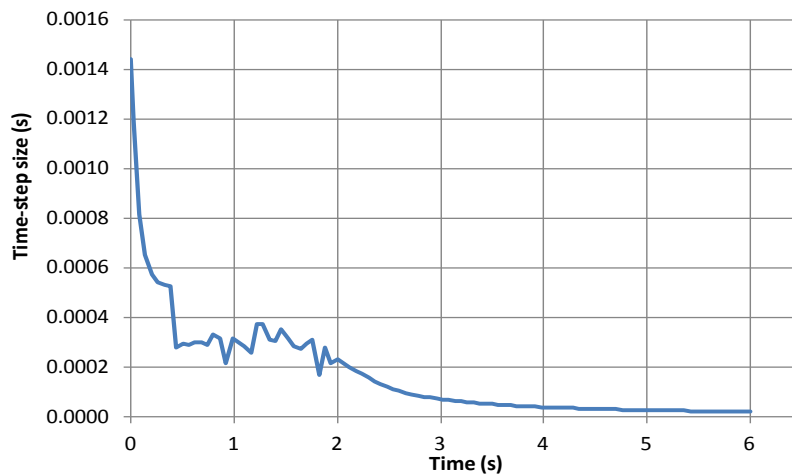
En el estudio de una reja de captación de fondo aparecen fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que requieren elementos de mallado de gran calidad para su correcta resolución. La característica principal que diferencia a los distintos elementos es el número de nodos con el que resuelven las ecuaciones dentro de su volumen de control. A mayor número de nodos por elemento, más precisa será su resolución interna.

De las cuatro tipologías de elementos que permite el módulo de resolución de *ANSYS CFX*, se optó por un mallado predominantemente basado en elementos hexaédricos, puesto que la alta turbulencia que se genera en el fenómeno estudiado, junto al despegue del flujo, requieren una mayor precisión de cálculo. Además, en diversos estudios (Castillo y Carrillo, 2011), se ha comprobado que dichos elemento mejoran la convergencia de la solución. El mallado está compuesto en su mayor parte por elementos hexaédricos, con un total de 109.262 elementos, siendo el tamaño de los mismos en las zonas de interés (inmediaciones de la rejilla) de 0,004 m y 0,008 m en el resto del modelo (Fig. 4a). Por su parte, las características del módulo mallador de *FLOW 3D*, permiten únicamente realizar mallados regulares de elementos hexaédricos. Para ajustarnos a adecuadamente a la geometría del problema se han empleado elementos con un tamaño de 0,002 m alrededor de las barras y 0,004 m en el resto del modelo, obteniéndose un total de 331.484 elementos (Fig. 4b).



**Figura 4.** Detalle del mallado del dominio fluido: a) *ANSYS CFX*. b) *FLOW 3D*.

*ANSYS CFX* permite el cálculo en régimen permanente, por lo que para su resolución se ha empleado un intervalo de paso fijo de 0,05 segundos. De este modo, el tiempo de resolución necesario, con un ordenador de ocho núcleos, ha sido alrededor de 1 hora 10 minutos en las 5 simulaciones realizadas. Por su parte, *FLOW 3D* no permite llevar a cabo simulaciones en régimen permanente, aunque permite emplear criterios de parada que finalizan la simulación cuando ésta llega al estado estacionario. El intervalo de paso empleado se ajusta en cada paso atendiendo a criterios de estabilidad internos. En la Figura 5 puede observarse como el intervalo de paso va decreciendo conforme se acerca la simulación al régimen estacionario. El intervalo de paso con el que se resolvieron la mayoría de las simulaciones está en torno a 0,0002 segundos, requiriendo un tiempo de cálculo total de 1 hora 20 minutos en el mismo equipo informático empleado con *ANSYS CFX*. Sin embargo, durante el cierre de la simulación con el caudal mayor analizado, el intervalo de paso disminuyó hasta 0,00002 segundos, alargando la resolución de la simulación a 11 horas.



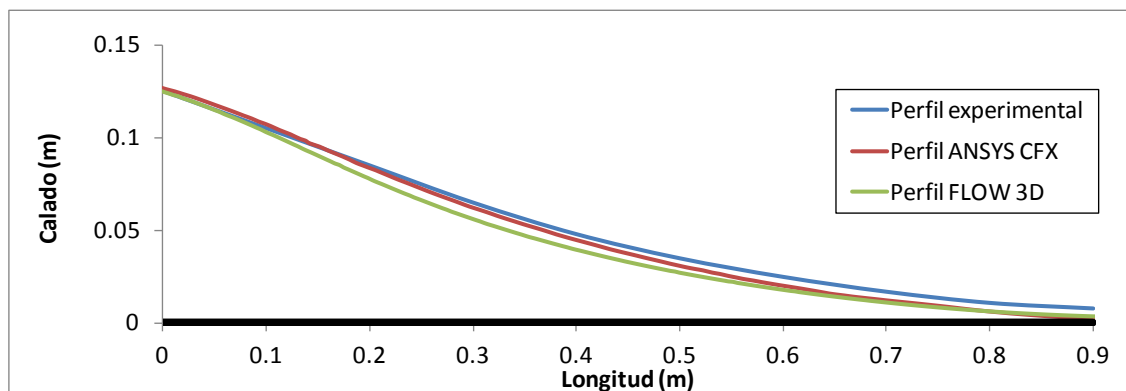
**Figura 5.** Variación del intervalo de paso durante la resolución de *FLOW 3D*.

## 5. Resultados

En la Tabla 4 se recogen los calados,  $h$ , obtenidos en tres secciones transversales de los perfiles longitudinales del flujo obtenidos sobre el centro de la barra. En la Figura 6 se observa que, para el caudal máximo correspondiente al ensayo C de Noseda (1956), los resultados con los programa CFD son muy similares al perfil medido experimentalmente.

**Tabla 4.** Calados en el inicio, centro y final del sistema de captación, para una reja horizontal con  $q_1 = 198,30$  l/s/m.

Sección (cm)	$h_{experimental}$ (cm)	$h_{ANSYS\ CFX}$ (cm)	$h_{FLOW\ 3D}$ (cm)
0	12,50	12,74	12,53
45	4,15	3,75	3,25
90	0,80	1,40	0,84

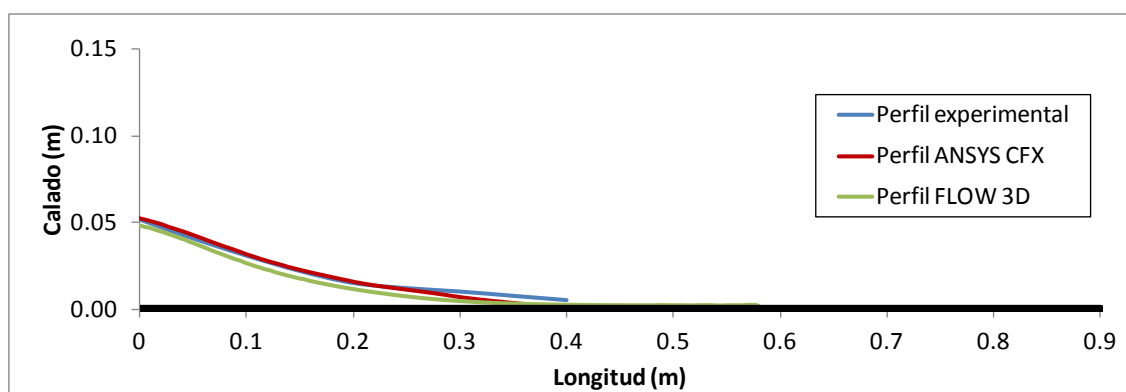


**Figura 6.** Perfiles de flujo para una reja horizontal con  $q_1 = 198,30$  l/s/m.

De modo análogo, la Tabla 5 y la Figura 7 recogen los resultados obtenidos para el caudal inferior ensayado en laboratorio.

**Tabla 5.** Calados en el inicio, centro y final del perfil longitudinal observado en laboratorio, para una reja horizontal con  $q_1 = 53,80$  l/s/m.

Sección (cm)	$h_{experimental}$ (cm)	$h_{ANSYS\ CFX}$ (cm)	$h_{FLOW\ 3D}$ (cm)
0	5,20	5,20	4,80
20	1,50	1,60	1,10
40	0,50	0,10	0,30



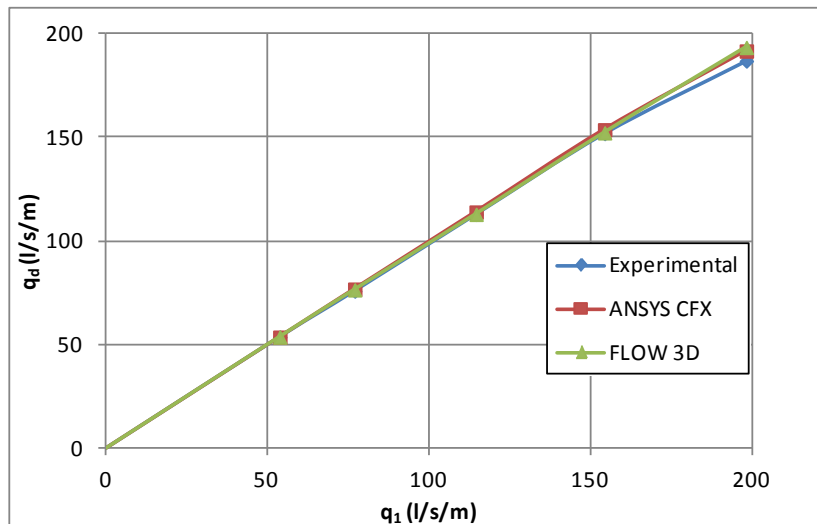
**Figura 7.** Perfiles de flujo para una reja horizontal con  $q_1 = 53,80$  l/s/m.

La Tabla 5 y la Figura 8 recopilan los caudales recogidos por el sistema de captación, en función del caudal de entrada al modelo, obtenidos en las simulaciones numéricas realizadas con los programa CFD y observadas en laboratorio, correspondientes al ensayo C de Nosedá.



**Tabla 6.** Caudal captado por el sistema de rejillas, para una reja horizontal y espaciamiento de 11,70mm.

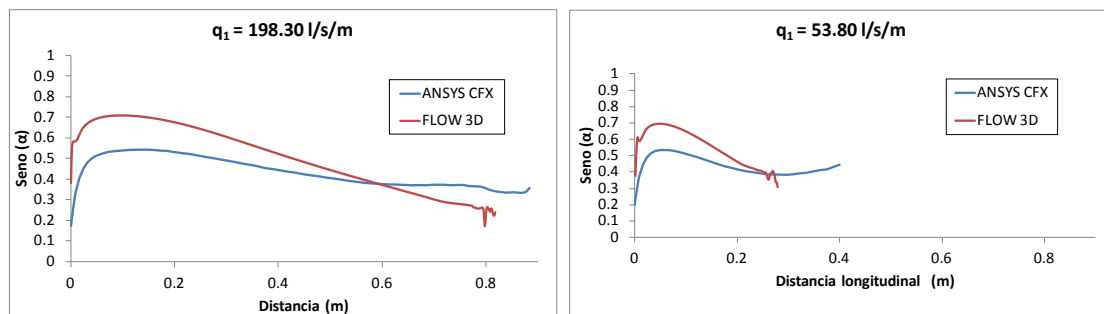
$q_1$ (l/s/m)	$q_{d, Nosedada}$ (l/s/m)	$q_{d, ANSYS CFX}$ (l/s/m)	$q_{d, FLOW 3D}$ (l/s/m)
198,30	187,00	191,80	193,53
154,40	152,00	153,80	152,35
114,60	114,60	114,10	113,01
77,00	74,00	76,91	76,59
53,80	53,80	53,74	53,80



**Figura 8.** Capacidad de derivación de la rejilla en posición horizontal, con espaciamiento de 11,70 mm.

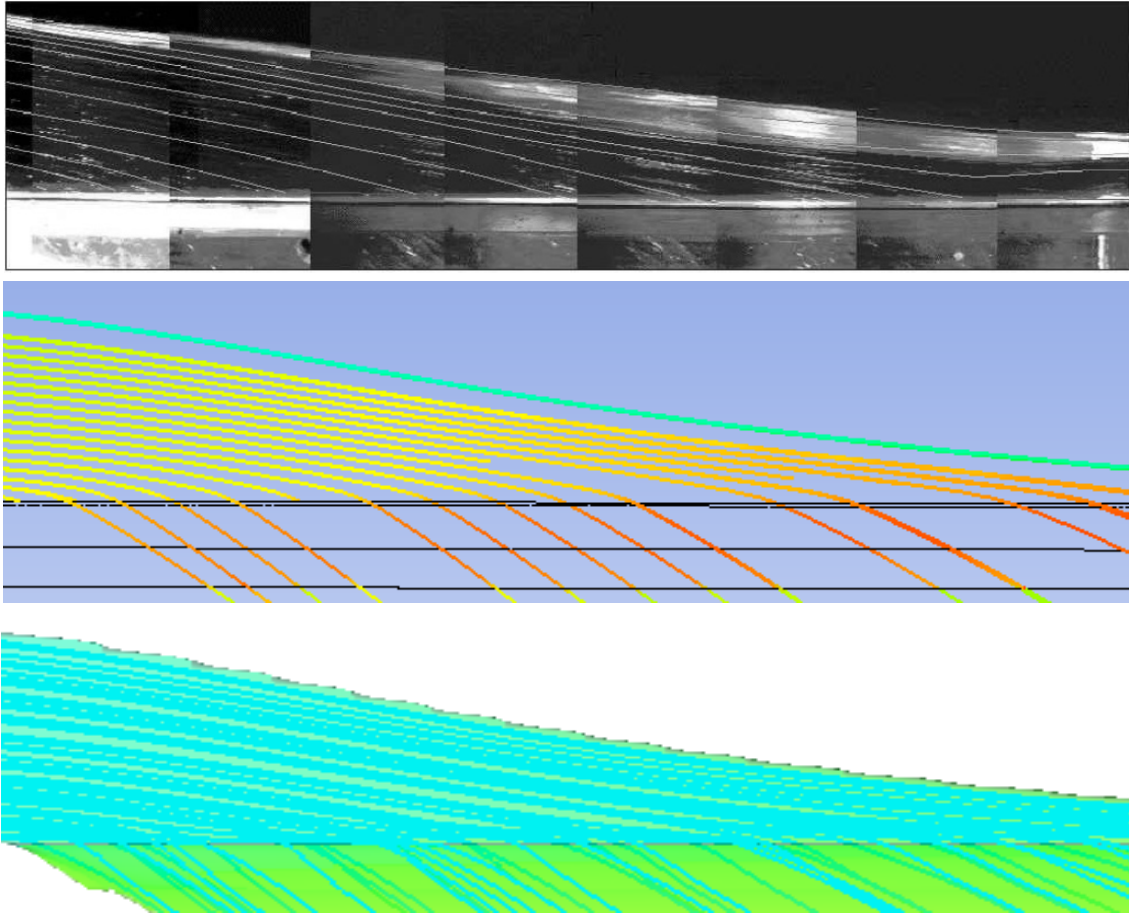
A partir de los resultados obtenidos en laboratorio, Righetti et al. (2000). consideran que la variación del seno del ángulo del vector de la velocidad en el centro de las hendiduras,  $\alpha$ , está entre 0.5 y 0.7, disminuyendo hacia aguas abajo conforme disminuye el calado.

En la Figura 10 se muestran los resultados obtenidos con las simulaciones numéricas de los programas CFD. Se observa, pese a las diferencias en caudales y configuración del sistema de rejillas empleado, que los valores obtenidos están en el rango de los observados en laboratorio, disminuyendo  $\text{sen}(\alpha)$  a lo largo de la rejilla y confirmando su analogía con el coeficiente de descarga. Se aprecia también que los resultados obtenidos con FLOW 3D son más sensibles a la variación de  $\text{sen}(\alpha)$ .



**Figura 10.** Distribución de  $\text{sen}(\alpha)$  en la hendidura entre dos barras adyacentes, obtenidas en las simulaciones con CFD.

Realizando un análisis cualitativo de las líneas de corriente, en la Figura 11 se pueden observar las semejanzas entre las líneas de corriente calculadas en la simulación numérica y las líneas de corriente obtenidas con luz láser en el modelo de Righetti y Lanzoni (2008).



**Figura 11.** Líneas de corriente del flujo. Arriba: Foto con luz laser de Righetti y Lanzoni (2008). Centro: resultado obtenido con *ANSYS CFX*. Abajo: resultado obtenido con *FLOW 3D*.

Finalmente, en las figuras 12 y 13 se pueden observar las diferencias entre las distribuciones de velocidades obtenidas en un plano de corte longitudinal realizado sobre el centro de las hendiduras y sobre el centro de la barra de la rejilla, calculadas con los programas CFD.

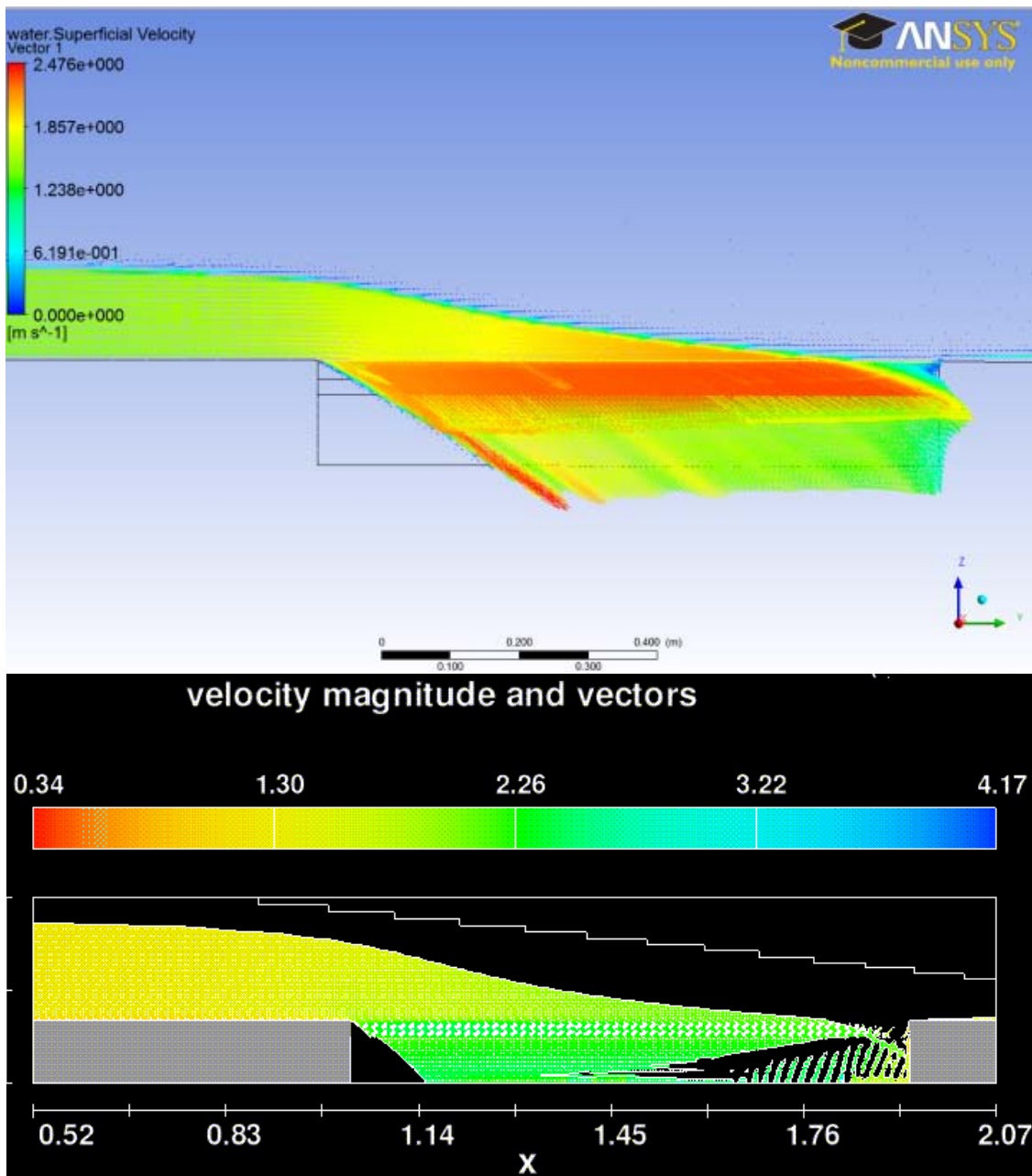


Figura 12. Distribución de las velocidades del flujo obtenidas sobre un corte en la mitad de la hendidura con ANSYS CFX y FLOW 3D.

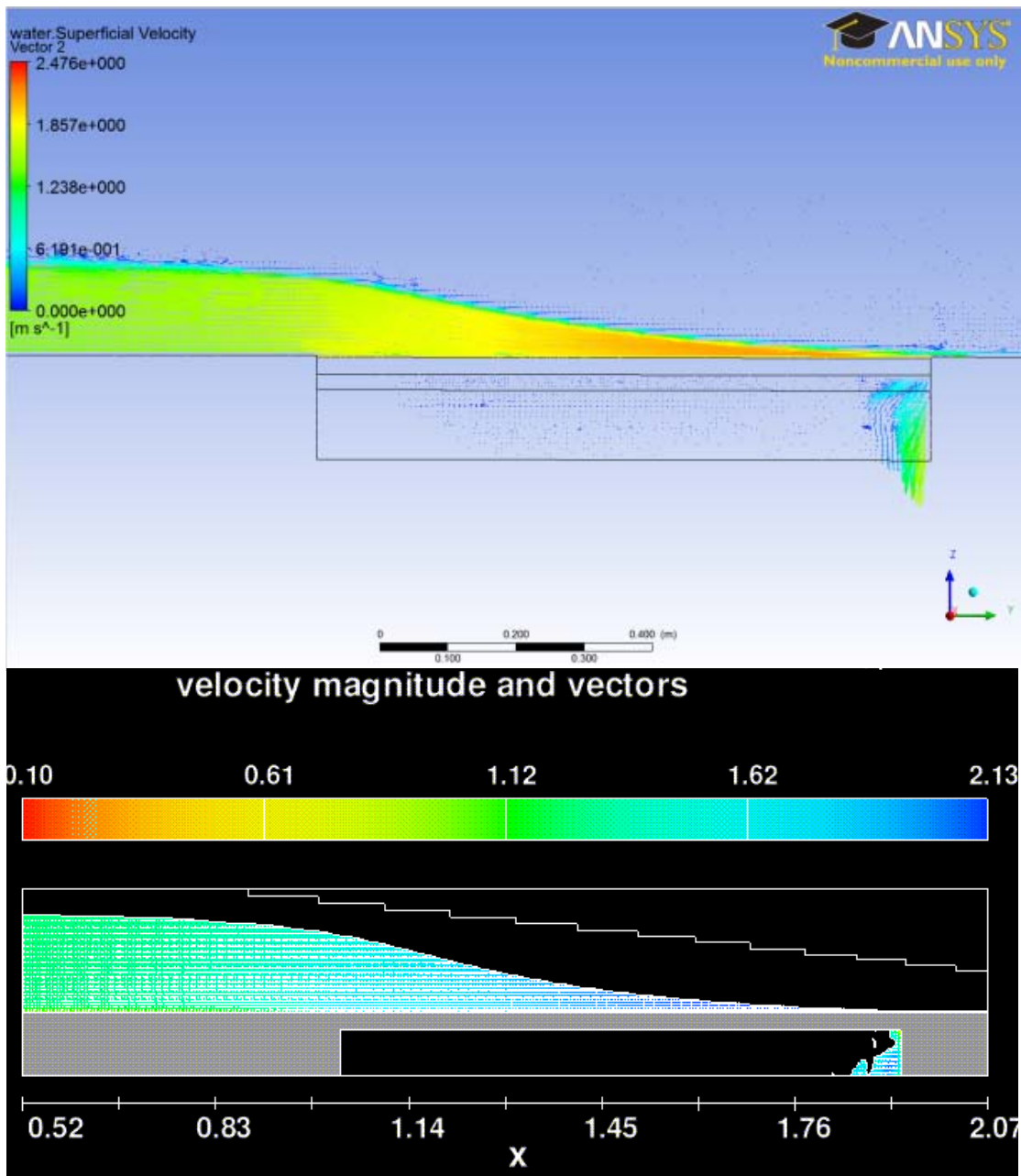


Figura 13. Distribución de las velocidades del flujo obtenidas sobre un corte en el centro de la barra con ANSYS CFX y FLOW 3D.

## 6. Conclusiones

En este documento se ha puesto de manifiesto el adecuado ajuste, cualitativo y cuantitativo, de los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas realizadas con programas CFD a un modelo experimental de laboratorio.

Atendiendo a las diferencias observadas entre ambos programas empleados durante este estudio, se pueden extraer las siguientes ventajas de cada uno:

- Ventajas de ANSYS CFX
  - Posibilidad de realizar un cálculo en régimen permanente.
  - Se puede emplear un intervalo fijo de paso, por lo que se conoce de modo aproximado cuánto demorará la simulación.

- Permite emplear modelos de turbulencia basados en  $\omega$  y de segundo orden.
- Ventajas de *FLOW 3D*
  - Se puede ver la evolución de la resolución mientras resuelve.
  - Criterio de parada cuando se alcanza el régimen permanente.
  - Obtención más sencilla de la frontera que limita la lámina libre.

Estos resultados, permiten afirmar que ambos programas tienen capacidad para simular adecuadamente el flujo sobre rejillas.

Sin embargo, para caracterizar correctamente el fenómeno de flujo sobre sistemas de captación, se deben realizar más simulaciones apoyadas en modelos físicos, de modo que permitan complementar los resultados obtenidos en los ensayos realizados en laboratorio.

## 7. Futuros trabajos

Este trabajo ha consistido en el análisis de flujo sin sedimentos sobre una rejilla de captación de fondo aplicando técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional.

Se prevé abordar el estudio, incluyendo la parte de transporte de sedimentos, para aproximarnos de un modo más real a los fenómenos que se producen en las ramblas de zonas semiáridas, donde el transporte de sedimentos no puede ser despreciado.

## 8. Bibliografía

- Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J. (1997) "Turbulence Modeling Validation Testing and Development". NASA Technical Memorandum 110446.
- Brunella, S., Hager, W. y Minor, H. (2003). "Hydraulics of Bottom Rack Intake". Journal of Hydraulic Engineering/ January, USA: 4- 9.
- Carrillo, J.M., Castillo, L. (2011). " Consideraciones del mallado aplicadas al cálculo de flujos bifásicos con las técnicas de dinámica de fluidos computacional". Introducción a la Investigación de la UPCT. Jornada de Introducción a la Investigación de la UPCT. Número 4. Ed. Gráficas Barcelona. ISSN 1888-8356 pp 33-35.
- Carrillo, J.M., Castillo, L. (2011). "Simulación de flujos bifásicos con metodología CFD y contrastación de resultados con medidas de laboratorio". II Jornadas de Ingeniería del Agua. Barcelona, España.
- Castillo, L., Carrillo, JM (2011). "Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices". 34<sup>TH</sup> IAHR World Congress. International Association of Hydro-Environment Engineering and Research. Brisbane, Australia.
- Castillo, L., Lima, P. (2010). "Análisis del dimensionamiento de la longitud de reja en una captación de fondo". XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Punta del Este, Uruguay.
- Krochin, S. (1978). "Diseño Hidráulico". EPN, 2da edición, pp 97-106.
- Marin, M.D., Castillo, L. (2009). " Modelización hidrológica e hidráulica y sistemas de captación en cauces efímeros". Jornadas de Ingeniería del Agua, Madrid, España.
- Motzkow, M. (1957). "Sur le calcul des grilles de prise d'eau". La Houille Blanche, vol. 4, pp. 569-576.
- Noseda, G. (1956). "Correnti permanenti con portata progressivamente decrescente, defluenti su griglie di fondo". L'Energia Elettrica, pp. 565-581.

- Righetti, M., Rigon, R., and Lanzoni, S. (2000). "Indagine sperimentale del deflusso attraverso una griglia di fondo a barre longitudinali". Proc., XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Vol. 3, Genova, Italy, 112–119.
- Righetti, M., Lanzoni, S. (2008). "Experimental Study of the Flow Field over Bottom Intake Racks". Journal of Hydraulic Engineering © ASCE/ January 2008/pp. 15-22.
- Yakhot, V., Orszag, S.A. (1986) " Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory". Journal of Scientific Computing, Volume 1, Number 1, pp. 3-51.
- Yakhot, V., Smith, L.M. (1992) " The renormalization group, the  $\epsilon$ -expansion and derivation of turbulence models". Journal of Scientific Computing, Volume 7, Number 1, pp. 35-61.