

# Resaltos hidráulicos al pie de aliviaderos de vertido libre

José M. Carrillo<sup>a</sup>, Luis G. Castillo<sup>a</sup>, Juan T. García<sup>a</sup> y Francisca Marco<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Grupo Hidr@m, Departamento de Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Cartagena, Paso Alfonso XIII, 52, 30203, Cartagena, España; jose.carrillo@upct.es; luis.castillo@upct.es; juan.gbermejo@upct.es; fmc6@alu.upct.es.

Línea temática | D. Estructuras hidráulicas

---

## RESUMEN

En el reintegro de los caudales evacuados por los órganos de desagüe, la disipación de energía en los cuencos de amortiguación se produce principalmente mediante el proceso de turbulencia. En el vertido libre aparecen fenómenos de alta turbulencia y aireación, que son difíciles de estudiar tanto con las metodologías convencionales como con las simulaciones numéricas. Este trabajo se enfoca en el estudio de resaltos hidráulicos sumergidos formados al pie de aliviaderos de vertido libre, comparando simulaciones numéricas con mediciones experimentales. Las velocidades se miden con equipos Doppler, mientras que la aireación se obtiene con un equipo de fibra óptica. Las simulaciones numéricas se realizaron utilizando el modelo "homogéneo" de ANSYS CFX. La aireación en el cuenco es similar a los resultados obtenidos en resaltos hidráulicos por diversos autores. Los resultados numéricos de velocidades y energía cinética son similares a los valores medidos en el laboratorio.

**Palabras clave** | vertido libre; resalto hidráulico sumergido; flujo emulsionado; fibra óptica; simulación numérica.

---

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, el incremento en la magnitud de las avenidas de diseño ha promovido, a nivel mundial, la reevaluación de la capacidad de los aliviaderos y de los escenarios de operación de las grandes presas. Diversas investigaciones han demostrado que la capacidad actual de muchos aliviaderos es inadecuada, surgiendo la posibilidad de que las presas lleguen a desbordarse durante los eventos extremos. El aumento de la capacidad de los aliviaderos resulta costoso y en ocasiones técnicamente inviable. En estos casos, los responsables de las presas podrían plantear el desbordamiento como una estrategia adicional de operación durante los eventos extremos. Esta situación crea nuevos escenarios en las acciones sobre la presa, surgiendo interrogantes sobre los problemas de erosión y socavación aguas abajo (Wahl et al., 2008; FEMA, 2014).

La elección del tipo de cuenco de amortiguación suele ser una decisión técnico-económica entre un cuenco de gran profundidad y sin revestimiento y un cuenco con poca profundidad y con revestimiento. Para la adecuada elección de la profundidad del cuenco, es necesario conocer la magnitud y frecuencia de la presión dinámica en la solera en función de las características del chorro incidente con el fin de que la mayor parte de la energía se disipe, y evitar la erosión aguas abajo de la presa (Annandale, 2006). Los mecanismos de disipación de energía que se producen en los chorros de vertido libre pueden dividirse en: (a) aireación y desintegración del chorro durante su caída, (b) arrastre de aire y difusión del chorro en el colchón de agua, (c) impacto con la solera, y (d) recirculación en cuenco (Castillo et al., 2014, 2015; Castillo y Carrillo, 2017). En la Figura 1 se muestra el esquema de las distintas partes.

Se definen dos condiciones a tener en cuenta de cara al diseño de vertidos por coronación:

- Condiciones iniciales de vertido. Se localizan a la salida del aliviadero, en la sección del chorro cuya cota corresponde a  $z = -h$ , siendo  $z$  la componente vertical con origen en el labio del aliviadero y sentido ascendente, y  $h$  la carga sobre vertedero medida a partir del umbral de vertido.
- Condiciones incidentes. Se obtienen en la sección transversal del chorro antes del impacto con el colchón de agua.

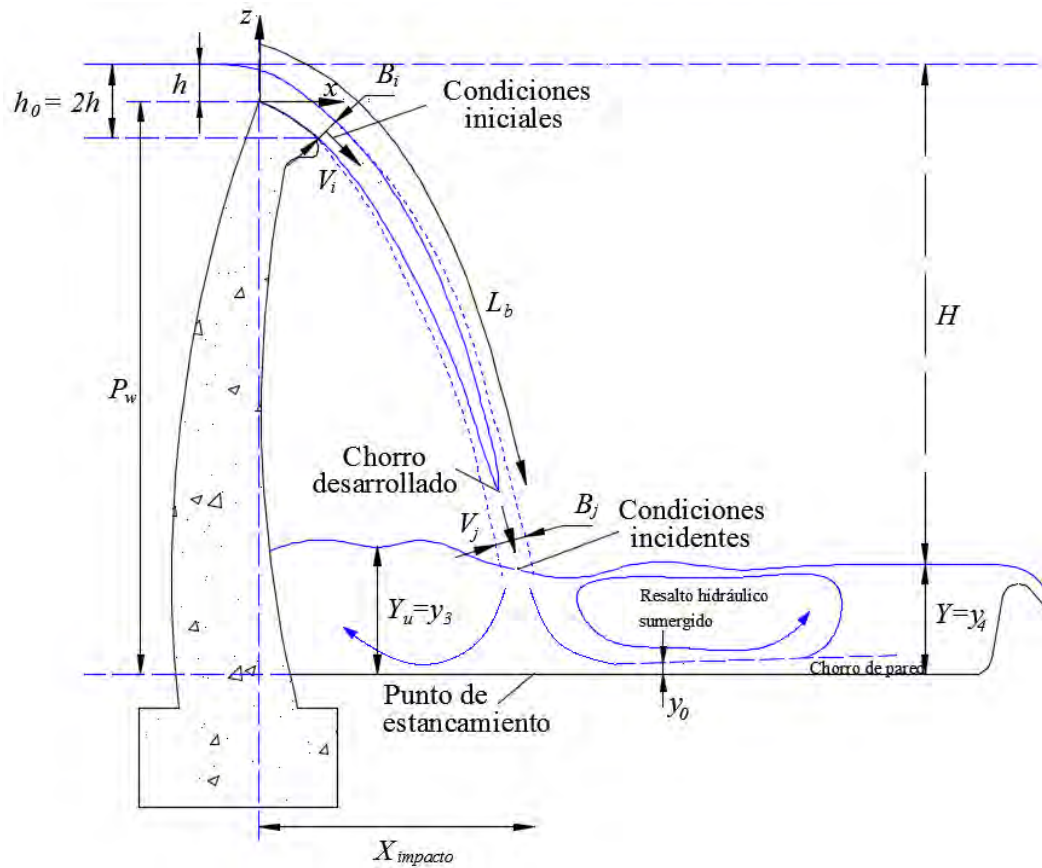


Figura 1 | Esquema de aliviadero de vertido libre y cuenco de disipación.

En la condición inicial se considera la velocidad media del flujo  $V_i = (2g/h_0)^{1/2}$ , siendo  $h_0$  aproximadamente el doble de la altura de la carga sobre el vertedero. En la sección inmediatamente anterior al impacto del chorro con el colchón de agua se definen velocidad media  $V_j$  y el ancho del chorro  $B_j = B_g + 2\xi$ , donde  $B_g$  es el espesor del chorro por condiciones gravitatorias, que disminuye debido a la gravedad, y  $\xi$  es la expansión lateral del chorro por efectos de aireación y turbulencia. A partir del estudio de registros de presiones instantáneas en la solera de cuencos de disipación, Castillo (2006, 2007) propuso una Metodología Paramétrica para el cálculo del ancho del chorro en la condición incidente  $B_j$ , revisada por Carrillo (2014) y por Castillo et al. (2015).

$$B_j = B_g + 2\xi = \frac{q_j}{\sqrt{2gH}} + 4K_\phi T_u \sqrt{h}(\sqrt{2H} - 2\sqrt{h}) \tag{1}$$

donde  $q_j$  es el caudal específico en la condición incidente,  $H$  la altura de caída o desnivel entre el calado aguas arriba y en el cuenco de disipación,  $T_u = \overline{V}'_i/V_i$  la intensidad de turbulencia en la condición inicial,  $\overline{V}'_i$  y  $V_i$  son la raíz cuadrática media y la velocidad media del chorro en la dirección principal, y  $K_\phi = \overline{V}'_i/w' \approx 1.24$  para chorros rectangulares.

Castillo et al. (2015) establecieron diferentes ecuaciones para calcular la disipación de la energía del chorro en el aire y en función del colchón de agua, considerando las relaciones  $Y/B_j$  y  $H/L_b$  (donde  $Y$  y  $H$  indican el calado en el cuenco de disipación y la altura de caída, respectivamente, y  $L_b$  es la longitud de rotura del chorro). En la misma línea, propusieron la siguiente expresión para estimar la longitud de rotura del chorro:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{(K_\phi T_u F_i^2)^{0.82}} \tag{2}$$

donde  $B_i$  y  $F_i$  son ancho del chorro y el número de Froude en la condición inicial, respectivamente.  $K$  es un coeficiente de ajuste adimensional ( $\approx 0.85$ ).

En este artículo se analiza la aireación en el cuenco de disipación, obtenida con un equipo de fibra óptica. También se realiza la comparativa de velocidades medidas y turbulentas registradas en el cuenco con un equipo Doppler, con las simulaciones realizadas en régimen transitorio usando el programa comercial ANSYS CFX (versión 18).

## MATERIAL Y MÉTODOS

### Infraestructura experimental

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena cuenta con una infraestructura diseñada específicamente para el estudio de chorros turbulentos y disipación de energía en aliviaderos de vertido libre.

El dispositivo móvil del vertedero ha sido modificado del utilizado por Carrillo (2014) para mejorar la disipación de energía antes del vertedero, aumentar el rango de caudales ensayados y las alturas de vertido. La infraestructura está diseñada para analizar caudales entre 10 y 200 l/s, alturas de vertido entre 2.20 y 3.50 m, y diferentes colchones de agua.



**Figura 2** | Infraestructura de vertido libre en laboratorio. ( $q=0.082 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H=2.19 \text{ m}$ ,  $Y=0.32 \text{ m}$ ).

El cuenco fijo de disipación de energía tiene 1.05 m de ancho, 3.00 m de longitud y 1.60 m de altura. Está construido en metacrilato para observar el flujo en su interior. Permite disponer diferentes profundidades de colchón de agua, desde el impacto directo hasta colchones de 1.00 m.

Actualmente se están realizando mediciones de presiones instantáneas con sensores piezorresistivos ubicados en la solera del cuenco, junto al estudio de velocidades instantáneas en diferentes secciones del cuenco mediante equipos Doppler y tasas de aireación con la metodología de fibra óptica.

## Equipo de fibra óptica

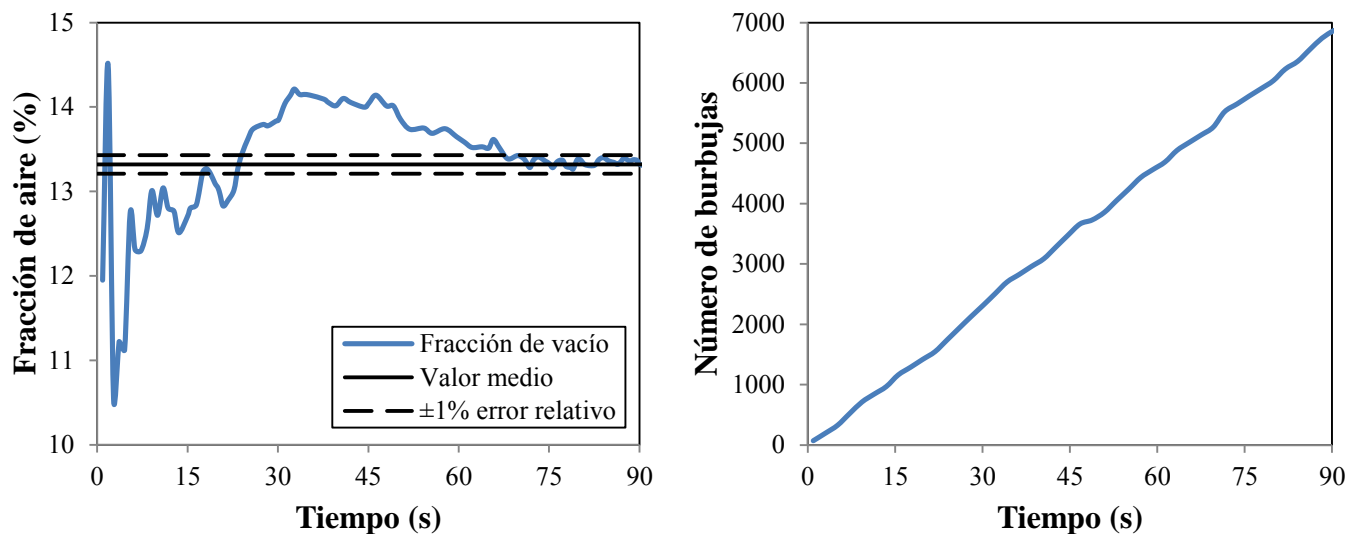
Para medir la concentración de aire en el chorro de caída libre y en el cuenco de disipación se utilizó un equipo de fibra óptica con sonda de doble punta de RBI-Instruments, el cual permite detectar el cambio de fase entre aire y agua. La subida y bajada de la señal detectada por la sonda corresponde, respectivamente, a la llegada y salida de la fase gaseosa en la punta del sensor. Los valores umbrales se fijaron en 1.0 y 2.5 V (Boes y Hager, 1998). La fracción de vacío se definió como la relación entre el tiempo total que la sonda está en gas ( $\Sigma t_{Gi}$ ) y el tiempo de duración  $t$  del experimento.

Según Stutz y Reboud (1997a, 1997b), este equipo permite medir flujos agua-aire con velocidades de hasta 20 m/s y la incertidumbre relativa de la fracción de vacío se estima en aproximadamente el 15% del valor medido. Una fuente de error en la estimación de la presencia de aire en el flujo se debe al recuento estadístico del número de burbujas de aire en contacto con las puntas de la sonda (Stutz, 1996). Por lo tanto, una duración corta de la medición contribuiría a una mayor imprecisión del resultado.

Para evaluar la duración mínima que debe tener la medición, André et al. (2005) consideraron el tiempo requerido para que el valor medio se estabilizase durante la medición y que el valor cuasi-estacionario de la concentración de aire fuera estadísticamente representativo de la concentración de aire. Basándose en el estudio de sensibilidad del comportamiento de la sonda, los autores recomiendan una secuencia de muestreo de 60 s como un buen compromiso entre la precisión y la duración de la medición.

Por su parte, Boes y Hager (2003) realizaron experimentos con 4000 burbujas de aire y secuencias de muestreo de 30 segundos. Los autores consideraron que la exactitud de las mediciones de concentración y velocidad del aire está relacionada con la variación de la fase  $N_b$ , variación aire-agua o la inversa, en lugar de con la duración del muestreo  $t$ .

Siguiendo estas ideas, en este estudio se consideró una secuencia de muestreo de 90 s. La Figura 3 muestra la evolución de la fracción de vacío hasta que se alcanza una incertidumbre relativa de alrededor del 1%, así como el sumatorio de burbujas detectadas durante la medición.



**Figura 3** | Evolución de la fracción de vacío y del número de burbujas detectadas por el equipo de fibra óptica lo largo de la medición.

Este equipo permitió registrar las características del flujo bifásico en distintas secciones transversales espaciadas 0.10 m aguas abajo del punto de estancamiento.

## Equipo Doppler

En este estudio, se seleccionaron las características del equipo de velocidad por efecto Doppler (Acoustic Doppler Velocimeter, ADV) considerando que el objetivo principal era caracterizar la turbulencia. Se utilizó un equipo Vectrino de la marca Nortek A.S. El rango de velocidad se seleccionó en  $\pm 4.00$  m/s (el máximo disponible en el equipo). Con este ajuste, el ADV puede medir velocidades horizontales de hasta 5.25 m/s y velocidades verticales de hasta 1.50 m/s (velocidad máxima del chorro antes de impacto (6.75 m/s). Debido al hecho de que el equipo Doppler necesita estar totalmente sumergido en agua, los primeros 5-6 cm de la columna de agua no pudieron medirse con esta instrumentación.

La energía cinética turbulenta se midió en la instalación experimental a 0.50 m aguas arriba del vertedero para definir las condiciones de contorno en las simulaciones numéricas. Esta distancia garantiza que las líneas de la corriente son horizontales aguas arriba del umbral del vertedero en el rango de caudales ensayados ( $0.50 \text{ m} > 5h$ ).

En el cuenco de disipación se registraron las velocidades en distintas secciones transversales espaciadas 0.10 m aguas abajo del punto de estancamiento. Con el fin de caracterizar la macro turbulencia del flujo en el cuenco, se registraron 5000 datos en cada punto medido usando una frecuencia de 10 Hz (más de 8 minutos de observación).

Como los flujos son altamente turbulentos, los valores obtenidos con ADV pueden verse afectados por señales espurias o "picos". Cada serie temporal debe ser filtrada con los umbrales de velocidad y aceleración (Wahl, 2000; Castillo, 2009).

Además, en este caso particular, el aire también puede afectar a la señal del ADV. Frizell (2000) analizó la influencia del aire midiendo concentraciones que variaban entre 0 y 3.61%. A medida que las concentraciones de aire y los tamaños de burbujas aumentan, los valores de correlación disminuyen drásticamente puesto que las señales acústicas utilizadas por la sonda son absorbidas y reflejadas por la mezcla del flujo bifásico. Matos et al. (2002) también encontraron que las burbujas de aire afectan la precisión de las mediciones de velocidad tomadas con el ADV. Sin embargo, sus resultados experimentales sugieren que el ADV puede proporcionar estimaciones razonables de la velocidad para las concentraciones bajas de aire (hasta el 8%).

## Simulaciones numéricas

La Dinámica de Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics*, CFD) permite resolver problemas de mecánica de fluidos, proporcionando gran cantidad de resultados con gran flexibilidad y velocidad. Sin embargo, para su correcto uso es necesario realizar una comparación y calibración previa con resultados obtenidos en modelos físicos y/o prototipos.

En este trabajo se comparan las simulaciones realizadas con el programa comercial de volúmenes finitos ANSYS CFX (versión 18.0) con los datos obtenidos en laboratorio. El dominio fluido del área de estudio queda dividido en volúmenes de control, en cada uno de los cuales se calculan los parámetros del flujo (velocidad, presiones, etc.) en tiempos discretos, cumpliendo el equilibrio de las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen el fenómeno en las tres direcciones.

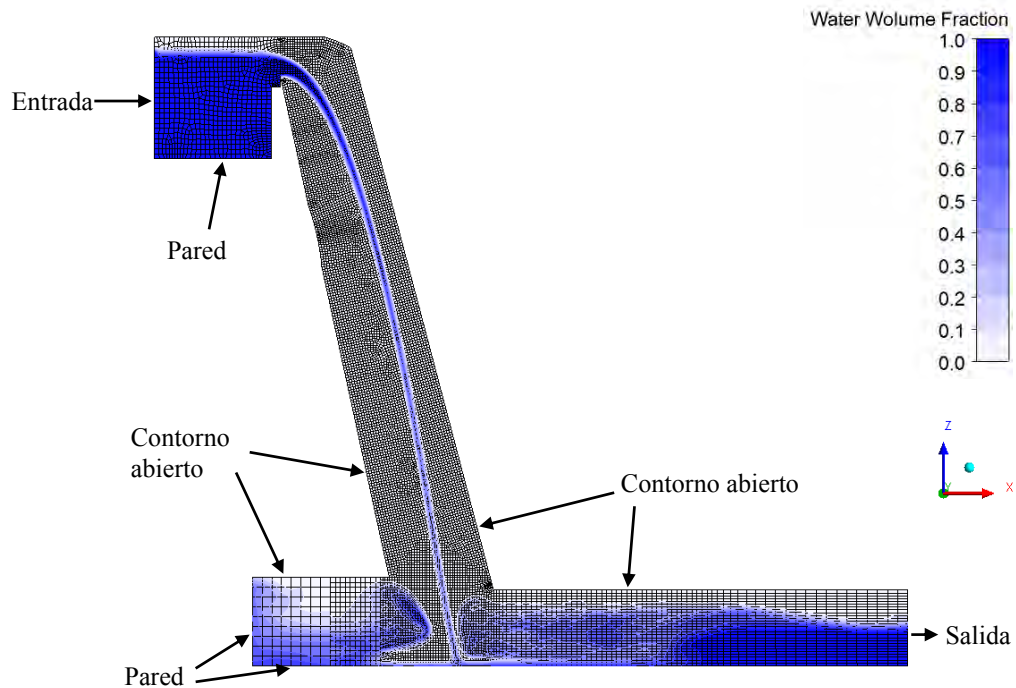
Para resolver el problema de clausura, se seleccionó el modelo de turbulencia *Shear-Stress-Transport* (SST). Este modelo ha sido diseñado para obtener una mayor precisión en la zona de inicio de separación del flujo bajo gradientes de presión adversos (simulación de la capa límite), mediante la inclusión de los efectos del transporte en la formulación de la viscosidad de remolino (Menter, 1994). El mejor rendimiento de este modelo de turbulencia ha sido demostrado en numerosos estudios de validación en este tipo de flujos (Carrillo, 2014; Castillo et al., 2014, 2017). El modelo SST tiene en cuenta la precisión del modelo  $k-\omega$  en la región cercana a la pared y cambia al modelo  $k-\epsilon$  en la parte externa de la capa límite.

Para la resolución del flujo bifásico aire-agua presente, se escogió el modelo homogéneo (ANSYS Inc., 2016). Este modelo se puede considerar como un caso límite del modelo inhomogéneo, donde la tasa de transferencia en la interfaz de ambos fluidos es muy grande. De este modo, resuelve la interfaz considerando que en la zona de interacción ambos fluidos comparten un mismo campo de velocidades.

Basado en previos estudios, se optó por un mallado basado en elementos hexaédricos, puesto que la alta turbulencia que se genera en el fenómeno estudiado, junto al despegue del flujo, requieren una mayor precisión de cálculo. Tras un análisis de

sensibilidad de tamaño de elementos del mallado y modelos de turbulencia, se ha considerado un tamaño de 0.01 m en la zona de vuelo del chorro y alrededor del punto de estancamiento (Carrillo, 2014).

Las condiciones de contorno empleadas en las simulaciones corresponden a los calados en las secciones de entrada y salida del flujo y sus distribuciones de presiones hidrostáticas (Figura 4). En la condición de entrada se consideró la turbulencia medida en el laboratorio con el equipo Doppler.



**Figura 4** | Esquema de dominio de cálculo y condiciones de contorno, mallado y fracción volumétrica de agua.

Se ha realizado un cálculo transitorio de 60 s y un intervalo de paso de 0.05 s. Pasados los 20 s, se considera que se ha alcanzado el régimen permanente, obteniéndose el promediado de las distintas magnitudes analizadas.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Fracción de vacío

La Figura 5 muestra la fracción de vacío ( $\alpha = \Sigma t_{G_i}/t$ ) obtenida mediante el equipo de fibra óptica en distintas secciones aguas abajo del punto de estancamiento. Los mayores valores de fracción de vacío se registran en las proximidades del punto de impacto del chorro rectangular, alcanzándose valores próximos al 15%. Conforme nos alejamos de la zona de impacto del chorro, la fracción de vacío detectada por la sonda se reduce. Los perfiles situados a más de 0.40 m del punto de impacto muestran una fracción de vacío inferior al 8%, alcanzándose valores en torno al 3% en el perfil situado a  $X = 1.00$  m.

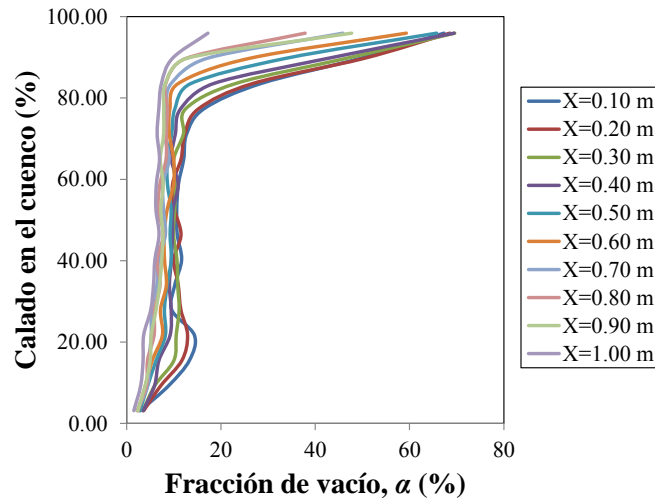


Figura 5 | Fracción de vacío aguas abajo del punto de estancamiento ( $q = 0.082 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.19$ ,  $Y = 0.32 \text{ m}$ ).

## Frecuencia de burbujas

Otro parámetro del flujo que ha sido analizado por diferentes autores en resaltos hidráulicos es la frecuencia con que la sonda detecta las burbujas,  $F$ .

La Figura 6 muestra el número de burbujas detectadas por la sonda y su correspondiente frecuencia. En la mayoría de los perfiles, los mayores valores se obtienen en las proximidades de la solera. En el perfil situado a 0.10 m aguas abajo del punto de estancamiento, se obtiene un máximo de 8700 burbujas detectadas a una frecuencia de 96 Hz. Los valores máximos tienden a reducirse conforme el flujo se aleja de la zona de impacto del chorro. En el perfil  $X = 1.00 \text{ m}$  los valores tienen a ser constantes en toda la profundidad, con una frecuencia de detección de burbujas alrededor de 30 Hz.

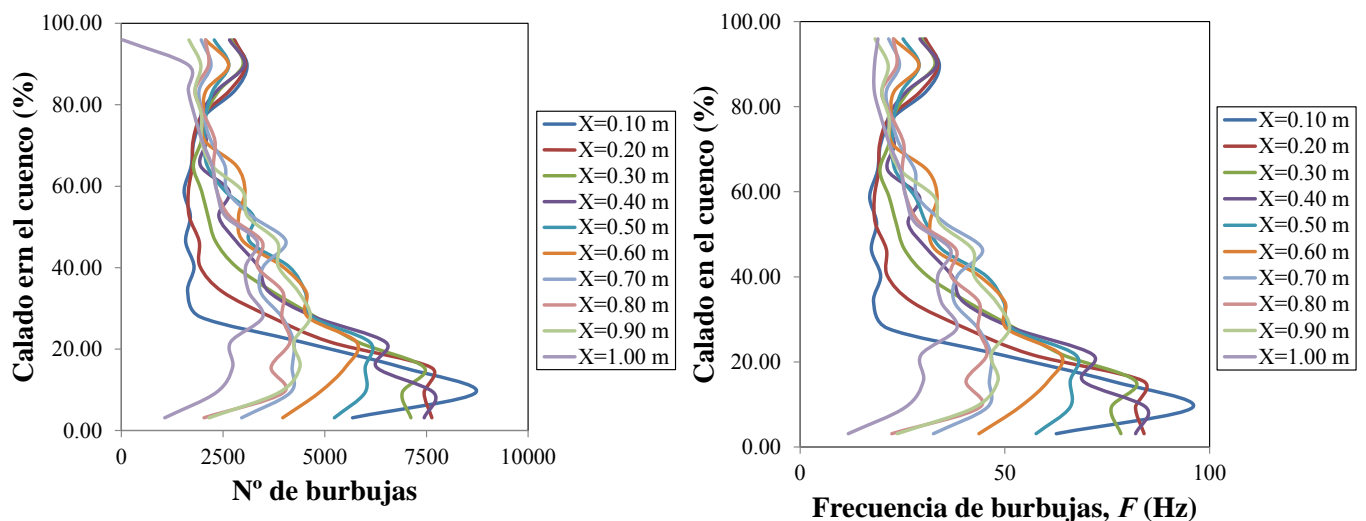


Figura 6 | Número de burbujas detectadas y frecuencia de detección aguas abajo del punto de estancamiento ( $q = 0.082 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.19$ ,  $Y = 0.32 \text{ m}$ ).

Estos valores son similares a los resultados medidos por Murzyn et al. (2005), quienes obtuvieron frecuencias máximas en torno a 85 Hz en resaltos hidráulicos con número de Froude de 4.82, y por Murzyn y Chanson (2007), quienes registraron frecuencias máximas alrededor de 120 Hz para resaltos con número de Froude de 8.30.

### Tamaño de burbujas

El tamaño de las burbujas detectadas por el equipo de fibra óptica se puede caracterizar mediante el diámetro medio de Sauter,  $d_s$  (Clift et al., 1978; RBI-Instrumentation, 2012). Éste es el diámetro de las burbujas cuya relación volumen/superficie es la misma que la calculada para todas las burbujas detectadas durante el ensayo. De modo práctico, el diámetro medio de Sauter se puede calcular como:

$$d_s = \frac{3\alpha u}{2F} \tag{3}$$

donde  $\alpha$  es la fracción de vacío,  $u$  la velocidad media de las burbujas, y  $F$  la frecuencia de detección de burbujas.

Asumiendo las hipótesis de que las burbujas son esféricas, están igualmente distribuidas en el tiempo de la simulación y que su movimiento es unidireccional, se puede obtener el histograma de cambio de fase con el tiempo con una sonda de dos puntas (uno de referencia y otro secundario), calculando la distribución del diámetro de las burbujas por tamaños. La Figura 7 muestra la distribución de tamaños de burbujas obtenida en uno de los ensayos.

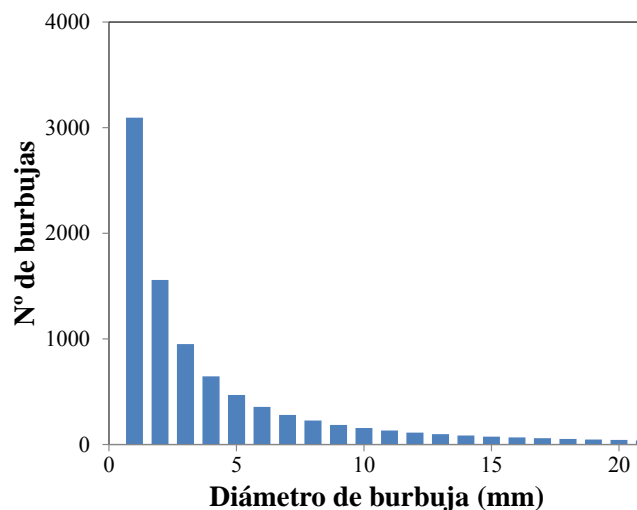


Figura 7 | Histograma de tamaños de burbujas ( $q = 0.082 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.19$ ,  $Y = 0.32 \text{ m}$ ,  $X = 0.10 \text{ m}$ ,  $y = 0.03 \text{ m}$ ).

En la Figura 8 se muestran los tamaños de las burbujas detectadas en distintas posiciones del cuenco de disipación. La mayoría de los valores están por debajo de 5 mm, con los valores máximos del orden de 10 mm.

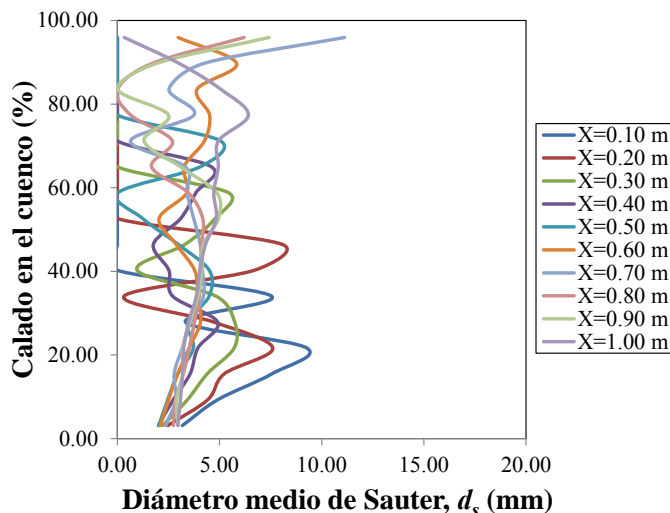


Figura 8 | Diámetro medio de burbujas detectadas aguas abajo del punto de estancamiento ( $q = 0.082 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.19$ ,  $Y = 0.32 \text{ m}$ ).



Estos diámetros son ligeramente inferiores a los resultados observados por Murzyn et al. (2005) y por Murzyn (2010) en resaltos hidráulicos.

### Distribución de velocidades y energía cinética en el cuenco de disipación

Siguiendo a Wu y Rajaratnam (1996), los perfiles de velocidad en la dirección principal del flujo de un resalto hidráulico sumergido al pie de un aliviadero de vertido libre se pueden comparar relacionando las velocidades con la velocidad máxima  $V_{max}$  en cualquier sección y las distancias a la solera con la longitud característica  $\delta_l$ , definida como la distancia al fondo donde se alcanza la velocidad local  $V = V_{max}/2$  y el gradiente de velocidad es negativo (Figura 9).

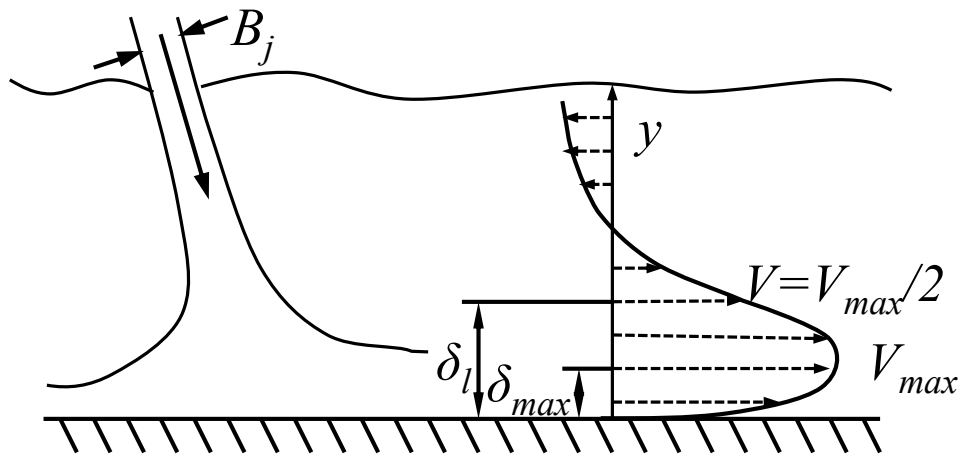


Figura 9 | Esquema de distribución de velocidades en resaltos sumergidos (adaptado de Wu y Rajaratnam, 1996).

La Figura 10 muestra los perfiles de velocidades en diferentes secciones transversales situadas aguas abajo del punto de estancamiento del cuenco. Las mediciones de laboratorio se realizaron con equipos Doppler y de fibra óptica. En las mismas secciones transversales se obtuvieron los resultados de las simulaciones CFD (Castillo et al., 2017). Para facilitar la comparación entre los distintos perfiles transversales, las velocidades se han adimensionalizado usando las velocidades horizontales máximas en cada sección transversal,  $V_{max,x}$ , mientras que la distancia al fondo se ha adimensionalizado mediante la longitud característica  $\delta_l$ .

En general, los resultados de las simulaciones numéricas muestran el mismo comportamiento que los resultados obtenidos en el laboratorio. En las tres primeras secciones, la concentración de aire es superior al 10%, por lo que no se consideraron los perfiles de velocidad media medidos con el equipo Doppler (Castillo et al., 2017). En las secciones transversales más alejadas, los resultados de la fibra óptica tienden a diverger debido a que la dirección principal del flujo no es horizontal y al menor número de burbujas detectadas por el equipo.

La Figura 11 muestra la energía cinética turbulenta (*turbulent kinetic energy*, TKE) registrada en distintas secciones del cuenco de disipación con el equipo ADV. La energía cinética turbulenta tiende a disiparse rápidamente conforme el flujo se aleja del punto de incidencia del chorro, alcanzándose valores máximos en torno a  $0.30 \text{ m}^2/\text{s}^2$  en el perfil situado a 0.80 m del punto de estancamiento. Los resultados obtenidos con el modelo de turbulencia SST siguen la evolución de disipación de energía (Castillo et al., 2017).

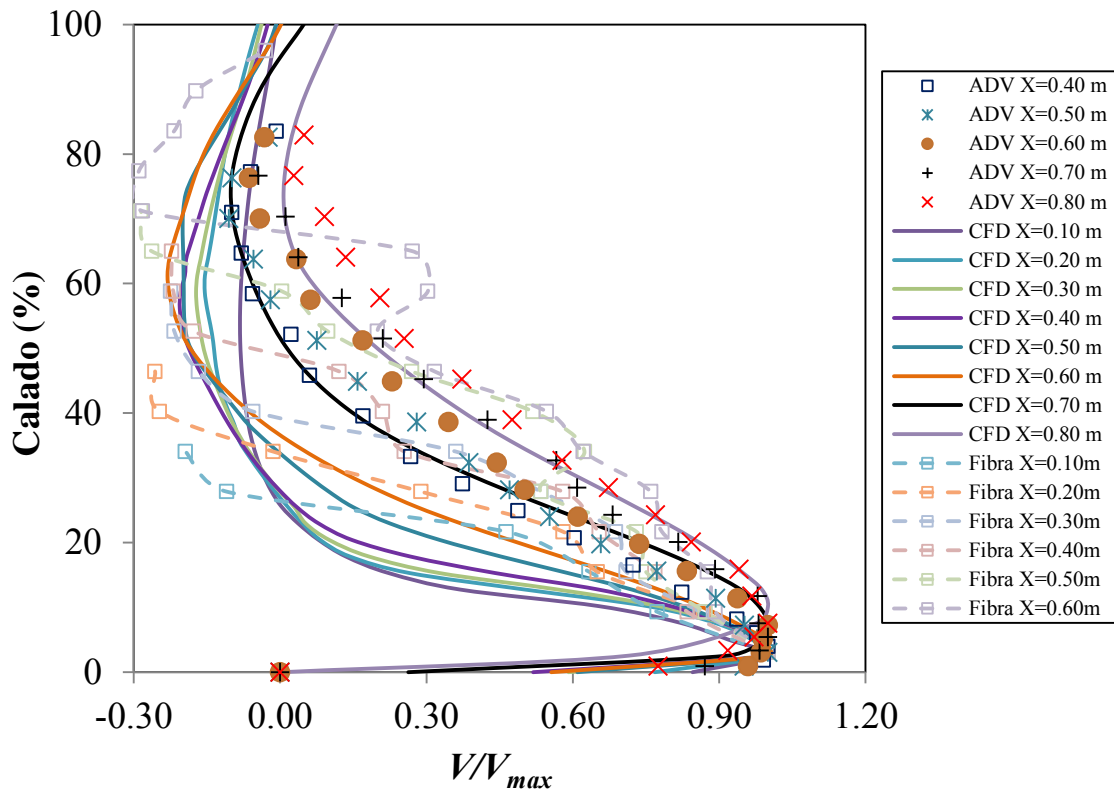


Figura 10 | Perfiles de velocidad horizontal en distintas secciones del cuenco de disipación.

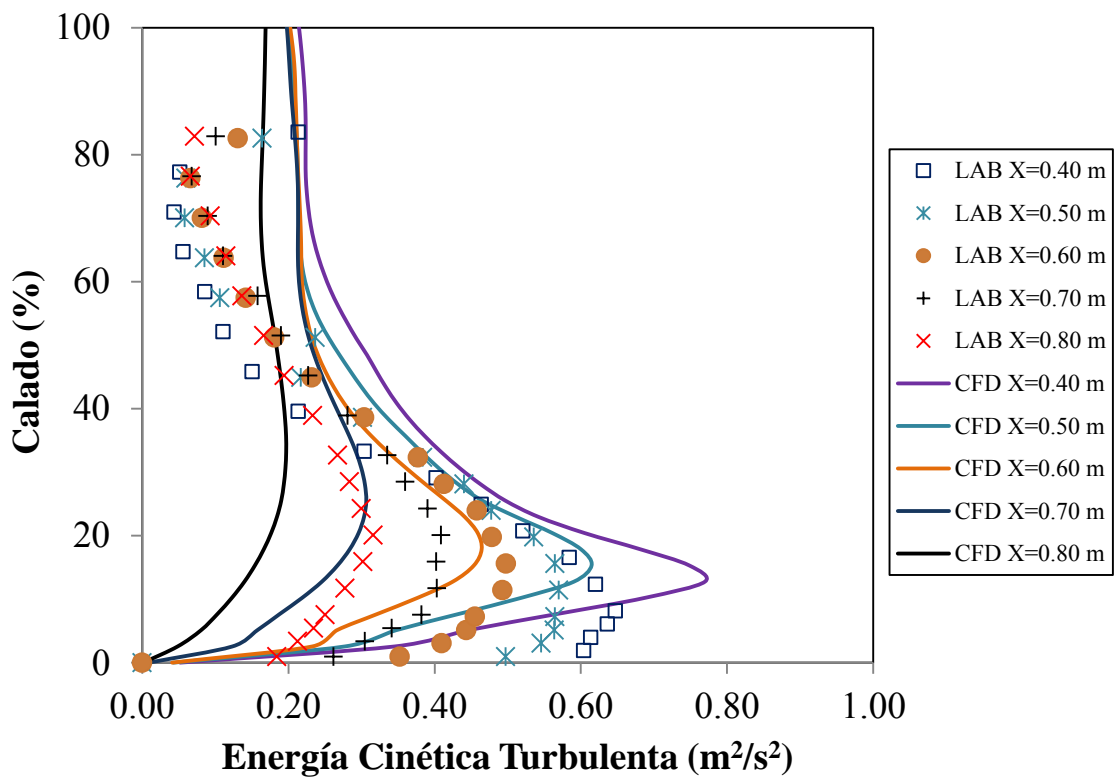


Figura 11 | Perfiles de energía cinética turbulenta en distintas secciones del cuenco de disipación.

---

## CONCLUSIONES

Observar y predecir flujos bifásicos en estructuras hidráulicas es muy complicado debido a la naturaleza no diluida del flujo. En estas condiciones, los datos experimentales y los resultados de las simulaciones son difíciles de comparar de modo claro.

En este trabajo se han analizado las características del flujo aire-agua producido al pie de un aliviadero de vertido libre. En general, las características de las burbujas de aire (fracción de vacío, frecuencia y tamaño) son similares a las observadas por distintos investigadores en resaltos hidráulicos. Las simulaciones CFD proporcionaron resultados próximos a los valores medidos en el laboratorio, a pesar de haber utilizado un modelo de flujo simple de dos fases. El modelo "homogéneo" parece ser capaz de predecir el fenómeno de forma adecuada.

Con el fin de avanzar en esta línea de trabajo, se plantea estudiar el comportamiento del flujo bifásico en el cuenco de disipación con distintas técnicas experimentales. Adicionalmente, se realizará la comparación de los resultados de laboratorio con diversos códigos CFD (de código libre y comercial).

---

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agraden el apoyo del Ministerio de Ciencia e Innovación de España y fondos Europeos de Desarrollo Regional (FEDER), mediante el Proyecto BIA2011-28756-C03-02.

---

## REFERENCIAS

- André, S., Boillat, J. L., Schleiss, A. J. 2005. Discussion of 'Two-phase flow characteristics of stepped spillways' by Robert M. Boes and Willi H. Hager. *Journal of Hydraulic Engineering* 131(5), 423–427.
- Annandale, G. W. 2006. *Scour Technology. Mechanics and Engineering Practice*. McGraw-Hill, New York.
- ANSYS Inc. 2016. *ANSYS CFX. Reference Guide. Release 18.0*.
- Boes, R., Hager, W.H. 1998. Fiber-optical experimentation in two-phase cascade flow. *Proceedings of the International RCC Dams Seminar (K. Hansen, ed.)*. Denver, CD, USA.
- Boes, R., Hager, W.H. 2003. Two-phase flow characteristics of stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering* 129(9), 661–670.
- Carrillo, J.M. (2014). *Metodología numérica y experimental para el diseño de los cuencos de disipación en el sobrevertido de presas de fábrica*. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cartagena, Spain (in Spanish).
- Castillo, L.G. 2006. Aerated jets and pressure fluctuation in plunge pools. *Proceedings of the 7th International Conference on Hydrosience and Engineering*, Philadelphia, PA, 1–23.
- Castillo, L.G. 2007. Pressure characterisation of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool. *Proceedings of the 32nd IAHR Congress*, 1–6 July 2007, Venice, Italy, 645–655.
- Castillo, L.G. 2009. Measurement of velocities and characterization of some parameters inside of free and submerged hydraulic jumps. *Proceedings of 33<sup>rd</sup> International Association of Hydraulic Engineering & Research Congress*, Vancouver, Canada.
- Castillo, L.G., Carrillo, J.M. 2017. Comparison of methods to estimate the scour downstream of a ski jump. *International Journal of Multiphase Flow* 92, 171-180.
- Castillo, L.G., Carrillo, J.M., Blázquez, A. 2015. Plunge pool mean dynamic pressures: a temporal analysis in nappe flow case. *Journal of Hydraulic Research* 53(1), 101–118.

- Castillo, L.G., Carrillo, J.M., Bombardelli, F.A. 2017. Distribution of mean flow and turbulence statistics in plunge pools. *Journal of Hydroinformatics* 19(2), 173-190.
- Castillo, L.G., Carrillo, J.M., Sordo-Ward, A. 2014. Simulation of overflow nappe impingement jets. *Journal of Hydroinformatics* 16(4), 922–940.
- Chanson, H., Brattberg, T. 2000. Experimental study of the air-water shear flow in a hydraulic jump. *International Journal of Multiphase Flow* 26, 583-607.
- Clift, R., Grace, J.R., Weber, M.E., 1978. *Bubbles, drops and particles*. Academic Press, New York.
- FEMA. 2014. *Technical Manual: Overtopping Protection for Dams*. Federal Emergency Management Agency. FEMA P-1014, May. US Department of Homeland Security, USA.
- Frizell, K.W. 2000. Effects of aeration on the performance of an ADV. *2000 Joint Conf. on Water Resources Engineering and Water Resources Planning & Management* (R. H. Hotchkiss & M. Glade, eds). ASCE, Minneapolis, USA, (CD-ROM).
- Matos, J., Frizell, K.H., Andre, S., Frizell, K.W. 2002. On the performance of velocity measurement techniques in air-water flows. *Hydraulic Measurements and Experimental Methods Conference 2002* (T. L. Wahl, C. A. Pugh, V. A. Oberg & T. B. Vermeyen, eds). ASCE, Estes Park, CO, USA.
- Menter, F.R. 1994. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *The American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* 32(8), 1598–1605.
- Murzyn, F., 2010. Assessment of different experimental techniques to investigate the hydraulic jump: do they lead to the same results? *3rd International Junior Researcher and Engineer Workshop on Hydraulic Structures*, May 02-04, Edinburg, UK, 3-36.
- Murzyn, F., Chanson, H. 2007. *Free Surface, Bubbly flow and Turbulence Measurements in Hydraulic Jumps*. Report CH63/07, Division of Civil Engineering, The University of Queensland, Brisbane.
- Murzyn, F., Mouaze, D., Chaplin, J.R. 2005. Optical fibre probe measurements of bubble flow in hydraulic jumps. *International Journal of Multiphase Flow* 31, 141-154.
- RBI-Instrumentation. 2012. *ISO Software user's guide*.
- Stutz, B., Reboud, J.L. 1997a. Experiment on unsteady cavitation. *Experiments in Fluids* 22, 191–198.
- Stutz, B., Reboud, J.L. 1997b. Two-phase flow structure of sheet cavitation. *Physics of Fluids* 9(12), 3678–3686.
- Stutz, B. 1996. *Analyse de la structure diphasique et instationnaire de poches de cavitation (Analysis of the two Phases and Non-Permanent Structure of Cavitation Bubbles)*. PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France (in French).
- Wahl, T.L. 2000. Analyzing ADV data using WinADV. *Joint Conference on Water Resources Engineering and Water Resources Planning & Management*, July 30–August 2, Minneapolis, MN.
- Wahl, T.L., Frizell, K.H., Cohen, E. A. 2008 Computing the trajectory of free jets. *Journal of Hydraulic Engineering* 134(2), 256–260.
- Wu, S., Rajaratnam, N. 1996. Transition from hydraulic jump to open channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering* 122(9), 526–528.