

XXV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA SANTAGO, CHILE, AGOSTO 2014

ANÁLISIS NUMÉRICO Y EXPERIMENTAL DE VELOCIDADES EN CUENCOS DE ALIVIADEROS DE VERTIDO LIBRE

Luis G. Castillo, José M. Carrillo

*Grupo de I+D+i Hidr@m, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Cartagena, España
luis.castillo@upct.es, jose.carrillo@upct.es*

RESUMEN:

En el reintegro de los caudales evacuados por los órganos de desagüe, la disipación de energía en los cuencos de amortiguación se produce principalmente mediante el proceso de turbulencia. En las dos tipologías básicas (cuencos de resalto y cuencos de vertido libre) aparecen fenómenos de alta turbulencia y aireación, que no pueden ser convenientemente estudiados únicamente con las metodologías clásicas.

Teniendo en cuenta esta problemática, y partiendo de los distintos resultados experimentales obtenidos en el estudio de vertidos libres, se está llevando a cabo la caracterización de este tipo de flujos en el Laboratorio de la Universidad Politécnica de Cartagena (España). Se están registrando y analizando velocidades, presiones y tasas de aireación.

La metodología de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) permite simular la interacción entre distintos fluidos, como es el caso de los flujos bifásicos agua-aire que aparecen en el fenómeno de vertido libre. Los métodos implementados en CFD se basan en la solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes y promediado de Reynolds (RANS), junto con modelos de turbulencia de distintos grados de complejidad. De este modo, los resultados obtenidos en laboratorio se contrastan y complementan con la modelación numérica.

ABSTRACT:

Turbulence constitutes one of the principal mechanisms of energy dissipation in plunge pools. In falling jets and in dissipation basins appear high turbulence and aeration phenomena that cannot be correctly studied by the classical methodologies.

Given this problem, and based on the different experimental results obtained in the study of free falling jets, researchers are characterizing such flows in the Laboratory of the Universidad Politécnica de Cartagena (Spain). Velocities, pressures and air entrainment rates are being obtained and analyzed.

The methodology of computational fluid dynamics (CFD) can simulate the interaction between different fluids, such as the two-phase water-air flows case. The CFD codes are based on the numerical solution of the Reynolds-averaged Navier–Stokes equations (RANS), together with turbulence models with different degrees of complexity. In this way, the results obtained in laboratory are compared with the complementary numerical model.

PALABRAS CLAVES: CFD; chorros turbulentos; cuenco de amortiguación; disipación de energía; velocidad del flujo; vertido libre

INTRODUCCIÓN

El incremento en la magnitud de las avenidas de diseño por efecto del cambio climático han promovido, a nivel mundial, la revaluación de la capacidad de los aliviaderos y de los escenarios de operación de las grandes presas. Diversas investigaciones han demostrado que la capacidad actual de muchos aliviaderos es inadecuada, surgiendo la posibilidad de que las presas lleguen a desbordarse durante los eventos extremos.

El aumento de la capacidad de los aliviaderos resulta con frecuencia caro y en ocasiones técnicamente inviable. En estos casos, los responsables de las presas se podrían plantear el desbordamiento como una estrategia adicional de operación durante estos eventos extremos. Esta situación crea nuevos escenarios en las acciones sobre la presa, surgiendo interrogantes sobre los problemas de erosión y socavación aguas abajo.

La elección del tipo de cuenco de amortiguación suele ser una decisión técnico-económica entre un cuenco de gran profundidad y sin revestimiento y un cuenco con poca profundidad y con revestimiento. Para la adecuada elección de la profundidad del cuenco, es necesario conocer la magnitud y frecuencia de la presión dinámica en la solera en función de las características del chorro incidente.

Las formulaciones existentes que cuantifican las acciones hidrodinámicas por efecto del desbordamiento de presas han sido obtenidas principalmente a partir de medidas sistematizadas de presiones instantáneas en diferentes laboratorios de hidráulica. Destacan las investigaciones en la Universidad de Glasgow (Reino Unido) (Ervine y Falvey, 1987; Ervine et al., 1997), la Escuela Técnica Federal de Lausanne (Bollaert, 2002, Bollaert y Schleiss, 2003; Manso et al., 2005; y Felderspiel, 2011); así como en la Universidad Politécnica de Cataluña y Universidad Politécnica de Cartagena (Castillo, 1989, 1990, 2002, 2006, 2007; Armengou, 1991; Castillo et al., 1991, 1996, 1999, 2007, 2014; Puertas, 1994; Puertas y Dolz, 2002, 2005; Castillo y Carrillo, 2011, 2012, 2013, y Carrillo, 2014).

Sin embargo, la caracterización del potencial hidráulico erosivo (acciones debidas a los chorros turbulentos bifásicos) no está suficientemente analizada. Se considera necesario avanzar en su conocimiento con más estudios, tanto en modelos (físicos y numéricos) como en prototipos, caracterizando simultáneamente presiones, velocidades y fenómenos de aireación.

La disipación de energía del chorro se puede dividir en cuatro fases: disgregación del chorro en el vuelo (aireación más atomización), arrastre de aire cuando el chorro entra en el cuenco, difusión en el cuenco y finalmente impacto con la solera del cuenco.

Se definen dos condiciones a tener en cuenta de cara al diseño de vertidos por coronación:

- Condiciones de vertido. Se localizan a la salida del aliviadero, en la sección del chorro cuya cota corresponde a $z = -h$, siendo z la componente vertical con origen en el labio del aliviadero y sentido ascendente, y h la carga sobre vertedero medida a partir del umbral de vertido.
- Condiciones incidentes. Se obtienen en la sección transversal del chorro justo antes del impacto con el colchón de agua.

En la condición inicial se considera la velocidad media del flujo $V_i = (2g/h_0)^{1/2}$, siendo h_0 aproximadamente el doble de la altura de la carga sobre el vertedero. En la sección inmediatamente anterior al impacto del chorro con el colchón de agua se definen velocidad media V_j y el ancho del chorro $B_j = B_g + 2\xi$, donde B_g es el espesor del chorro por condiciones gravitatorias, que disminuye debido a la gravedad, y ξ es la expansión lateral del chorro por efectos de aireación y turbulencia, variando con la raíz cuadrada de la distancia de caída (Davies, 1972).

A partir del estudio de registros de presiones instantáneas en la solera de cuencos de disipación, Castillo (2006, 2007) propuso una Metodología Paramétrica para el cálculo del ancho del chorro en la condición incidente B_j , revisada por Castillo et al. (2014) y por Carrillo (2014).

$$B_j = B_g + 2\xi = \frac{q_j}{\sqrt{2gH}} + 4K_p T_w \sqrt{h} (\sqrt{2H} - 2\sqrt{h}) \quad [1]$$

donde q_j es el caudal específico en la condición incidente, H la altura de caída o desnivel entre el calado aguas arriba y en el cuenco de disipación, $T_u = \frac{\overline{V}}{V_i}$ la intensidad de turbulencia en la condición inicial, \overline{V} y V_i son la raíz cuadrática media y la velocidad media del chorro en la dirección principal, y $K_\phi = \frac{\overline{V}}{W} \approx 1.24$.

En este artículo se analizan y comparan las velocidades medidas en el cuenco de disipación en laboratorio con un equipo Doppler, con las simulaciones realizadas en régimen transitorio con el programa comercial ANSYS CFX (versión 14).

MODELO DE LABORATORIO

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena cuenta con una infraestructura diseñada específicamente para el estudio de chorros turbulentos y disipación de energía en aliviaderos de vertido libre. En la Figura 1 puede observarse la forma de la napa y la elevada entrada de aire que produce como consecuencia del impacto del chorro con el cuenco de amortiguación, así como la zona de condiciones iniciales y la longitud de desintegración del chorro, L_b .

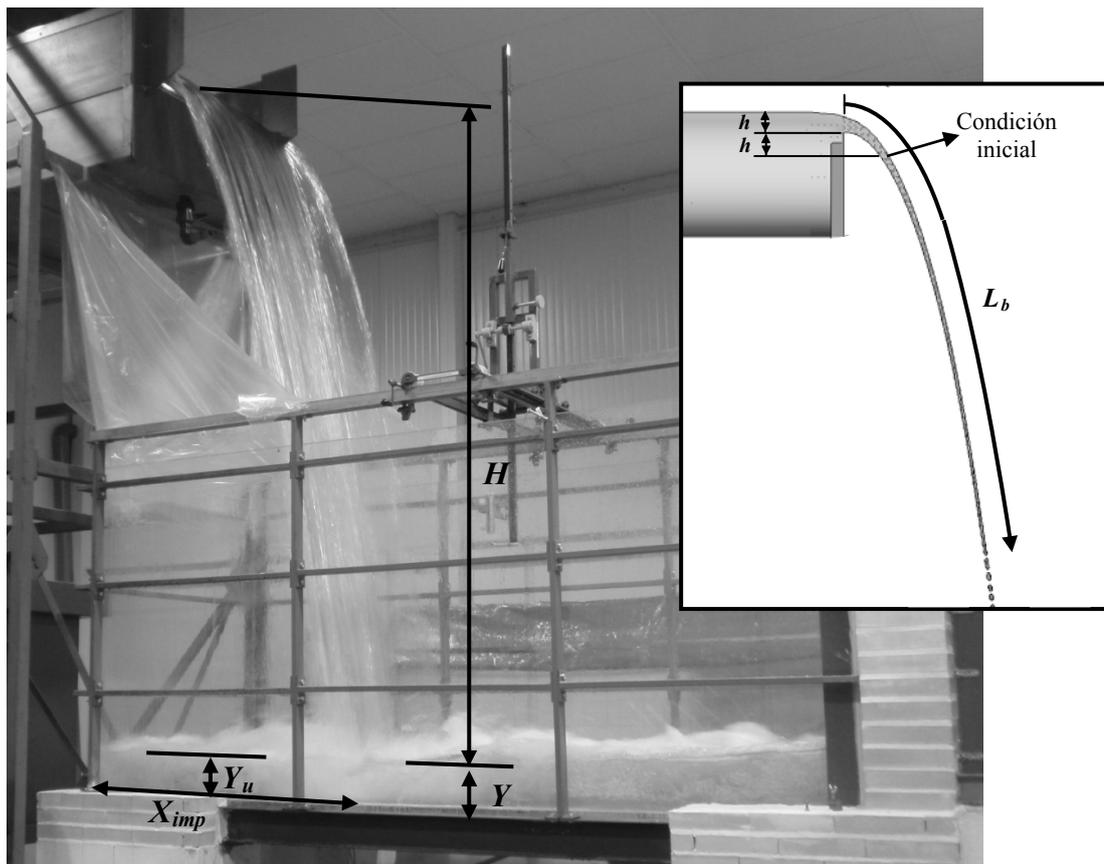


Figura 1.- Dispositivo de chorros turbulentos y detalle de la zona del vertedero

El dispositivo, que permite analizar caudales entre 10 y 150 l/s, consiste en un cajón móvil que permite variar la altura de vertido entre 1.70 y 4.00 metros, junto a un cuenco fijo de disipación de energía de 1.05 m de ancho y 1.60 m de altura construido en metacrilato donde se pueden disponer diferentes profundidades de colchón de agua.

Para avanzar en el conocimiento del fenómeno bifásico aire-agua analizado, actualmente se están realizando mediciones de presiones instantáneas con sensores piezorresistivos ubicados en la solera del cuenco, junto al estudio de velocidades instantáneas en diferentes secciones del cuenco mediante equipos Doppler y tasas de aireación con la metodología de fibra óptica. Además, se cuenta con una cámara de video de alta velocidad para el estudio del fenómeno turbulento.

Los instrumentos de medición de velocidad por efecto Doppler (ADV) son muy fiables para caracterizar velocidades instantáneas en flujos laminares y turbulentos sin la presencia de aire, puesto que el agua constituye el elemento fundamental de la transmisión del sonido. Miden la velocidad de las partículas que se mueven con el fluido, en lugar de la velocidad del fluido. Dado que estas partículas siguen el movimiento del fluido con un desfase inercial despreciable, se puede asumir que su velocidad es idéntica a la del fluido.

Considerando el rango de velocidad ± 0.30 m/s y una frecuencia de muestreo de 10 Hz, el equipo ADV de la casa Nortek AS empleado es capaz de medir el campo de velocidades promediadas en el tiempo con una precisión de ± 0.002 m/s.

El equipo se ha empleado para medir los perfiles de velocidad en distintas secciones del cuenco de amortiguación (Figura 2).

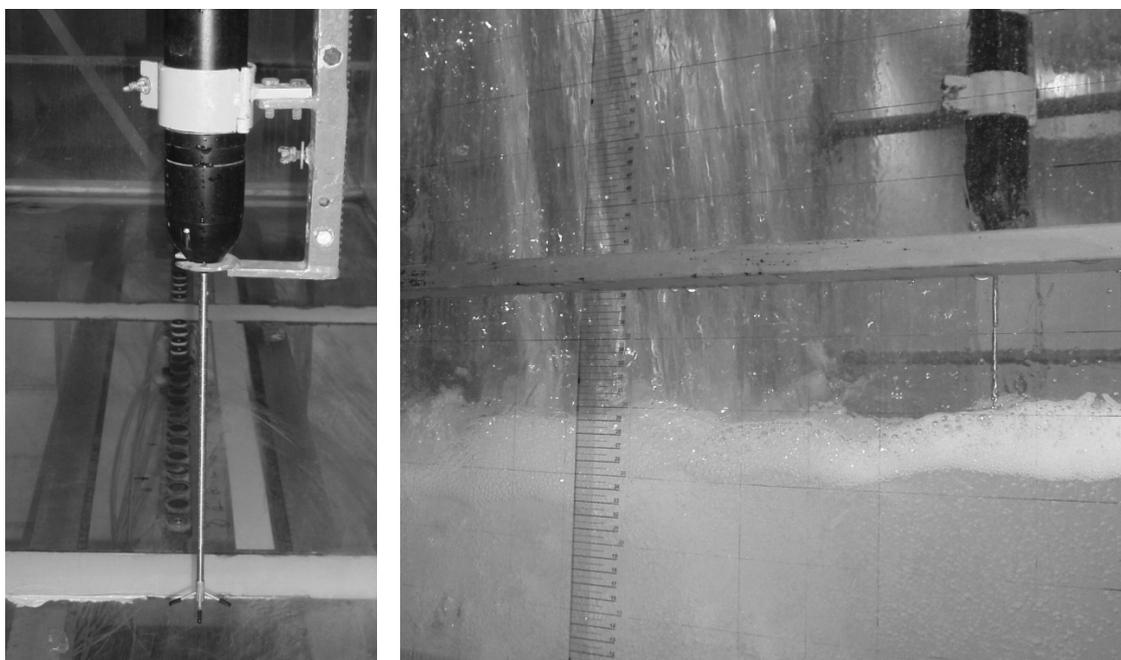


Figura 2.- Velocímetro acústico Doppler en el cuenco de disipación

MODELO NUMÉRICO

La principal ventaja de la metodología CFD es que permite resolver los problemas de mecánica de fluidos, proporcionando gran cantidad de resultados con mayor flexibilidad y velocidad que con los procedimientos experimentales. Sin embargo, para su correcto uso es necesario realizar una comparación y calibración previa con resultados obtenidos en modelos físicos y/o prototipos.

En este trabajo se presenta la modelación numérica realizada con el programa comercial de Dinámica de Fluidos Computacional ANSYS CFX (versión 14.0) y su contrastación con los datos obtenidos en laboratorio en el estudio de chorros altamente turbulentos y aireados.

Al ser programas de volúmenes finitos, el dominio fluido del área de estudio queda dividido en volúmenes de control, en cada uno de los cuales se calculan los parámetros del flujo (velocidad, presiones, etc.) en tiempos discretos, cumpliendo el equilibrio de las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen el fenómeno en las tres direcciones.

En principio, las ecuaciones de Navier-Stokes describen los flujos laminar y turbulento sin necesidad de información adicional. Sin embargo, los flujos turbulentos con números de Reynolds

reales abarcan un amplio rango de longitud de turbulencia y tiempos de escala. Su resolución directa implica tamaños de volúmenes finitos de mallado muy reducidos, dificultando en la práctica su solución numérica, al exigir enormes capacidades de cálculo.

Para obtener la solución en tiempos adecuados se emplean los modelos de turbulencia, diseñados para predecir los efectos de la turbulencia sin necesidad de resolver todas las escalas de turbulencia. De este modo el problema de clausura puede ser resuelto de forma eficiente.

Se han desarrollado numerosos modelos que aproximan la turbulencia basándose en el promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS). Algunos de ellos tienen aplicaciones específicas mientras que otros pueden ser aplicados a una gran cantidad de flujos con un grado razonable de fiabilidad. Los modelos de turbulencia tienen distintos grados de complejidad que van desde los modelos isotrópicos de dos ecuaciones como el clásico $k-\varepsilon$, hasta los modelos de cierre de segundo orden como el denominado modelo de tensiones de Reynolds (SMC).

Los modelos de cierre de segundo orden resuelven de modo independiente cada componente de las tensiones de Reynolds, combinando las ecuaciones de transporte con las ecuaciones $k-\varepsilon$ o $k-\omega$, y obteniendo las componentes de la velocidad turbulenta. Sin embargo, las experiencias con estos modelos muestran que el incremento del número de ecuaciones de transporte en los modelos SMC provoca una reducción de la robustez de la solución, requiriendo un mayor esfuerzo computacional. Por este motivo raramente son empleados, optándose por los modelos de dos ecuaciones dada su gran estabilidad y mayor eficiencia en la resolución.

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones han sido empleados para obtener la solución de muchos flujos de interés ingenieril. El modelo $k-\varepsilon$ ha sido implementado en la mayoría de los códigos CFD y se le considera el modelo estándar en la industria, pero no resulta adecuado para resolver flujos con separación de la capa límite. Sin embargo, los modelos basados en $k-\omega$ se orientan a obtener una mejor caracterización en los fenómenos de separación de flujos.

Se seleccionó el modelo de turbulencia *Shear-Stress-Transport* basado en $k-\omega$. Este modelo ha sido diseñado para obtener una mayor precisión en la zona de inicio de separación del flujo bajo gradientes de presión adversos (simulación de la capa límite), mediante la inclusión de los efectos del transporte en la formulación de la viscosidad de remolino. El mejor rendimiento de este modelo de turbulencia ha sido demostrado en numerosos estudios de validación (Bardina et al., 1997).

Para la resolución del fenómeno bifásico aire-agua presente en los chorros turbulentos, se escogió el modelo homogéneo. Este modelo se puede considerar como un caso límite del modelo inhomogéneo, donde la tasa de transferencia en la interfaz de ambos fluidos es muy grande. De este modo, resuelve la interfaz considerando que en la zona de interacción ambos fluidos comparten un mismo campo de velocidades.

En el estudio de los chorros turbulentos aparecen fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que requieren elementos de mallado de gran calidad para su correcta resolución. Las características principales que diferencia a los distintos elementos son el número de nodos con el que resuelven las ecuaciones dentro de su volumen de control y su distribución espacial. De este modo, a mayor número de nodos por elemento y con distribución espacial más regular, más precisa será su resolución interna.

De las cuatro tipologías de elementos que permite el módulo de resolución de ANSYS CFX, se optó por un mallado basado en elementos hexaédricos, puesto que la alta turbulencia que se genera en el fenómeno estudiado, junto al despegue del flujo, requieren una mayor precisión de cálculo. Además, se ha comprobado que dichos elementos mejoran la convergencia de la solución. Tras un análisis de sensibilidad de tamaño de elementos del mallado y modelos de turbulencia, (Carrillo, 2014), se ha considerado un tamaño de 0.01 m en la zona de vuelo del chorro y alrededor del punto de estancamiento.

Las condiciones de contorno empleadas en las simulaciones corresponden a los calados en las secciones de entrada y salida del flujo y sus distribuciones de presiones hidrostáticas

Con el fin de reproducir adecuadamente las condiciones de laboratorio, se determinó la turbulencia en la condición de contorno situada aguas arriba del vertedero con el equipo Doppler. Esta condición de contorno se localiza 0.50 m aguas arriba del punto de vertido ($h_{m\acute{a}x} = 0.087$ m),

suficientemente alejada del mismo para evitar las distorsiones debidas a la contracción y aceleración que el flujo sufre en las inmediaciones del aliviadero. Las velocidades turbulentas obtenidas se emplearon como dato de entrada en las simulaciones numéricas realizadas.

Se ha realizado un cálculo transitorio de 60 s y un intervalo de paso de 0.05 s. En la Figura 3 se puede observar que a partir de los 20 s de la simulación ya se alcanzan condiciones permanentes.

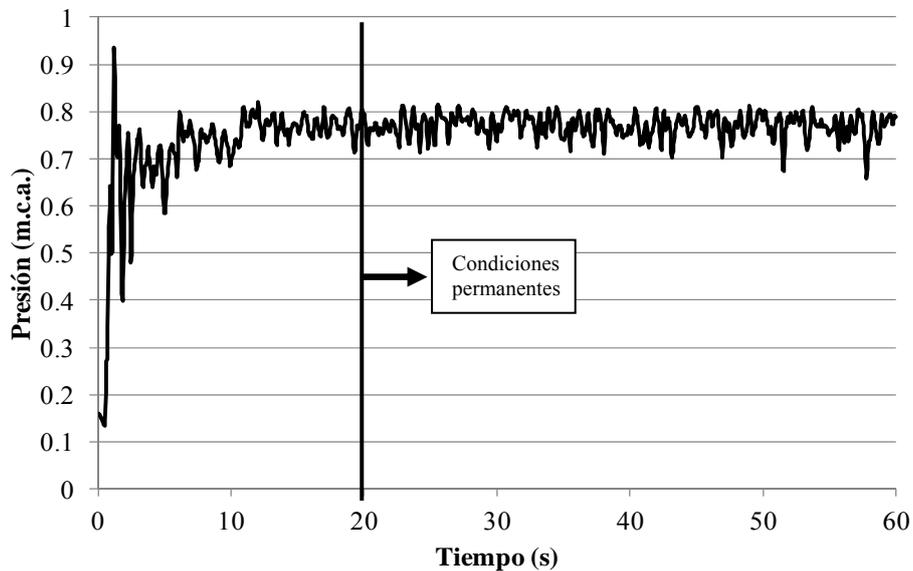


Figura 3.- Simulación de la presión total en el punto de estancamiento del cuenco de disipación

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 4 muestra los vectores de velocidad obtenidas con el programa CFD en el entorno del punto de estancamiento. Se observan las zonas de recirculación del flujo en las proximidades al punto de incidencia en el colchón de agua, y la formación del chorro de fondo en las proximidades de la solera.

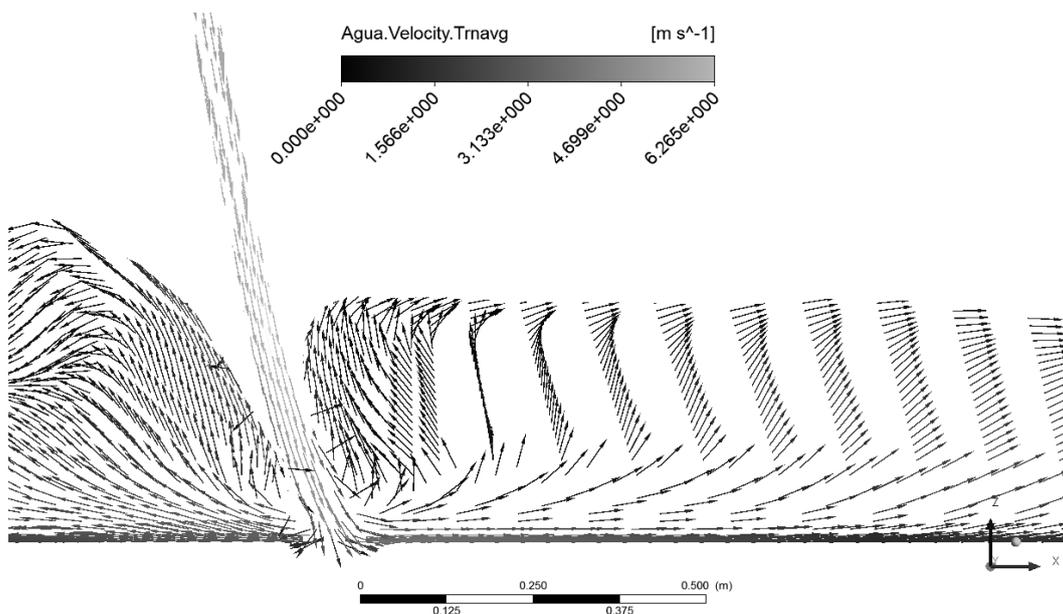


Figura 4.- Vectores de velocidad media simulada con CFD (caudal específico $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$, altura neta de caída $H = 2.20 \text{ m}$, altura del colchón en el cuenco $Y = 0.25 \text{ m}$)

Para analizar los perfiles de velocidades aguas abajo del punto de incidencia del chorro, el cuenco de disipación se ha dividido en secciones transversales espaciadas cada 0.10 m, tomando

como sección de referencia la zona del punto de estancamiento del chorro. En la Figura 5 se comparan los perfiles de velocidades medias horizontal y vertical, y de energía cinética turbulenta en el cuenco de disipación medidos con equipo Doppler y simulados. Se observa la existencia de un chorro de fondo, aunque no ha podido ser adecuadamente capturado en laboratorio. Esto es debido a su reducido espesor y a las dificultades de realizar mediciones con el equipo Doppler en flujos altamente emulsionados (ver Figura 2). A partir de una determinada distancia, el perfil del flujo tiende a una distribución uniforme, con valores similares en laboratorio y en las simulaciones.

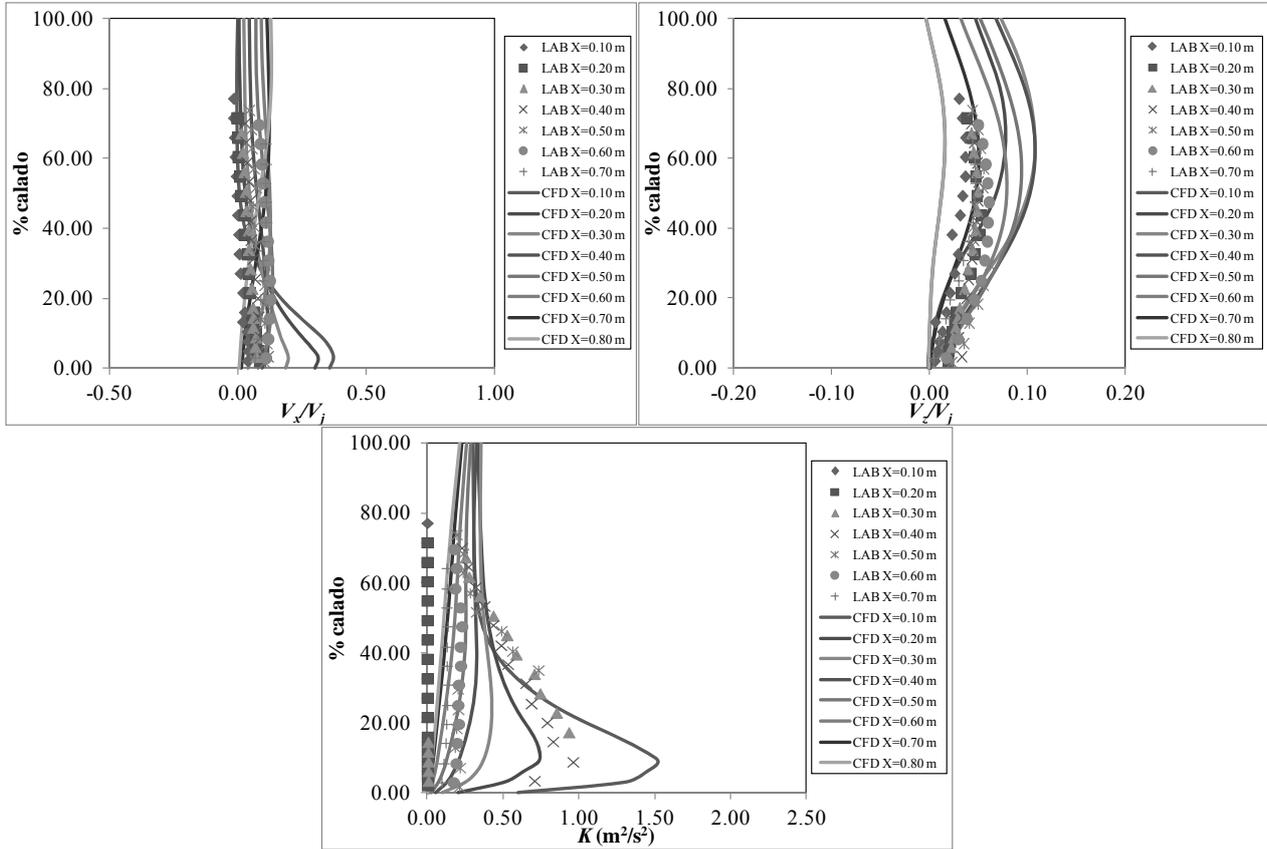


Figura 5.- Perfiles de velocidad media horizontal V_x , vertical V_z y energía cinética turbulenta K simulados con CFD y medidos con equipo Doppler en distintas secciones ($q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$; $H = 2.20 \text{ m}$; $Y = 0.24 \text{ m}$)

Para obtener el perfil de velocidad media adimensional del chorro en el caso de resaltos hidráulicos, diversos autores proponen expresiones de ajuste (Tabla 1).

Tabla 1.- Expresiones para el cálculo de perfiles de velocidad longitudinal adimensional

Autor	Expresión
Görtler (1942), citado por Liu et al. (1998)	$\frac{V}{V_{\text{máx}}} = 1 - \tanh^2 \left(0.881 \frac{y}{\delta_t} \right)$
Rajaratnam (1976)	$\frac{V}{V_{\text{máx}}} = e^{-0.693 \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^2}$ $\frac{V}{V_{\text{máx}}} = 1.48 \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \text{erf} \left(0.58 \frac{y}{\delta_t} \right) \right)$
Hager (1992), citado por Chanson y Brattberg (2000)	$\frac{V}{V_{\text{máx}}} = 2 \left(5 \frac{y}{\delta_t} e^{-1-8 \frac{y}{\delta_t}} \right)^{0.22}$
Ohtsu et al. (1990)	$\frac{V}{V_{\text{máx}}} = e^{-0.8 \left(1.702 \frac{y - \delta_{\text{máx}}}{\delta_t} \right)^2}$ $\frac{V}{V_{\text{máx}}} = e^{-0.8 \left(1.214 \frac{y - \delta_{\text{máx}}}{\delta_t} \right)^2}$

Lin et al. (2012)	$\frac{V}{V_{m\acute{a}x}} = 2.3 \left(\frac{y}{\delta_l}\right)^{0.42} \left(1 - \operatorname{erf}\left(0.386 \frac{y}{\delta_l}\right)\right)$
-------------------	---

donde *erf* es la función error, *V* la velocidad, *V_{máx}* la velocidad máxima obtenida en la sección transversal, *y* el calado, y *δ_l* la longitud característica del resalto según la Figura 6.

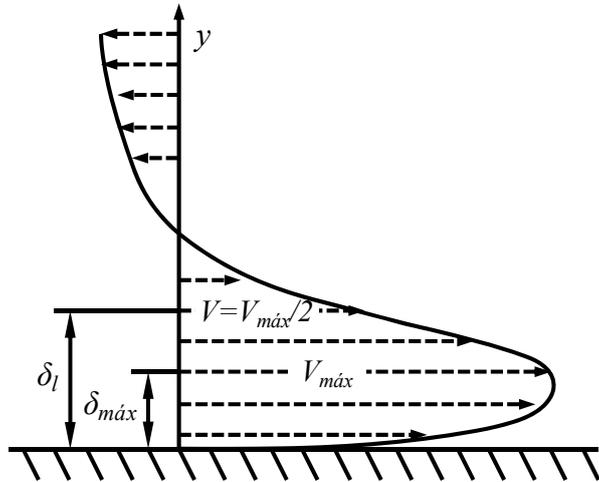


Figura 6.- Definición esquemática del perfil de velocidades medias en un resalto sumergido

Considerando que *V_j* es la velocidad del chorro incidente en el colchón de agua, *B_j* el espesor del chorro, y *β* el ángulo que forma el chorro incidente con la horizontal, a partir del análisis dimensional de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas de Reynolds, se pueden definir las características básicas del flujo principal en un cuenco de disipación (Rajaratnam, 1976, citado por Liu et al., 1998).

En las Figuras 7 y 8 se han graficado las distribuciones de velocidad horizontal obtenidas en laboratorio y con las simulaciones numéricas para distintos caudales y colchones, junto con las formulaciones propuestas por diversos autores. Los datos se han separado en función de si los perfiles muestran flujo de recirculación negativo o si por el contrario el perfil muestra únicamente velocidades hacia aguas abajo. El límite entre ambas situaciones parece encontrarse a unos 0.20-0.30 m del punto de estancamiento para el rango de caudales y colchones analizados. **Se puede observar que los datos colapsan para $V_x/V_{m\acute{a}x} \geq 0.40$, en tanto que no se ajustan a una única ley para valores inferiores a este valor, debido a que el chorro entra en el cuenco de forma casi vertical; en contraste con los resaltos sumergidos aguas abajo de compuertas o aliviaderos, en donde el chorro es horizontal. También se puede observar que los casos con mayor diferencia entre los dos tipos de chorros se producen en grandes colchones de agua ($Y/B_j > 20$).**

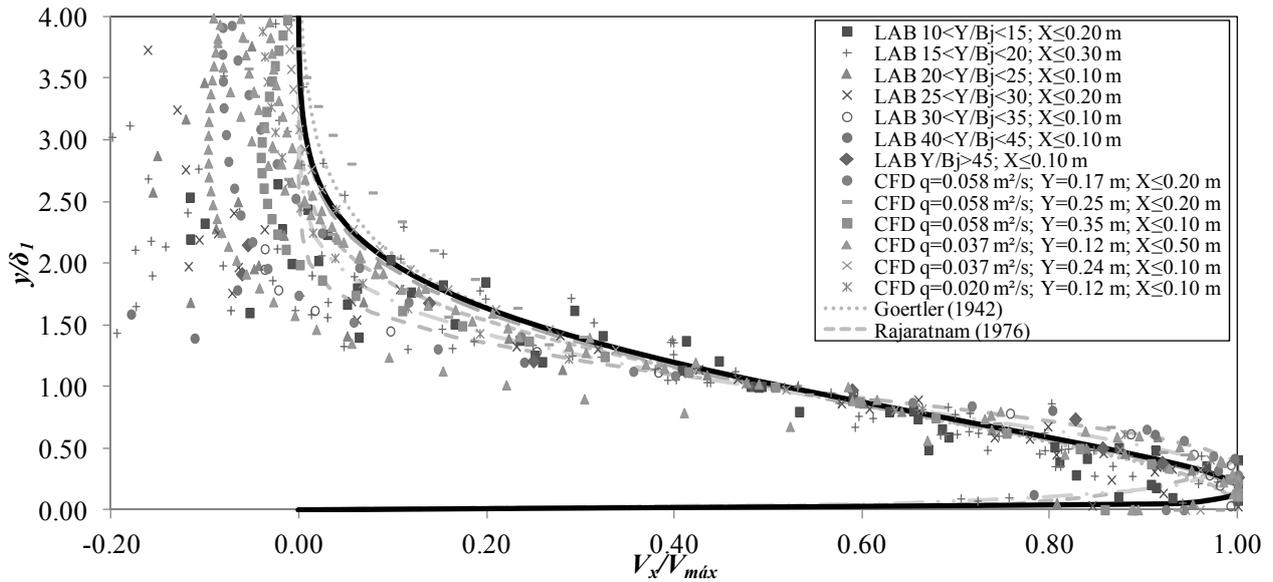


Figura 7.- Distribución de velocidades obtenidas aguas abajo del punto de estancamiento con simulaciones numéricas y mediciones de laboratorio. Perfiles con flujo negativo

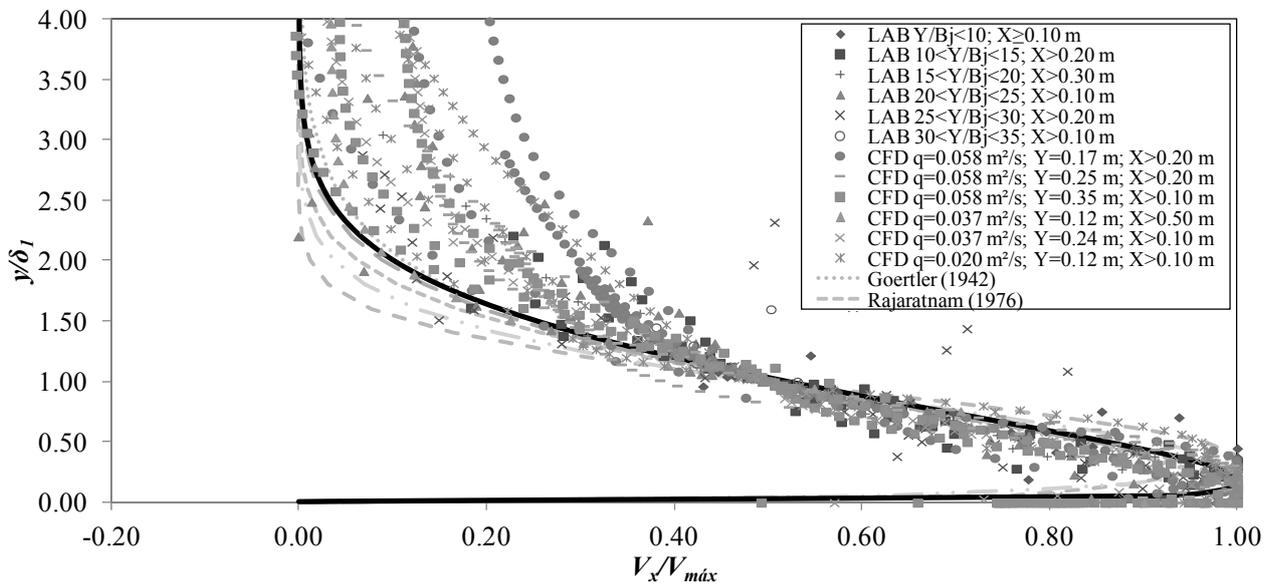


Figura 8.- Distribución de velocidades obtenidas aguas abajo del punto de estancamiento con simulaciones numéricas y mediciones de laboratorio. Perfiles sin flujo negativo

Con estos datos se ha propuesto el siguiente ajuste para un perfil de velocidad adimensional de chorro de fondo y el límite de recirculación del flujo inverso, en el caso de un cuenco de vertido:

$$\frac{V}{V_{m\acute{a}x}} = 1.48 \left(\frac{y}{\delta_l} \right)^{\frac{1}{7}} \left(1 - \operatorname{erf} \left(0.66 \frac{y}{\delta_l} \right) \right) \quad [2]$$

donde δ_l es la longitud característica de la distribución de velocidades en el resalto hidráulico (calado y donde $V_x = V_{m\acute{a}x}/2$).

CONCLUSIONES

En este artículo se han comparado los perfiles de velocidad y de energía cinética turbulenta obtenidos aguas abajo del punto de incidencia de un chorro de vertido libre rectangular.

En general, el modelo de turbulencia SST empleado obtuvo resultados similares a los valores registrados en laboratorio y obtenidos con las formulaciones propuestas por distintos autores en resaltes sumergidos.

Los perfiles de velocidad y energía cinética aguas abajo del punto de estancamiento siguen el patrón de las mediciones realizadas, con diferencias en las velocidades inferiores al 10% de la velocidad del chorro incidente. Sin embargo, las discrepancias son notables en zonas de alta aireación. **Es posible ajustar una única distribución de velocidades para $V_x/V_{máx} \geq 0.40$, en tanto que para valores inferiores, la caracterización del fenómeno requiere una familia de ajustes.**

AGRADECIMIENTOS

Ministerio de Ciencia e Innovación de España y fondos Europeos de Desarrollo Regional (FEDER), Proyecto BIA2011-28756-C03-02.

REFERENCIAS

- ANSYS CFX (2011). ANSYS CFX. *Reference Guide. Release 14.0.*
- Armengou, J. (1991). *Vertido libre por coronación presas bóveda. Análisis del campo de presiones en cuenco amortiguador.* PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J. (1997). "Turbulence Modeling Validation Testing and Development". *NASA Technical Mem. 110446.*
- Bollaert, E. and Schleiss, A. (2003). "Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets Part I: A state-of-the-art review". *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 41, No.5, pp. 451-464.
- Carrillo, J.M. (2014). *Metodología numérica y experimental para el diseño de los cuencos de disipación en el sobrevertido de presas de fábrica.* PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cartagena, España.
- Castillo, L.G. (1989). *Metodología experimental y numérica para la caracterización del campo de presiones en los disipadores de energía hidráulica. Aplicación al vertido libre en presas bóveda.* PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Castillo, L.G., Puertas, J. and Dolz, J. (1999). "Discussion about pressure fluctuations on plunge pool floors". *Journal of Hydraulic Research*, Vol.37, No.2, pp. 272-788.
- Castillo, L. G. (2002). "Parametrical analysis of the ultimate scour and mean dynamic pressures at plunge pools". *Proc. École Polytechnique Fédérale de Lausanne*, Switzerland. Schleiss & Bollaert (eds). A.A. Balkema. ISBN 90 5809 518 5.
- Castillo, L.G. (2006). "Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools". *The 7th International Conference on Hydrosience and Engineering (ICHE-2006)*, IAHR, ASCE, Drexel University. College of Engineering. DSpace Digital Lybrary. DU Haggerty Library. Philadelphia, USA.
- Castillo, L.G. (2007). "Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool". *32nd Congress of IAHR, the International Association of Hydraulic Engineering & Research*, Vol.2, pp. 645-655, Venice, Italy.
- Castillo, L.G., Puertas, J. and Dolz, J. (2007). "Discussion about Scour of Rock due to the impact of plunging high velocity jets". *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 45, No. 6, pp. 715-723.
- Castillo, L.G. and Carrillo, J.M. (2011). "Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices". *34th IAHR World Congress. International Association of Hydro-Environment Engineering and Research.* Brisbane, Australia.
- Castillo, L. G., and Carrillo, J. M. (2013). "Analysis of the scale ratio in nappe flow case by means of CFD numerical simulation. *Proceedings of the 35th IAHR World Congress.* Chengdu, China.
- Castillo, L. G., Carrillo, J. M., and Blázquez, A. (2014). "Plunge pool mean dynamic pressures: a temporal analysis in nappe flow case". *Submitted for publication in the Journal of Hydraulic Research.*
- Castillo, L. G., Carrillo, J. M., and Sordo-Ward, A. (2014). "Simulation of overflow nappe impingement jets". *Accepted for publication in the Journal of Hydroinformatics.*
- Chanson, H., and Brattberg, T. (2000). "Experimental study of the air-water shear flow in a hydraulic jump". *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.26, No.4, pp. 583-607.
- Davies, J.T. (1972). *Turbulence phenomena.* Academic Press, New York and London.
- Ervine, D.A. and Falvey, H.R. (1987). "Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools". *Proceedings of the Institutions of Civil Engineers*, Part. 2, Vol. 83, pp. 295-314.

- Ervine, D.A., Falvey, H.T. and Withers, W.A.** (1997). "Pressure fluctuations on plunge pool floors". *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 35, No. 2, pp. 257-279.
- Federspiel, M.P.** (2011). *Response of an Embedded Block Impacted by High-Velocity Jets*. PhD Thesis. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse.
- Görtler, H.** (1942). "Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes". *Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik - ZAMM*, Vol.22, No.5, pp. 244–254, (in German).
- Hager, W. H.** (1992). *Energy dissipators and hydraulic jump (Vol. 8)*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publ. Water Science and Technology Library.
- Lin, C., Hsieh, S.-C., Lin, I.-J., Chang, K.-A., and Raikar, R.V.** (2012). "Flow property and self-similarity in steady hydraulic jumps". *Journal of Experiments in Fluids*. Vol.53. pp. 1591-1616.
- Liu, P., Gao, J., and Li, Y.** (1998). "Experimental investigation of submerged impinging jets in a plunge pool downstream of large dams". *Science in China*, Vol.41, No.4, pp. 357-365.
- Manso, P.A., Bollaert, E.F.R. and Schleiss, A.J.** (2005). "Dynamic pressures generated by plunging jets in confined pools under extreme flood discharges". *XXXI IAHR Congress*, Seoul, CD_Rom, pp. 2848-2860.
- Ohtsu, F., Yasuda, Y., and Awazu, S.** (1990). "Free and submerged hydraulic jumps in rectangular channels". *Report of the Research Institute of Science and Technology*. Nihon University. No 35.
- Puertas, J.** (1994). *Crterios hidráulicos para el diseño de cuencos de disipación de energía en presas bóveda con vertido libre por coronación*. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Rajaratnam, N.** (1965). "The hydraulic jump as wall jet". *Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Division*. 91(HY5). pp. 107-132.
- Withers, W.** (1991). *Pressure fluctuation in plunge pool of an impinging jet spillway*. PhD Thesis, University of Glasgow, United Kingdom.