



Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Ingeniería Civil

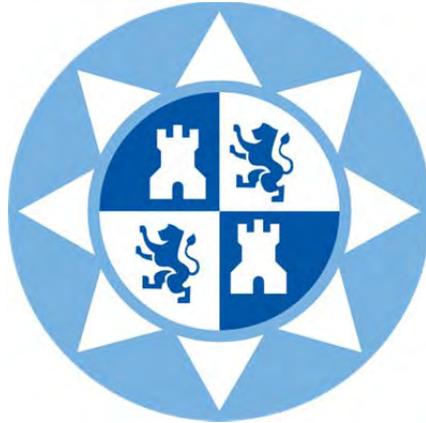
**Estudio experimental y numérico de
los sistemas de captación de fondo**

D. Juan Tomás García Bermejo

2016



Hidr@m
Hidr@m



Universidad Politécnica de Cartagena
Departamento de Ingeniería Civil

Estudio experimental y numérico de los sistemas de captación de fondo

D. Juan Tomás García Bermejo

Director

Dr. Luis G. Castillo Elsitdié

2016

AGRADECIMIENTOS

Muchas son las personas que me han ayudado durante estos años, sin duda sin ellas no habría sido posible llevar a cabo este trabajo. En primer lugar quiero agradecer a mi director de tesis, el Dr. Luis G. Castillo Elsitdié, por su apoyo y sus buenos consejos en todo momento. Su compromiso por la investigación y la docencia en el campo de la Hidráulica constituyen para todos un ejemplo a seguir.

Quisiera destacar el apoyo incondicional de D. Manuel Alcaraz Aparicio y del Dr. Emilio Trigueros Tornero, velando cada día sin descanso por lo mejor para la Escuela de Caminos y Minas de Cartagena. Vuestro trabajo no pasa inadvertido y esto es gracias a vosotros también.

Muchos buenos planteamientos, ideas y conclusiones ya sabéis que sin duda surgen de las charlas con los compañeros y ahí siempre habéis estado José María Carrillo Sánchez y Antonio Vigueras Rodríguez, deciros que ha sido una gran experiencia, gracias.

El trabajo en el laboratorio es un capítulo aparte y ahí en primer lugar tengo que recordar todo lo que he aprendido de Andrés Márquez Mulero y del buen recuerdo de tantos momentos dedicados en el laboratorio de hidráulica. Gracias a Félix Pérez Zamora por pasar por allí y ayudarnos con la electrónica. La ayuda de Emiliano García Bermejo y Francisco Celdrán Mulas ha sido imprescindible en esas largas jornadas de medición. También Benito Sánchez Rivas ha pasado por allí con mucho acierto. La incorporación de Jordi Moreno ha contribuido durante el último verano a finalizar el trabajo. A todos mil gracias.

A todos los compañeros de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España, por estar siempre dispuestos a ayudar y a compartir sus equipos, en concreto quiero agradecer de forma expresa el gran trato recibido por el Centro de Estudios Hidrográficos en las personas del Dr. David López Gómez, Dr. Luis Balairón Pérez, Juan José Rebollo Cillán y Rubén Díaz. Del mismo modo agradecer al Dr. José Anta Álvarez su disposición a ayudarme con el PIV.

No podré agradecer nunca el sacrificio que mi familia ha hecho por mí. Gracias por vuestra paciencia y apoyo en todo momento.

DEDICATORIA

A mis abuelos Aurora, Caridad, Emiliano y Tomás,

A mis padres Sagrario y Juan,

A mi mujer Elena y a mis hijas Alba, María y Elena.

“La vida de cada hombre es un camino hacia sí mismo, el intento de un camino, el esbozo de un sendero. Ningún hombre ha llegado a ser él mismo por completo; sin embargo, cada cual aspira a llegar, los unos a ciegas, los otros con más luz, cada cual como puede. Todos llevan consigo, hasta el fin, los restos de su nacimiento, viscosidades y cáscaras de un mundo primario. Unos no llegan nunca a ser hombres; se quedan en rana, lagartija u hormiga. Otros son mitad hombre y mitad pez. Pero todos son una proyección de la naturaleza hacia el hombre. Todos tenemos en común nuestros orígenes, nuestras madres; todos procedemos del mismo abismo; pero cada uno tiende a su propia meta, como un intento y una proyección desde las profundidades. Podemos entendernos los unos a los otros; pero interpretar es algo que sólo puede hacer cada uno consigo mismo”.

Herman Hesse

RESUMEN

Los sistemas de captación de fondo pueden constituir infraestructuras eficaces para la derivación de caudales en cauces efímeros, donde el transporte de sedimentos alcanza valores importantes. La optimización de estos sistemas para dicho fin supone hoy en día un motivo de investigación en las zonas semiáridas. De forma resumida dichos sistemas de captación de fondo se pueden dividir en las siguientes partes: i) reja de captación; ii) canal de transporte; iii) desarenador.

La presente tesis se ha centrado en la reja de captación. Se ha establecido la influencia de la inclinación longitudinal de la reja, así como de las condiciones de aproximación del flujo a la entrada de la reja, a la hora de definir: i) cuantía de caudales derivados; ii) perfil adoptado por la lámina de agua y iii) coeficiente de descarga, entendido éste como la variable obtenida experimentalmente al relacionar el caudal derivado con la altura de energía de aproximación. Mientras diversos autores reconocen esta influencia a partir de trabajos experimentales (Orth, 1954; Frank, 1959; White et al. 1972), otros no consideran apreciable dicha influencia, por no disponer de una campaña experimental con pendientes longitudinales suficientemente amplia (Nosedá, 1956) o por centrarse en pendientes longitudinales elevadas, superiores al 35% (19°), y donde dicha influencia deja de apreciarse al analizar el perfil de la lámina de agua (Brunella et al. 2003). Los trabajos han sido realizados en la infraestructura construida en el laboratorio de Hidráulica de la UPCT para rejillas con sección en T, e índices de huecos comprendidos entre 0.16 y 0.28 y para pendientes del 0 al 33%.

La definición del campo de velocidades y presiones del flujo a lo largo de la reja, mediante PIV y tubo pitot, ha permitido poder establecer la relación entre el coeficiente de descarga y la presión sobre la hendidura (Krochin, 1978), así como las diferencias con lo propuesto por diversos desarrollos teóricos existentes (Castro-Orgaz y Hager, 2011).

A partir de los trabajos experimentales y numéricos recogidos en la bibliografía hasta la fecha se ha propuesto un ajuste multiparámetro partiendo de las variables adimensionales obtenidas de un análisis dimensional. A partir de dicho ajuste se construye un ábaco que arroja el valor del coeficiente de descarga equivalente para diferentes condiciones de número de Froude al inicio de la reja, F_{r0} , tipo de barra y su espaciamiento, m .

El estudio de la sedimentación de los materiales transportados por el flujo en la hendidura de las rejillas ha permitido establecer la pendiente longitudinal más eficiente en el 30%. Del mismo modo se ha propuesto el incremento de longitud de reja que contemple dicho fenómeno. Estos trabajos se han llevado a cabo a partir de una campaña experimental con flujos que transportan gravas que ha permitido estudiar el fenómeno de la oclusión de la hendidura de las rejillas de fondo.

ABSTRACT

Bottom intake systems can become effective infrastructure to derive flows in ephemeral streams, where sediment transport reaches important values. The optimization of these systems is a cause for research in semiarid areas. Briefly, these systems can be divided into the following parts: i) bottom rack; ii) transport channel; iii) sand trap.

This thesis has focused on the bottom rack. Influence of longitudinal rack slope, as well as the approach flow conditions, is established for the: i) amount of derived flows; ii) profile adopted by the water surface and iii) discharge coefficient, taken as the variable defined experimentally by relating the derived flow rate and energy height. Several authors recognize this influence from experimental work (Orth, 1954; Frank, 1959. White et al 1972). Others do not consider this influence due to lack of sufficiently large slopes measurements (Noseda, 1956), or because they reached values higher than 35% (19°), where such influence is no longer observed when analyzing the water surface profile (Brunella et al. 2003). The work has been carried out in the laboratory of hydraulics of the UPCT for T shaped bars and for rates ranging from 0.16 to 0.28 bar space and slope from 0 to 33%.

Velocity field and flow pressures measurements along the racks, using PIV (Particle Image Velocimetry) and pitot tubes, has allowed to establish the relationship between the discharge coefficient and pressure on the slit (Krochin, 1978), as well as differences between existing theoretical developments of pressure field along the flow over the racks (Castro-Organ and Hager, 2011).

From information of several experimental works carried out to date, a multiparameter adjustment is proposed, based on variables obtained from a dimensional analysis. From this is defined an abacus to obtain the equivalent discharge coefficient value for different conditions as: Froude number at the beginning of the rack, F_{r0} , bar type and void ratio, m .

Finally, the study of sedimentation of materials carried by the flow in the space between bars has established the most efficient longitudinal slope at 30%. Similarly, it has proposed increasing rack length that includes this phenomenon. Experimental test with flow that include gravels are taken in the hydraulic device allowing study of occlusion phenomena.

ÍNDICE

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN	1
1 Origen del Estudio y contexto	1
1.1 Motivación de la tesis.....	2
1.2 Estado del conocimiento	2
1.2.1 Diseño de la reja de fondo	3
1.2.2 Historia de las captaciones de fondo	4
1.2.3 Diseño y concepción hidráulica de las rejillas de las captaciones de fondo	4
1.2.4 Descarga a través de la reja	4
1.2.5 Energía, perfil del flujo y longitud de reja.....	6
1.2.5.1 Línea de energía horizontal y paralela a una reja horizontal, Garot (1939)	7
1.2.5.2 Línea de energía paralela al fondo del canal	8
1.2.5.2.1 Análisis del flujo gradualmente variado, De Marchi (1947).....	8
1.2.5.2.2 Análisis teórico del flujo sobre una reja, Nosedá (1956)	9
1.2.5.2.3 Mostkow (1957).....	11
1.2.5.2.4 Parámetro ψ de la reja, Dagan (1963)	12
1.2.5.2.5 Fórmulas usadas para el cálculo de la longitud de reja según Krochin (1978)	13
1.2.5.2.6 Resumen de resultados de cálculo de longitud de reja bajo la hipótesis de línea de energía paralela a la reja	13
1.2.5.3 Línea de energía horizontal	14
1.2.5.3.1 Análisis teórico del flujo sobre una reja, Bouvard (1953).....	15
1.2.5.3.2 Línea de energía horizontal, perfil elíptico de flujo, Frank (1956)	16
1.2.5.3.3 Método Gráfico. Análisis de las dos hipótesis, Frank, 1959	16
1.2.5.3.4 Perfil normalizado para ángulos de inclinación de la reja de hasta 50° (119%), Brunella et al. (2003).....	18
1.2.5.3.5 Longitud de reja a partir de $C_q = f(m, H_0, Cq_0, F_{H0}, \dots)$	21
1.2.5.3.6 Resumen de resultados de cálculo de longitud de reja con hipótesis de línea de energía horizontal	22
1.2.5.4 Otras formulaciones y análisis encontrados respecto a la longitud de la reja .	23
1.2.5.4.1 Primeras formulaciones usadas para el cálculo de la longitud de reja, Mostkow (1957).....	23
1.2.5.4.2 Cálculo de la longitud de reja, Ven Te Chow (1959).....	24
1.2.5.4.3 Drobir (1981, 1999). Diferencia de caudal derivado entre dos perfiles del flujo que se producen sobre la reja.....	25
1.2.5.4.4 Aproximación de la función $\Phi(h/H)$ de Gherardelli , recogido por Frank (1959)	28
1.2.5.4.5 Método de Forchheimer, recogido por Garot (1939)	29

1.2.5.4.6	Comparación de la longitud de reja para otras formulaciones	30
1.2.5.5	Resumen de las fórmulas para cálculo de longitud de reja	32
1.2.6.	Perfil de las barras de la reja y coeficiente de descarga C_q	35
1.2.6.1	Resumen de formulaciones del coeficiente de descarga, C_q	54
1.2.7	Influencia de la inclinación de la reja	55
1.2.8	Distribución de velocidades y presiones sobre la reja	56
1.2.9	Análisis de los sedimentos.....	63
1.2.9.1	Obras de aproximación a la reja.....	64
1.2.9.2	Diseño de la reja.....	65
1.2.9.3	Recomendaciones respecto a la obstrucción por sedimentos	66
1.2.9.4	Calculo de la obstrucción de la reja por sedimentos	67
1.2.9.5	Captaciones en zonas semiáridas	68
1.2.9.6	Efecto de Coanda	68
1.3	Objetivos de la presente tesis	70
Capítulo 2 . INFRAESTRUCTURA DE UN SISTEMA DE CAPTACIÓN EN EL LABORATORIO DE HIDRÁULICA DE LA UPCT		71
2.	Antecedentes a la construcción de la infraestructura de captación.....	71
2.1	Definición de la infraestructura hidráulica. Criterios de diseño y dimensiones adoptadas.....	75
2.1.1	Conducciones de toma y medición de caudal de entrada	76
2.1.2	Arqueta de toma	77
2.1.3	Canal de aproximación	77
2.1.4	Rejas de barras longitudinales y abatibles.....	78
2.1.5	Canal recogida agua captada	79
2.1.6	Canal colector curvo.....	80
2.1.7	Sección transversal desarenador.....	81
2.1.8	Canal descarga, medición caudal no captado	81
2.2.	Aforo del vertedero triangular.....	83
2.3	Fotografías de la infraestructura.....	85
Capítulo 3 . TRABAJO EXPERIMENTAL		91
3.1	Introducción	91
3.2	Perfil de la lámina de agua	92
3.3	Coeficiente de descarga laboratorio UPCT	98
3.4	Campo de velocidades sobre la reja	107
3.4.1	Mediciones con doble tubo Pitot.....	107
3.4.2	Mediciones con PIV (Particle Image Velocimetry)	111
3.4.3	Cálculos realizados a partir del campo de velocidades	116
3.4.3.1	Variación de le energía del flujo sobre la reja	116

3.4.3.2	Coeficientes de presión y velocidad	118
3.4.3.3	Distribución de presiones en el espacio entre barrotes.....	123
Capítulo 4 .	GENERALIZACIÓN DEL COEFICIENTE DE DESCARGA.....	129
4.1	Introducción	129
4.1.1	Diferencias al considerar un coeficiente de descarga C_{qH} equivalente con valor constante a lo largo de la reja	130
4.1.2	Ajuste del coeficiente de descarga estático, C_{q0} , en función del tipo de barra	131
4.2	Análisis Dimensional para el ajuste de C_{qH}	132
4.2.1	Valores de C_{qH} obtenidos de la bibliografía y de la campaña experimental respecto a las variables adimensionales.....	134
4.3	Ajuste multiparamétrico para el ajuste del coeficiente de descarga C_{qH}	139
4.4	Construcción de un ábaco para la selección de C_{qH}	145
4.5	Aplicación del ábaco para el cálculo de las longitudes de reja	149
4.6	Relación entre la pendiente longitudinal de la reja y una potencia unitaria de flujo efectivo, P_{ufe}	151
Capítulo 5 .	INFLUENCIA DEL TRANSPORTE DE FONDO EN LOS SISTEMAS DE CAPTACIÓN. ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA OCLUSIÓN EN LAS REJAS.....	153
5.1	Introducción	153
5.2	Descripción de la campaña experimental.....	154
5.3	Resultados obtenidos en la campaña experimental	155
5.3.1	Oclusión de las rejas a lo largo del tiempo	155
5.3.2	Porcentaje de material sólido captado	159
5.3.3	Eficiencia en la captación para flujos con gravas.....	161
5.3.4	Índice de huecos efectivo	164
5.3.5	Longitud de reja mojada efectiva	168
5.3.6	Relación entre la oclusión y parámetros hidráulicos	170
5.3.7	Longitudes de reja mojada teniendo en cuenta la oclusión de las rejas.....	174
5.3.8	Áreas de deposición preferente sobre la reja	175
Capítulo 6 .	CONCLUSIONES, APORTACIONES Y FUTUROS DESARROLLOS.....	179
6.1	Conclusiones y aportaciones	179
6.2	Posibles futuros desarrollos.....	180
APÉNDICE 1	183	
A.1.1	Garot (1939).....	184
A.1.2	Krochin (1978)	186
A.1.3	Frank (1959).....	187
A.1.5	Mostkow (1957)	190
A.1.6	Frank en relación a Noseda	191

A.1.7	Ecuación de Castro-Orgaz y Hager (2011).....	192
A.1.8	Ecuación de Nakagawa (1968) para la reja de fondo	195
APÉNDICE 2		201
APÉNDICE 3		207
BIBLIOGRAFÍA		210

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Izqda: Vista de obra de captación de fondo en cauce efímero. Tomadero de Dos Aguas, Barranco de Las Angustias, Isla de La Palma. (Islas Canarias España). Dcha: Detalle de la reja de fondo formado por barras longitudinales al flujo. 3

Figura 1.2. Representación de una hendidura de ancho b_l y definición del índice de huecos m . 5

Figura 1.3. Línea de energía paralela al fondo, energía específica H constante. 8

Figura 1.4. Representación de las curvas de perfil de flujo Φ y distribución de caudal β 10

Figura 1.5. Representación de la relación entre el término $\frac{h_0 \cdot \sqrt{1-h_0}}{\sqrt{h_1}} \cdot \left(\frac{q_0 - q}{q_0}\right)$ y el parámetro Ψ .
..... 12

Figura 1.6. Longitudes de reja calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es paralela a la reja de fondo, $m = 0.6$ y pendiente del 20%. 14

Figura 1.7. Línea de energía horizontal (nivel de H constante). 15

Figura 1.8. Análisis de perfil elíptico de flujo, cuyos ejes son equivalentes a la longitud de la reja y al calado crítico. 16

Figura 1.9. Esquema del movimiento de agua con la línea de la energía horizontal. 17

Figura 1.10. Método gráfico del perfil del flujo con la línea de energía horizontal. (a) curvas ($q-h$) según ecuaciones (1.36) y (1.37). (b) curva $\frac{(h-q_d)}{2} \Delta x$ según la ecuación (1.38). 18

Figura 1.11. Gráfico para gradiente de energía paralela al fondo (energía específica). 18

Figura 1.12. Perfil del flujo según Brunella et al. (2003), para el rango de caudales de $0.07 < q < 0.2 \text{ m}^2/\text{s}$ y ángulo de inclinación $19^\circ < \theta < 44^\circ$ ($34.4 < \theta < 96.6\%$). 19

Figura 1.13. Perfil de la superficie libre calculada $Z = f(X_R)$, para pendientes de hasta 20% e índices de huecos $m = 0.16, 0.22$ y 0.28 20

Figura 1.14. Perfil de la superficie libre calculada $Z_0 = f(X_0)$, solución para varios ángulos θ . 21

Figura 1.15. Longitudes de reja calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es horizontal, $m = 0.60$ y pendiente del 20%. 22

Figura 1.16. Representación de variables para el cálculo de la longitud de reja según Mostkow (1957). 24

Figura 1.17. Esquemas de obras de captación propuestas en función de la cantidad de sedimentos según Drobir (1981). 26

Figura 1.18. Gráficas y fórmulas propuestas por Drobir (1981) para el cálculo de la longitud de reja mínima y captación de un caudal a partir de la ecuación (1.56). 27

Figura 1.19. Representación de las longitudes L_1 y L_2 medidas en modelo de reja, Drobir et al. (1999). 28

Figura 1.20. Datos de longitudes L_1, L_2 y $L_{\text{PROTOTIPO}}$ TIWAG de Drobir(1999) y longitudes de reja calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías señaladas en el presente apartado, $m = 0.6$ 31

Figura 1.21. Longitudes de reja calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es paralela a la reja de fondo, $m = 0.60$ y pendiente del 20%. 34

Figura 1.22. Tipos de perfil de reja ensayados por Orth et al. (1954), b_l espaciamiento entre barras y b_w ancho de barra en milímetros. 37

Figura 1.23. Rendimiento q_d/q_1 de los perfiles P1, P2, P3, P4 y P5 para la pendiente del 0 y del 20% de inclinación de la reja respecto a la horizontal. 38

Figura 1.24. Coeficiente de descarga para el perfil tipo T determinado a partir de un tanque con carga constante 39

Figura 1.25. Representación del coeficiente de descarga en función de la relación h/l , para rejas tipo T, $m = 0.28$; arriba: flujo aproximación subcrítico; abajo: flujo aproximación supercrítico (Nosedá, 1956b).	40
Figura 1.26. Valores de C_{q0} en función del tipo de perfil de la reja Frank (1956), recogido por Sotelo (2004).	42
Figura 1.27. Vista transversal de la reja empleada por White et al (1972) y sección longitudinal del modelo de laboratorio.	43
Figura 1.28. Relación caudal captado respecto al caudal de aproximación para distintas longitudes de reja e índice de huecos de 0.333, según White et al. (1972)	44
Figura 1.29. Caudales captados a lo largo de la reja para el caso de pendiente longitudinal del 20% y caudales de aproximación de 0.25 a 2 m ³ /sm (referidos a prototipo), Drobir (1999).	45
Figura 1.30. Vista transversal de la reja empleada por Righetti et al. (2000) y Righetti y Lanzoni (2008).	45
Figura 1.31. Vista transversal de la reja empleada por Righetti et al. (2000) y Righetti y Lanzoni (2008).	46
Figura 1.32. Esquema de ensayo para determinar el coeficiente de descarga estático C_{q0} , según Brunella et al. (2003).	46
Figura 1.33. Coeficiente de descarga C_{q0} en función del número de Reynolds Re_c (---valores promedio).	47
Figura 1.34. Coeficiente de descarga C_{q0} en función del número de Reynolds Re_0 , calculado para el calado h_0 al inicio de la reja.	48
Figura 1.35. Caso de caudal $q_1 = 114.6$ l/s/m, $m = 0.22$, pendiente del 30%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.	49
Figura 1.36. Caso de caudal $q_1 = 155.4$ l/s/m, $m = 0.22$, pendiente del 30%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.	50
Figura 1.37. Caso de caudal $q_1 = 114.6$ l/s/m, $m = 0.28$, pendiente del 30%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.	51
Figura 1.38. Caso de caudal $q_1 = 155.4$ l/s/m, $m = 0.28$, pendiente del 20%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.	52
Figura 1.39. Representación de la velocidad media del flujo a lo largo de la reja.	57
Figura 1.40. Energía específica y distribución de la velocidad del flujo a lo largo de la reja con barras horizontales. $b_l = 6$ mm, $b_w = 14$ mm, $m = 0.30$ (Experiencias de N. Danelia y N. Zworykine, 1953).	57
Figura 1.41. Distribución de la presión sobre la hendidura y sobre la reja de forma rectangular: $b_l = 3$ mm, $b_w = 8$ mm, $b_h = 28$ mm, $m = 0.27$. (Experiencias de R. Khatchatryan, 1955).	58
Figura 1.42. Perfil transversal componente vertical de velocidad entre dos barras (Righetti, 2000).	60
Figura 1.43. Evolución a lo largo de la reja de las componentes horizontal y vertical de la velocidad medidas entre dos barras de la reja (Righetti et al., 2000).	61
Figura 1.44. Perfiles de velocidad a lo largo de la reja. (a) distribución de velocidad (b) relación U_s/U_c en función de $X = x/h_c$ medido (\square), frente al resultado de la ecuación (1.90) (Δ).	62
Figura 1.45. Perfil transversal del azud.	64
Figura 1.46. Perfil transversal del azud (Simmler, 1978).	64
Figura 1.47. Ract-Madoux et al. (1955). Recogido en el libro “Mobile barrages and intakes on sediment transporting rivers” (monografía de la IAHR), Bouvard (1992).	66
Figura 1.48. Comparación de las longitudes de reja respecto al caudal específico.	67

Figura 1.49. Perfil longitudinal del sistema de captación en el Barranco de Las Angustias (Castillo et al. 2000; Castillo, 2004).....	68
Figura 1.50. Características, disposición típica y parámetros de diseño de las pantallas del efecto de Coanda (Wahl, 2003).....	69
Figura 2.1. Esquema de un sistema de captación de fondo recogido por Drobir (1981) en su manual de Diseño de Captaciones en Ríos de Montaña (Traducción de Castro, 1982).....	72
Figura 2.2. Detalle de los planos del Sistema de captación diseñado en el barranco de Las Angustias en la zona de Dos Aguas. Vistas longitudinal y transversal al cauce del sistema de captación. Proyecto de La Viña (Castillo et al. 2000, Castillo et al. 2009).....	73
Figura 2.3. Detalle de los planos del sistema de captación diseñado en el barranco de Las Angustias en la zona de Dos Aguas. Vista en planta del canal de aceleración para el transporte de caudales captados por las rejas hacia el sistema de desarenado. (Castillo et al. 2000, Castillo 2004, Castillo et al. 2009).....	74
Figura 2.4. Detalle de los planos de Sistema de captación diseñado en el barranco de Las Angustias en la zona de Dos Aguas. Vista longitudinal al cauce del sistema de desarenador tipo DUFOUR de lavado continuo previo al embalse (Castillo et al. 2000, Castillo 2004 Castillo et al. 2009).....	74
Figura 2.5. Vista en planta de la infraestructura hidráulica donde se observan las distintas partes de la misma.....	75
Figura 2.6. Plano en 3D del modelo físico diseñado y ubicado en posición en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT.....	76
Figura 2.7. Alzado del canal de aproximación y de la reja así como del canal de recogida de caudales captados.....	78
Figura 2.8. Detalle de las rejas A, B y C de índices de huecos $m = 0.16, 0.22$ y 0.28 respectivamente.....	79
Figura 2.9. Vista del cajón de recogida de los caudales captados del Laboratorio de hidráulica de la UPCT una vez construido.....	80
Figura 2.10. Vista del plano de planta del canal colector--transversal de la infraestructura construida.....	80
Figura 2.11. Vista del plano de alzado, sección A-A según Figura 2.10, del canal colector--transversal de la infraestructura construida.....	81
Figura 2.12. Detalles constructivos de los vertederos triangulares.....	82
Figura 2.13. Dimensiones de Vertedero V-notch 45°	82
Figura 2.14. Vista del vertedero V-notch 45° instalado.....	83
Figura 2.15. Esquema de vertedero ubicado en canal con variables acotadas.....	83
Figura 2.16. Caudalímetro instalado a la entrada del circuito.....	84
Figura 2.17. Vista del canal de descarga.....	84
Figura 2.18. Ajuste potencial de la curva altura caudal para el caudalímetro electromagnético y para el medidor de velocidad doppler.....	85
Figura 2.19. Vista de la infraestructura de captación completa mirando hacia aguas abajo. donde se observa el canal de aproximación con el caudal q_1 , la reja y el caudal captado, q_d , y el caudal rechazado q_2	85
Figura 2.20. Vista de la infraestructura de captación mirando hacia aguas arriba. donde se observa el canal de aproximación la arqueta de toma las conducciones con el caudalímetro electromagnético y el depósito de toma.....	86
Figura 2.21. Vista del canal de aproximación mirando hacia aguas abajo.....	86
Figura 2.22. Vista frontal de la reja de captación visto desde aguas abajo, mirando hacia aguas arriba.....	87
Figura 2.23. Vista lateral de la reja y del cajón de caudales captados desde la margen izquierda.....	87

Figura 2.24. Vista lateral de la reja y del cajón de caudales captados desde la margen derecha.	87
Figura 2.25. Vista del canal de derivación de caudales captados en curva.	88
Figura 2.26. Vista de la zona transición del canal de agua captada.	88
Figura 2.27. Canal de eje circular de caudal captado hacia el desarenador.	89
Figura 2.28. Vista del canal de descarga con el vertedero triangular a 45°.	89
Figura 3.1. Calado de la lámina de agua, perpendicular al plano de la reja, h , adimensionalizada con el calado crítico, h_c , en función del factor $(x/hc)mCq_0$, donde Cq_0 es el coeficiente de descarga medido en condiciones estáticas.	92
Figura 3.2. Calado adimensional de la lámina de agua h/h_c , en función de $(x/hc)mCq_0$.	93
Figura 3.3. a) Calado adimensionalizado, h/h_c , en función del factor $(x/hc)mCq_0$, donde Cq_0 es el coeficiente de descarga medido en condiciones estáticas; b) h/h_c respecto a $(x/hc)mCq_0$ sobre la reja.	93
Figura 3.4. (a) Valores del coeficiente de descarga estático, Cq_0 , para $m = 0.16$; 0.22 y 0.28 para varios caudales de aproximación, q_1 . (b) Coeficiente de descarga estático, Cq_0 , en función del tipo de barra y del índice de huecos (ajuste exponencial).	94
Figura 3.5. Calado adimensional h/hc , multiplicado por el factor $(1+\tan\theta)$ en función de $(x/hc)mCq_0$, para los casos: (a) total puntos medidos y (b) puntos situados sobre la reja.	95
Figura 3.6. (a) Valores medidos en laboratorio junto a ec. (3.1). (b) Comparación de valores medidos frente a calculados a partir de la ecuación (3.1), se observan diferencias que en general están por debajo del $\pm 15\%$.	96
Figura 3.7. Vista longitudinal de la reja del laboratorio de hidráulica de la UPCT donde se señalan los valores L_1 y L_2 medidos para los caudales 53.8; 77.0 y 114.6 l/s/m, y las pendientes horizontal y del 33%.	97
Figura 3.8. Coeficiente de descarga, C_{QH} , obtenido para cada tramo de 5 cm de reja según la ec. (1.3), respecto al factor adimensional (x/h_c) , para los índices de hueco $m = 0.16$; 0.22 y 0.28 .	99
Figura 3.9. Ajuste exponencial del factos $C_{qH}(1+\tan\theta)$ en función de $(x/h_c)m$, según la ec. (3.4).	100
Figura 3.10. Valores medidos frente a calculados mediante la ecuación (3.4).	101
Figura 3.11. Caudales captados acumulados respecto al caudal entrante q_{dacum}/q_1 , a lo largo de la reja.	102
Figura 3.12. Perfil de la lámina de agua medido y calculado a lo largo de la reja para el caudal 155.4 l/s/m y varias pendientes.	103
Figura 3.13. Coeficiente de descarga, C_{qH} , medido en laboratorio UPCT y seno del ángulo del vector velocidad en la hendidura y calculado con CFD.	105
Figura 3.14. Coeficiente de descarga C_{qH} , calculado a partir de los ensayos de Orth et al. (1954), en un modelo a escala 1:5 para un índice de huecos $m = 0.312$.	106
Figura 3.15. Vista de los dispositivos tipo Pitot en posición horizontal y 22° dispuestos en paralelo para poder realizar mediciones simultáneas, por ejemplo en dos hendiduras.	107
Figura 3.16. Esquema de flujo sobre reja y detalle de posición del tubo Pitot.	108
Figura 3.17. Dirección y magnitud del campo de velocidades en un punto del flujo respecto a los ejes, sin inclinación y con inclinación a 22°, respecto al eje de velocidad máxima.	108
Figura 3.18. Detalle de montaje de equipamiento para recogida de presiones mediante transmisor de presiones Rosemount 2051CF y columnas de altura de presión.	110
Figura 3.19. Vista del sistema PIV formado por cámara de alta velocidad y láser situada en el laboratorio de Hidráulica de la UPCT.	111
Figura 3.20. Esquema del proceso de grabación de plano iluminado mediante láser. Tomada de www.dlr.de .	111
Figura 3.21. Esquema conceptual de cálculo de campo de velocidad PIV.	112
Figura 3.22. Detalle de correlación de subventanas correspondientes a dos imágenes.	112

Figura 3.23. Vista de los vectores trazados mediante correlación cruzada para el caso de la pendiente de la reja $i = 30\%$ y el caudal 114.6 l/s/m en un plano situado sobre la reja y en la sección situada a 10 cm del inicio de la reja. 113

Figura 3.24. Campo de velocidades y líneas de corriente medidas con PIV y calculadas mediante CFD para el caso $m = 0.28$ y pendiente horizontal, y los caudales de aproximación $q_l = 77.0$; 114.6 y 138.8 l/s/m. 114

Figura 3.25. Componentes horizontal y vertical de velocidad U_x y U_y , respectivamente, para las secciones transversales $X = 0.00$; 0.05; 0.10 y 0.20 m, medidas con PIV y simuladas con CFD. Caso $m = 0.28$, pendiente horizontal y caudal de aproximación $q_l = 114.6$ l/s/m. 115

Figura 3.26. Energía media en cada sección sobre hendidura y barra a lo largo de la reja (ec. 3.18), H , perfil de lámina de agua h , y término energía cinética $U^2/2g$, para el caso de pendiente horizontal. 116

Figura 3.27. Energía específica promedio, H , en cada sección sobre hendidura y barra a lo largo de la reja, y perfil de lámina de agua h , para el caso de pendiente del 30%. 117

Figura 3.28. Coeficiente de velocidad de la ecuación de la energía, α , para una sección transversal situada a una distancia x del inicio de la reja y para cada uno de los caudales específicos de aproximación, a partir del campo de velocidades calculado. 119

Figura 3.29. Coeficiente de presión de la ecuación de la energía, λ , para una sección transversal situada a una distancia x del inicio de la reja y para cada uno de los caudales específicos de aproximación, a partir del campo de velocidades calculado. 120

Figura 3.30. Comparativa de los perfiles de lámina de agua y relación del caudal captado acumulado por unidad de longitud, obtenidos mediante las ecuaciones (3.25), (3.26), (3.5) y (1.4). Caudal 114.6 l/s/m e índice de huecos $m = 0.28$ 121

Figura 3.31. Comparativa de los perfiles de lámina de agua y la relación del caudal captado acumulado por unidad de longitud, obtenidos mediante las ecuaciones (3.25), (3.26), (3.5) y (1.4). Caudal 155.4 l/s/m e índice de huecos $m = 0.28$ 122

Figura 3.32. Distribución de presiones según la ecuación (1.83) así como las medidas con pitot y simuladas con CFD, diversa secciones y caudal 77.0 l/s/m. 123

Figura 3.33. Distribución de presiones según la ecuación (1.83) así como las medidas con pitot y simuladas con CFD, diversa secciones y caudal 114.6 l/s/m. 125

Figura 3.34. Diferencia entre el término P_{CFD} , P_{pitot} , y $h \cdot \gamma + \Sigma \Delta p$, junto con la componente vertical de la velocidad, U_y , par el caso de caudal 114.6 l/s/m y pendiente horizontal en la coordenada longitudinal $x=0.10$ m. 127

Figura 3.35. Valores de C_{qH} y $[0.88 * (p_{hendidura} / H)^{0.50}]$ a lo largo de la reja, para los caudales $q_l = 77.0$; 114.6; 138.8 l/s/m y reja con índice de huecos $m = 0.28$ 128

Figura 4.1. Perfil de la lámina de agua para el caso $q_l = 155.4$ l/s/m, $m = 0.28$ y $\tan\theta = 0$. i) medido en laboratorio; ii) para la ecuación (3.5) con el $C_{qH}(x)$ ec. (3.4); iii) calculado a partir de la ec. (3.5) para un C_{qH} constante y para $h_0 = h_c$ 130

Figura 4.2. Ratio caudal derivado acumulado respecto al caudal entrante, q_l , a lo largo de la reja: i) medido en laboratorio; ii) calculado mediante la ecuación (3.5) con el $C_{qH}(x)$ ec. (3.4); iii) calculado a partir de la ec. (3.5) par un C_{qH} constante. 130

Figura 4.3. Coeficiente de descarga estático, C_{q0} , medido y ajustado en función del tipo de barra. 131

Figura 4.4. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejás y condiciones respecto al índice de huecos, m 135

Figura 4.5. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejás y condiciones respecto al número de Froude, F_{r0} 136

Figura 4.6. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejás y condiciones respecto al coeficiente de descarga estático, C_{q0} 136

Figura 4.7. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejas y condiciones respecto a la relación H_0/h_0 .	137
Figura 4.8. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejas y condiciones respecto a la relación b_w/b_l .	138
Figura 4.9. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejas y condiciones respecto al número de Reynolds, R_e .	138
Figura 4.10. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejas y condiciones respecto al número de weber, W_e .	139
Figura 4.11. Valores de C_{qH} obtenidos mediante la ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante el ajuste de la ec. (4.11) con los coeficientes de la tabla 4.2.	140
Figura 4.12. Valores de C_{qH} obtenidos mediante la ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante el ajuste de la ec. (4.11) con los coeficientes de la tabla 4.3.	141
Figura 4.13. Valores de C_{qH} obtenidos mediante la ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante el ajuste de la ec. (4.11) con los coeficientes de la tabla 4.4.	142
Figura 4.14. Bondad del ajuste mediante bandas de +/- 20% entre C_{qH} ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante ec. (4.11).	142
Figura 4.15. Valores del número de Froude al inicio de la reja, F_{r0} , frente a la relación entre la variación del coeficiente de descarga, C_{qH} respecto a la variación del número de Froude, F_{r0} .	143
Figura 4.16. Valores del número de Reynolds al inicio de la reja, R_{e0} , frente a la relación entre la variación del coeficiente de descarga, C_{qH} respecto a la variación del número de Froude, R_{e0} .	144
Figura 4.17. Valores del número de Weber al inicio de la reja, W_{e0} , frente a la relación entre la variación del coeficiente de descarga, C_{qH} respecto a la variación del número de Froude, W_{e0} .	144
Figura 4.18. Ábacos para barras circulares.	146
Figura 4.19. Ábacos para barras prismáticas redondeadas en coronación.	147
Figura 4.20. Ábacos para barras con sección en T.	148
Figura 4.21. Longitudes de reja, barras planas, calculadas en función del caudal específico de captación haciendo uso del ábaco de la figura 4.20 para un índice de huecos $m = 0.3$ y diversos números de Froude, $F_{r0} = 1; 1.4$ y 1.8 comprados con la longitud de reja calculada mediante el coeficiente de descarga para la pendiente horizontal.	149
Figura 4.22. (Antigua figura 1.22.) Longitudes de reja para barras circulares calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es paralela a la reja de fondo, $m = 0.6$ y pendiente del 20% a la que se ha añadido las longitudes calculadas mediante el ábaco propuesto en la figura 4.9 para los números de Froude al inicio $F_{r0} = 1.2, 1.4$ y 1.8 .	150
Figura 4.23. Ajuste de la relación h_0/h_c en función de P_{ufe} .	151
Figura 5.1. Ensayo con gravas sobre la reja del dispositivo físico del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena.	153
Figura 5.2. Curvas granulométricas de las gravas empleadas.	154
Figura 5.3. Evolución temporal del caudal rechazado para la grava 1.	156
Figura 5.4. Evolución temporal del caudal rechazado para la grava 2.	157
Figura 5.5. Evolución temporal del caudal rechazado para la grava 3.	158
Figura 5.6. Ract-Madoux et al. (1955), recogido en el monográfico de la IAHR “Mobile barrages and intakes on sediment transporting rivers” (Bouvard, 1992).	159
Figura 5.7. Vista lateral y frontal de la reja C para el caudal de 114.5 l/s/m y pendiente 0% en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT.	159
Figura 5.8. Porcentaje de material captado para cada grava y en función de la pendiente longitudinal de la reja.	160
Figura 5.9. Curvas granulométricas respecto a la dimensión menor c, de las gravas empleadas.	161

Figura 5.10. Relación $(q_1-q_2)/q_1$ para la grava 1 en función de la pendiente longitudinal de la reja.....	162
Figura 5.11. Relación $(q_1-q_2)/q_1$ para la grava 2 en función de la pendiente longitudinal de la reja.....	163
Figura 5.12. Relación $(q_1-q_2)/q_1$ para la grava 3 en función de la pendiente longitudinal de la reja.....	164
Figura 5.13. Índice de huecos efectivo medido a partir de imágenes de zona ocluida frente a calculado (ec. (3.5) y (3.4)).....	165
Figura 5.14. Vista de las rejas ocluidas al finalizar cada ensayo para la grava 1, reja B y el caudal $q_1 = 114.6$ l/s/m y pendientes 0; 10; 20; 30 y 33% (ordenadas de izquierda a derecha y de arriba abajo).....	166
Figura 5.15. Vista de las rejas ocluidas al finalizar cada ensayo para la grava 2, reja C y el caudal $q_1 = 114.6$ l/s/m y pendientes 0; 10; 20; 30 y 33% (ordenadas de izquierda a derecha y de arriba abajo).....	167
Figura 5.16. Valores del índice de huecos efectivo calculado a partir de los caudales rechazados y las ecuaciones (3.5) y (3.4).....	168
Figura 5.17. Longitud de reja mojada para cada caudal entrante y en función de la pendiente longitudinal de la reja.....	169
Figura 5.18. Tensión de corte τ_0 , número de Froude F_{r0} , y cuadrado del número densimétrico de partículas F_{rd0}^2 , al inicio de la reja, en función de la relación entre el índice de huecos efectivo y el índice de huecos, m'/m	170
Figura 5.19. Fuerza de arrastre, F_{D0} , velocidad media de la sección, U_0 , ratio velocidad media mediana del diámetro, U_0/d_{50} , al inicio de la reja en función de la relación entre el índice de huecos efectivo y el índice de huecos, m'/m	172
Figura 5.20. Ajuste lineal del ratio m'/m respecto a U_0 , d_{50c}/b_1 y W	173
Figura 5.21. Representación de los valores medidos en laboratorio y calculados a partir de la ecuación (5.6). La desviación máxima está por debajo del +/- 30%.....	173
Figura 5.22. Longitud de reja mojada para las rejas B y C y las gravas 1, 2 y 3 definidas a partir de datos experimentales (línea continua) y mediante el ajuste propuesto en la ecuación (5.6) (línea discontinua).....	174
Figura 5.23. Esquema de equilibrio de fuerzas actuantes en un sólido depositado sobre hendidura de la reja.....	175
Figura 5.24. Esquema de áreas con depósitos para el caso de la reja C y el caudal $q_1=155.4$ l/s/m y pendiente horizontal y del 30%, respectivamente.....	176
Figura 5.25. Equilibrio de fuerzas actuando en las gravas depositadas sobre las rejas, de acuerdo a la ecuación (5.7). Caso $m = 0.28$; grava 2; $q_1 = 155.4$ l/s/m e $i = 30\%$	177
Figura A1.1. Relación términos ecuación (1.7) de Frank,J. 1956.....	188
Figura A1.2. Esquema obra captación de fondo.....	189
Figura A1.3. Representación de las ecuaciones (A1.29), de Frank,J. 1956.....	190
Figura A1.4. Esquema de la reja de fondo.....	192
Figura A1.5. Esquema de la reja de fondo.....	195
Figura A2.1. Distribución de velocidades medida con doppler en las tres partes en que se divide la sección para el caudal de 11.85 m ³ /h.....	204
Figura A2.2. Distribución de velocidades medida con doppler en las tres partes en que se divide la sección para el caudal de 5.97 m ³ /h.....	205

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Resumen de las relaciones propuestas para estimar el flujo de descarga a través de una reja longitudinal.....	6
Tabla 1.2. Longitudes de reja para el caudal de aproximación $q_I=1.25 \text{ m}^2/\text{s}$ para las rejas de índice de huecos $m = 0.60$ y pendiente del 20%.....	23
Tabla 1.3. Longitudes de reja para el caudal de aproximación $q_I = 1.25 \text{ m}^2/\text{s}$ para las rejas de índice de huecos $m = 0.60$ y pendiente del 20%.....	31
Tabla 1.4. Resumen de formulaciones presentadas de la distribución del perfil del flujo y de la longitud de la reja cuyos calados inicial y al final de la reja son h_1 y h_2 respectivamente.....	32
Tabla 1.5. Cálculo del coeficiente de descarga (ec. (1.68)) según Garot para diversos tipos de perfil con un espaciamiento de $b_I = 15 \text{ cm}$ y ancho de reja $b_w = 10 \text{ cm}$	36
Tabla 1.6. Características de los ensayos realizados sobre rejas orientadas longitudinalmente. Los perfiles utilizados son de "tipo T" (30/25/2 mm).....	38
Tabla 1.7. Resumen de los coeficientes de descarga en la literatura revisada y características físicas del modelo experimental.....	54
Tabla 1.8. Cálculo de energía específica H , en función del calado h y velocidad U medidos en las secciones señaladas en la Figura 1.45. (Experiencias de N. Danelia y N. Zworykine, 1953).....	58
Tabla 1.9. Exceso y déficit de la presión a lo largo de la reja.....	59
Tabla 1.10. Ángulo del vector velocidad con el plano de la reja.....	60
Tabla 1.11. Desviación de la presión a lo largo de la reja.....	61
Tabla 2.1. Características geométricas de las rejas del laboratorio de Hidráulica de la UPCT, así como del ensayo de Nosedá (1956).....	78
Tabla 3.1. Coeficientes de descarga estáticos medidos (en azul) y calculados (en rojo).....	94
Tabla 3.2. Valores de presión dinámica registrada con tubo Pitot para inclinación horizontal y 22° , diversas secciones y puntos en el interior del flujo. Todas las medidas en centímetros....	109
Tabla 4.1. Variables análisis dimensional.....	132
Tabla 4.2. Coeficientes y exponentes de la ecuación (4.11) para las barras de sección T.....	139
Tabla 4.3. Coeficientes de la ecuación (4.11) para las barras de sección circular.....	141
Tabla 4.4. Coeficientes de la ecuación (4.11) para las barras de sección prismática redondeada en coronación.....	141
Tabla 4.5. Índices de hueco propuestos.....	145
Tabla 5.1. Clasificación de Zingg's (1935) para la forma de las partículas que forman las gravas.....	155
Tabla 5.2. Clasificación de Zingg's (1935) para la forma de las partículas que se depositan sobre las rejas.....	177
Tabla A1.1. Valores de la variable x en función de θ según (A1.20).....	188
Tabla A1.2. Relación longitudes de captación de Frank con Nosedá según θ	191
Tabla A2.1. Mediciones realizadas con caudalímetro electromagnético.....	202
Tabla A2.2. Mediciones de velocidad realizadas a 0.63 m del vertedero.....	203
Tabla A2.3. Mediciones de velocidad realizadas a 1.15 m de distancia del vertedero.....	203
Tabla A2.4. Mediciones de velocidad realizadas para el caudal de $11.85 \text{ m}^3/\text{h}$	204
Tabla A2.5. Comparativa de caudales calculados con equipo doppler y medido por caudalímetro electromagnético.....	205
Tabla A2.6. Mediciones de velocidad realizadas para el caudal $5.97 \text{ m}^3/\text{h}$	205
Tabla A2.7. Comparativa de caudales calculados con velocidades doppler y medido por caudalímetro electromagnético.....	206
Tabla A2.8. Resumen de caudales calculados con velocidades doppler y medidos mediante caudalímetro electromagnético expresados en l/s.....	206
Tabla A2.9. Alturas registradas para cada caudal expresando en l/s.....	206

NOTACIÓN**Letras latinas en minúscula**

a, b, c [L]	dimensiones de un sólido según Zingg's (1935).
$a^*, b^*, c^*, d^*, e^*, f^*, i^*, j^*, k^*, l^*, n^*, p^*, q^*, r^*$ [-]	coeficientes y exponentes del ajuste multiparamétrico ec. (4.11)
b_l [L]	espacio hueco entre dos barras paralelas.
b_c [L]	distancia entre los dos inter-ejes longitudinales de dos barras paralelas.
b_w [L]	ancho de la barra.
b_h [L]	canto, altura de la barra.
d_{50} [L]	mediana de la curva granulométrica de los sólidos.
d_{50c} [L]	mediana de la curva granulométrica en cuanto a la dimensión c de los sólidos.
f [-]	coeficiente de obstrucción de Krochin
h [L]	altura de la lámina de agua medida en perpendicular al plano de la reja
h_0 [L]	calado al inicio de la reja, medido perpendicularmente al plano de la reja.
i [-]	pendiente longitudinal de la reja, equivale a la $\tan\theta$.
k_F [-]	factor para obtener la proyección del calado crítico sobre la vertical al plano de la reja
l [-]	intereje, suma del ancho de barra y el espacio entre dos barras
m [-]	índice de huecos, relación de área hueca respecto al área total.
m' [-]	índice de huecos efectivo, resultado de considerar la oclusión producida por los materiales que sedimentan en la hendidura.
q [L ² /T]	caudal específico circulante en un punto de la reja
q_l [L ² /T]	caudal específico de aproximación, de entrada a la reja.
q_d [L ² /T]	caudal derivado, captado por la reja en un punto.
u [L/T]	componente de la velocidad en la dirección longitudinal, según el eje x .
u_h [L/T]	componente de la velocidad en la dirección longitudinal, según el eje x , en la hendidura.
v [L/T]	componente de la velocidad en la dirección perpendicular al plano de la reja, según el eje y .

v_h, v_2 [L/T]	componente de la velocidad en la dirección perpendicular al plano de la reja, según el eje y , en la hendidura.
v_l [L/T]	componente de la velocidad en la dirección perpendicular al plano de la reja, según el eje y , en la posición inmediatamente superior a la hendidura.
w [L]	canto de la barra, en caso de barras prismáticas
x [L]	coordenada longitudinal medida sobre el plano de la reja
y [L]	coordenada de posición medida en dirección perpendicular al plano de la reja
z [L]	distancia en vertical del plano de referencia al plano de la reja
g [L/T ²]	aceleración de la gravedad
k [-]	coeficiente de Bazin

Letras latinas en mayúsculas

A [L^2]	sección transversal de los sólidos
C_c [-]	coeficiente de contracción
C_D [-]	coeficiente de arrastre
C_v [-]	coeficiente de velocidad
C_{qH} [-]	coeficiente de descarga considerando la carga igual a la altura de energía
C_{qh} [-]	coeficiente de descarga considerando la carga igual a la altura de calado
$C_{qH(x)}$ [-]	coeficiente de descarga considerando la carga igual a la altura de energía en función de la coordenada x .
$C_{qh(h)}$ [-]	coeficiente de descarga considerando la carga igual a la altura de calado en función de la altura de la lámina de agua.
C_{q0} [-]	coeficiente de descarga medido en condiciones estáticas, en las que el término de energía cinética del flujo entrante a la reja es despreciable.
F_{r0} [-]	número de Froude al inicio de la reja
F_{H0} [-]	número de Froude al inicio de la reja modificado, según ec. (1.46)
F_{rd0}^2 [-]	número de Froude densimétrico de partículas
P_{ufe} [L^2/T]	potencia unitaria efectiva, función del producto del caudal específico por la pendiente de la reja.
Q_1, Q_2 [L^3/T]	caudales al inicio y final de la reja
H [L]	altura de energía medida en m
H_0 [L]	altura de energía medida al inicio de la reja
I [-]	pendiente de fricción.
K [-]	constante de Krochin (1978)
K_2 [-]	constante de Vargas (1998)
L [L]	longitud de reja mojada medida en dirección longitudinal a la reja
R_e [-]	número de Reynolds
R_{hc} [L]	radio hidráulico del flujo
U [L/T]	velocidad media en una sección del flujo transversal y perpendicular al plano de la reja
U_0 [L/T]	velocidad media en la sección transversal y perpendicular al plano de la reja situada al inicio de ésta
U_s [L/T]	módulo del vector velocidad en la superficie de la lámina de agua
U_h [L/T]	módulo del vector velocidad en la hendidura entre dos barras
U_c [L/T]	velocidad media para la sección transversal y perpendicular al plano de la reja en la que se da el calado crítico

V [L/T]	componente de la velocidad medida con tubo pitot para la inclinación para la que se sitúa, δ
$V_{x,\delta=0^\circ}$ [L/T]	componente longitudinal de la velocidad medida con tubo pitot en un punto para la inclinación δ
$V_{y,\alpha=22^\circ}$ [L/T]	componente de la velocidad perpendicular al plano de la reja en un punto medida con tubo pitot para la inclinación δ
V_{max} [L/T]	módulo del vector velocidad en un punto a partir de medidas con tubo pitot
W [M L/T ²]	peso de la partícula
W_s [M L/T ²]	peso sumergido de la partícula
W_e [-]	número de Weber

Letras griegas

α [-]	coeficiente de Coriolis
α' [-]	coeficiente de velocidad de la ecuación de cantidad de movimiento
β [°]	ángulo que el vector velocidad forma con la vertical
$\beta(u)$ [-]	función para la definición de la longitud de la reja mojada de Nosedá (1956).
γ [M/L ² T ²]	peso específico
Δ [-]	densidad relativa de los sólidos
θ [°]	ángulo de inclinación longitudinal de la reja
λ [-]	coeficiente de presión en la ecuación de la energía
λ' [-]	coeficiente de presión de la ecuación de cantidad de movimiento
ϕ [°]	ángulo que el vector velocidad forma con el plano de la reja en la hendidura
ν [L ² /T]	viscosidad cinemática del agua.
Π_i [-]	variables adimensionales del análisis dimensional
φ [-]	ángulo de rozamiento interno de los sólidos
Ψ [-]	función introducida por Dagan para el cálculo de la longitud de reja mojada
ρ [M/L ³]	densidad del agua
ρ_s [M/L ³]	densidad de los sólidos
σ [M/T ²]	tensión superficial del agua
σ_t [M/T ²]	desviación estándar de una serie
τ_0 [M/LT ²]	tensión tangencial en el fondo del canal para el inicio de la reja
$\Phi\left(\frac{h}{H}\right)$ [-]	función para la definición de la longitud de la reja mojada de Garot (1939).
χ_i, ϑ_{ij} [-]	coeficientes del método de Runge-Kutta de orden 4°.

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN

1 Origen del Estudio y contexto

Los recursos hídricos son esenciales para la supervivencia y el bienestar humanos. Su gestión ocupa hoy una posición principal en las políticas de la Unión Europea (UE, 2015). Igualmente, las Naciones Unidas destacan, en su Programa Mundial de Evaluación de los Recursos Hídricos (WWAP), que el acceso a una fuente de agua potable y el saneamiento favorece a la educación y la salud de los seres humanos (Unesco, 2016).

La disponibilidad de agua, tanto en cantidad como en calidad, se está viendo gravemente afectada por la variabilidad y el cambio climático, con más o menos precipitaciones según las diferentes regiones y una mayor frecuencia de fenómenos atmosféricos extremos (ONU, 2008). Esto se une al creciente fenómeno de erosión que registra el suelo en las cuencas mediterráneas, que contribuye con efectos perjudiciales como incremento de inundaciones, reducción de la recarga de acuíferos, pérdida de capacidad de embalses por aterramiento, etc (Marín, 2010).

Más concretamente, la Región de Murcia a partir del Plan de Ciencia, Tecnología e Innovación 2008-2011, planteó la creación de una Plataforma de Investigación de Recursos Hídricos (PIRHZE), Infraestructura Científica y Tecnológica Singular (ICTS) que se constituiría con el objetivo de promover y apoyar el desarrollo de I+D+i en el uso y gestión de los recursos hídricos, con especial énfasis en los problemas relacionados con la escasez de agua en zonas semiáridas.

Las zonas semiáridas se caracterizan por sus escasas precipitaciones con extraordinaria variabilidad espacio temporal, la baja humedad de sus suelos, y la escasez de cubierta vegetal. Esto provoca la propagación de crecidas con baja infiltración inicial, y acumulación en el tiempo de volúmenes escurridos. Un efecto directo del cambio climático será que los flujos torrenciales tiendan a ser cada vez más acusados en las regiones semiáridas, con lo cual será necesario controlar adecuadamente este tipo de flujos para minimizar sus efectos destructivos y, simultáneamente, captar estos caudales, incrementando así la disponibilidad del recurso. La concentración volumétrica de sedimentos y la pendiente longitudinal del tramo de cauce definen si el flujo puede clasificarse como ordinario, hiperconcentrado, de barros y escombros o “mudflow” (Wan y Wang, 1994; Martin Vide, 2002).

En este tipo de cuencas se plantea la captación de caudales de escorrentía en tiempo de lluvia en las partes altas, donde la morfología es abrupta y las crecidas presentan un gran transporte de sedimentos, generando así flujos torrenciales que difícilmente pueden captarse con los sistemas habituales presa-embalse ya que implicarían su sedimentación y colmatación en poco tiempo. Los sistemas de captación de fondo, son unas de las obras que se presentan como adecuadas para conseguir este objetivo.

Una experiencia en el estudio y diseño de estos sistemas de captación se llevó a cabo en la Isla de la Palma (Islas Canarias), concretamente en el Barranco de Las Angustias, donde se observó el funcionamiento de un sistema que ya existía y que abastece de agua al Heredamiento de las haciendas de Argual y Tazacorte. A la vista de la ineficacia en la captación de caudales, se comprobó que se requería realizar estudios sistematizados en modelos reducidos y prototipos para obtener parámetros de diseño más eficientes (Castillo y Lima, 2010). En este sentido, como precedente de estos estudios, se parte de las experiencias ya adquirida en países como Alemania,

Suiza, la antigua Unión Soviética y diversas regiones andinas, para captaciones en ríos de montaña, denominadas Tomas Tirolesas o Caucasianas.

Desde el punto de vista de la minimización del riesgo provocado por una avenida, como consecuencia de la escorrentía, en las áreas urbanas son bien conocidos los sistemas de captación de fondo tipo sumidero que en muchas ocasiones alcanzan importantes dimensiones para posibilitar la captación de importantes caudales (Gómez et al., 2006; Gomez y Russo, 2011). En estos casos los arrastres sólidos pueden ser importantes y un correcto dimensionamiento es imprescindible. Así, se reconoce de especial interés, el estudio de los parámetros de diseño necesarios para la captación de caudales de avenida con elevado transporte de sedimentos, para los sistemas de captación situados en las partes altas de los cauces. De esta forma se ayudaría a minimizar el riesgo provocado por la escorrentía en la parte de aguas abajo de la cuenca además de recoger un recurso que podrá ser utilizado posteriormente en la agricultura.

1.1 Motivación de la tesis

Con la intención de establecer los parámetros de diseño más eficientes para la implantación de los sistemas de captación de fondo en regiones semiáridas, en el año 2008, se da inicio a una serie de estudios dentro del proyecto PEPLAN: "Modelación Hidrológica en Zonas Semiáridas. Concretamente en el Subproyecto 3: Modelación de Captaciones en Cauces Efímeros" financiado por la Consejería de Universidades, Empresa e Investigación de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia, se construye a finales de 2011, una infraestructura hidráulica en la Universidad Politécnica de Cartagena, que permitiera disponer de mediciones experimentales (Lima, 2010, Marín, 2010).

Para el correcto funcionamiento de los sistemas de captación de fondo se debe considerar la obstrucción de las rejillas como consecuencia de la deposición de los sólidos en el espacio entre barrotes. Actualmente, existen datos insuficientes desde el punto de vista cuantitativo acerca del grado de oclusión de la rejilla como consecuencia de la deposición de sólidos, o de la cantidad de sedimentos que se introducen en el sistema de rejillas y son transportados a lo largo del canal de derivación. Únicamente se presentan en la bibliografía recomendaciones cualitativas como las de Ract-Madoux et al. (1955) o Bouvard, M. (1992).

Para el caso de considerar caudales de agua clara se encuentran en la bibliografía coeficientes de descarga que no se pueden generalizar, siendo solo aplicables para condiciones similares a aquellas para las que fueron obtenidos.

1.2 Estado del conocimiento

El presente capítulo tiene como objetivo presentar el estado del conocimiento de los sistemas de captación de fondo, formados principalmente por barras paralelas y dispuestas longitudinales a la dirección de la corriente y con flujos de aproximación en régimen subcrítico, que pasan a supercrítico en las inmediaciones de la obra de captación, por entenderse éstas las condiciones más habituales de funcionamiento. Además, se consideran sistemas de captación de fondo diseñados para la captación de la mayor parte del caudal de aproximación.

Concretamente en la presente tesis se abordará la captación a través de las rejillas, sin incluir el diseño de otras partes del sistema de captación, también de vital importancia para el correcto funcionamiento de la captación, como pueden ser el canal de recogida de aguas captadas o el desarenador de retirada de sólidos captados por las rejillas.

Con la motivación ingenieril de poder contribuir a un diseño adecuado de este tipo de sistemas para su aplicación en cuencas semiáridas, se dará especial importancia a las consideraciones para flujo con agua clara así como a la influencia de los sedimentos. Una vez finalizado el Estado del conocimiento se presenta el problema, las dificultades y las nuevas propuestas para el análisis y diseño de la reja de fondo.

1.2.1 Diseño de la reja de fondo

Las captaciones de fondo están equipadas generalmente de una reja, alojada en el fondo de un canal, que facilita la derivación del agua que pasa sobre la reja. Estas estructuras han sido generalmente adoptadas en pequeños ríos de alta montaña, en cauces de alta pendiente, sobre una configuración irregular del lecho, con intenso transporte de sedimentos y flujo de avenidas.

Su diseño está encaminado a cumplir con dos objetivos primordiales y contradictorios que son, captar la mayor cantidad de agua posible y de derivar el mínimo de materiales sólidos, sin que éstos sólidos puedan obstruir de manera significativa la reja, y sin producir impactos negativos en el medioambiente local. La eficiencia de la reja depende de diversos factores tales como: la cantidad de agua, las condiciones de entrada del flujo aguas arriba y al final de la reja, la inclinación, forma de las barras y el espaciamiento entre ellas. Con el fin de captar la mayor cantidad de agua y con la menor longitud de reja, aguas arriba se realizan estructuras para el control de flujo en la entrada.

Su diseño, basado en consideraciones geomorfológicas, hidráulicas, estructurales, ambientales y económicas, requiere especial atención para minimizar el mantenimiento y los problemas de funcionamiento que no pueden resolverse fácilmente, y que tienen que ser gestionados durante la vida útil del proyecto.

El correcto funcionamiento de este tipo de obras depende de diversas variables como: - el espaciamiento entre barras respecto a su ancho; la forma de éstas, que puedan mejorar la captación por unidad de longitud de reja; - la pendiente longitudinal adoptada por la reja, con la intención de evitar la oclusión y facilitar la autolimpieza respecto a los sólidos transportados por el flujo entrante; - las condiciones de aproximación del flujo, como el número de Froude del flujo entrante a la reja; - y otras como la resistencia a la flexión de los perfiles a emplear.



Figura 1.1. Izqda: Vista de obra de captación de fondo en cauce efímero. Tomadero de Dos Aguas, Barranco de Las Angustias, Isla de La Palma. (Islas Canarias España). Dcha: Detalle de la reja de fondo formado por barras longitudinales al flujo.

1.2.2 Historia de las captaciones de fondo

La implantación de este tipo de estructura se observa de forma generalizada por primera vez en el sur de la región de Tirol donde los campesinos obtenían el agua a través de una zanja cubierta de troncos de árboles, pudiendo de esta forma separar el agua del material grueso depositado sobre los troncos, luego este material depositado era arrastrado en las crecidas.

La primera estructura de captación mediante una reja de fondo fue la toma de Borjome (Cáucaso) en 1898 (Mostkow, 1957). El interés de la construcción de estas captaciones fue principalmente acentuada en los años 50's y 60's del siglo XX en las regiones del Cáucaso, los Alpes y los Pirineos, ya que eran utilizadas para la generación hidroeléctrica y aprovechamiento de agua potable. Es destacado el caso de la compañía hidroeléctrica del Tirol, TIWAG, que desde 1961 hasta la actualidad han venido trabajando de forma intensiva con este tipo de sistemas de captación (Drobir 1981; TIWAG 2016).

1.2.3 Diseño y concepción hidráulica de las rejas de las captaciones de fondo

El comportamiento de las rejas de fondo ha sido objeto de estudio de varios investigadores tales como: Garot (1939), De Marchi (1946), Bouvard (1953), Nosedá (1956a), Frank (1956), Mostkow (1957), Drobir (1999), Castillo et al. (2000), Brunella et al. (2003), Righetti y Lanzoni (2008), Castillo y Marin (2009), Castillo y Lima (2010), Castillo y Carrillo (2012) entre otros.

El análisis teórico asume que el flujo sobre la reja es unidimensional con caudal progresivamente decreciente, asumiendo como válida la distribución hidrostática de presión sobre la reja a lo largo del flujo. Una vez ajustado un coeficiente de descarga, se aplica la conservación de la energía a partir del trinomio de Bernouilli.

El comportamiento hidráulico de las rejas de fondo se ve influido por la forma y disposición de las barras (Orth et al., 1954). En el caso de barras longitudinales a la corriente, la derivación de caudales se suele expresar como una función del valor de la energía de flujo local, dado que el término de energía cinética del agua contribuye a la captación de caudal. Mientras, en el caso de barras dispuestas de forma transversal a la corriente, o perforaciones circulares sobre un material macizo, la derivación de caudales se suele relacionar con la profundidad de flujo local, dado que el término de energía potencial es el que fundamentalmente contribuye a la captación (Mostkow, 1957). Respecto a la pérdida de energía por unidad de peso del fluido a lo largo de la reja, en algunos estudios se asume que es despreciable (Bouvard, 1953; Frank, 1956; Righetti et al., 2000; Brunella et al., 2003; Righetti y Lanzoni, 2008); mientras en otros se parte de la hipótesis de energía específica constante, por lo que la variación de energía equivale a la pendiente de fondo (Marchi, 1947; Nosedá, 1956a; Dagan, 1963; Krochin, 1978).

Las mediciones de las velocidades a lo largo del flujo llevaron a Brunella et al. (2003) a afirmar que los efectos de disipación de energía son apreciables en el tramo final de la reja, donde se reduce la profundidad del flujo y la fricción aumenta significativamente.

1.2.4 Descarga a través de la reja

El caudal específico derivado a través de la reja de fondo por unidad de longitud y de ancho de reja, $q_d = dq/dx$ ($m^3/s \cdot m$), se suele calcular mediante la ecuación del orificio. Dicha ecuación se deduce a partir del principio de Bernouilli para el caso en que el fluido es desaguado a través de un orificio, convirtiendo la energía en energía cinética, bajo la hipótesis de que cuando el flujo

atraviesa el orificio, alcanza la presión atmosférica (Teorema de Torricelli). La carga que se considera también puede ser la altura de la lámina de agua, respecto a la posición del orificio. La salida del agua a través del orificio, la reja en nuestro caso, está influida por la distribución de la velocidad en la proximidad al mismo, lo que se contempla introduciendo un coeficiente de velocidad, C_v , y que recoge la desviación respecto a una distribución uniforme. De igual forma, la descarga a través del orificio, donde hay un cambio de sección, supone también una contracción del flujo que se introduce mediante un coeficiente de contracción, C_c . Ambos coeficientes precisan de medición experimental y dependen de la forma del orificio, que en este caso se referiría a la forma de las barras de la reja, así como de la distancia o espaciamiento entre ellos. La ecuación del orificio sería:

$$\frac{dq}{dx} = C_v C_c m \sqrt{2gH} = C_{qH} m \sqrt{2gH} \quad (1.1)$$

Donde m , denominado índice de huecos, representa la relación ente el área de huecos y el área total (figura 1.2); H es la energía total disponible referida al plano de la reja; x es la coordenada longitudinal a lo largo de la reja; C_{qH} , es el denominado coeficiente de descarga en función de la altura de energía, que equivale al producto $(C_v C_c)$ y cuya cuantificación hasta la fecha suele ser experimental para cada caso de reja concreto.

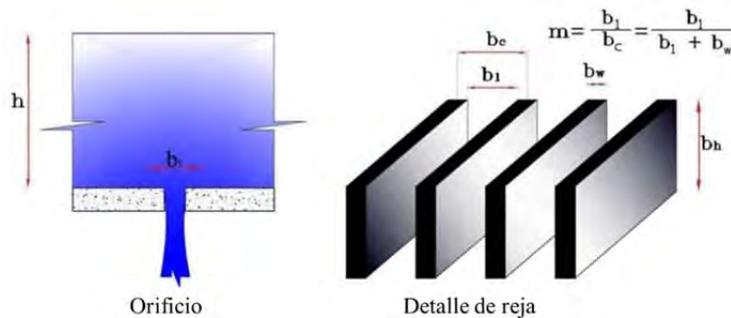


Figura 1.2. Representación de una hendidura de ancho b_1 y definición del índice de huecos m .

La ecuación (1.1) también se suele expresar en función del calado del flujo sobre el punto de cálculo, sobre todo en rejas cuyas barras se disponen transversales a la dirección del flujo y en las que el término de energía cinética se disipa para posibilitar la captación del caudal:

$$\frac{dq}{dx} = C_{qh} m \sqrt{2gh} \quad (1.2)$$

Donde h es la altura de la lámina de agua medida perpendicularmente al plano de la reja y C_{qh} es el coeficiente de descarga en función del calado. A continuación, en la Tabla 1.1, se muestra un resumen de la ecuación de descarga a través de la reja según diversos autores.

Tabla 1.1. Resumen de las relaciones propuestas para estimar el flujo de descarga a través de una reja longitudinal.

<i>Autor</i>	<i>dq/dx</i>
Garot (1939)	$C_{qh} m \sqrt{2gh(x)}$
De Marchi (1947)	$C_{qH} m \sqrt{2gH_0}$
Bouvard (1953)	$C_{q0} m \sqrt{2gh(x) \cos \theta}$
Nosedá (1956a, b)	$C_{qh}(h) m \sqrt{2gh(x)}$
Frank (1956)	$C_{qh} m \sqrt{2gh(x) \cos \theta}$
Mostkow (1957)	$C_{qH} m \sqrt{2gH_0}, C_{qh} m \sqrt{2gh(x)}$
Nakagawa (1969)	$C_{qH}(x) m \sqrt{2gH_0}$
Krochin (1978)	$C_{qH} m \sqrt{2gH_0}$
Brunella (2003)	$C_{q0} m \sqrt{2gh(x) \cos \theta}$
Ahmad (2003, 2006, 2009)	$C_{qH} m \sqrt{2gH_0}$
Righetti (2008)	$C_{qH}(x) m \sqrt{2gH_0}$

Donde $h(x)$ es la altura de la lámina de agua en función de la coordenada x , medida en dirección perpendicular al plano de la reja; $C_{qh}(x)$ coeficiente de descarga en función de la altura de la lámina de agua h ; $C_{qH}(x)$ coeficiente de descarga en función de la energía y de la coordenada x ; H_0 es la altura de energía del flujo de aproximación al inicio de la reja; C_{q0} es el coeficiente de descarga medido bajo condiciones estáticas, es decir con velocidad de aproximación a la reja despreciable y que también se puede denominar coeficiente de contracción, C_c (más adelante se tratará con más detalle este coeficiente); y donde θ es el ángulo de inclinación de la reja respecto a la horizontal.

1.2.5 Energía, perfil del flujo y longitud de reja

El movimiento del agua sobre los sistemas de captación de fondo se denomina Flujo Espacialmente Variado (FEV) con caudales decrecientes, q_d , en función de la coordenada x . Mientras en el caso de caudales crecientes se observa una pérdida de energía debido en parte a la mezcla con el flujo agregado; en el caso de caudales decrecientes la pérdida de energía es considerada despreciable en el caso de reja horizontal. Basada en estas observaciones, la ecuación de conservación de la energía es de aceptada aplicación. Además, para el análisis del perfil de la lámina de agua a lo largo de la reja de fondo, se han venido adoptando otra serie de consideraciones:

- i) Flujo unidireccional y unidimensional, por lo que se obvian los desplazamientos transversales desde la zona de barrotes hacia la zona de huecos.
- ii) Distribución de velocidades uniforme a lo largo de cada sección transversal, coeficientes de velocidad y presión constantes
- iii) Distribución de presiones hidrostática aunque se constata que el flujo no es paralelo y se produce una importante curvatura de las líneas de corriente.

Así se aplica el principio de la energía a la superficie de la lámina de agua:

$$H = z + h + \frac{U^2}{2g} \quad (1.3)$$

Donde z es la distancia en vertical del plano de referencia al plano de la reja; h es el calado medido perpendicularmente al plano de la reja; U es la velocidad media del flujo en cada sección; g es la aceleración de la gravedad;

Para realizar el análisis del perfil del flujo, existen dos hipótesis generales de cálculo:

- La energía del flujo por unidad de peso mantiene un nivel constante (Bouvard, 1953; Frank, 1956; Brunella et al., 2003; Righetti y Lanzoni, 2008). Ver Figura 1.7.
- La línea de energía es paralela a la pendiente de fondo (De Marchi, 1947; Nosedá, 1956a; Dagan, 1963; Krochin, 1978). Ver Figura 1.3.

Garot (1939) realiza el análisis sobre una reja horizontal, por lo que en dicho supuesto la línea de energía cumple con las dos hipótesis de cálculo propuestas.

1.2.5.1 Línea de energía horizontal y paralela a una reja horizontal, Garot (1939)

El primer análisis realizado por Garot (1939) basado en la hipótesis de reja horizontal y línea de energía horizontal, permite determinar los perfiles del flujo $h(x)$ a lo largo de la reja a partir de la derivación de la ecuación (1.3), igualarla a cero e introducir la ecuación (1.2) (ver Apéndice 1), con lo que:

$$\frac{dh}{dx} = -2mC_{qh} \frac{\sqrt{h(H-h)}}{2H-3h} \quad (1.4)$$

Analizando esta ecuación se puede reconocer las tendencias del perfil del flujo sobre la reja, siendo en cada caso el numerador de la fracción positivo:

- Si $2H > 3h$ es decir, si el flujo en cada sección es supercrítico, entonces $dh/dx < 0$, entonces, en el sentido del movimiento la profundidad va disminuyendo. Además el perfil es convexo, como evidencia el resultado de la segunda derivada $d^2h/dx^2 (+U)$.
- Si $2H < 3h$ es decir, el flujo en cada sección es sub-crítica, entonces $dh/dx > 0$, y la profundidad se incrementa en la dirección del movimiento, cóncavo ($-U$).

Garot (1939) resuelve analíticamente la ecuación (1.4) integrándola entre: un punto suficientemente alejado y donde se adopta la hipótesis de que la energía es únicamente energía potencial, y un punto sobre la reja. Esto permite conocer la longitud de reja utilizando la función Φ , que relaciona la distancia longitudinal con la carga de energía total y el producto del índice de huecos con el coeficiente de descarga (ver apéndice 1):

$$\Phi \left[\frac{h}{H} \right] = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2H} \sqrt{h(H-h)} - \frac{1}{2} \arcsen \alpha \sqrt{\frac{h}{H}} - \arcsen \alpha \sqrt{1 - \frac{h}{H}} \quad (1.5)$$

La longitud de reja necesaria, L , para captar un caudal q_1 , siendo h_1 el calado en la entrada de la reja y h_2 la salida es:

$$L = x_H - x_{h_1} - (x_H - x_{h_2}) = x_{h_1} - x_{h_2} = \frac{H}{C_{qh}m} \left[\Phi \left[\frac{h_2}{H} \right] - \Phi \left[\frac{h_1}{H} \right] \right] \quad (1.6)$$

La solución común para este problema es asumir que la altura h_1 es la altura crítica y se da al inicio de la reja, mientras $h_2 = 0$, considerando el caso en que todo el caudal sobre el canal será captado por la reja. Se trata de una solución analítica que resuelve la ecuación diferencial de primer orden (1.4), obtenida en una época en la que no se disponía todavía de apoyo de herramientas informáticas y que permitiesen la resolución de la misma mediante métodos numéricos.

1.2.5.2 Línea de energía paralela al fondo del canal

Considerando la línea de energía paralela al plano de la reja (De Marchi, 1947; Noseda, 1956a; Dagan, 1963; Krochin, 1978) (Figura 1.3), la altura de energía H , referida al plano de la reja, se mantiene constante pudiendo representarse de la siguiente manera:

$$H = H_0 = h + \frac{U^2}{2g} \quad (1.7)$$

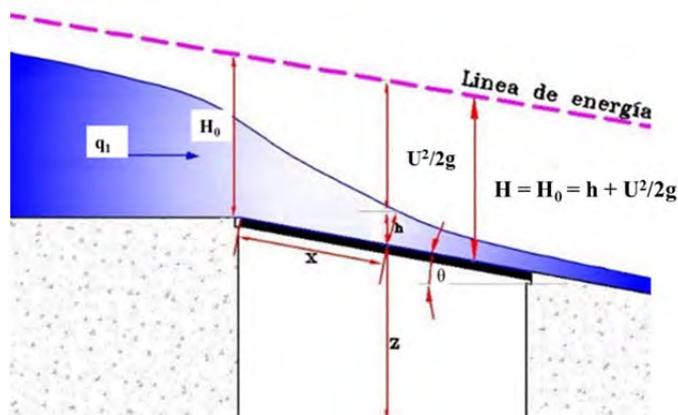


Figura 1.3. Línea de energía paralela al fondo, energía específica H constante.

1.2.5.2.1 Análisis del flujo gradualmente variado, De Marchi (1947)

De Marchi (1947) estudió la superficie libre del flujo estacionario gradualmente variado con caudales progresivamente crecientes y decrecientes para el caso de un tramo de colector y para un vertedero. De su análisis obtiene, aplicado a una sección rectangular con una reja de fondo la siguiente expresión:

$$\frac{dh}{dx} = k \frac{h \left(-\frac{\partial q}{\partial x} \right) q}{gh^3 - q^2} \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = C_{qh}m\sqrt{2gh}$$

Siendo k una constante numérica ($k = 1$, en el caso del que el caudal es decreciente respecto a x ; $k = -2$ en el caso de que el caudal sea creciente). La ecuación (1.8) puede reducirse a una expresión igual a la de la ecuación (1.4). De hecho, De Marchi (1947) presenta una solución analítica similar a la presentada por Garot.

1.2.5.2.2 Análisis teórico del flujo sobre una reja, Nosedá (1956)

Nosedá (1956a) presenta un análisis detallado sobre la derivación de caudales a través de una reja de fondo, basado en las propuestas realizadas por Garot (1939) y De Marchi (1947). Analiza la solución del sistema de De Marchi y a partir de la ecuación (1.4) propone una solución analítica similar a la de Garot (1939).

$$\Phi\left(\frac{h}{H}\right) = \frac{H}{mC_{qh}} \left[\frac{1}{2} \arccos \sqrt{\frac{h}{H}} - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{h}{H} \left(1 - \frac{h}{H}\right)} \right] \quad (1.9)$$

Donde la longitud de reja entre los calados h_1 y h_2 se expresa como:

$$L = \frac{H}{C_{qh}m} \left[\Phi\left(\frac{h_2}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_1}{H}\right) \right] \quad (1.10)$$

Se puede observar que la longitud es directamente proporcional a la carga H , e inversamente proporcional al coeficiente de descarga de la de la reja C_{qh} y al área contraída m . Nosedá también resuelve la ecuación de Bernoulli con el calado como variable (ecuación (1.11)).

$$H = h + \frac{q^2}{2gh^2} \quad (1.11)$$

Se trata de una ecuación cúbica que se resuelve mediante la transformación de Tschirnhaus (1683) y a partir de los cambios de variable siguientes:

$$\begin{aligned} u &= \frac{q}{q_{\max}}; \\ q_{\max} &= \frac{2}{3\sqrt{3}} H_0 \sqrt{2gH_0} \\ \theta_{\text{subcrítico}} &= \frac{1}{3} \arccos(1 - 2u^2) \\ \theta_{\text{supercrítico}} &= \frac{1}{3} \arccos(1 - 2u^2) + 240^\circ \end{aligned} \quad (1.12)$$

Donde q_{\max} es el máximo caudal transportado por la energía disponible H_0 . Así, calcula el valor de h/H que sustituye en la ecuación (1.9), reescribiendo la función $\Phi\left(\frac{h}{H}\right)$ por una función equivalente denominada $\beta(u)$:

$$\beta(u) = \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{2\cos\theta + 1} \right] - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(2\cos\theta + 1)(1 - \cos\theta)} \quad (1.13)$$

De esta forma la ecuación (1.10) se puede expresar en función de $\beta(u)$ para los caudales q_1 y q_2 como:

$$L = x_2 - x_1 = \frac{H_0}{C_q m} [\beta(u_2) - \beta(u_1)] \quad (1.14)$$

La figura 1.4 representa las funciones $\Phi(y)$ y $\beta(u)$, distinguiendo entre flujo a lo largo de la reja subcrítico o supercrítico y suponiendo siempre el calado crítico como condición al inicio de la reja y bajo la hipótesis de que el caudal de aproximación q_1 es captado en su totalidad.

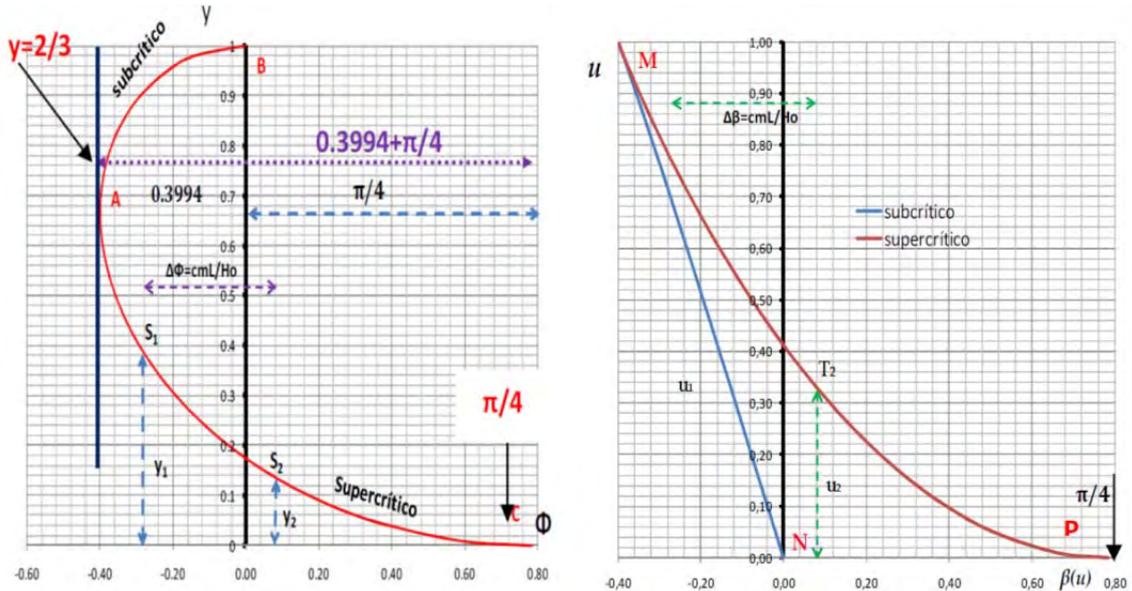


Figura 1.4. Representación de las curvas de perfil de flujo Φ y distribución de caudal β .

Distinguiamos así:

a) Flujo subcrítico (tramo AB de la curva Φ ; tramo MN de la curva β). En los puntos M y A encontramos $u = 1$ ($q = q_{max}$) y $y = 2/3$ ($h = k$), respectivamente y por lo que las funciones Φ y β asumen el mismo valor de -0.3994 . Para los puntos N y B encontramos $u = 0$ ($q = 0$) e $y = 1$ ($h = H_0$) y las funciones Φ y β son nulas.

Nosedá propone un ajuste a la función β en el tramo MN dada la tendencia rectilínea, para un rango de caudal q que se encuentre entre $0 < u < 0.80$ (las desviaciones no sobrepasan el 1.2%), y asume la ecuación de la recta.

$$\beta(u) = -0.3994 u \tag{1.15}$$

Por lo que quedaría:

$$L = 0.3994 \frac{H_0}{C_{qh} m} (u_1 - u_2) \tag{1.16}$$

En el intervalo $0.88 < y < 1$, en correspondencia con la expresión de Φ (desviaciones inferiores al 1.3%) se puede adoptar la siguiente expresión:

$$\Phi\left(\frac{h}{H_0}\right) = -1.016 \sqrt{\frac{h}{H_0} \left(1 - \frac{h}{H_0}\right)} \tag{1.17}$$

Por lo que quedaría:

$$L = 1.016 \frac{H_0}{C_{qh} m} \left[\frac{h_1}{H_0} \sqrt{1 - \frac{h_1}{H_0}} - \frac{h_2}{H_0} \sqrt{1 - \frac{h_2}{H_0}} \right] \tag{1.18}$$

El perfil de la lámina de agua, del cual la función Φ es una adimensionalización, es ascendente en el sentido del movimiento y convexo hacia la superficie, asumiendo pendiente vertical al inicio cuando $h = h_c$ y horizontal cuando al final $h = H_0$.

b) Flujo super-crítico (tramo AC de la curva Φ ; tramo MP de la curva β). Para $u = 1$ ($q = q_{max}$), e $y = 2/3$ ($h = k$), las funciones Φ y β asumen los correspondientes valores de -0.394. Para $u = 0$ ($q = 0$) e $y = 0$ ($h = 0$), las funciones Φ y la β asumen un valor idéntico e igual a $\pi/4 = 0.7854$. El perfil de flujo es descendente en la dirección del movimiento y cóncavo hacia la superficie (+U); presentando tangente vertical para $h = h_c$ y tangente horizontal cuando $h = 0$.

De esta forma, agrupando los valores de las funciones Φ y β para los dos casos estudiados de calado crítico al inicio de la reja y flujo subcrítico y supercrítico a lo largo de la reja, se obtienen valores de la longitud de reja mojada necesaria siguientes:

Para el flujo subcrítico sobre la reja:

$$L = 0.3994 \frac{H_0}{C_{qh}m} \quad (1.19)$$

Para el flujo supercrítico sobre la reja:

$$L = 1.1848 \frac{H_0}{C_{qh}m} \quad (1.20)$$

De esta forma, para idénticas condiciones la longitud de reja necesaria en flujo supercrítico resulta ser del orden de cuatro veces la longitud en régimen subcrítico. En nuestro caso en un cauce casi siempre nos encontraremos con flujo de aproximación subcrítico, cambiando a supercrítico sobre la reja.

1.2.5.2.3 Mostkow (1957)

Para el caso de rejas con barras longitudinales a la corriente propone:

$$\begin{aligned} dq &= C_{qH} m \sqrt{2gH_0} dx \\ Q_p &= C_{qH} w_n \sqrt{2gH_0} \\ w_n &= bm \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} Q_p &= Q_1 - Q_2 \\ Q_1 &= bh_1 \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\alpha} (H_0 - h_1)}; \quad Q_2 = bh_2 \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\alpha} (H_0 - h_2)} \\ Q_p &= b \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\alpha}} [h_1 \sqrt{H_0 - h_1} - h_2 \sqrt{H_0 - h_2}] \end{aligned} \quad (1.22)$$

Donde Q_p es el caudal derivado. Introduciendo el cambio de variable $\eta = \left(\frac{h}{H_0} \right)$, tomando el coeficiente de Coriolis $\alpha = 1$, e igualando las ecuaciones (1.21) y (1.22) queda:

$$x = \frac{H_0}{C_{qH}m} (\eta_1 \sqrt{1-\eta_1} - \eta_2 \sqrt{1-\eta_2}) \quad (1.23)$$

De donde se deduce que para el caso de $Q_2 = 0, x = L$:

$$L = \frac{Q_1}{C_{qH} b m \sqrt{2gH_0}} \quad (1.24)$$

Donde Q_1 es el caudal total de aproximación; Q_2 el que alcanza el final de la reja, b es el ancho del canal supuesto rectangular.

1.2.5.2.4 Parámetro ψ de la reja, Dagan (1963)

Dagan (1963) parte de la hipótesis del movimiento bidimensional y plantea las ecuaciones de la energía, continuidad y del orificio para el caudal captado, para las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el plano de la reja y en la superficie de la lámina de agua. Con las hipótesis de distribución hidrostática de presiones y flujo potencial obtiene un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales. Suponiendo el coeficiente de descarga constante a lo largo de la reja, debido a que según Dagan, este valor representa las características geométricas constantes de la reja como el espaciamiento, pendiente, forma y eliminando además los términos de componente vertical de la velocidad, y admitiendo la simplificación del término $d^2 h/dx^2$, considerando su valor despreciable, obtiene la siguiente ecuación.

$$h\sqrt{1-h} = h_0\sqrt{1-h_0} \left(1 - \frac{q_0 - q}{q_0}\right) \quad (1.25)$$

Donde q_0 y q son los caudales iniciales y finales que recorren la reja al inicio y al final del intervalo de cálculo. A partir de la representación gráfica de la ecuación (1.25), obtiene un buen ajuste con el perfil de la lámina de agua medida en laboratorio experimentalmente por Noseda (1956b). Dagan (1963) a partir de valores medidos experimentalmente relacionó el término $\frac{h_0\sqrt{1-h_0}}{\sqrt{h_1}} \cdot \frac{(q_0 - q)}{q_0}$ de la ecuación anterior con el término $\Psi = C_{q_0} m \frac{x}{H_0} \cos \theta$

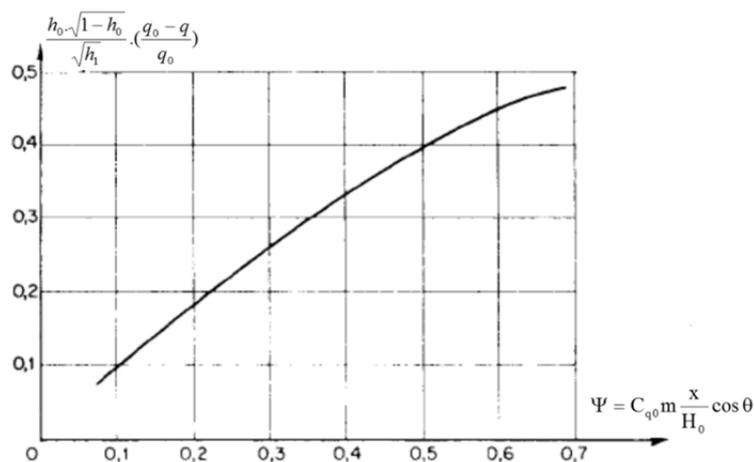


Figura 1.5. Representación de la relación entre el término $\frac{h_0\sqrt{1-h_0}}{\sqrt{h_1}} \cdot \frac{(q_0 - q)}{q_0}$ y el parámetro Ψ .

A partir de este gráfico propone calcular la longitud de reja necesaria para captar un determinado caudal:

$$L = \Psi \frac{H_0}{C_{q0} m \cos \theta} \quad (1.26)$$

Dicha función Ψ está limitada al valor de porcentaje de caudal captado $\left(\frac{q_0 - q}{q_0}\right) = 0.9$, para los que se ha comprobado su ajuste con los valores de Nosedá, que fueron obtenidos para un rango de índice de huecos comprendido entre 0.16 y 0.28, y pendientes comprendidas entre la horizontal y del 20%. Dagan asumen un coeficiente de descarga estático $C_{q0} = 0.72$, coincidiendo con el valor determinado experimentalmente por Nosedá (1956).

1.2.5.2.5 Fórmulas usadas para el cálculo de la longitud de reja según Krochin (1978)

Krochin (1978) presenta una metodología de cálculo basado en la bibliografía existente hasta la fecha, en donde la reja se coloca sobre un azud que está a una altura de 20-50 cm de altura sobre el fondo y cuyo vertedero se conecta aguas abajo hacia un cuenco amortiguador. La ecuación (1.27) calcula la longitud L necesaria para captar el caudal q_1 que ingresa a la reja. Dicha ecuación se ha obtenido bajo las hipótesis de calado crítico al inicio de la reja, y un ángulo del vector velocidad en el plano de la reja con la vertical, constante de $54^\circ 46'$, que multiplica al coeficiente de descarga en la ecuación del orificio. La carga de energía se asume constante por lo que resulta (ver Apéndice 1):

$$L = \left[\frac{0.313 q_1}{(C_{qH} k)^{3/2}} \right]^{2/3} \quad (1.27)$$

Donde k es un coeficiente que reduce el área total en área efectiva disponible (Mostkow, 1957 lo denomina nueva área contraída) y está dado por:

$$k = (1 - f)m \quad (1.28)$$

Donde f es porcentaje de la superficie que queda obstruida por las arenas y grava que se incrustan entre las rejas y sugiere tomar valores entre un 15 y 30%.

1.2.5.2.6 Resumen de resultados de cálculo de longitud de reja bajo la hipótesis de línea de energía paralela a la reja

Con la intención de poder comparar los resultados de las diversas ecuaciones propuestas para la definición de la longitud de reja necesaria para captar un determinado caudal de aproximación, q_1 , se elige una reja con barrotes circulares de índice de huecos $m = 0.60$ tal y como fue propuesta por Drobir (1999), aunque la mayoría de los desarrollos presentados obtuvieron sus coeficientes de descarga a partir de la experimentación para índices de huecos comprendidos entre 0.16 y 0.4. Se adopta una pendiente longitudinal del 20%. Cada longitud de reja se ha obtenido haciendo uso de los coeficientes de descarga propuestos por cada investigador para rejas dispuestas longitudinalmente a la corriente, aunque no siempre de barrotes circulares.

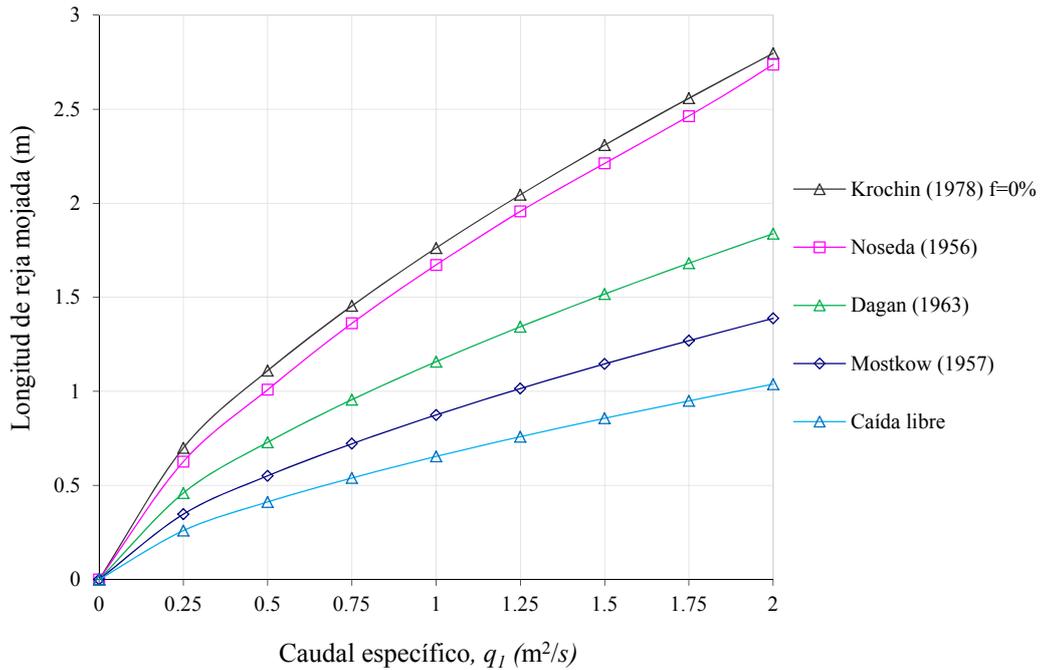


Figura 1.6. Longitudes de rejilla calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es paralela a la rejilla de fondo, $m = 0.6$ y pendiente del 20%.

A la vista de la figura 1.6 se observan importantes diferencias de longitud de captación en función del autor escogido. Así por el caudal específico $q_1 = 1.25 \text{ m}^2/\text{s}$, mientras Mostkow (1957) propone 1 m de longitud de rejilla, Nosedá (1956) y Krochin (1978) proponen 2 m. Esto se debe fundamentalmente a que los coeficientes de descarga de cada formulación se obtuvieron para unas condiciones de índice de huecos y tipo de barras concreta y no siempre son extrapolables. De hecho, se observa cómo en el caso de Mostkow (1957) la longitud de rejilla se aproxima a la longitud de la caída libre, debido a que el coeficiente de descarga que propone se obtuvo para un índice de huecos mucho menor. Una consecuencia de la disminución del índice de huecos es el incremento de la presión sobre la hendidura. Este hecho hace que el coeficiente de descarga se incremente al disminuir el índice de huecos. Así, si utilizamos coeficientes de descarga obtenidos para índices de huecos bajos en rejillas con índices de huecos mayores se obtendrán longitudes de rejilla mojadas menores. Krochin obtuvo sus coeficientes de descarga para barras prismáticas mientras Dagan adoptó los valores experimentales medidos por Nosedá.

1.2.5.3 Línea de energía horizontal

A continuación se analizan las metodologías de cálculo basadas en que la energía del flujo mantiene un nivel horizontal (Bouvard, 1953; Frank, 1956; Brunella et al., 2003; Righetti y Lanzoni, 2008):

$$H = H_0 + x \text{seno} \theta = h \cos \theta + \frac{U^2}{2g} \quad (1.29)$$

Donde $x \text{seno} \theta$ es la elevación de la base de la rejilla respecto a un eje horizontal de referencia, g es la constante de gravedad, $h \cos \theta$ es el calado del flujo proyectado en la dirección vertical, y U es la velocidad media del flujo de la sección (Ver Figura 1.7).

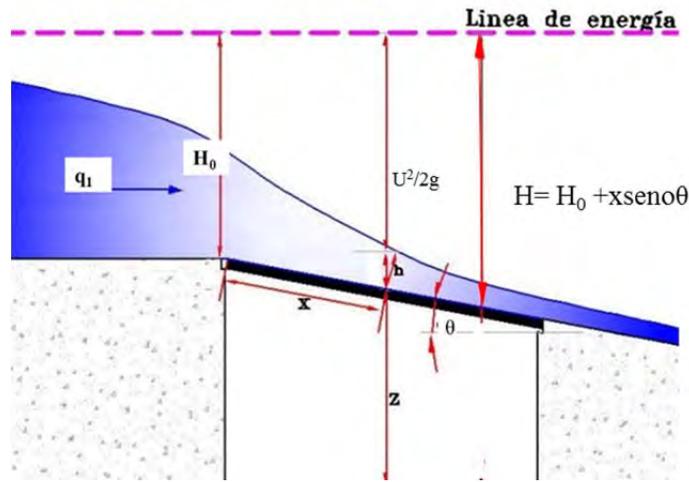


Figura 1.7. Línea de energía horizontal (nivel de H constante).

1.2.5.3.1 Análisis teórico del flujo sobre una reja, Bouvard (1953)

Bouvard resuelve la ecuación (1.29) junto con la ecuación del orificio presentada en la tabla 1.1 llegando a una ecuación diferencial de sexto orden:

$$\left(\frac{dq}{dx}\right)^6 - 2gm'^2(x\text{sen}\theta + H)\left(\frac{dq}{dx}\right)^4 + 4g^2q^2m'^6 \cos^2 \theta = 0 \quad (1.30)$$

Donde $m' = mC_{qh}$. Bouvard y Kuntzmann (1954) resuelven dicha ecuación mediante sucesivos cambios de variable que resultan en una ecuación cúbica (1.31) y que permiten la obtención del perfil de la lámina de agua y la longitud de reja necesaria. Parten de las mismas hipótesis de otros investigadores: (i) nivel de energía horizontal; (ii) las presiones sobre la reja se consideran hidrostáticas, (iii) la velocidad normal a la reja se considera que es función únicamente de la altura de presión; (iii) el coeficiente de contracción es constante a lo largo de toda la reja y no depende de la inclinación de las líneas de corriente.

$$\begin{aligned} z^3 + pz^2 + q &= 0 \\ p &= -2gm'^2(x\text{sen}\theta + H) \\ q &= 4g^2q^2m'^6 \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (1.31)$$

La ecuación de la longitud de reja queda:

$$L = \left\{ \frac{1}{2m'} \left[\left(j + \frac{1}{2j^2} \right) \arcsin \sqrt{\frac{j}{j + (1/2j^2)}} + 3\sqrt{\frac{1}{2j}} \right] + \left(\frac{0.303}{m'^2} + \frac{2j^3 - 3j^2 + 1}{4j^2} \right) \text{tg}\theta \right\} h_1 \cos \theta \quad (1.32)$$

Donde $j = \frac{h_1}{h_c}$.

1.2.5.3.2 Línea de energía horizontal, perfil elíptico de flujo, Frank (1956)

Frank (1956) asume que el perfil del flujo es un arco elíptico, y realiza el análisis con la hipótesis de que el nivel de la energía es horizontal a lo largo del flujo.

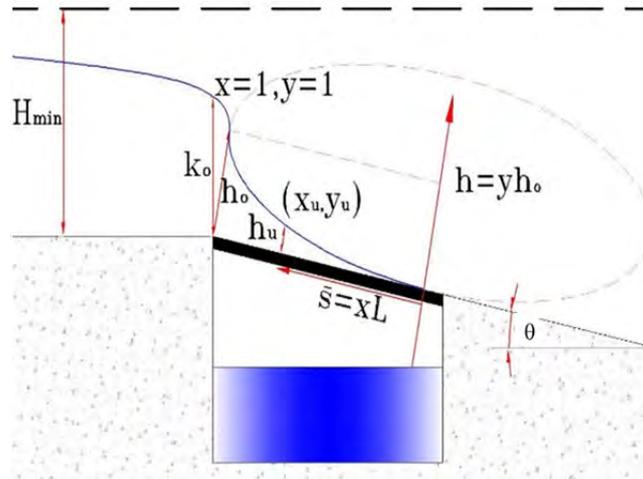


Figura 1.8. Análisis de perfil elíptico de flujo, cuyos ejes son equivalentes a la longitud de la reja y al calado crítico.

Para el cálculo del perfil define las siguientes variables adimensionales:

$$x = \frac{\bar{s}}{L}; \quad y = \frac{h}{h_0} \quad (1.33)$$

La ecuación de la elipse cuyo centro se encuentra en las coordenadas $(0, h_0)$ (h_0 es el calado perpendicular al inicio de la reja con respecto a los ejes s y h es:

$$\frac{\bar{s}^2}{L^2} + \frac{(h - h_0)^2}{h_0^2} = 1 \quad (1.34)$$

Integrando la ecuación del orificio determina que longitud de la reja para captar el caudal q_l es (ver Apéndice 1):

$$L = 2.561 \frac{q_0}{\lambda \sqrt{h_0}} \quad (1.35a)$$

Donde:

$$\lambda = m C_{qh} \sqrt{2g \cos \theta} \quad (1.35b)$$

1.2.5.3.3 Método Gráfico. Análisis de las dos hipótesis, Frank, 1959

La derivación de caudales a través del método gráfico parte de la hipótesis de que la línea de energía es horizontal. Frank (1959) supone que:

$$q_l = h_l \sqrt{2g(H_l - h_l \cos \theta)} \quad (1.36)$$

$$q_2 = h_2 \sqrt{2g(H_2 - h_2 \cos \theta)} \quad (1.37)$$

$$q_d = \lambda \sqrt{h} \quad (1.38)$$

$$\lambda = mC_{qh} \sqrt{2g \cos \theta} \quad (1.38b)$$

$$\Delta q = \Delta x \frac{q_{d1} + q_{d2}}{2} \quad (1.39)$$

Donde q_1 , q_2 son los caudales que circulan hacia aguas abajo en las secciones 1 y 2 respectivamente; q_{d1} y q_{d2} son los caudales derivados por unidad de longitud en los puntos 1 y 2 respectivamente.

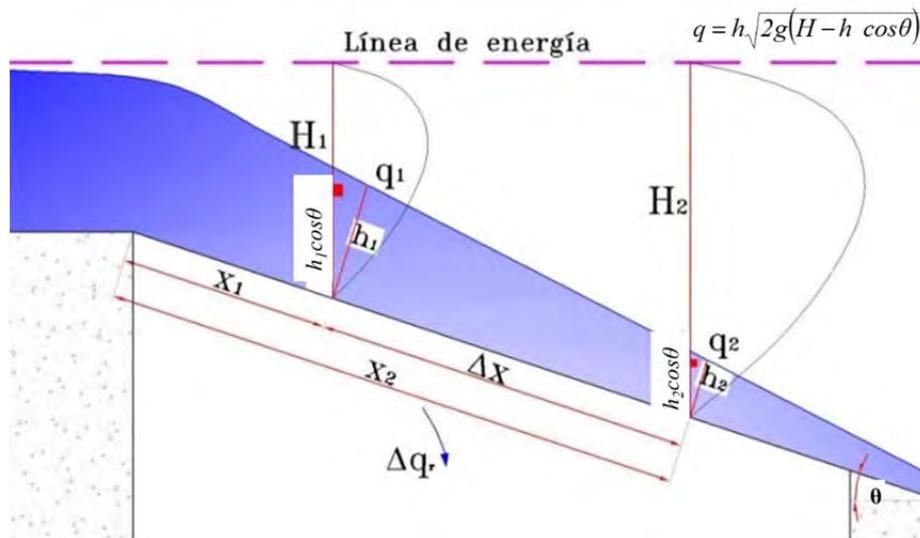


Figura 1.9. Esquema del movimiento de agua con la línea de la energía horizontal.

A partir de las ecuaciones anteriores se calculan en primer lugar las curvas $(q-h)$, para un valor de H constante en las ecuaciones del tipo (1.36) y (1.37), que se pueden ver en la figura 1.10a. A continuación, elegimos un incremento de longitud de reja $\Delta x = cte$, y a partir de la ecuación (1.38) se calcula la curva $\frac{(h-q_d)}{2} \Delta x$ que se representa en la figura 1.10b. El método gráfico consiste en superponer en sucesivas ocasiones la curva $\frac{(h-q_d)}{2} \Delta x$ sobre las sucesivas curva $(q-h)$ partiendo de que en el inicio de la reja conocemos el valor del caudal.

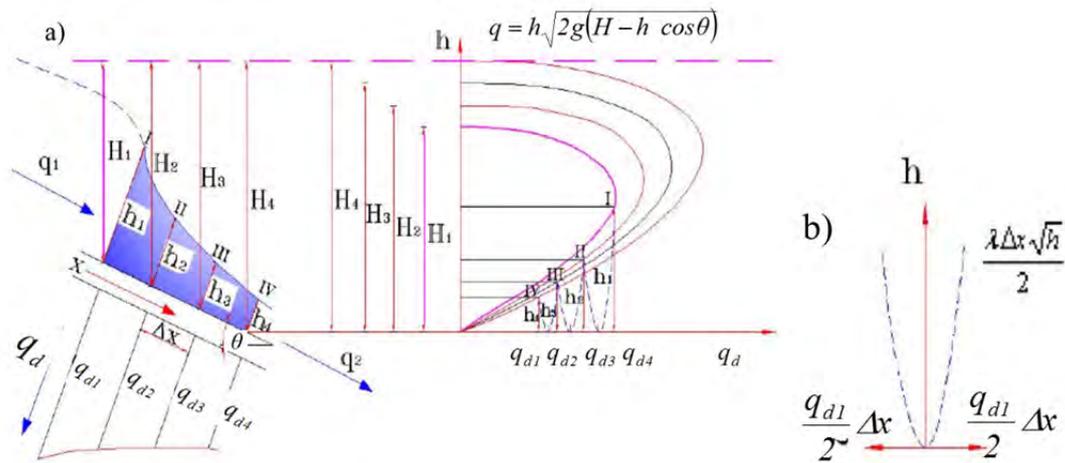


Figura 1.10. Método gráfico del perfil del flujo con la línea de energía horizontal. **(a)** curvas $(q-h)$ según ecuaciones (1.36) y (1.37). **(b)** curva $\frac{(h-q_d)}{2} \Delta x$ según la ecuación (1.38).

Esto mismo se puede llevar a cabo para el caso de línea de energía paralela al plano de la reja, como se puede ver en la figura 1.11.

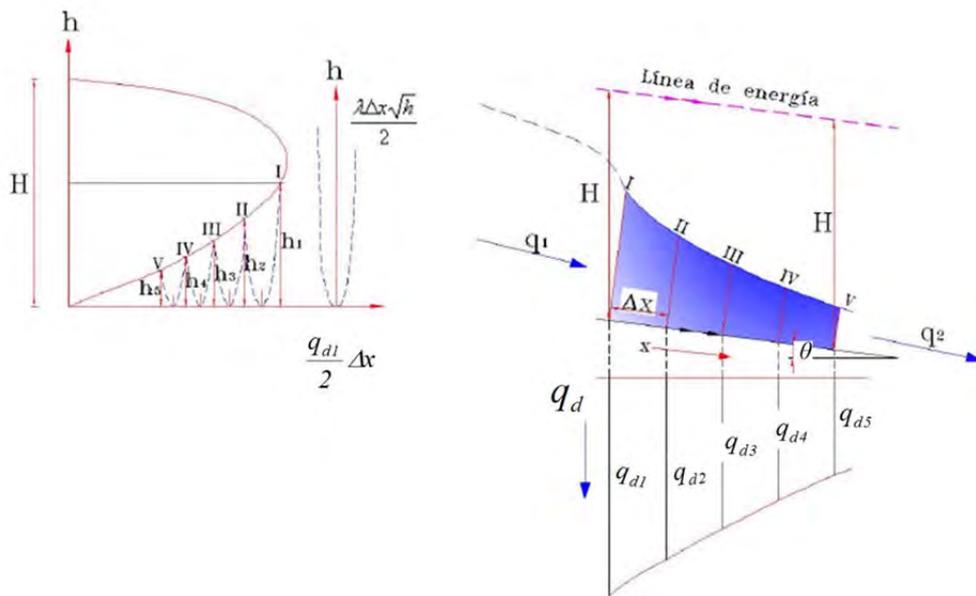


Figura 1.11. Gráfico para gradiente de energía paralela al fondo (energía específica).

1.2.5.3.4 Perfil normalizado para ángulos de inclinación de la reja de hasta 50° (119%), Brunella et al. (2003)

Brunella et al. (2003) analizan el caso de flujo subcrítico aguas arriba de la reja con transición a flujo supercrítico al inicio de la reja. Llevan a cabo la medición del perfil de la lámina de agua para rejas con barrotes circulares, longitudinales a la corriente, $m = 0.352$ y 0.664 , y con inclinaciones que van desde 0 hasta 50° (0 hasta 119%). Una de las principales conclusiones de su análisis es que para los ángulos θ , comprendidos entre 19° y 44° (34.4 y 96.6%), los perfiles de la lámina de agua son coincidentes si consideramos un mismo caudal. No así para los ángulo

comprendidos entre 0° y 7.3° (0 y 12.81%), donde el perfil es variable en función de la pendiente. Proponen un perfil universal para la lámina de agua mediante una función de la tangente hiperbólica y a partir de los parámetros:

$$Z = \frac{N}{h_c}; \quad X = \frac{x}{h_c} \quad (1.40)$$

Donde N representa el calado medido perpendicular al plano de la reja y x es la coordenada longitudinal medida sobre el plano de la reja. Así, la ecuación universal de la lámina de agua propuesta por Brunella et al (2003):

$$Z = (1/2)[1 - \tanh(X - 1)/2] \quad (1.41)$$

En la figura 1.12 se observa cómo los diversos puntos medidos en laboratorio para los caudales comprendidos entre 0.07 - 0.2 m²/s y para las inclinaciones a partir de 19° y hasta 44° (34.4 y hasta 96.6%), se ajustan al perfil propuesto mediante la ecuación (1.41) anterior.

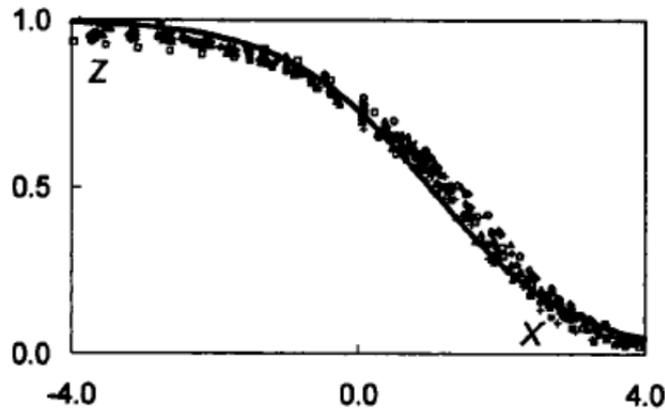


Figura 1.12. Perfil del flujo según Brunella et al. (2003), para el rango de caudales de 0.07 < q < 0.2 m²/s y ángulo de inclinación 19° < θ < 44° (34.4 < θ < 96.6%).

Para ajustar la lámina de agua medida por Nosedá, Brunella et al. (2003) proponen utilizar las variables:

$$Z = \frac{N}{h_c}; \quad X_R = \frac{x}{h_c} C_{q\theta} m \quad (1.42)$$

En la figura 1.13 se presenta el ajuste propuesto para los puntos de la superficie de la lámina de agua medidos por Nosedá (1956) para pendientes de hasta 20%.

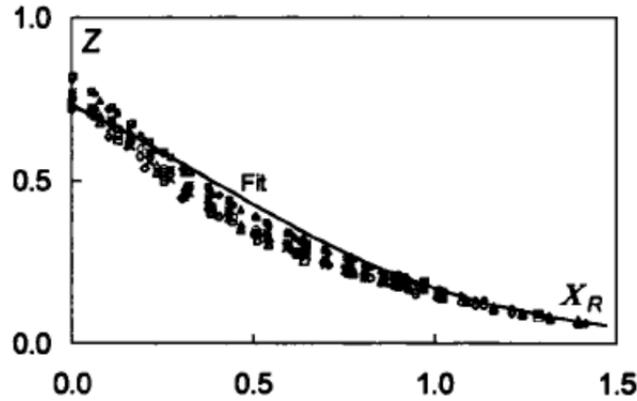


Figura 1.13. Perfil de la superficie libre calculada $Z = f(X_R)$, para pendientes de hasta 20% e índices de huecos $m = 0.16, 0.22$ y 0.28 .

Brunella et al. (2003) resuelven las ecuaciones que gobiernan la superficie libre utilizando nuevas variables adimensionales $X_0 = x/H_0$; y $Z_0 = h/H_0$, basadas en el nivel de energía horizontal $H_0 = H_c$, donde partiendo de:

$$H = H_0 + x \operatorname{sen} \theta = Q^2 / [2gb^2h^2] + h \cos \theta$$

$$dQ/dx = -C_{qh} m \sqrt{2gh \cos \theta}$$

$$Q = hb [2g(H_0 + x \operatorname{sen} \theta - h \cos \theta)]^{1/2}$$

Se llega a:

$$Q = Nb [2g(H_0 + x \operatorname{sen} \theta - N \cos \theta)]^{1/2}$$

$$\frac{dZ_0}{dX_0} = \frac{2 \cos \theta C_q m \sqrt{Z_0 (1 + X_0 \operatorname{sen} \theta - Z_0 \cos \theta)} + Z_0 \operatorname{sen} \theta}{[3Z_0 \cos \theta - 2(1 + X_0 \operatorname{sen} \theta)]} \quad (1.43)$$

La ecuación (1.43) se puede resolver numéricamente mediante un método tipo Newton como Runge-Kutta de orden 4 (ver Apéndice 3). Los resultados de dicha ecuación se representa en la figura 1.14a donde se observa que los perfiles de la lámina de agua, calculados mediante la ecuación (1.43), son función de la pendiente. En la figura 1.14b se representa un mismo caudal y pendientes entre 0 y 50° (0 y 119%), mientras el perfil de la lámina de agua medido se ajusta a una única curva, los perfiles obtenidos a partir de la ecuación (1.43) difieren de ésta. Brunella et al. (2003) achacan este hecho a los errores cometidos como consecuencia de las hipótesis de distribución de presiones hidrostáticas, al inicio de la reja, y de nivel de energía horizontal.

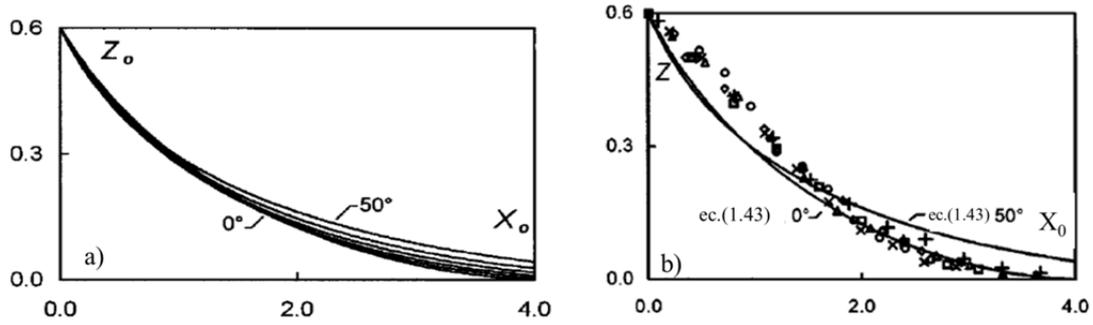


Figura 1.14. Perfil de la superficie libre calculada $Z_o = f(X_o)$, solución para varios ángulos θ .

Para el cálculo de la longitud de reja necesaria, Brunella et al. (2003) a la vista de los resultados de la figura 1.13, proponen la magnitud: $L/(2/3H_0)C_{q_0}m \approx 1.245$, que supone:

$$L = \frac{0.83H_0}{C_{q_0}m} \approx \frac{H_0}{C_{q_0}m} \quad (1.44)$$

Donde C_{q_0} es el coeficiente de descarga medido en condiciones estáticas.

1.2.5.3.5 Longitud de reja a partir de $C_q = f(m, H_0, C_{q_0}, F_{H_0}, \dots)$

Righetti y Lanzoni (2008), partiendo de la ecuación del orificio con la carga igual a la altura de energía, ajustan una función de coeficiente de descarga variable conforme varía la coordenada x a lo largo de la reja:

$$dq = C_{qH}m\sqrt{2gH_0} \quad (1.1)$$

Del análisis experimental determinan el carácter bidimensional del campo de velocidades longitudinal y normal al plano de la reja, obteniendo la distribución del coeficiente de descarga a lo largo del perfil y que permite realizar el cálculo del caudal:

$$C_{qH} = C_{q_0} \left(a \frac{x}{H_0} F_{H_0} + 1 \right) \left\{ \tanh \left[b_0 \sqrt{2} - F_{H_0} \right] \right\}^{b_1} \quad (1.45)$$

Siendo C_{q_0} el coeficiente de descarga determinado en condiciones estáticas; los valores a , b_0 y b_1 son determinados experimentalmente en el laboratorio, y F_{H_0} es el número de Froude modificado determinado con la velocidad U_0 y carga específica H_0 al inicio de la reja.

$$F_{H_0} = \frac{U_0}{\sqrt{gH_0}} = \frac{F_{r_0}}{\sqrt{1 + F_{r_0}^2/2}} \quad (1.46)$$

Donde U_0 es la velocidad media en la sección de inicio de la reja; F_{r_0} es el número de Froude al inicio de la reja.

A partir de la ecuación del orificio, e introduciendo la ecuación (1.45) se obtiene:

$$\Delta Q = C_{q_0}mbL\sqrt{2gH_0} \left(\frac{a}{2} \frac{L}{H_0} F_{H_0} + 1 \right) \left\{ \tanh \left[b_0 \left(\sqrt{2} - F_{H_0} \right) \right] \right\}^{b_1} \quad (1.47)$$

Donde, b es el ancho del canal. La ecuación (1.45) es válida para el rango de números de Froude entre $0.2 < F_{r0} < 3$, valores del índice de huecos $0.16 < m < 0.28$ y para pendientes de 0, 10 y 20%. Finalmente se puede obtener la longitud de reja para captar un determinado caudal mediante la ecuación (1.48), obtenida de despejar el valor de L de la ec. (1.47):

$$\frac{L}{H_0} = \frac{1}{2c_1} \left(-1 + \sqrt{1 - 4c_0c_1} \right) \quad (1.48)$$

Donde:

$$c_0 = - \frac{F_{H_0} (1 - F_{H_0}^2 / 2)}{\sqrt{2} C_{q_0} m \left\{ \tanh \left[b_0 (\sqrt{2} - F_{H_0}) \right] \right\}^{b_1}} \quad (1.49)$$

$$c_1 = \frac{a}{2} F_{H_0} \quad (1.50)$$

Los valores de $a = -0.1056$, $b_0 = 1.5$ y $b_1 = 0.478$ son válidos solamente para flujo supercrítico sobre la reja. Además, en la ecuación propuesta no interviene la inclinación de la reja por lo que se ciñe estrictamente al rango de pendientes para las que se ha obtenido (0, 10 y 20%).

1.2.5.3.6 Resumen de resultados de cálculo de longitud de reja con hipótesis de línea de energía horizontal

Con la intención de poder comparar los resultados de las diversas ecuaciones recogidas para la definición de la longitud de reja necesaria para captar un determinado caudal de aproximación, q_1 , se elige una reja con barrotes circulares de índice de huecos $m = 0.6$ tal y como fue propuesta por Drobir (1999). A pesar de que la mayoría de los desarrollos presentados obtuvieron sus coeficientes de descarga a partir de la experimentación para índices de huecos comprendidos entre 0.16 y 0.4 se usan y presentan en la figura 1.15 siguiente.

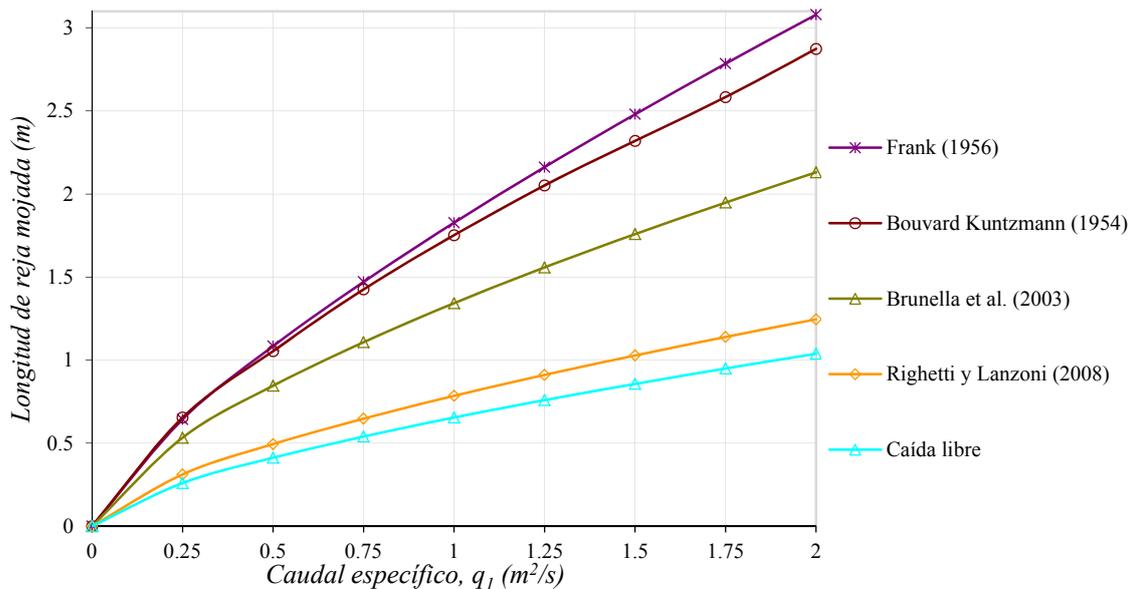


Figura 1.15. Longitudes de reja calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es horizontal, $m = 0.60$ y pendiente del 20%.

Al analizar las longitudes obtenidas, se puede observar que a partir de la ecuación propuesta por Righetti y Lanzoni (2008), se obtienen longitudes de reja menores a las calculadas con la ecuación de Brunella et al. (2003), Bouvard Kunzmann (1954) y Frank (1959). Así, para el caudal de $1.25 \text{ m}^2/\text{s}$ se obtienen 0.91, 1.56, 2.05, y 2.16 m de longitud de reja para las formulaciones de Righetti y Lanzoni (2008), Brunella et al. (2003), Bouvard Kunzmann (1954) y Frank (1959) respectivamente. Esto se debe fundamentalmente a que los coeficientes de descarga de cada caso difieren, debido a que tanto los índices de hueco, como la forma de las barras, de uno a otro varían. Mientras Frank, y Bouvard hacen uso del coeficiente de descarga de Nosedá para barras planas e índices de hueco de hasta 0.28; Brunella et al (2003) adoptan el coeficiente de descarga estático para barras circulares y con índices de hueco de 0.35 y 0.66; y Righetti y Lanzoni (2008) trabajan con barras prismáticas e índice de huecos de 0.20. En casi todos los casos los índices de hueco para los que se obtuvieron suelen ser menores que el actual $m = 0.60$ adoptado en la figura 1.15.

De esta forma, a la vista de las figuras 1.6 y 1.15, se puede concluir que no se dispone de una formulación única para la obtención del coeficiente de descarga a partir del índice de huecos y el tipo de barras. En la tabla 1.2 siguiente se resumen los valores obtenidos mediante las formulaciones presentadas en los apartados 1.2.5.2 y 1.2.5.3 para el caso concreto del caudal de aproximación $q_1 = 1.25 \text{ m}^2/\text{s}$

Tabla 1.2. Longitudes de reja para el caudal de aproximación $q_1=1.25 \text{ m}^2/\text{s}$ para las rejillas de índice de huecos $m = 0.60$ y pendiente del 20%.

$q_1=1.25 \text{ m}^2/\text{s}$ Autor	HIPÓTESIS	
	Línea energía paralela a reja	Línea energía horizontal
Caída libre		0.76
Mostkow (1957)	1.01	
Dagan (1963)	1.34	
Nosedá (1956)	1.96	
Krochin (1978) $f=0\%$	2.04	
Righetti y Lanzoni (2008)		0.91
Brunella et al. (2003)		1.56
Bouvard Kunzmann (1954)		2.05
Frank (1956)		2.16

1.2.5.4 Otras formulaciones y análisis encontrados respecto a la longitud de la reja

1.2.5.4.1 Primeras formulaciones usadas para el cálculo de la longitud de reja, Mostkow (1957)

Mostkow (1957) presenta los resultados de estudios anteriores sobre el dimensionamiento de la reja como el publicado en Tbilissi, en 1935, denominado "Principios del cálculo de las construcciones de captaciones hidráulicas" donde muestra un método simple de cálculo de las rejillas horizontales, a partir de la ecuación del orificio promediada entre dos puntos, al inicio y final de la reja, h_1 y h_2 , respectivamente (Figura 1.16):

$$q_d = q_1 - q_2 = C_{qh} mL \sqrt{2g \frac{h_1 + h_2}{2}} \quad (1.51)$$

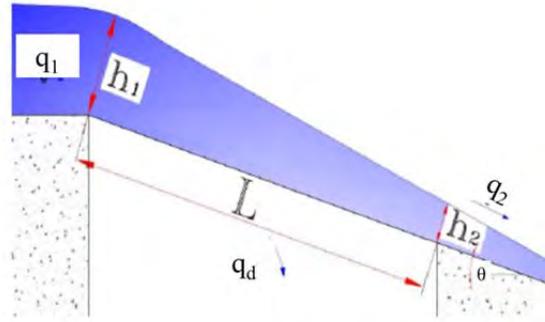


Figura 1.16. Representación de variables para el cálculo de la longitud de reja según Mostkow (1957).

Mostkow presenta también el caso en que los calados al inicio y final de la reja sean calados críticos para los caudales transportados, en cuyo caso el caudal captado se podrá expresar como:

$$q_d = \sqrt{g} \left(h_1^{3/2} - h_2^{3/2} \right) \quad (1.52)$$

Si a partir de dicha hipótesis de calados críticos en los extremos, se aplica la ecuación de cantidad de movimiento unidimensional en la dirección del flujo e igualando la ecuación de caudal captado a la ecuación (1.51) anterior, se obtiene la siguiente relación (ver Apéndice 1):

$$h_1 - h_2 = 2C_{qh} m \quad (1.53)$$

A partir de esta última relación Mostkow recoge otro método de cálculo (Tesis de Chaguinov, 1937), basado en la hipótesis de una variación lineal del perfil del agua sobre la reja y el supuesto de que el caudal derivado es proporcional al calado:

$$q_d = \frac{2}{3} C_{qh} \sqrt{2g} mL \frac{h_1^{3/2} - h_2^{3/2}}{h_1 - h_2} \quad (1.54)$$

Las ecuaciones (1.51), (1.52), y (1.54) son simples y fueron utilizadas para el cálculo de dimensionamiento de la reja en aquella época. Después de las experiencias de Zamarin se admite que h_1 y h_2 , son iguales a 0.81 veces la altura crítica correspondiente a los caudales q_1 y q_2 (ver Figura 1.16).

1.2.5.4.2 Cálculo de la longitud de reja, Ven Te Chow (1959)

Ven Te Chow (1959) presenta el dimensionamiento de la reja basado en estudios realizados hasta 1957; es decir recoge las investigaciones de los artículos de Garot (1939), Frank (1956), Nosedá (1956), Schmidt (1957) y Mostkow (1957). Así, de la misma forma que hizo Mostkow (1957), distingue entre las rejillas de barras longitudinales a la corriente, a las que llama de flujo vertical y en las que la ecuación del orificio es función de la altura de energía. Por otro lado recoge las rejillas de barras transversales denominadas de flujo inclinado a través de la reja para las que la carga es el calado. Para cada caso recoge las ecuaciones integradas por Mostkow (1957), ecs. (1.23) y (1.24), en el primer caso y por Nosedá ec. (1.9) y (1.10) para el segundo. Así presenta las ecuaciones:

- Barras transversales, donde la carga de la ecuación del orificio es el calado, (ec. presentada por Mostkow, 1957):

$$L = \frac{H_0}{mC_q} \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{h_1}{H_0} \left(1 - \frac{h_1}{H_0} \right)} - \frac{1}{4} \arcsen \left[1 - \frac{2h_1}{H_0} \right] + \frac{\pi}{8} \right] \quad (1.55)$$

- Barras longitudinales, donde la carga de la ecuación del orificio es la altura de energía, (ec. presentada por Mostkow, 1957), ecuación (1.24) presentada anteriormente:

$$L = \frac{Q_1}{C_{qH} b m \sqrt{2gH_0}} \quad (1.24)$$

1.2.5.4.3 Drobir (1981, 1999). Diferencia de caudal derivado entre dos perfiles del flujo que se producen sobre la reja

El profesor Dr. Marco Castro Delgado de la Escuela Politécnica Nacional de Ecuador, tradujo el artículo “Entwurf von Wasserfassungen im Hochgebirge”. Dicho trabajo fue publicado en la revista “Oesterreiche Wasserwirtschaft”, por el Dr. Techn. Helmut Drobir bajo la temática del diseño de obras de captación de fondo en ríos de montaña. La empresa eléctrica del Tirol – TIWAG (Tiroler Wasserkraftwerke AG) construyó entre los años 1961 y 1965 en torno a 10 captaciones de agua en ríos de montaña donde el profesor Dr. Techn. W. Schober desarrolló el sistema automático de limpieza TIWAG para este tipo de tomas. Múltiples sistemas de captación con el sistema de limpieza incluido se han puesto en marcha desde las citadas fechas con éxito. En dicho artículo se recogen los desarrollos teóricos que se basan en los desarrollos de Frank (1956) y de Kuntzmann y Bouvard (1954) partiendo de las hipótesis:

- el calado crítico se produce al inicio de la reja
- la distribución de presiones es la hidrostática y se puede aplicar Bernouilli a lo largo de las líneas de corriente
- se puede utilizar para representar el perfil de la lámina de agua sobre la reja, una elipse cuyos ejes los constituyen el calado al inicio h_0 y la longitud mínima de la reja para captar la totalidad del caudal de diseño
- para evitar la pérdida de efectividad en la captación debida a atascamientos, se recomienda que la longitud total de la reja sea de 1,5 a 2 veces la mínima requerida por cálculo.
- La pendiente de la reja para propiciar autolimpieza y disminuir el atascamiento debe estar entre el 20 y el 30%
- Espaciamiento entre barrotes de 150 mm. Ver estudios de granulometría de Sommer (1980). En las curvas granulométricas de dicho estudio, el 90% del material tiene un tamaño menor de 60 mm.
- Para el coeficiente de descarga se tomará en consideración el espacio entre barrotes, la forma de éstos, su pendiente, etc.
- La forma de los barrotes de la reja es una parte muy importante. En barras planas se permite que parte del caudal escurra sobre los barrotes. La compañía hidroeléctrica del Tirol, TIWAG, recomienda barrotes en forma de cuerpo de pez.

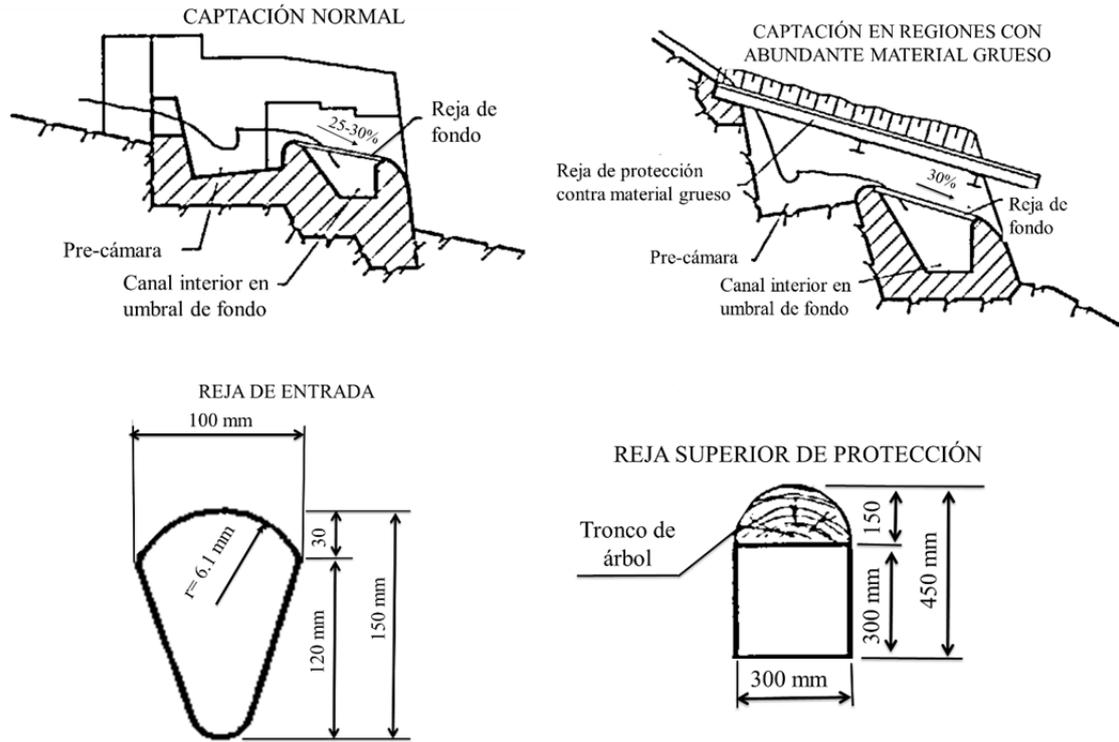


Figura 1.17. Esquemas de obras de captación propuestas en función de la cantidad de sedimentos según Drobir (1981).

Se propone en definitiva aplicar la ecuación de Frank (1956), ecuaciones (1.35a) y (1.35b). Para el caso de que se produzca el calado próximo al crítico en la entrada de la reja, $h = h_c k_F$:

$$L = \frac{0.846}{C_{qh} m \cos^{1/2}(\theta) \sqrt{k_F}} \sqrt[3]{q^2} \quad (1.56)$$

Donde k_F es el factor que introduce la reducción de h al inicio de la reja como consecuencia de la proyección del calado crítico sobre el plano perpendicular al de la reja.

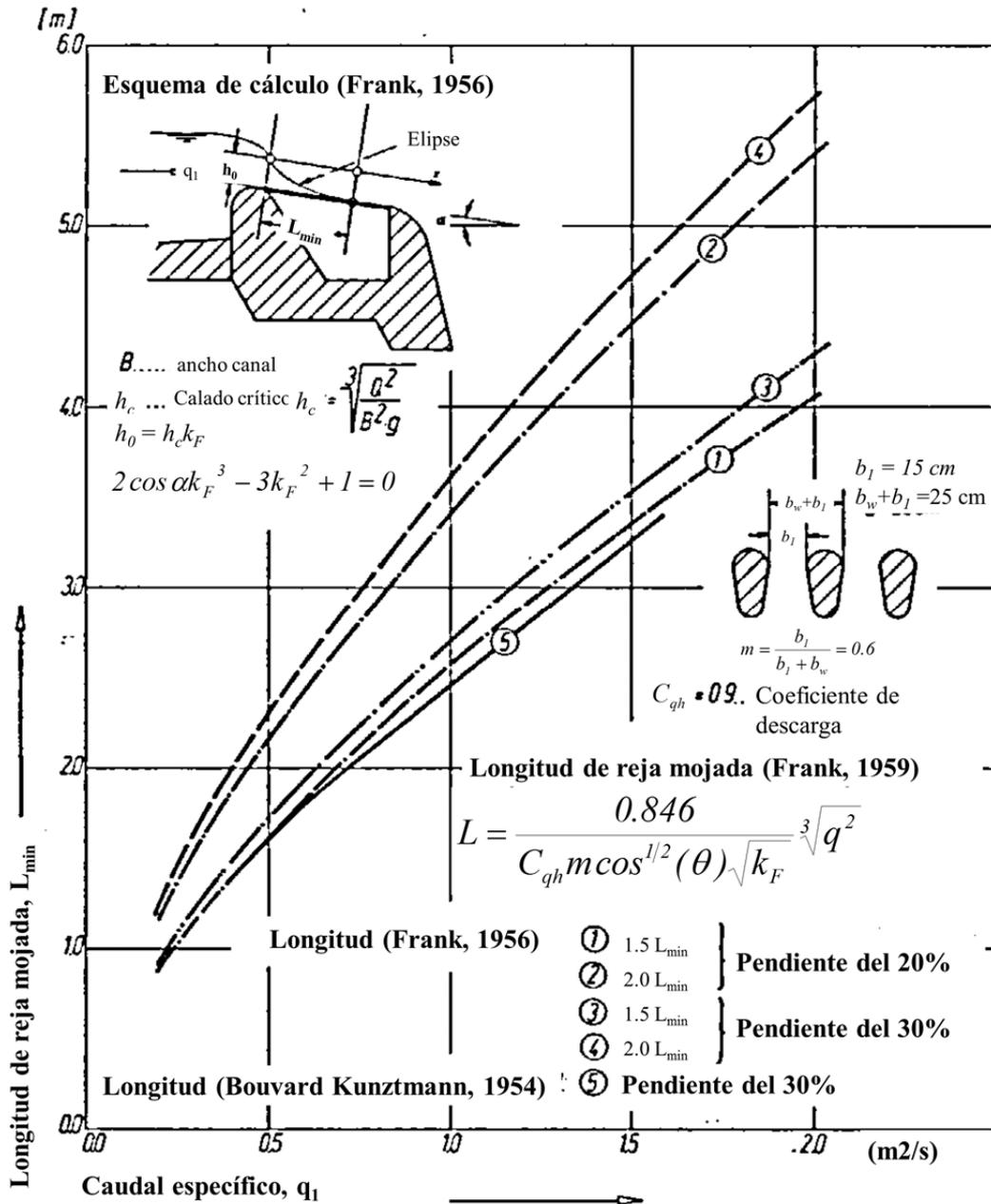


Figura 1.18. Gráficas y fórmulas propuestas por Drobir (1981) para el cálculo de la longitud de reja mínima y captación de un caudal a partir de la ecuación (1.56).

Drobir et al. (1999) presenta mediciones realizadas en un modelo a escala 1:10 en el laboratorio de Hidráulica de la University of Technology de Viena junto con mediciones en prototipo en una captación tirolesa de la central hidroeléctrica Sellrain-Silz. A diferencia de los modelos presentados hasta la fecha, el índice de huecos utilizado es superior al resto de estudios experimentales, $m = 0.6$. Las barras utilizadas son de sección circular longitudinales a la corriente (figura 1.17).

Drobir (1999) define las longitudes de reja necesarias para captar un determinado caudal. Dentro de éstas distingue por primera vez dos longitudes, L_1 y L_2 (ver Figura 1.19). La primera, L_1 , se corresponde con un flujo donde la componente gravitacional predomina sobre la inercial. Esta diferenciación no había sido realizada en ninguna investigación anterior. Presenta también los puntos medidos de las longitudes de reja mojada en prototipo, denominadas L_{TIWAG} , el esquema de dicha captación de fondo se presenta en la figura 1.17. En sus mediciones Drobir

constata que, la diferencia del caudal derivado entre las longitudes L_1 y L_2 puede llegar a ser hasta del 23%.

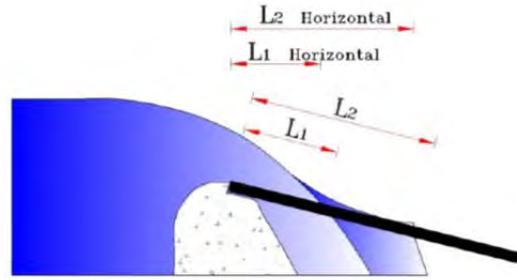


Figura 1.19. Representación de las longitudes L_1 y L_2 medidas en modelo de reja, Drobir et al. (1999).

Drobir (1999) propone un ajuste de las longitudes L_1 y L_2 :

$$\begin{aligned} L_1 &= 0.9088q_1^{0.4993} \\ L_2 &= 1.7205q_1^{0.4296} \end{aligned} \quad (1.57)$$

1.2.5.4.4 Aproximación de la función $\Phi(h/H)$ de Gherardelli , recogido por Frank (1959)

A partir de sustituir en la ecuación diferencial presentada por Garot (1939), y recogida aquí como (1.4), el coeficiente de descarga propuesto por Nosedá (1956), se integra dicha ecuación para la coordenada longitudinal x , entre el calado al inicio h_0 , y la coordenada en que éste se anula. De aquí se despeja la función $\Phi(h/H)$.

$$\Phi\left(\frac{h}{H_0}\right) = 13 \left(\sqrt{1 - \frac{h}{H_0}} - 0.53 \right)^3 \quad (1.58)$$

Sustituyendo ahora la ecuación (1.58) en la ecuación (1.6) y suponiendo que en el inicio $h_0/H_0 \approx 1$ y $h_2 = 0$, se tiene que:

$$L = \frac{13H_0}{2mK} \left(\sqrt{1 - \frac{h_2}{H_0}} - 0.53 \right)^3 \quad (1.59)$$

Donde: $K = 0.66m^{-0.16} \left(\frac{b_c}{H_0} \right)^{-0.13}$. Operando en la ecuación (1.59) se obtiene:

$$L = \frac{0.675H_0}{mK} \quad (1.60)$$

1.2.5.4.5 Método de Forchheimer, recogido por Garot (1939)

Garot recoge la formulación propuesta en el libro de hidráulica Forchheimer donde parte de la ecuación de la energía:

$$dh - (i - I)dx - d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) = 0 \quad (1.61)$$

Donde: i = pendiente longitudinal de la reja, I = pérdidas de energía por fricción. Si expresamos la ecuación anterior en diferencias finitas e introducimos en (1.61) las ecuaciones siguientes:

La ecuación del orificio:

$$\Delta Q = C_{qh} m B \sqrt{2gh} \Delta x = \Delta x C_{qh} m B \sqrt{2g \frac{h_1 + h_2}{2}} \quad (1.62)$$

La ecuación de Chezy con el coeficiente de rozamiento de Bazin, k , nos queda:

$$I = \left(\frac{2Q_1 + \Delta Q}{B(h_1 + h_2)}\right)^2 \frac{1}{k^2 \left(\frac{R_{h1} + R_{h2}}{2}\right)^{4/3}} \quad (1.63)$$

El término de la velocidad:

$$d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) = \frac{\alpha}{2g} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{\alpha}{2g} \left[\left(\frac{Q_1 + \Delta Q}{h_2}\right)^2 - \left(\frac{Q_1}{h_1}\right)^2 \right] \quad (1.64)$$

Así, introduciendo las ecuaciones (1.62), (1.63) y (1.64) en la ecuación (1.61) expresada en diferencias finitas nos queda:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \Delta l \left\{ i - \left[\frac{\left[\frac{2Q_{y1} + \Delta x C_{qh} m B \sqrt{2g \frac{h_1 + h_2}{2}}}{B(h_1 + h_2)} \right]^2}{k^2 \left(\frac{R_{h1} + R_{h2}}{2}\right)^{4/3}} \right] \right\} + \frac{\alpha}{2gB^2} \left[\left(\frac{Q_{y1} + \Delta x C_{qh} m B \sqrt{2g \frac{h_1 + h_2}{2}}}{h_2} \right)^2 - \left(\frac{Q_{y1}}{h_1} \right)^2 \right] \quad (1.65)$$

Donde R_h es el radio hidráulico. Para poder calcular el valor de h_2 se deberán seguir los siguientes pasos: En primer lugar, se deberá conocer el caudal inicial así como el calado h_1 inicial. Se deberá conocer además el ancho del canal, B , su pendiente, i , así como los parámetros C_{qh} , m , y k . Se elegirá un valor de Δl y se resolverá la ecuación anterior mediante un método de aproximaciones sucesivas tipo Newton. En la primera iteración se hace coincidir el valor de la pendiente longitudinal de la reja con la pendiente motriz resultante de la ecuación de Manning. Adoptar valores iniciales de $\alpha = 1.11$. Evidentemente el método es tanto más fiable cuanto

menor sea el valor de Δl asumido así como se aproxime el valor de C_{qh} ; además se necesitan unas condiciones iniciales para poder llevar a cabo los cálculos.

1.2.5.4.6 Longitud de reja propuesta por Vargas (1998)

Vargas (1998), a partir de las mediciones experimentales en un modelo a escala 1:10 para rejas con barrotes planos, circulares y triangulares para inclinaciones de hasta 20° y con índice de huecos de $m = 0.33$ para caudales de hasta 40 l/s y rejas de ancho de 55.2 cm y una longitud de 25 cm para barrotes de ancho mínimo de 1 cm. Concluyó que la longitud de la reja mojada se puede aproximar a través de las ecuaciones de la trayectoria del tiro parabólico para describir la trayectoria de una partícula viajando en la superficie del agua y de esta manera encontrar la longitud de rejilla necesaria. Parte de la hipótesis de que la velocidad está uniformemente distribuida en la sección transversal. Con base en las mediciones experimentales ajustó la siguiente ecuación:

$$L_{mojada} = K_2 \sqrt{\frac{2 \cos \theta q_1^2}{mgh_0}} \quad (1.66)$$

Donde K_2 es una constante de ajuste de valor 1.1; h_0 es el calado al inicio de la reja; q_1 el caudal de aproximación y θ el ángulo de inclinación de la reja.

En el mismo modelo anterior Jimenez y Vargas (2006) comprueban que para barras circulares las longitudes de reja necesarias para derivare un determinado caudal se aproximan a los valores propuestos por Brunella et al. (2003) y Mostkow (1957). Además comprueban la influencia de la pendiente de la reja así como el número de Froude a la entrada en la longitud de reja mojada.

1.2.5.4.7 Comparación de la longitud de reja para otras formulaciones

Hasta donde sabemos los datos de Drobir (1999) son los únicos valores medidos en prototipo existentes en toda la literatura revisada. Para poder realizar un análisis comparativo se han llevado a cabo cálculos con los parámetros señalados en Drobir (1999).

Las fórmulas correspondientes a Chaguinov (1937) y en la publicación de Thbilissi (1935) no se considera la influencia de la pendiente de la reja.

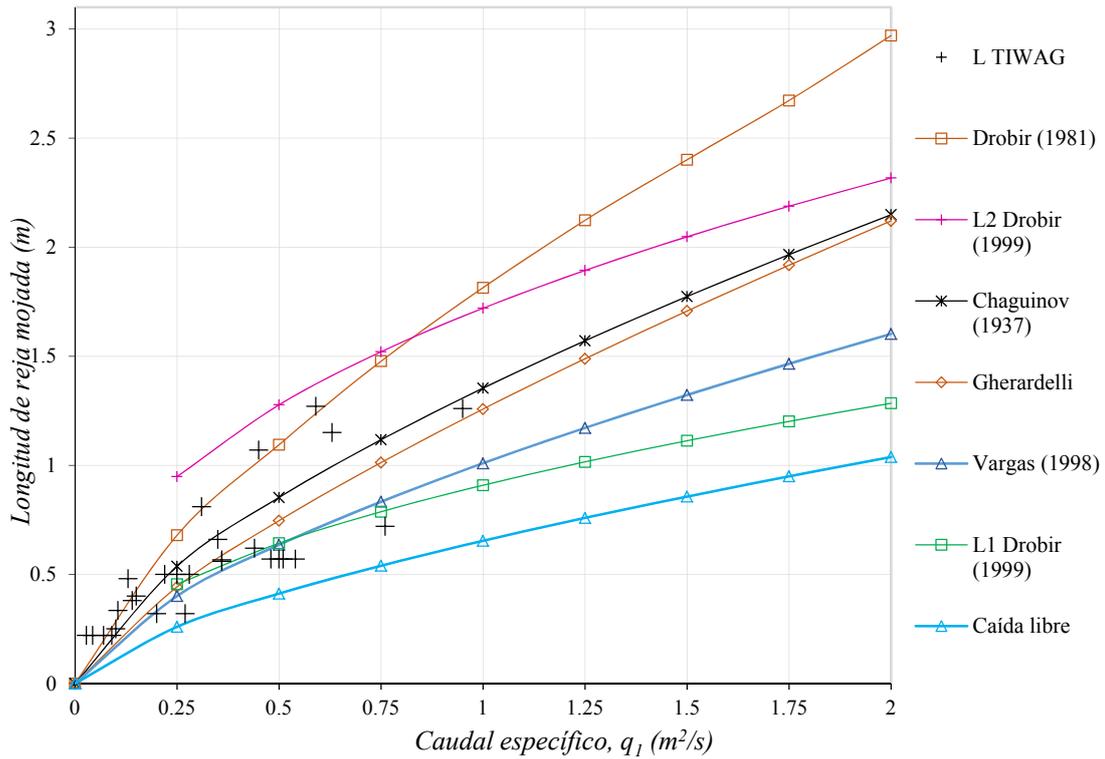


Figura 1.20. Datos de longitudes L_1 , L_2 y $L_{\text{PROTOTIPO}}$ TIWAG de Drobir(1999) y longitudes de reja calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías señaladas en el presente apartado, $m = 0.6$.

A la vista de la figura 1.20 se observa las longitudes de captación L_1 y L_2 ajustadas por Drobir (1999) y que se corresponden aproximadamente con la captación de alrededor del 77 y 23% del caudal entrante respectivamente. Se observa cómo las mediciones en prototipo caen dentro del intervalo comprendido entre L_1 y L_2 . Otras formulaciones como Drobir (1981), que utilizan coeficientes de descarga que provienen de los trabajos de Frank, que a su vez utiliza coeficientes de descarga de Nosedá, se ajustan a las mediciones en prototipo L_2 hasta que $q_1 = 1 \text{ m}^2/\text{s}$. En el caso de Gherardelli y Chaguinov los valores son similares y dentro de los propuestos con la longitud L_2 para los caudales bajos. En el caso de Gherardelli utiliza el coeficiente de descarga de Nosedá.

Tabla 1.3. Longitudes de reja para el caudal de aproximación $q_1 = 1.25 \text{ m}^2/\text{s}$ para las rejillas de índice de huecos $m = 0.60$ y pendiente del 20%.

$q_1 = 1.25 \text{ m}^2/\text{s}$ Autor	HIPÓTESIS	
	Línea energía paralela a reja	Línea energía horizontal
Caída libre		0.76
L_1 Drobir (1999)		1.01
Gherardelli	1.49	
Chaguinov (1937)	1.77	
L_2 Drobir (1999)		1.89
Drobir (1981)		2.12
Vargas (1998)		1.17

1.2.5.5 Resumen de las fórmulas para cálculo de longitud de reja

A continuación en la Tabla 1.4 se presenta un resumen de todas las formulaciones encontradas en la literatura sobre los siguientes aspectos:

- Perfil del flujo sobre la reja,
- Cálculo de las longitudes de la reja para altura de entrada h_1 y altura de salida de la reja h_2
- Cálculo de las longitudes de la reja para el caso típico de captación total del caudal de entrada, es decir cuando la altura de entrada en el flujo es el calado crítico, y donde el calado se anula al final de la reja.

Tabla 1.4. Resumen de formulaciones presentadas de la distribución del perfil del flujo y de la longitud de la reja cuyos calados inicial y al final de la reja son h_1 y h_2 respectivamente.

<i>Autor</i>	<i>Perfil del flujo (dh/dx); (dZ/dx)</i>	<i>L(h₁, h₂)</i>	<i>L(h₁ = h_c; h₂ = 0)</i>
Mostkow (1935)		$L = \frac{q_d}{C_{qh} m \sqrt{2g \frac{h_1 + h_2}{2}}}$	$L = \frac{q_d}{C_{qh} m \sqrt{2gh_1}}$
Chaguinov (1937)		$L = \frac{q_d}{\frac{2}{3} C_{qh} \sqrt{2gm} \frac{h_1^{3/2} - h_2^{3/2}}{h_1 - h_2}}$	$L = \frac{q_d}{\frac{2}{3} C_{qh} \sqrt{2gm} h_1^{1/2}}$
Garot (1939)	$\frac{dh}{dx} = -2m C_{qh} \frac{\sqrt{h(H-h)}}{2H-3h}$	$L = \frac{H}{C_{qh} m} \left[\Phi \left[\frac{h_2}{H} \right] - \Phi \left[\frac{h_1}{H} \right] \right]$	
Noseda (1956)	$\frac{dh}{dx} = -2m C_{qh} \frac{\sqrt{h(H-h)}}{2H-3h}$	$L = \frac{H}{C_{qh} m} \left[\Phi \left(\frac{h_2}{H} \right) - \Phi \left(\frac{h_1}{H} \right) \right]$	$L = 1.1848 \frac{H_0}{C_{qh} m}$
Gherardelli (1956)		$L = \frac{13H_0}{2mK} \left(\sqrt{1 - \frac{h_2}{H_0}} - 0.53 \right)^3$ $K = 0.66m^{-0.16} \left(\frac{b_c}{H_0} \right)^{-0.13}$	
Bouvard y Kuntzmann (1956)	$L = \left\{ \frac{l}{2m'} \left[\left(j + \frac{l}{2j^2} \right) \cdot \arcsin \sqrt{\frac{j}{j + (l/2j^2)}} + 3 \sqrt{\frac{l}{2j}} + \left(\frac{0.303}{m'^2} + \frac{2j^3 - 3j^2 + 1}{4j^2} \right) \right] \right\} h_1 \cos \theta$ $j = \frac{h_1}{h_c}$		
Frank (1956)	$\frac{s^2}{L^2} + \frac{(h-h_0)^2}{h_0^2} = 1$ $x = \frac{s}{L}; \quad y = \frac{h}{h_0}$		$L = 2,56l \frac{q_0}{\lambda \sqrt{h_0}}$ $\lambda = m C_{qh} \sqrt{2g \cos \theta}$
Mostkow (1957)	$\frac{dh}{dx} = -2m C_{qh} \frac{\sqrt{h(H-h)}}{2H-3h}$	$x = \frac{H_0}{C_q m} (\eta_1 \sqrt{1-\eta_1} - \eta \sqrt{1-\eta})$ $\eta = \left(\frac{h}{H_0} \right)$	$L = \frac{Q_1}{C_{qH} b m \sqrt{2gH_0}}$
Dagan (1963)	$h \sqrt{\frac{1-h}{1+(dh/dx)^2}} = h_0 \sqrt{1-h_0} (1-q)$		$L = \Psi \frac{H_0}{C_{q0} m \cos \theta}$

<i>Autor</i>	<i>Perfil del flujo (dh/dx); (dZ/dx)</i>	<i>L(h₁, h₂)</i>	<i>L(h₁ = h_c; h₂ = 0)</i>
Krochin (1978)			$L = \left[\frac{0.313q}{(C_{qH}k)^{3/2}} \right]^{2/3}$ $K = (1-f)m$
Drobir (1981)			$L = \frac{0,846}{C_{qh}m \cos^{1/2}(\theta)\sqrt{x}} \sqrt[3]{q^2}$
Drobir et al.(1999)			$L_1 = 0.9088q_1^{0.4993}$ $L_2 = 1.7205q_1^{0.4296}$ $L \text{ TIWAG}$
Brunella et al. (2003)	$\frac{dZ_0}{dX_0} = \frac{2 \cos \theta C_q m \sqrt{Z_0(1 + X_0 \sin \theta - Z_0 \cos \alpha)} + Z_0 \sin \theta}{[3Z_0 \cos \theta - 2(1 + X_0 \sin \theta)]}$		$L = \frac{H_0}{C_{q_0} m}$
Righetti y Lanzoni (2008)		$\frac{L}{E_0} = \frac{1}{2.c_1} (-1 + \sqrt{1 - 4.c_0.c_1})$ $c_0 = \frac{F_{E_0} (1 - F_{E_0}^2 / 2)}{\sqrt{2}.C_{q_0}.m. \left\{ \tanh \left[b_0.(\sqrt{2} - F_{E_0}) \right] \right\}^{b_1}}$ $c_1 = \frac{a}{2}.F_{E_0}$	
Vargas (1998)		$L_{mojada} = K_2 \sqrt{\frac{2 \cos \theta q_1^2}{mgh_0}}$	

Siendo q_d el caudal captado por la reja, y el caudal rechazado igual al caudal entrante, q_1 , en el caso de $h_2 = 0$.

En la Figura 1.21 se recogen todas las longitudes calculadas con cada una de las metodologías señaladas en la Tabla 1.4, además en esta gráfica se incluyen los datos experimentales obtenidos por Drobir (1999). La fórmula para el cálculo de la longitud de reja encontrada en el libro de Ven Te Chow (1980) corresponde al artículo de Mostkow (1957).

Como en las figuras 1.6, 1.15 y 1.20, la figura 1.21 recoge las longitudes de reja para un índice de huecos de $m = 0.60$, barras de sección circular y pendiente del 20%. En todos los casos el flujo de aproximación es subcrítico pasando a supercrítico en las inmediaciones del inicio de la reja. En dicha figura se puede observar cómo hay un grupo de formulaciones que quedan algo por encima de los valores de L_2 , que son las propuestas por Frank (1959), Drobir (1981), Bouvard –Kuntzmann (1956), Krochin (1978) y Nosedá (1956). En éstas salvo Krochin, hacen uso del coeficiente de descarga propuesto por Nosedá. Dicho coeficiente de descarga fue obtenido para barras planas y con índices de hueco del orden de la mitad del utilizado por Drobir.

Otro grupo de formulaciones quedan por debajo como es el caso de Chaguinov, Brunella et al. (2003), Gherardelli y Dagan (1963). Y por último otras quedan próximas a la L_1 como es el caso de Mostkow (1957) y Righetti y Lanzoni (2008), que se acercan a la distancia de la caída libre. En el caso de estas últimas los coeficientes de descarga se alejan de los que poseen dichas rejillas.

Analizando los datos medidos por Drobir en prototipo, vemos que dichas longitudes se encuentran dentro de los límites marcados por las longitudes L_1 y L_2 .

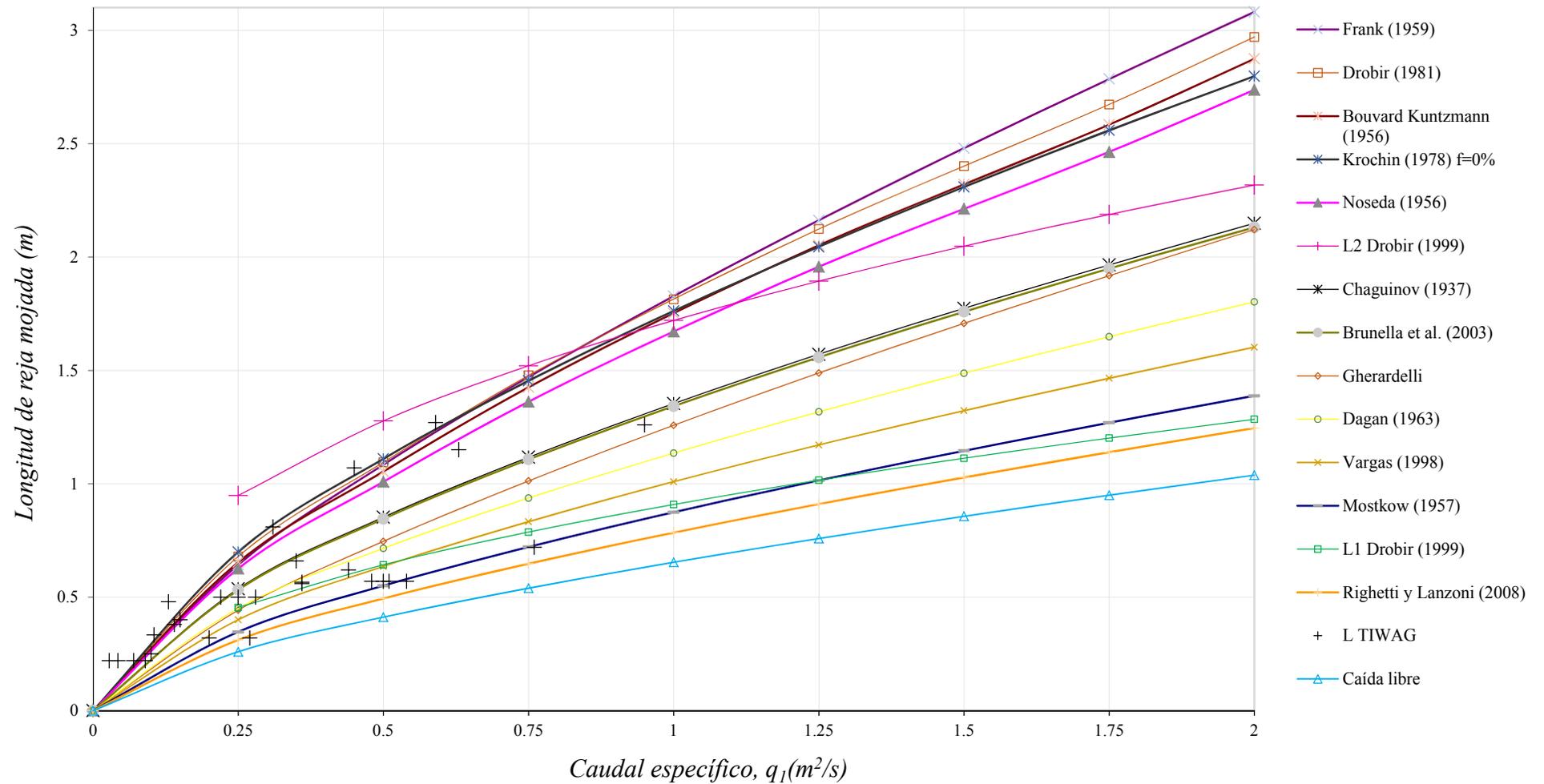


Figura 1.21. Longitudes de reja calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es paralela a la reja de fondo, $m = 0.60$ y pendiente del 20%.

1.2.6. Perfil de las barras de la reja y coeficiente de descarga C_q

El coeficiente de descarga es un parámetro que se determina de forma experimental. En algunos casos se ha considerado constante a lo largo de toda la reja de fondo (Garot, 1939; De Marchi, 1947; Bouvard, 1953; Mostkow, 1957; Brunella et al., 2003) y en otros como una función variable a lo largo de la reja (Nosedá, 1956b; Nakagawa, 1969; Righetti y Lanzoni, 2008). A continuación se recogen los diversos valores determinados experimentalmente para el coeficiente de descarga así como su relación con la forma de las barras. Es importante distinguir que si se hace uso de la ecuación (1.1) o (1.2), se refieren a los coeficientes de descarga en función de la altura de energía, C_{qH} , y del calado, C_{qh} , respectivamente.

Garot (1939), propone la determinación del coeficiente de descarga a partir de la fórmula de Kirschmer (ec. (1.67)) utilizada para el cálculo de pérdidas de carga del flujo a su paso a través de rejillas de desbaste en canales de plantas de tratamiento de aguas:

$$\Delta h = \beta \left[\frac{b_w}{b_l} \right]^{4/3} \frac{v_l^2}{2g} \operatorname{sen} \theta \quad (1.67)$$

Donde v_l es la velocidad perpendicular al plano de la reja y sobre la hendidura sin pasar a través de ella; θ es el ángulo que el vector velocidad forma con el plano de la reja; β es un coeficiente de forma en función del tipo de barrote y que se recoge en la tabla 1.5 siguiente; b_w es el ancho de la barra en el plano de la reja y b_l es el espacio entre dos barras consecutivas.

Garot supone que las pérdidas de carga del flujo a través de la reja de fondo se igualan a la carga estática del flujo sobre la reja, entendida ésta como el calado de la lámina de agua, por lo que asume que:

$$\Delta h = h$$

$$v_2 = C_{qh} \sqrt{2gh}$$

$$v_l = mv_2$$

Donde v_2 es la velocidad del flujo a través de los barroses, y m es el índice de huecos. A partir de las hipótesis anteriores y la ecuación (1.67) se obtiene la siguiente ecuación:

$$C_{qh} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{b_l}{b_l + b_w} \right)^2 \beta \left(\frac{b_w}{b_l} \right)^{4/3}}} \quad (1.68)$$

En la tabla 1.5 se presentan los coeficientes β , ajustados por Kirschmer (1926) en laboratorio, que aparecen en (1.67), así como los valores de C_{qh} obtenidos mediante la ecuación (1.68). Los valores de C_{qh} obtenidos mediante (1.68) son algo superiores a los esperados para el valor del calado en la ecuación del orificio (ec. (1.2)). Esto muestra que quizás suponer que la pérdida de carga del flujo a través de la reja sea igual al calado, resulte ser una aproximación demasiado gruesa.

Tabla 1.5. Cálculo del coeficiente de descarga (ec. (1.68)) según Garot para diversos tipos de perfil con un espaciamento de $b_l = 15$ cm y ancho de reja $b_w = 10$ cm.

Tipo de reja 	β	C_{qh} (ec.1.68)	C_{q0}		
Índice de huecos, m	-	-	0.3	0.402	0.5
	2.42	1.29			
	1.83	1.48	0.78	0.8	0.86
	1.67	1.55			
	1.03	1.97			
	0.92	2.09			
	0.76	2.29			
	1.79	1.49			

Desde el punto de vista experimental, Garot lleva a cabo ensayos en laboratorio para rejas con barrotes de ancho $b_w = 1$ cm, de forma circular y cónica en coronación, con espaciamientos variables de $b_l = 0.43$; 0.402 y 1 cm, lo que da lugar a valores de $m = 0.30$; 0.402 y 0.50. Para dichas rejas colocadas en un canal de 0.50 m de ancho en el Laboratorio de Hidráulica de Bandung (Indonesia), para los que se propusieron valores del coeficiente de descarga de $C_{qh} = 0.78$; 0.80 y 0.86. Aunque no se especifica en el artículo de Garot (1939) estos valores, aplicados en la ecuación (1.2), se refieren a los valores de coeficiente de descarga estático, C_{q0} , entendidos éste como el coeficiente de descarga que representa la ecuación del orificio cuando el calado y la altura de energía son equivalentes, es decir no existe prácticamente término de energía cinética. Garot (1939) presenta los resultados de las longitudes de reja mojadas para captar la totalidad del caudal entrante medidas en laboratorio y comenta que fueron del orden de la mitad de los valores determinados mediante las ecuaciones (1.6) y (1.2), por lo que a partir de dichas mediciones experimentales, Garot (1939) propuso corregir dicha ecuación a:

$$L = \frac{1}{2} \frac{H}{C_{qh} m} \left[\Phi \left[\frac{h_2}{H} \right] - \Phi \left[\frac{h_1}{H} \right] \right] \quad (1.69)$$

El valor del coeficiente de descarga no es constante a lo largo de la reja. Además el coeficiente de descarga promedio a lo largo de la reja, es superior al coeficiente estático. El hecho de que Garot adopte el coeficiente de descarga estático como el coeficiente de descarga de la reja supone que la predicción dará lugar a longitudes de reja superiores a las reales. Este hecho justifica el que en la ecuación (1.69) aparezca la fracción $\frac{1}{2}$, para así ajustar el valor medido en laboratorio.

Orth et al. (1954) presentan un estudio experimental realizado en un modelo de laboratorio a escala 1/5 de la captación situada en el río Grand Pryx, afluente del río Doron de Termignon en los alpes franceses (región de Savoya). Dicha captación está diseñada para un caudal medio de 3 m³/s de 2 m de ancho y 4 m de largo, relación $b_w/b_l = 2.2$, y una pendiente del 20%. A partir de la ley de semejanza de Froude, se construye en laboratorio un modelo cuyas dimensiones son de 0.50 m de ancho de canal y 0.80 m de longitud de reja. Los caudales de ensayo van desde 10 a 89 l/s con inclinaciones de hasta el 20% y velocidades de aproximación del flujo de 2 m/s,

obtenidas mediante desagüe bajo compuerta antes de la reja (esto supone flujos de aproximación con un elevado número de Froude). Como objetivo destacado, Orth et al. (1954) proponen ensayar diversos tipos de rejas para evitar la oclusión que se presentaba en las rejas de sección circular. Los ensayos se realizaron con el fin de conocer el perfil de reja que sea capaz de resistir las caídas de bloques de piedras, absorber la mayor cantidad de agua posible en una longitud mínima y evacuar efectivamente los sedimentos. Manteniendo todas las características del flujo aguas arriba y la relación constante de índice de huecos, $m = 0.311$, se ensayaron los siguientes tipos de perfiles de reja:

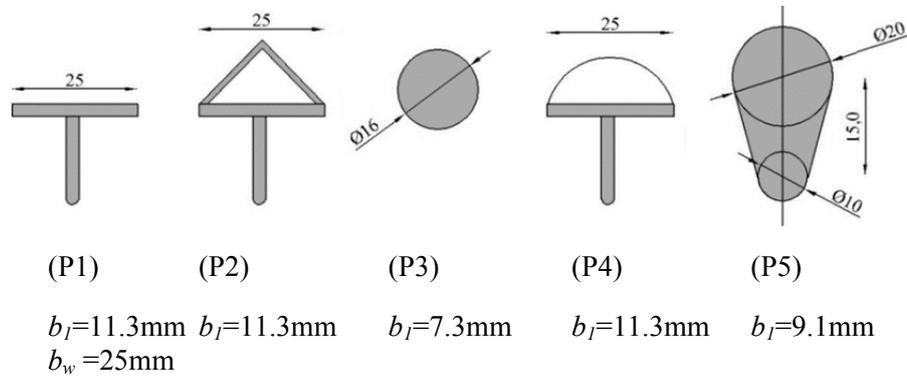


Figura 1.22. Tipos de perfil de reja ensayados por Orth et al. (1954), b_l espaciamiento entre barras y b_w ancho de barra en milímetros.

Los resultados son presentados en la figura 1.23, donde se presenta el caudal de aproximación Q_1 , respecto a relación entre caudal captado y caudal entrante, q_d/q_1 , medido al final de la reja para cada caudal y cada uno de los cinco perfiles. En dicha figura se puede observar la influencia de la pendiente en el rendimiento de la reja, así, comparando los resultados de los perfiles con inclinación del 20% respecto a la horizontal, el perfil P1 (T) presenta una diferencia de rendimiento del 27% (88%-61%) para un caudal de $5 \text{ m}^3/\text{s}$. Del mismo modo en el perfil circular P4 la diferencia de rendimiento es del 12% (97-85) mientras que para el perfil P5 (semicircular-ovoide) la diferencia es del 5%. También se observan diferencias en el rendimiento en función del tipo de barras para una misma pendiente, por ejemplo para el caso de un caudal de $5 \text{ m}^3/\text{s}$ y un perfil tipo P5 (semicircular-ovoide) respecto a la misma pendiente y un perfil tipo P1 (T) donde se observan diferencias de rendimiento del 33% (93%-60%).

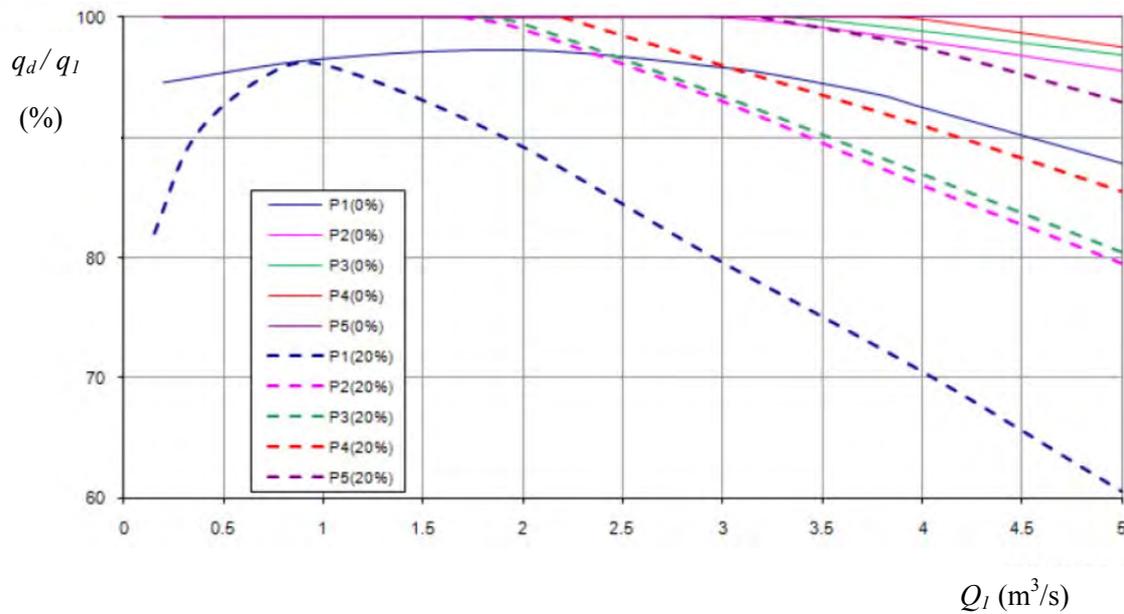
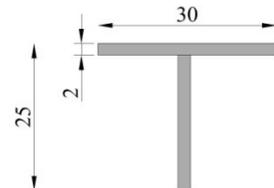


Figura 1.23. Rendimiento q_a/q_1 de los perfiles P1, P2, P3, P4 y P5 para la pendiente del 0 y del 20% de inclinación de la reja respecto a la horizontal.

Noseda (1956b) realiza ensayos sobre una reja longitudinal con perfiles tipo T y sobre una reja transversal con perfiles tipo L. En el presente análisis solo se considerarán los ensayos con la dirección de los perfiles longitudinales a la dirección flujo. El caudal máximo utilizado en el modelo es de 100 l/s. Las características del ensayo se muestran en la Tabla 1.6.

Tabla 1.6. Características de los ensayos realizados sobre rejas orientadas longitudinalmente. Los perfiles utilizados son de "tipo T" (30/25/2 mm).

Ensayo	Longitud, L (m)	Ancho, B (m)	Espaciamiento, b_1 (mm)	Coefficiente, m
A	0.90	0.50	5.7	0.16
B	0.90	0.50	8.5	0.22
C	0.90	0.50	11.7	0.28



Noseda en primer lugar determina el coeficiente de descarga bajo condiciones estáticas C_{q0} , utilizando un tanque de carga de 1.40 m x 1.00 m de sección, sobre una reja cuyas dimensiones son de 25 cm x 25 cm. Las variaciones de la carga de agua sobre la reja se muestran en la Figura 1.24.

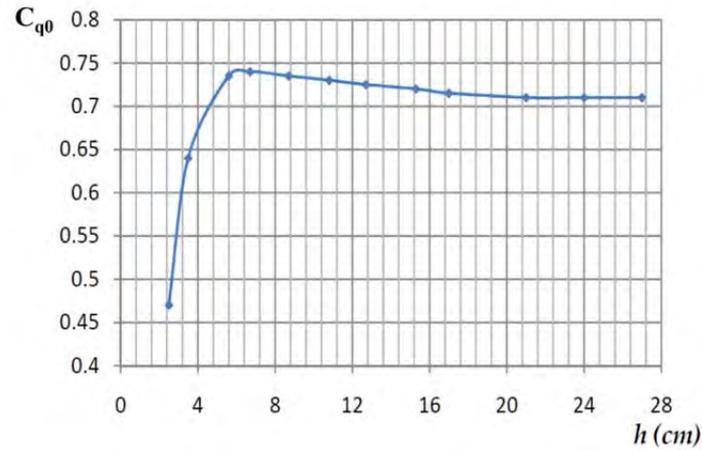


Figura 1.24. Coeficiente de descarga para el perfil tipo T determinado a partir de un tanque con carga constante

La gran variación del C_{q0} para alturas menores a 6 cm se debe a la formación de vórtices sobre los orificios de la reja. Se constata que el rango de variación (para $h \geq 6$ cm) se encuentra entre 0.735 - 0.715 decreciendo hasta el último valor cuando h aumenta.

Nosedá (1956b) calcula el coeficiente de descarga por unidad de longitud, $C_{qh}(h)$, y comprueba que es variable (figura 1.25). Para su determinación mide el caudal derivado por unidad de longitud experimentalmente en laboratorio a partir de la siguiente expresión:

$$C_{qh}(h) = \frac{\Delta q_d}{m \Delta L \sqrt{2gh}} \quad (1.70)$$

Siendo Δq_d el caudal experimental (por unidad de longitud) derivado en el segmento de longitud ΔL y h el valor experimental de la profundidad media de agua en el tramo considerado.

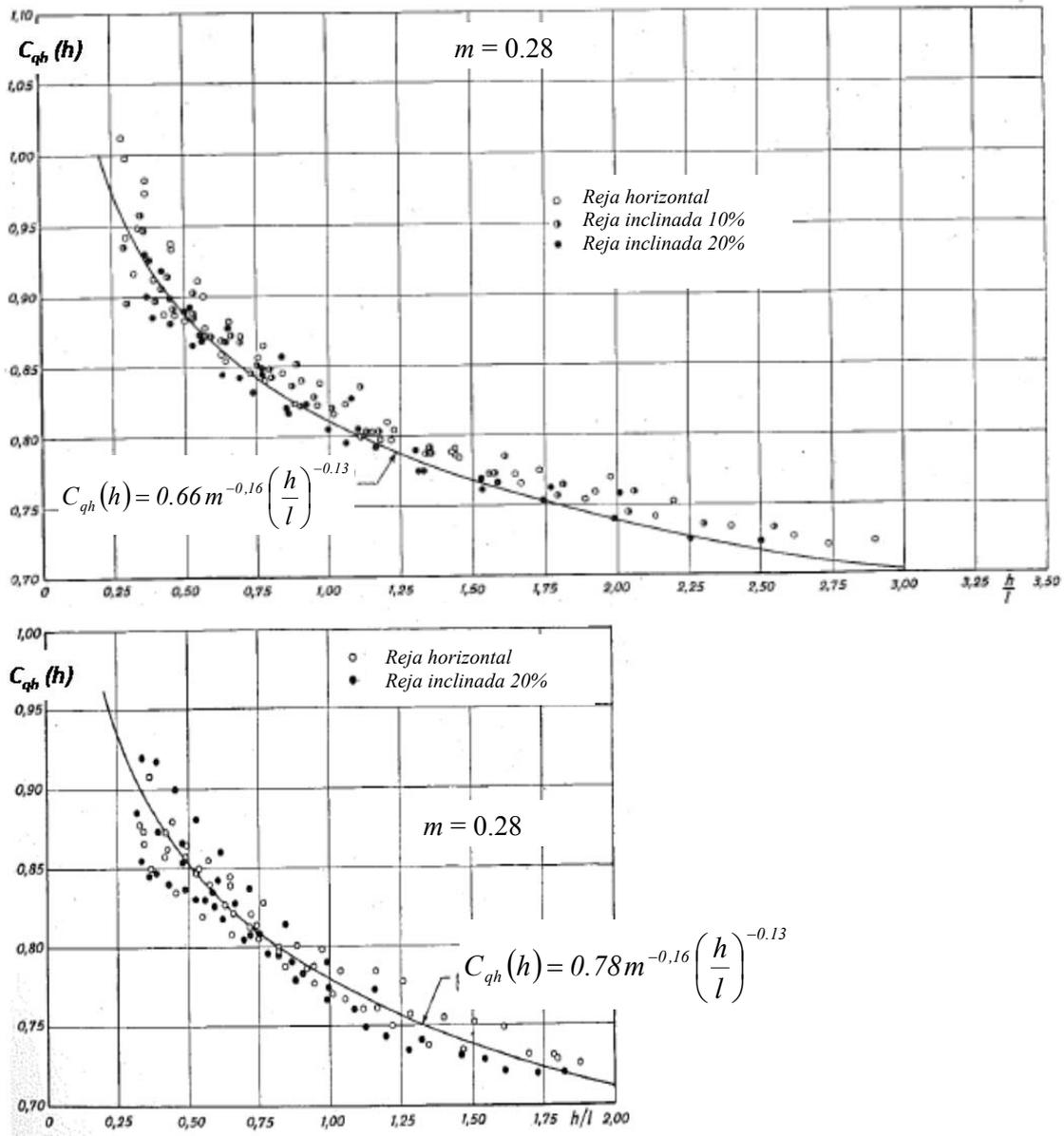


Figura 1.25. Representación del coeficiente de descarga en función de la relación h/l , para rejas tipo T, $m = 0.28$; arriba: flujo aproximación subcrítico; abajo: flujo aproximación supercrítico (Noseda, 1956b).

Así propone un ajuste del valor de $C_{qh}(h)$ variable y función del índice de huecos, m , del intereje, $l = b_l + b_w$, y del calado, h . Se observa que los valores de $C_{qh}(h)$ aumentan hacia aguas abajo, es decir con el decrecer del calado. Éste varía entre 1 y 0.7 en el caso de régimen de aproximación subcrítico y desde 0.95 hasta 0.71 aproximadamente en el caso de régimen de aproximación supercrítico. Noseda (1956b) asume que las diferencias como consecuencia de la variación de la pendiente no son importantes.

Para un flujo de aproximación sobre la reja en régimen lento el coeficiente de descarga se calcula con:

$$C_{qh}(h) = 0.66 m^{-0.16} \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.13} \quad (1.71)$$

Para un flujo de aproximación sobre la reja en régimen rápido, el coeficiente de descarga es, solo definido para el índice de huecos $m = 0.28$:

$$C_{qh}(h) = 0.78 \left(\frac{h}{l} \right)^{-0.13} \quad (1.72)$$

Las relaciones anteriores deben ser aceptadas como válidas para el rango de valores ensayados que son: $0.20 < \frac{h}{l} < 3.50$ y $0.15 < m < 0.30$.

Mostkow (1957) realiza un análisis sobre las rejillas de fondo con barras longitudinales de perfil rectangular y sobre una pantalla perforada. Mostkow afirma que las pérdidas de energía en la entrada de la reja corresponden al ángulo que forma el vector velocidad en el plano de la reja con la vertical. Los coeficientes de descarga de valor constante recogidos por el autor y que aplica en su análisis son los siguientes:

Barras longitudinales

a) Para reja horizontal de barras prismáticas, sin especificar el índice de huecos:

i) Guéguéla (1943) propone:

$$C_{qh} = 0.67 - 0.72 \text{ para la ecuación (1.51)}$$

$$C_{qh} = 0.64 - 0.67 \text{ para la ecuación (1.54)}$$

$$C_{qH} = 0.497 \text{ para la ecuación (1.24)}$$

ii) Khatchatrian (1955) propone $C_{qH} = 0.514 - 0.609$ para la ecuación (1.24)

b) Para reja con una inclinación del 20% respecto a la horizontal

iii) Guéguéla (1943) propone:

$$C_{qH} = 0.435$$

iv) Khatchatrian (1955) propone $C_{qH} = 0.441 - 0.519$ para la ecuación (1.24)

A la vista de los valores de coeficiente de descarga recogidos por Mostkow, frente a las propuestas por Guéguéla (1943) y Khatchatrian (1955), se observa que no se detalla el índice de huecos para el que se han determinado dichos coeficientes, sabiendo que éste influye en el valor del coeficiente de descarga. Además, es importante distinguir en todo momento si dicho coeficiente utiliza la altura de energía o del calado a la hora de utilizarlos para realizar cálculos. Se observa, una vez más, la disminución del coeficiente de descarga frente a la inclinación de la reja.

Frank (1959), bajo la hipótesis de que el perfil de la lámina de agua se ajusta a una elipse, integra dicha ecuación a lo largo de toda la reja e iguala el valor del coeficiente de descarga medio, C_{qh} , al definido por Nosedá (1956), [$C_{qh}(h)$, de la ecuación (1.72)], obteniendo la expresión (ver Apéndice 1):

$$C_{qh} = 1.22 C_{qh}(h_0) \quad (1.73)$$

Donde h_0 es el calado al inicio de la reja y $C_{qh}(h_0)$ es el coeficiente de descarga de Nosedá para el calado al inicio de la reja. Además, Simmler (1978) y Sotelo (2004) recogen una serie de coeficientes de contracción o coeficientes de descarga estáticos, C_{q0} , para diversos tipos de

perfiles de reja, sin precisar para que separación entre las barras se proponen, cuestión importante dado que el valor de C_{q0} varía en función de la separación entre barras.

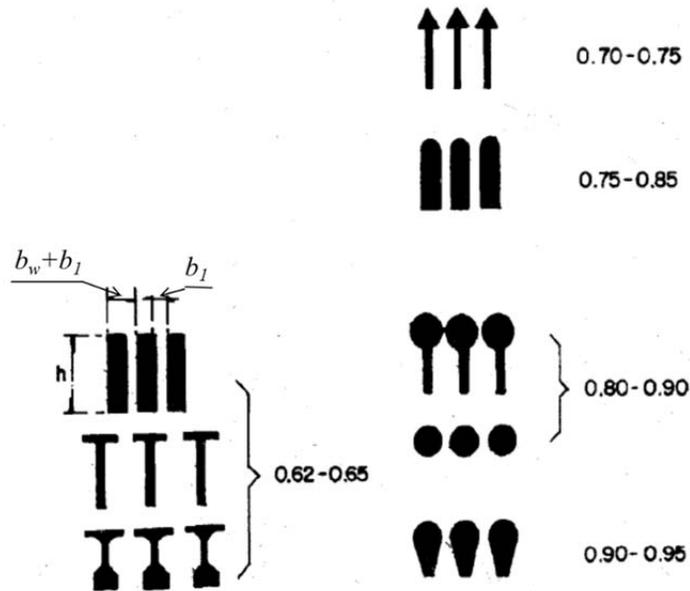


Figura 1.26. Valores de C_{q0} en función del tipo de perfil de la reja Frank (1956), recogido por Sotelo (2004).

Dagan (1963) propone un coeficiente de descarga C_{qh} constante, dado que interpreta que representa las características geométricas del orificio de la reja. Este parámetro coincide con el valor del coeficiente de descarga estático propuesto por Nosedá, $C_{q0} = 0.72$. Además, incluye un nuevo parámetro ψ que representa la influencia de la forma, el espesor de las barras, de las características del flujo aguas arriba, pendiente y del caudal derivado, este nuevo parámetro ψ que se presentó en la Figura 1.5 anterior. Relaciona empíricamente $\frac{h_0 \cdot \sqrt{1-h_0}}{\sqrt{h_1}} \cdot \left(\frac{q_0 - q}{q_0}\right)$ con

$$\psi = \frac{LC_{q0} m \cos \theta}{H_0}$$

y que permite despejar el valor de x , componente longitudinal de la reja. Este parámetro se ajustó mediante los datos experimentales presentados por Nosedá (1956b).

Krochin (1978) presenta, según la literatura predominante en la Ex Unión Soviética una metodología de cálculo para determinar el coeficiente de descarga C_{qH} que es el siguiente:

$$C_{qH} = C_0 - 0.325 \tan \theta \tag{1.74}$$

Donde $\tan \theta$ es la pendiente longitudinal adoptada por la reja; $C_0 = 0.60$ para $e/b_1 \geq 4$; $C_0 = 0.50$ para $e/b_1 < 4$; e es el canto de la barra y b_1 es el espacio entre barrotes. Este coeficiente es válido solamente para rejas con barras rectangulares ya que una recomendación importante de Krochin para el diseño, es la no utilización de rejas con barras circulares para evitar la deposición de sólidos entre los barrotes.

Nakagawa (1969) realiza una serie de mediciones en modelo de laboratorio de ancho 0.25 m para placas perforadas y hueco de corta longitud con caudales de 7 a 20 l/s. Presenta los valores de los coeficientes de velocidad para las ecuaciones de energía y momentum, α y λ , y de presión, α' y λ' , para varios puntos a lo largo del sistema de fondo. Comprueba la variación del valor de C_{qh} con el número de Froude a la entrada de la reja y establece por primera vez una

interesante relación entre el coeficiente de descarga C_{qH} y el coeficiente de descarga estático, C_{q0} a lo largo de la reja (ec. (1.75)):

$$C_{qH} = C_{q0} (1.103)^{-x} \quad (1.75)$$

White et al. (1972) presentan los resultados de un modelo experimental, a escala 1/6 según la semejanza de Froude, desarrollado para ser utilizado por el gobierno de Hong-Kong en el diseño de sistemas de captación de caudales de la cuenca de la península de Sai Kung. Dicho modelo experimental siempre trabajó con las mismas barras de forma hidrodinámica (ver figura 1.27). Los valores, referidos a prototipo, fueron un caudal máximo de 566 l/s y un ancho de 2.74 m, lo que da lugar a caudales específicos, q_l , de hasta 206 l/s/m. La longitud de las rejillas varió de 61 cm hasta 152 cm. El ancho de las barras era de 15.24 cm y el índice de huecos variaba entre 0.166 a 0.333.

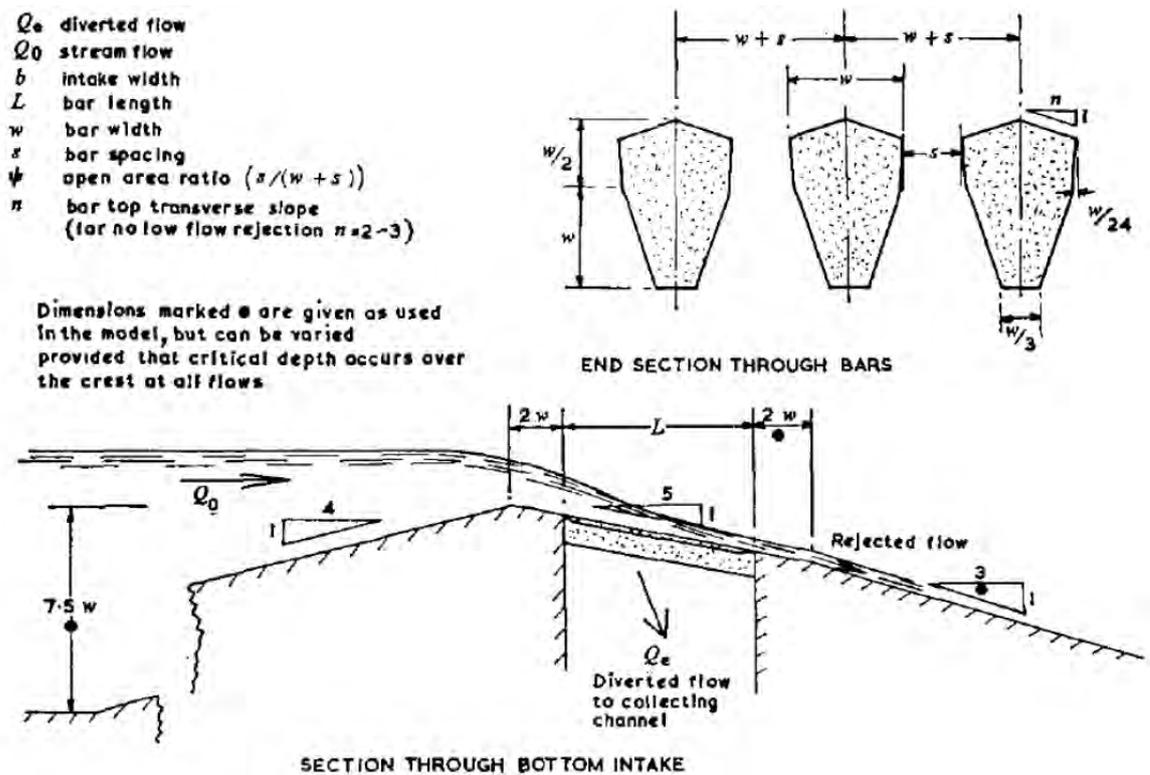


Figura 1.27. Vista transversal de la reja empleada por White et al (1972) y sección longitudinal del modelo de laboratorio.

White et al. definen una serie de gráficos, similares a los presentados por Orth et al. (1954), en los que relaciona el caudal entrante con el rendimiento de caudal captado al final de la reja para diversas configuraciones de longitud de reja y de espaciamiento entre barrotes, como el que recoge la figura 1.28. Propusieron además un coeficiente de descarga, $C_{qh} = 0.815$ para los casos de índice de huecos $m = 0.333$.

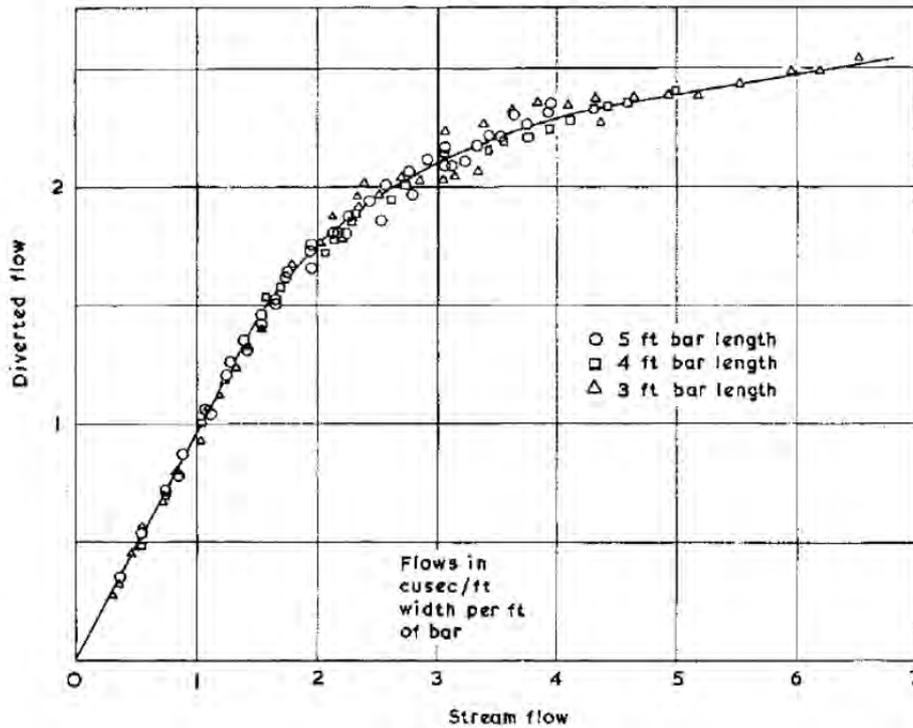


Figura 1.28. Relación caudal captado respecto al caudal de aproximación para distintas longitudes de reja e índice de huecos de 0.333, según White et al. (1972)

Ven Te Chow (1959) señala que el coeficiente de descarga C_q varía a lo largo de la reja. Sin embargo, en su libro recomienda los valores típicos constantes señalados por Mostkow (1957).

Drobir (1999) presenta un trabajo realizado en modelo a escala 1:10 en el laboratorio de Hidráulica de la University of Technology de Viena. El índice de huecos utilizado es $m = 0.60$, con barras de sección circular longitudinales a la corriente y un espaciamiento entre barras de 15 cm y de 10 cm de diámetro, referidas a prototipo. El ancho del canal en campo es de 5 m. Caracteriza las longitudes de reja necesarias para captar un determinado caudal. Presenta el gráfico recogido en la figura 1.30, donde se puede observar el caudal captado por unidad de longitud de reja a lo largo de la coordenada longitudinal adimensionalizada con el valor de L_2 , o longitud total. Se trata de un gráfico interesante dado que de él se puede concluir que la distribución de caudales captados por unidad de longitud es diferente a la de otros tipos de rejas con índices de huecos menores. Es decir, en las experiencias conocidas hasta el momento para índices de huecos menores, (Orth, 1954; Nosedá, 1956), los caudales captados por unidad de longitud adoptan valores más elevados en el tramo inicial de la reja y van disminuyendo conforme avanza el agua a lo largo de la reja. Mientras en este caso para un índice de huecos más elevado y barras circulares en la figura 1.29 se puede observar como en el tramo inicial de reja la captación es casi nula alcanzando sus máximos valores, para zonas más alejadas del inicio. Esto sin duda se debe a la menor contracción del flujo como consecuencia de que se dispone de un índice de huecos más elevado. De dicha figura 1.30 podemos observar que para un $q_1 = 0.25 \text{ m}^3/\text{sm}$, se empieza a captar caudal a partir del 40% de la longitud de reja respecto a L_2 , mientras que para un caudal $q_1 = 2 \text{ m}^3/\text{sm}$ se empieza a captar a partir de del 14% de la longitud de la reja respecto a L_2 . Esto se debe a la mayor profundidad de flujo al inicio de la reja.

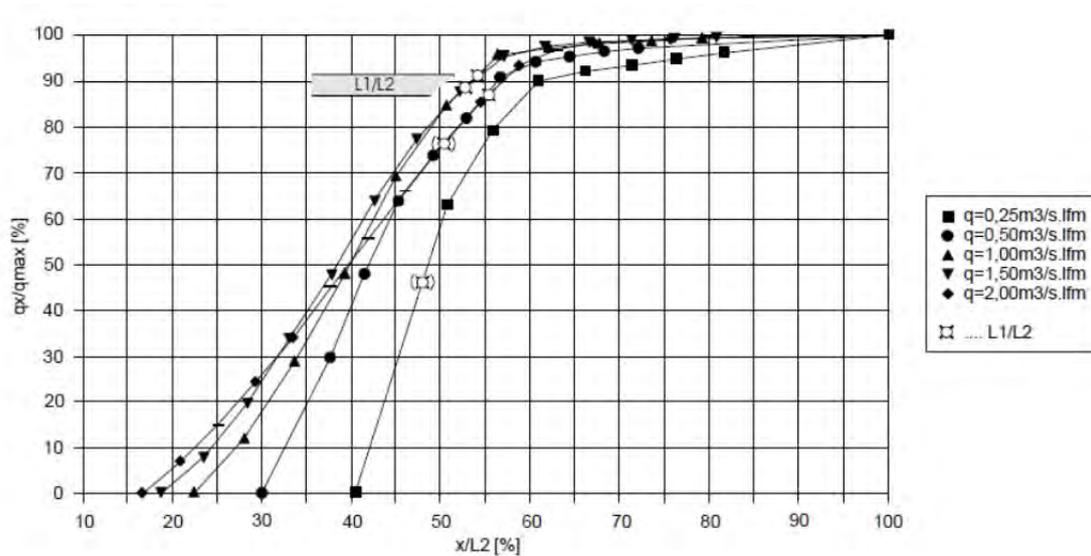


Figura 1.29. Caudales captados a lo largo de la rejilla para el caso de pendiente longitudinal del 20% y caudales de aproximación de 0.25 a 2 m³/sm (referidos a prototipo), Drobir (1999).

Righetti et al. (2000) presentan un trabajo llevado a cabo en un canal de laboratorio de ancho 0.25 m con rejillas longitudinales de 0.45 m de barrotes prismáticos redondeados en su coronación, construidos en metacrilato para posibilitar el uso de sistema de determinación del campo de velocidades entre los barrotes mediante PIV (Particle Image Velocimetry), y para el caso de pendiente horizontal, tal y como se puede ver en la figura 1.30.

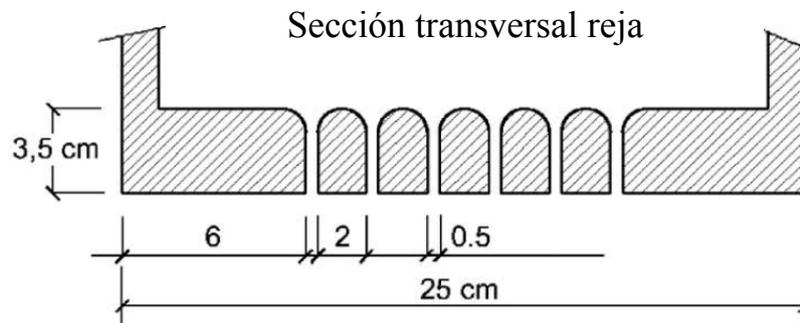


Figura 1.30. Vista transversal de la rejilla empleada por Righetti et al. (2000) y Righetti y Lanzoni (2008).

Comprueban experimentalmente que la pérdida de energía del flujo a lo largo de la rejilla es inferior al 2% lo que justifica la hipótesis de considerar que la línea de energía específica sea constante. Así, igualando la ecuación (1.1) de caudal captado a los resultados experimentales medidos en laboratorio, determinan que el coeficiente de descarga C_{qH} coincide con el seno del ángulo que el vector velocidad forma con el plano de la rejilla ($\text{seno}(\phi)$), tal como se muestra en la figura 1.31.

$$dq = \text{seno}(\phi(x)) m dx \sqrt{2g(H_0 + x \text{seno}(\theta))} \quad (1.76)$$

Donde $\phi(x)$ es el ángulo que el vector velocidad forma con el plano de la rejilla. Del análisis experimental mediante PIV, se deduce que el ángulo ϕ tiende a disminuir siguiendo la dirección del flujo y, para valores iguales del número de Froude en la entrada de la rejilla, los valores de ϕ tienden a aumentar, al aumentar la profundidad del flujo en la entrada de la rejilla.

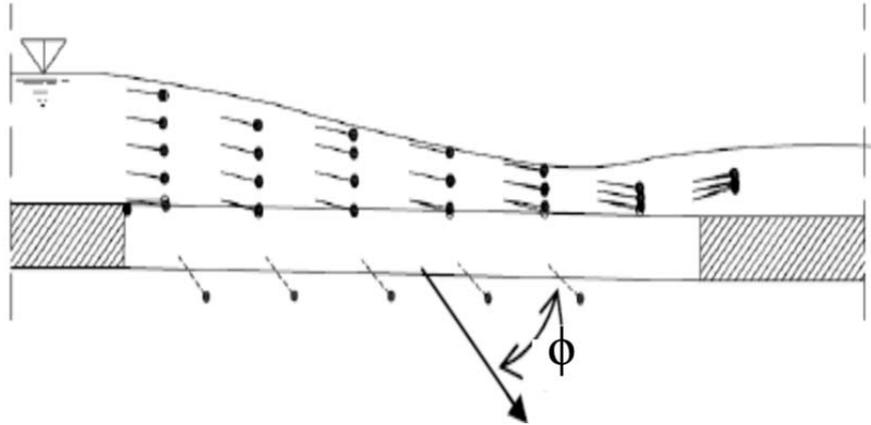


Figura 1.31. Vista transversal de la reja empleada por Righetti et al. (2000) y Righetti y Lanzoni (2008).

Brunella et al. (2003) lleva a cabo una campaña experimental mediante un canal de laboratorio de 0.5 m de ancho con rejas formadas por barras circulares dispuestas longitudinalmente a la corriente y con pendiente longitudinal de la reja variable de 0, 7, 19, 28, 35, 39, 44 y 51°, que se corresponden con las pendientes de 53, 70, 96.5 y 123%. Una configuración se realiza mediante barras de 12 mm de diámetro separadas 6 mm y longitud 0.60 m, con un índice de huecos de $m \approx 0.35$; otra con barras de 6 mm de diámetro espaciadas 3 mm y longitud 0.45 m, con un índice de huecos de $m \approx 0.664$. Para ambas configuraciones determinan el coeficiente de descarga estático, C_{q0} , en una reja en posición horizontal y cuyo número de Froude se aproxima a cero (Ver Figura 1.32), despejando de la ecuación (1.77). La reja utilizada tiene barras con forma circular señalando que éste es el perfil que, a la vista de la bibliografía, mejor trabaja en términos de capacidad de descarga, vibración y obstrucción. Esta afirmación es contraria a lo recogido por Orth et al. (1954) y lo recomendado por Krochin (1978).

$$\Delta Q = C_{q0} m \Delta L \sqrt{2gh} \tag{1.77}$$

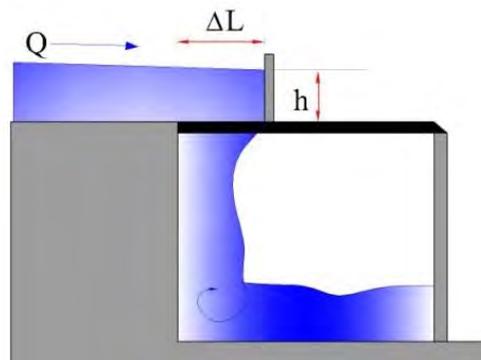


Figura 1.32. Esquema de ensayo para determinar el coeficiente de descarga estático C_{q0} , según Brunella et al. (2003).

El valor de $C_{q0} = 1.1$, obtenido de la ecuación (1.77) para el caso de $m \approx 0.35$, mientras que para el caso de $m \approx 0.66$ es de $C_{q0} = 0.87$. En la figura 1.33 se pueden observar los valores de C_{q0} obtenidos en función del número de Reynolds (ecuación (1.78)), donde se puede observar el efecto de la viscosidad para valores del número de Reynolds referido al calado crítico $Re_c < 2 \times 10^5$.

$$R_{ec} = \frac{R_{hc} U_c}{\nu} \tag{1.78}$$

$$R_{hc} = \frac{B h_c}{(B + 2 h_c)}$$

Donde ν es la viscosidad cinemática del agua; B el ancho del canal, h_c el calado crítico; R_{hc} el radio hidráulico referido al calado crítico y U_c la velocidad media de la sección cuando el calado es el crítico $= q/h_c$.

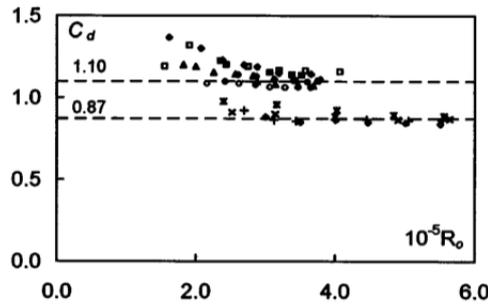


Figura 1.33. Coeficiente de descarga C_{q0} en función del número de Reynolds R_{ec} (---valores promedio).

Brunella et al. (2003) justifica el valor del coeficiente de descarga estático medido mayor que 1 debido al efecto de Coanda (apartado 1.2.9.6), producido por la curvatura y la subpresión que se desarrolla a lo largo de las barras circulares. Brunella et al. proponen el uso del coeficiente de descarga estático, C_{q0} , como coeficiente de descarga constante para toda la reja y que permite ajustar la longitud de reja mojada necesaria para captar un caudal mediante la ecuación (1.44) y a la vista de los perfiles de lámina de agua adimensionalizados que se presentan en la figura 1.13. Dicha longitud de reja mojada arroja valores que se aproximan moderadamente al ajuste de L_2 , propuesto por Drobir (1999) en su modelo a escala (ver figura 1.22), donde ambas longitudes se han obtenido para para barras circulares y para el mismo índice de huecos $m = 0.60$. Esto se debe a que Brunella et al. en la figura 1.13 representan el perfil de la lámina de agua estrictamente hasta que éste se hace cero en la hendidura, aunque la reja sigue estando recorrida por caudales, que por tensión superficial, se adhieren a las barras y hacen que la longitud de reja mojada real sea algo mayor. Por otro lado, si comparamos dichas longitudes con las propuestas por Drobir (1981), observamos que éste último propone longitudes superiores dado que su ajuste proviene de lo propuesto por Frank que hace uso de los valores obtenidos por Nosedá para barras planas e índices de huecos inferiores.

Righetti y Lanzoni (2008), a partir del mismo canal de laboratorio y reja de fondo utilizada en Righetti et al. (2000), analizan el valor del coeficiente de descarga C_{qH} , en función de los valores experimentales y llegan a la siguiente expresión recogida en la ecuación (1.45) anterior:

$$C_{qH} = C_{q0} \left(a \frac{x}{H_0} F_{H_0} + 1 \right) \left\{ \tanh \left[b_0 \sqrt{2} - F_{H_0} \right] \right\}^{b_1} \tag{1.45}$$

Donde a , b_0 , c_0 son coeficientes empíricos ajustados mediante el uso de un algoritmo genético, así obtuvieron $a = -0.1056$; $b_0 = 1.5$; y $b_1 = 0.478$; F_{h0} es el número de Froude al inicio de la reja. La función recoge la influencia del número de Froude en el coeficiente de descarga. Cuando el número de Froude tiende a cero el coeficiente de descarga tiende al coeficiente estático. Para valores elevados de b_0 se obtiene que la función tiende a 1. Dicha fórmula está creada para el

valor máximo de $F_{H_0} = \sqrt{2}$, donde ésta se anula. El coeficiente a sirve para ajustar el producto adimensional $a \frac{x}{H_0} F_{H_0}$, al coeficiente de descarga medio $C_{qH}(x)$, obtenido a partir de las simulaciones de laboratorio y ajustado para cada x . Los coeficientes b_0 y c_0 se obtuvieron para minimizar el error respecto a los valores medidos en laboratorio. Así, según Righetti y Lanzoni (2008) quedaría:

$$\Delta Q = C_{q_0} m b L \sqrt{2gE_0} \left(\frac{a}{2} \frac{L}{H_0} F_{H_0} + 1 \right) \left\{ \tanh \left[b_0 \left(\sqrt{2} - F_{H_0} \right) \right] \right\}^{b_1} \quad (1.47)$$

En la campaña experimental desarrollada por Righetti y Lanzoni (2008) los números de Froude variaron desde 1.02 hasta 2.05.

A partir de la discusión de Hager (2008), determinaron experimentalmente el valor de $C_{q0} = 1$ para barras prismáticas redondeadas en coronación que, como se puede ver en la figura 1.34, arroja valores que se aproximan a la unidad.

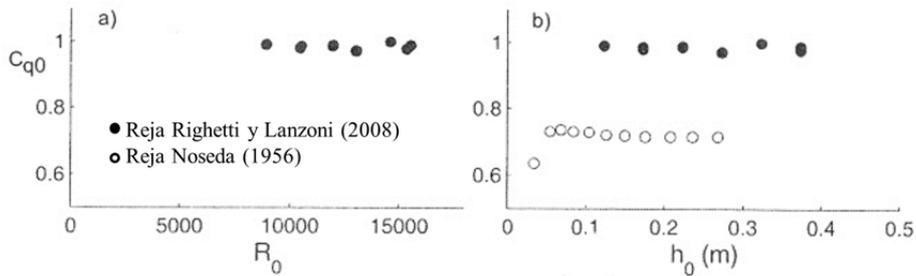


Figura 1.34. Coeficiente de descarga C_{q0} en función del número de Reynolds R_0 , calculado para el calado h_0 al inicio de la reja.

Righetti y Lanzoni, comparan el perfil de la lámina de agua calculado a partir de su C_{qH} propuesto con los valores medidos por Nosedá en laboratorio y verifican un buen ajuste.

A continuación, las figura 1.35, 1.36, 1.37 y 1.38, presentan los perfiles de la lámina de agua obtenidos para algunas de las formulaciones propuestas a lo largo del presente Capítulo 1, frente a los valores experimentales medidos en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT, para una canal de 0.50 m de ancho con barras de perfil en T, de dimensiones iguales a las propuestas por Nosedá (1956b). Los índices de huecos han sido $m = 0.22$ y 0.28 , la pendiente longitudinal de la reja es del 30% y los caudales presentados son de 114.6 l/s/m y 155.4 l/s/m. Para la simulación numérica se ha partido del calado al inicio de la reja propuesto por Frank (1959) para rejas con inclinación, que es proporcional al calado crítico. Se puede observar que el hecho de no utilizar un coeficiente de descarga adecuado puede arrojar desviaciones importantes respecto al perfil de la lámina de agua y al caudal captado acumulado por unida de longitud de reja.

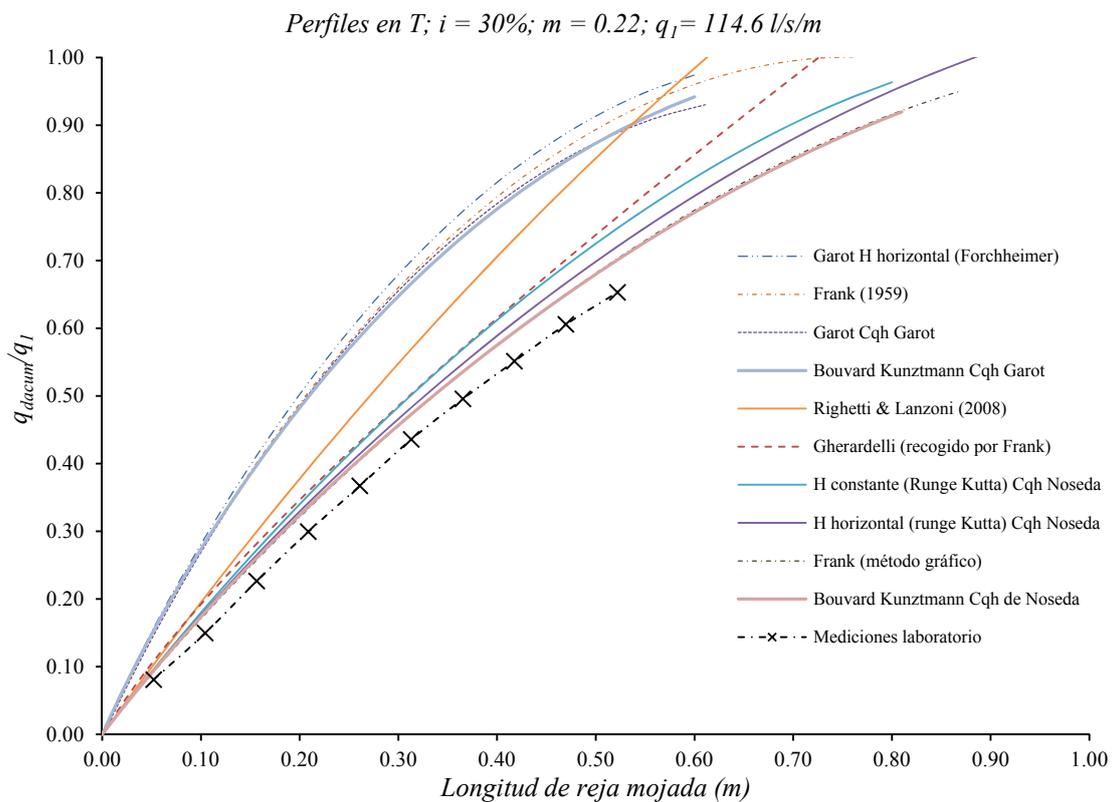
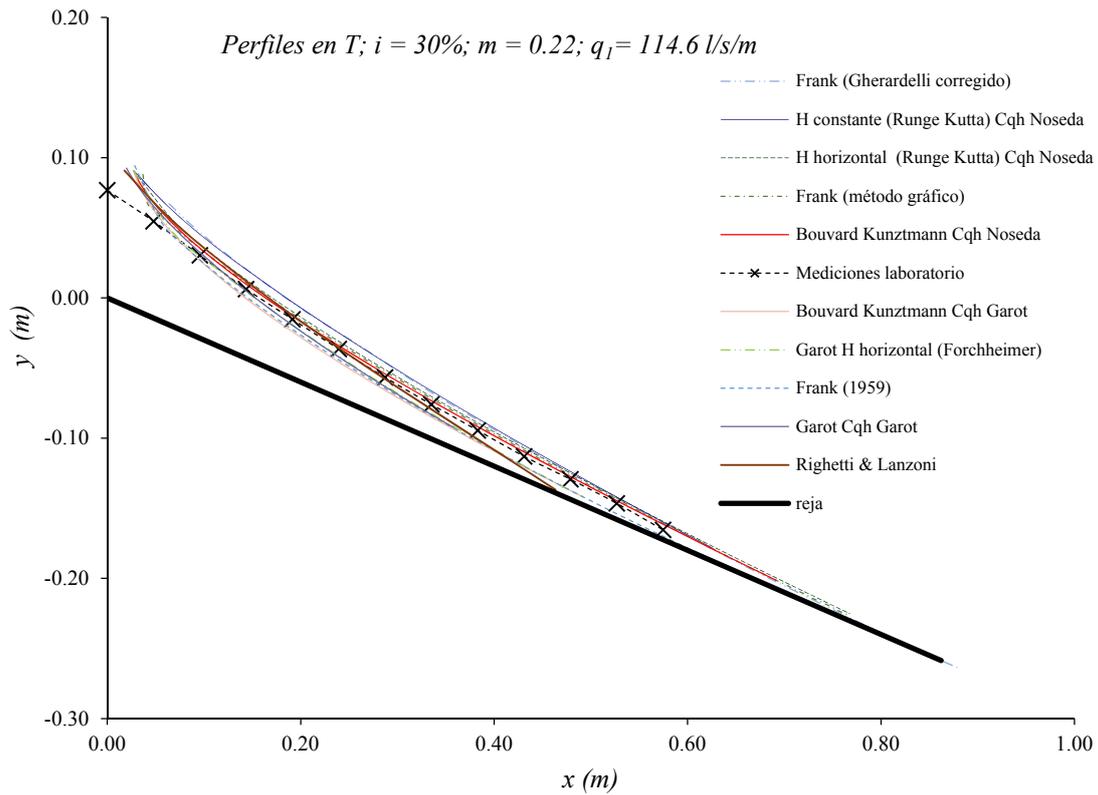


Figura 1.35. Caso de caudal $q_1 = 114.6 \text{ l/s/m}$, $m = 0.22$, pendiente del 30%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.

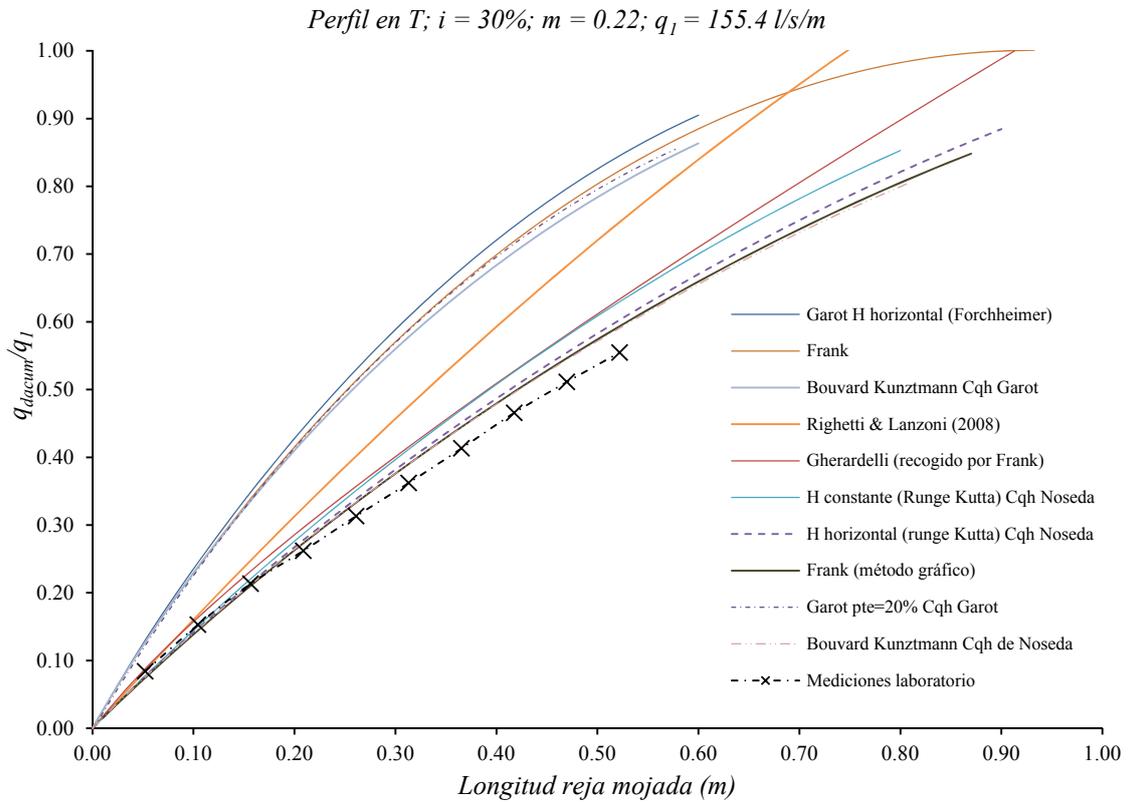
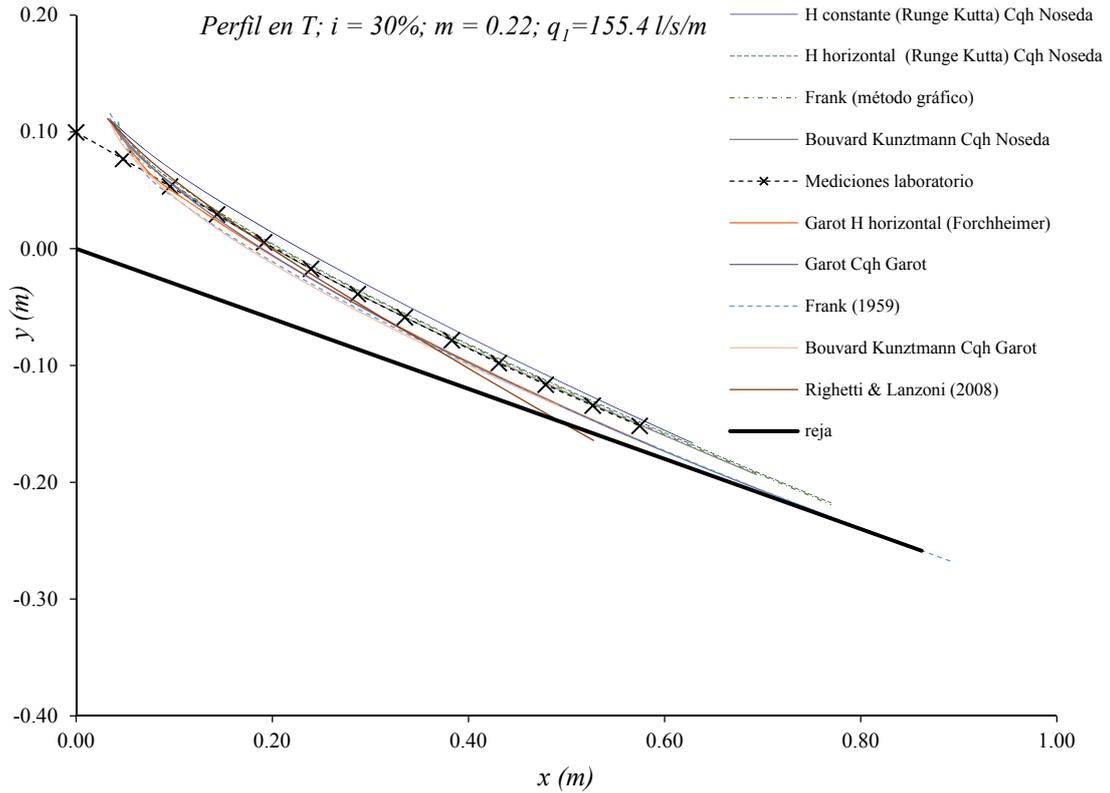


Figura 1.36. Caso de caudal $q_1 = 155.4 \text{ l/s/m}$, $m = 0.22$, pendiente del 30%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.

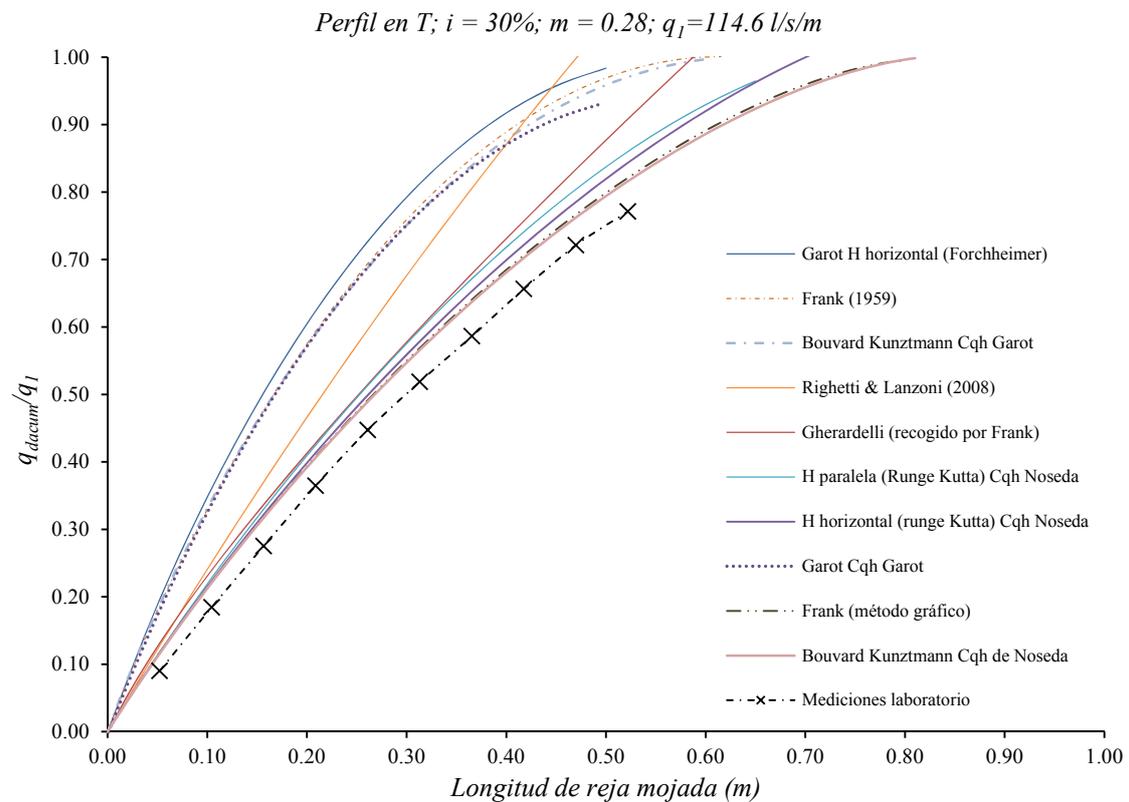
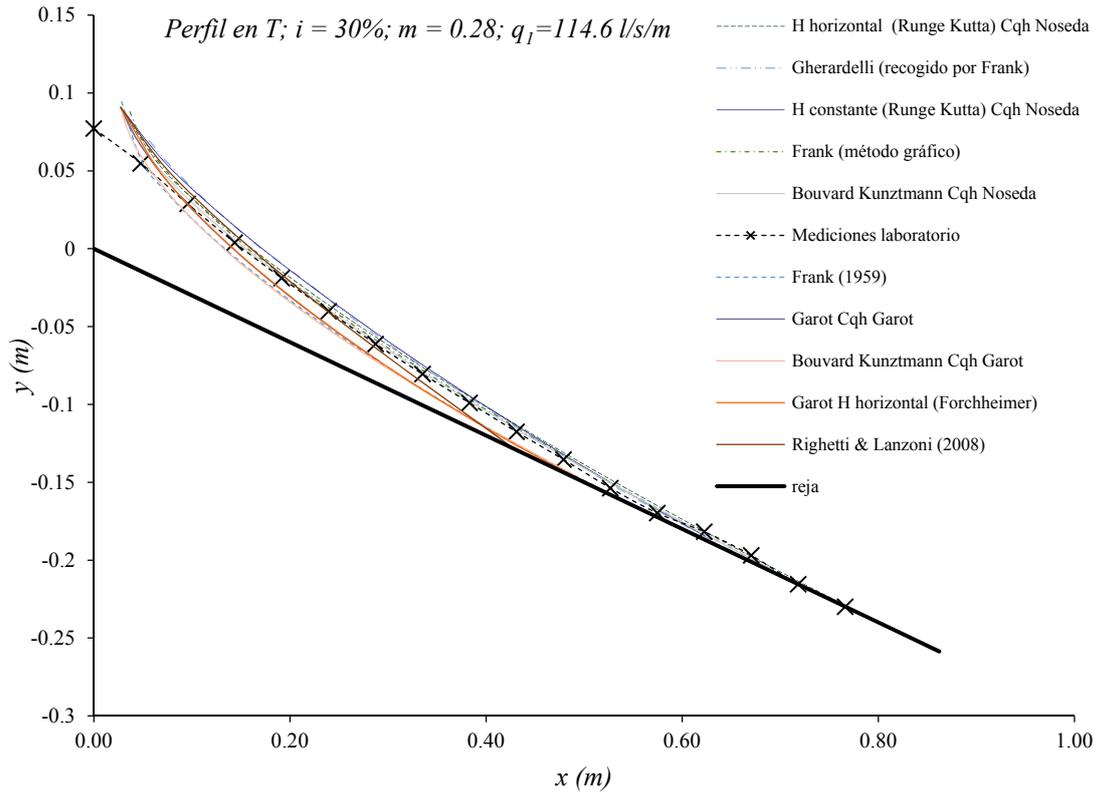


Figura 1.37. Caso de caudal $q_1 = 114.6 \text{ l/s/m}$, $m = 0.28$, pendiente del 30%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.

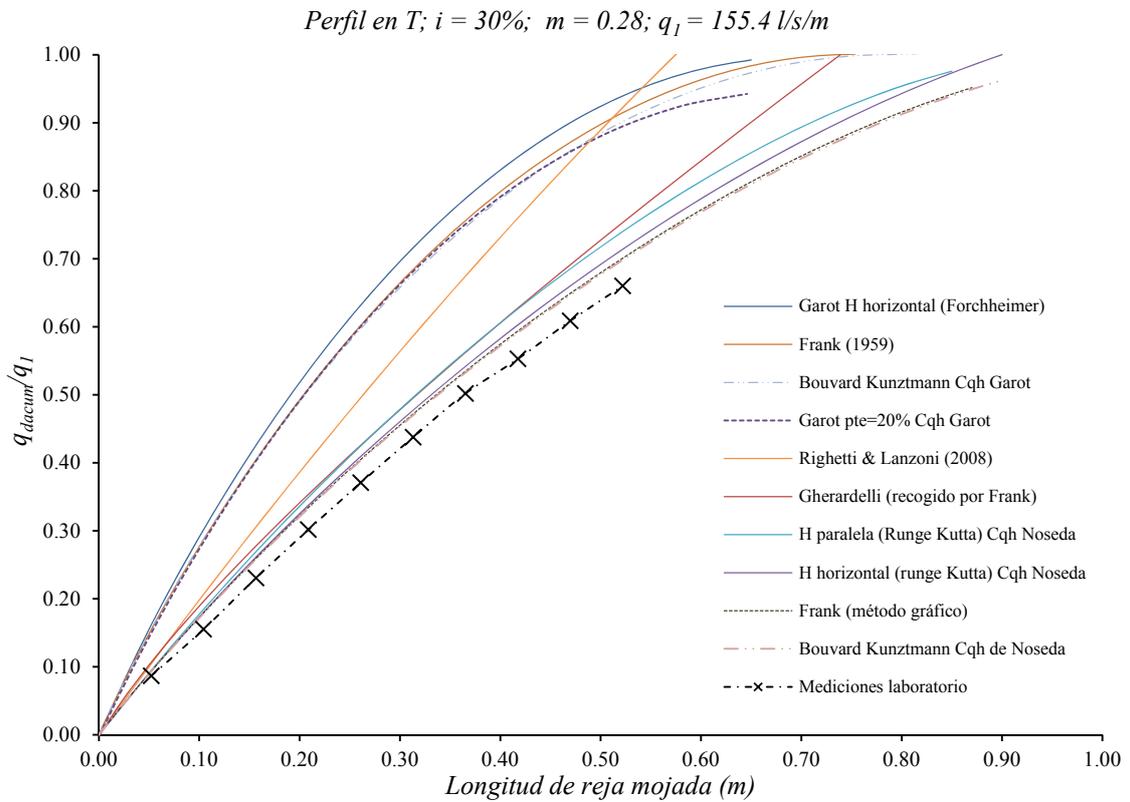
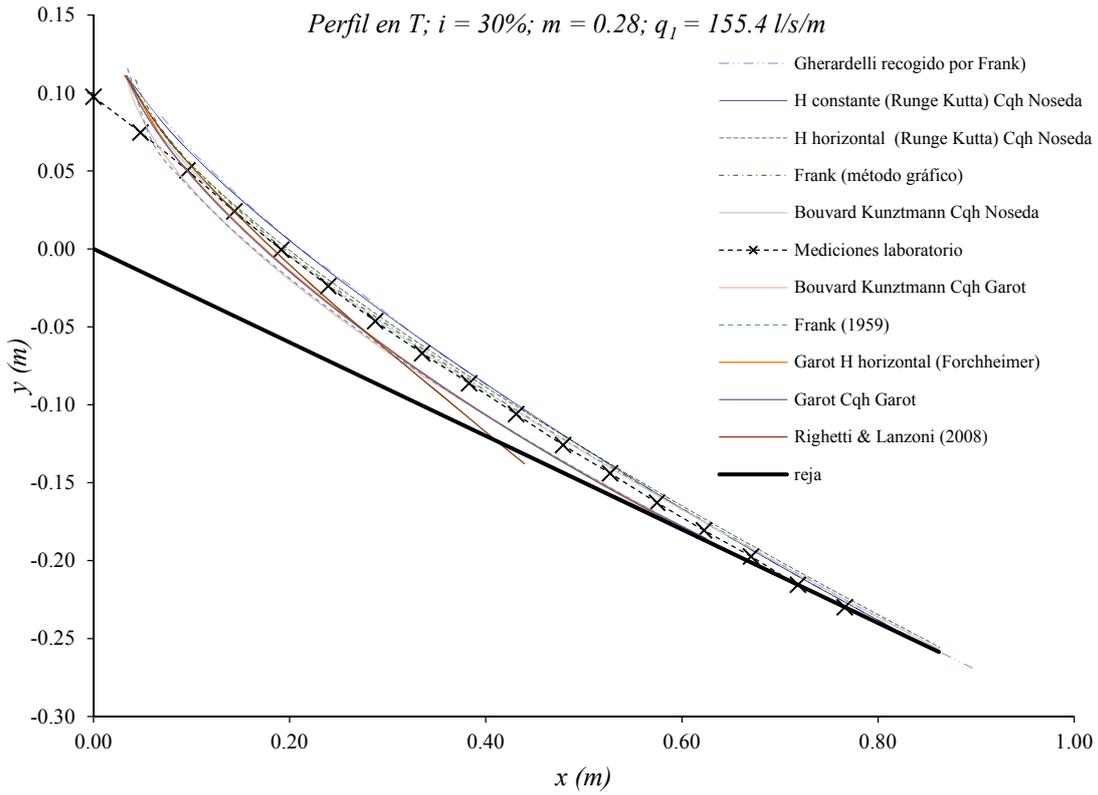


Figura 1.38. Caso de caudal $q_1 = 155.4$ l/s/m, $m = 0.28$, pendiente del 20%, comparando los valores medidos en laboratorio con los obtenidos mediante diversas formulaciones propuestas.

A la vista de las figuras 1.35 a 1.38 podemos concluir que, junto al gráfico de ajuste del perfil de la lámina de agua, siempre se debe acompañar el gráfico de caudal acumulado por unidad de longitud (q_{dacum} / q_l). Solo de esta forma se dispone de toda la información para poder afirmar qué formulación se aproxima más a lo medido en el laboratorio. De hecho, a la vista de los resultados de caudal captado, se observa cómo el coeficiente de descarga propuesto por Righetti y Lanzoni se desvía de los caudales captados a partir de los 10 cm de la reja.

En referencia a las formulaciones denominadas *H horizontal* y *H paralela*, éstas se refieren a los casos de la ecuación de Bernoulli, para las hipótesis de nivel de energía horizontal y línea de energía paralela al plano de la reja respectivamente, por lo que se obtienen a partir de las ecuaciones (1.29) y (1.7), respectivamente. Éstas se presentan a continuación (ecs. (1.79) y (1.80)). En dichas ecuaciones se ha introducido el coeficiente de descarga de Nosedá para el caso de flujo de aproximación subcrítico.

$$\frac{dh}{dx} = \frac{m0.66m^{-0.16} \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.13} 2\sqrt{h \cos \theta (H_0 + x \operatorname{sen} \theta - h \cos \theta)} + h \operatorname{sen} \theta}{3h \cos \theta - 2(H_0 + x \operatorname{sen} \theta)} \quad (1.79)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{m0.66m^{-0.16} \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.13} 2\sqrt{h \cos \theta (H_0 - h \cos \theta)}}{3h \cos \theta - 2(H_0)} \quad (1.80)$$

Observando el gráfico del perfil de lámina de agua en las figuras 1.35 a 1.38, podemos distinguir las formulaciones que más se ajustan a los valores medidos en laboratorio, como son *H horizontal*, *H paralela*, Bouvard-Kuntzmann para C_{qh} Nosedá, y Frank en su método gráfico. Todas usan el coeficiente de descarga propuesto por Nosedá, salvo la última comentada. Aún así se observa una desviación del caudal captado a lo largo de la reja para el presente caso de pendiente del 30% que va del 5% hasta el 10% para dichas formulaciones dado que el coeficiente de descarga propuesto por Nosedá no recoge la influencia de la pendiente de la reja.

Formulaciones como Bouvard-Kuntzmann con el C_{qh} de Garot, Garot según Forchheimer, y Frank (1959) arrojan caudales captados acumulados que se desvían mucho de lo medido en laboratorio, principalmente porque propone coeficientes de descarga que no se ajustan a este caso. Además, estas formulaciones también son las que más se alejan de los perfiles de la lámina de agua medidos en laboratorio.

1.2.6.1 Resumen de formulaciones del coeficiente de descarga, C_q

A continuación se presenta un resumen de fórmulas encontradas para el cálculo del coeficiente de descarga en orden cronológico.

Tabla 1.7. Resumen de los coeficientes de descarga en la literatura revisada y características físicas del modelo experimental.

Autor	Modelo	Coefficiente de descarga	Observaciones
Garot (1939)	$Q = 30$ l/s $B = 50$ cm; $b_w = 1$ cm, dos tipos de barras: forma circular y cónica en coronación; b_l variable: 0,43, 0,402 y 1 cm $\rightarrow m = 0,3, 0,402, \text{ y } 0,5$ reja horizontal; $F_{r0} = 1 - 2.2$	$C_{qh} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{b_l}{b_l + b_w}\right)^2 \beta \left(\frac{b_w}{b_l}\right)^{4/3}}}$ reja forma circular $m = 0.4 \rightarrow C_{q0} = 0.9$ reja forma circular $m = 0.5 \rightarrow C_{q0} = 0.86$ reja forma cónica $m = 0.3 \rightarrow C_{q0} = 0.8$ reja forma cónica $m = 0.5 \rightarrow C_{q0} = 0.78$	Hipótesis de presión atmosférica entre barrotes para el cálculo de C_{qh}
Orth et al.(1954)	$Q = 80$ l/s $B = 50$ cm; $m = 0.311 = \text{cte}$ $b_l = 1.3$ cm; $b_w = 2.5$ cm (T) 5 tipos de perfil Inclinación 0, 5, 10, 20% $V_0 = 2$ m/s; $F_{r0} = 2.1-2.8$	Muestra gráficos de rendimiento del caudal captado en función del caudal entrante para cinco tipos de perfil distintos	Ver rendimientos en función de la forma e inclinación de reja. m constante en todos los ensayos
Nosedá (1956b)	$Q = 100$ l/s $B = 50$ cm $0.16 < m < 0.28$ $0.57 < b_l < 1.17$ cm Perfil T barras de aluminio Inclinación 0,10, 20%	Régimen aproximación lento: $C_q = 0,66 \cdot m^{-0,16} \left(\frac{h}{l}\right)^{-0,13}$ Régimen aproximación rápido: $C_q = 0,78 \cdot m^{-0,16} \left(\frac{h}{l}\right)^{-0,13}$ Tanque de carga $0.735 < C_{q0} < 0.715$	No considera la inclinación de la reja, ya que la diferencia entre los valores experimentales y calculados varía hasta el 5%.
Mostkow (1957)	Perfil de barras rectangulares	Reja Horizontal $0.497 < C_q < 0.609$ Reja inclinada 1/5 $0.435 < C_q < 0.519$	
Frank (1959)		$C_{qh} = 1.22C_{qh0}$ (Nosedá). Propone valores de C_{q0} para diversos tipos de perfiles de reja según Figura 22	Usa datos de Nosedá, determina C_{qh} en función del valor de $C_{qh}(h)$ de Nosedá para $h = h_0$
Dagan (1963)		$\Psi = \frac{LC_{q0}m \cos \theta}{H_0}$ $C_{q0} = \text{cte}$	Validado con datos de Nosedá
Krochin (1978)	Perfil de barras rectangulares	$C_{qH} = C_0 - 0.325 \tan \alpha$ $C_0 = 0.6$; $e/b_l > 4$; $C_0 = 0.5$ para $e/b_l < 4$.	
Ven Te Chow (1959)		Reja horizontal, $C_q = 0.497$ Reja inclinada 1/5; $C_q = 0.435$	Parámetros encontrados en Mostkow (1957)
Righetti et al. (2000)	$Q = 35$ l/s $B = 25$ cm m , forma prismática coronación redondeada Medidas con Anemómetro Doppler Laser (LDA) Medidor de velocidad (PIV) Material de barras: metacrilato	$C_{qH} = \text{seno}(\phi)$ $0.5 < C_q < 0.7$	

Autor	Modelo	Coefficiente de descarga	Observaciones
Brunella et al. (2003)	$Q = 100$ l/s $B = 50$ cm Dos configuraciones: a) $b_l = 1.2$ cm; $b_w = 0.6$ cm; b) $b_l = 0.6$ cm; $b_w = 0.3$ cm; $m = 0.352$; $m=0.664$ Perfil de barras circulares Inclinación: $0^\circ, 7^\circ, 19^\circ, 28^\circ, 35^\circ, 39^\circ, 44^\circ$ y 51°	$C_{qH} \approx C_{q0}$ constante $m = 0.35 \rightarrow C_{q0} = 1.10$ $m = 0.664 \rightarrow C_{q0} = 0.87$	
Righetti y Lanzoni (2008)	$Q = 35$ l/s $B = 25$ cm Forma prismática coronación redondeada Medidas con Anemometro Doppler Laser (LDA) Medidor de velocidad (PIV) $m=0.2$; $b_l = 0.5$ cm; $b_w = 2.0$ cm	No considera la influencia de la inclinación de la reja en su formulación. $C_{qH}(x) = C_{q0} \left(a \frac{x}{H_0} F_{H0} + 1 \right) \left[\tanh b_0 (\sqrt{2} - F_{H0}) \right]^{-c_0}$ $a = -0,1056$; $b_0 = 1,5$; y $c_0 = 0.4078$	

Siendo Q caudal del canal de ensayo, B ancho del canal, las demás variables ver en Figura 1.1

Analizando la Tabla 1.7 se puede observar una gran variabilidad en cuanto a los valores de C_{qh} , C_{qH} , C_{q0} , $C_{qh}(h)$, $C_{qH}(x)$ propuestos. Todos corresponden a los resultados obtenidos experimentalmente por cada uno de los autores, y se puede decir que aún no existe una metodología general de cálculo y de valores de C_q , que permitan tener en cuenta variaciones en lo que se refiere a:

- tipo de reja
- espaciamiento entre barros
- pendiente longitudinal adoptada,
- caudal
- condiciones de aproximación, F_{r0}

Analizando los ensayos en la literatura revisada hasta el momento, se observa que los modelos físicos no sobrepasan los 0.50 m de ancho del canal y 1.00 m de longitud de reja.

1.2.7 Influencia de la inclinación de la reja

Al hablar de la influencia de la inclinación de la reja distinguiremos entre flujo de agua clara y flujo de agua con transporte sólido.

En el caso de agua clara, el aumento en la inclinación de la reja acelera el flujo y hace que disminuya el caudal captado por unidad de longitud. Kuntzmann y Bouvard (1954) definen la longitud de reja mediante la ecuación (1.32) donde interviene la inclinación de la reja y la relación $j = h_0/h_c$ que está influido, al igual que el número de Froude a la entrada F_{r0} , por la inclinación de la reja. Noseda (1956) a partir de sus ensayos experimentales con pendientes de hasta el 20% concluye que existe una influencia de la pendiente pero es limitada, alcanzando como mucho, diferencias en el caudal derivado no superiores al 7% respecto a lo calculado a partir del coeficiente de descarga propuesto y partiendo del calado crítico al inicio de la reja. Orth et al. (1954) comprueban la influencia de la pendiente longitudinal de la reja en el caudal captado (ver Figura 1.23). Mostkow (1957) y Krochin (1978) proponen coeficientes de descarga que disminuyen con la inclinación de la reja. Brunella et al. (2003) en su trabajo con rejas formadas por barras circulares comprueban que para elevados valores de pendiente

longitudinal 34.43 y 96.56% ($19^\circ < \theta < 44^\circ$), no existe influencia por parte de la pendiente en el perfil de la lámina de agua, mientras que para menores inclinaciones 0 y 12.81% ($0^\circ < \theta < 7.3^\circ$), se encuentran diferencias en el perfil de la lámina de agua al variar la pendiente.

Desde el punto de vista del transporte de sedimentos, y sobre todo sedimentos que puedan quedar depositados sobre el espacio entre los barrotes, es decir con diámetro igual o superior al espacio entre barrotes $d > b_j$; la influencia de la pendiente longitudinal de la reja en el caudal captado es muy importante y se recomienda unos valores mínimos, como se comentará en el apartado siguiente.

1.2.8 Distribución de velocidades y presiones sobre la reja

En lo que se refiere al vector velocidad del flujo sobre la reja, entendido como bidimensional, en diversos desarrollos teóricos se asume que la componente en la dirección longitudinal, x , del vector velocidad, u , se iguala a la velocidad media en la dirección longitudinal, que se mantiene constante a lo largo de la coordenada z para cada x fijado (Fawer, 1937; Serre, 1963; Hager y Hutter, 1984; Castro-Orgaz y Hager, 2011), es decir:

$$u = U = \frac{q}{h} \quad (1.81)$$

Donde U es el promedio del vector velocidad en la dirección longitudinal. A partir de esta hipótesis Castro-Orgaz y Hager (2011) proponen calcular el movimiento del agua sobre la reja bajo las hipótesis de flujo potencial. Por tanto utilizan las ecuaciones de Euler para la ecuación de continuidad y la de la conservación de la energía:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \cos \theta \\ \frac{P_{total}}{\rho g} &= \frac{P_{hidrostática}}{\rho g} + \Delta p \\ \frac{dq}{dx} &= q' = -C_{qh} m \sqrt{2gh} \end{aligned} \quad (1.82)$$

Donde P_{total} y $P_{hidrostática}$ corresponden con la presión total e hidrostática medidas en Pa, respectivamente; Δp la desviación de la presión respecto a la hidrostática en m. Integrando dichas ecuaciones (1.80) y (1.81) entre 0 y h (calado en cada punto), Castro-Orgaz y Hager (2011) proponen:

$$\Delta p = \frac{U^2}{2g} (hh'' - h'^2) \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) + \frac{U^2}{g} \left[-\left(\frac{q'h}{q} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h} + \frac{y^2}{2h^2} \right) \right] + \frac{U^2}{g} \left[\frac{q'hh'}{q} \left(\frac{5}{4} - \frac{3y}{2h} + \frac{y^2}{4h^2} \right) \right] \quad (1.83)$$

Donde h' corresponde con la pendiente del perfil de la lámina de agua; h'' corresponde con la segunda derivada del perfil de la lámina de agua respecto a la coordenada longitudinal x , e y corresponde con la coordenada vertical del flujo en que se calcula dicho término. A partir de esta ecuación (1.83) se puede calcular la presión en cualquier punto del flujo.

Del mismo modo Nakagawa (1969), bajo la hipótesis de que la componente longitudinal de la velocidad, u , se iguala al promedio de la velocidad en la dirección longitudinal para la sección de cálculo, U , multiplicada por una función que varía según la posición en la vertical de la sección transversal y que se mantiene constante a lo largo de x :

$$u = Uf'(z/h) = (q/h)f'(m) \tag{1.84}$$

Así a partir de la ecuación de Euler y la ecuación de continuidad, se llega a la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned} (h-y)\cos\theta + \Delta P = \cos\theta(h-y) - \frac{qq'h'}{4gh^3}(h-y)^2 - \frac{qq'h'}{2gh^3}(h-y)(h+y) + \\ + \frac{q^2h''}{2gh^3}(3h^2 - 4hy + y^2) + \frac{q^2h'^2}{2gh^4}(h-y)(h+y) + \frac{q'^2}{2gh^2}(h-y)^2 - \\ - \frac{h'qq'}{2gh^3}(h-y)^2 \end{aligned} \tag{1.85}$$

Donde igual que en el caso anterior con la ecuación (1.84), se puede despejar el valor de Δp .

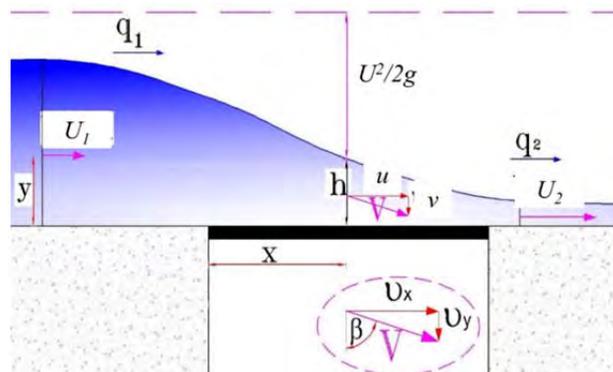
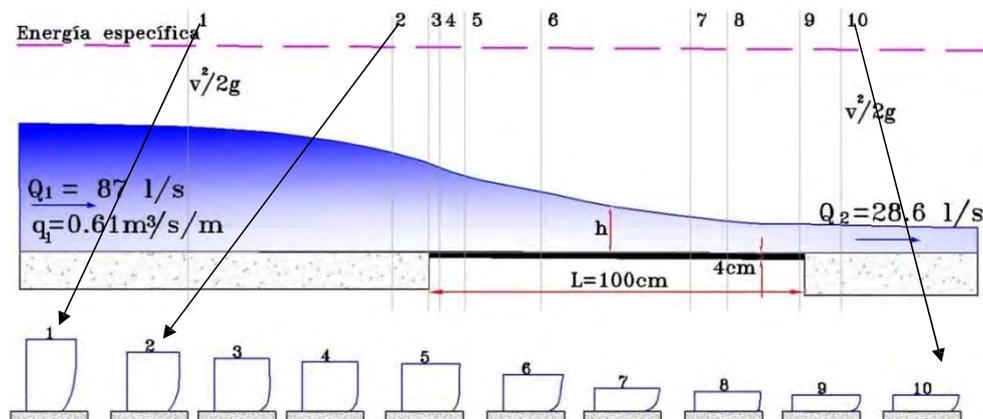


Figura 1.39. Representación de la velocidad media del flujo a lo largo de la reja.

Mostkow (1957) muestra en la Figura 1.40 las experiencias realizadas por Danelia y Zworykine (1953). La grafica contiene la distribución de velocidades de 10 secciones a lo largo de la reja donde se verifica la poca variabilidad de la línea de energía específica H (Ver tabla



1.8).

Figura 1.40. Energía específica y distribución de la velocidad del flujo a lo largo de la reja con barras horizontales. $b_l = 6$ mm, $b_w = 14$ mm, $m = 0.30$ (Experiencias de N. Danelia y N. Zworykine, 1953).

Tabla 1.8. Cálculo de energía específica H , en función del calado h y velocidad U medidos en las secciones señaladas en la Figura 1.45. (Experiencias de N. Danelia y N. Zworykine, 1953).

Sección	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_{media} (cm/s)	204	227	242	246	251	260	285	296	293	278
h (cm)	30	25	22	21	20	16	9	8	6	6
$H = h + U^2/2g$ (cm)	51.2	51.3	51.8	51.8	52.1	50.5	50.4	52.7	52	52

Se puede observar como la velocidad aumenta conforme los caudales y el calado decrecen, manteniéndose prácticamente constante el valor de la energía.

En los estudios realizados por Garot (1939), Marchi (1947), Bouvard (1953), Nosedá (1956a, b), Frank (1956), Mostkow (1957), Dagan (1963), Brunella et al. (2003), Righetti y Lanzoni (2008), para facilitar el análisis del flujo, se asume que existe una distribución hidrostática de presiones sobre la reja. Sin embargo, Mostkow (1957) y Righetti et al. (2000) comprueban que no se produce dicha distribución hidrostática de presiones sobre la reja. En la Figura 1.41 Mostkow (1957) indica la variación de las distribuciones de presión en 7 secciones a lo largo de la reja (déficit y exceso de la presión en la sección respecto a la presión hidrostática) a partir de las experiencias de Khatchatryan.

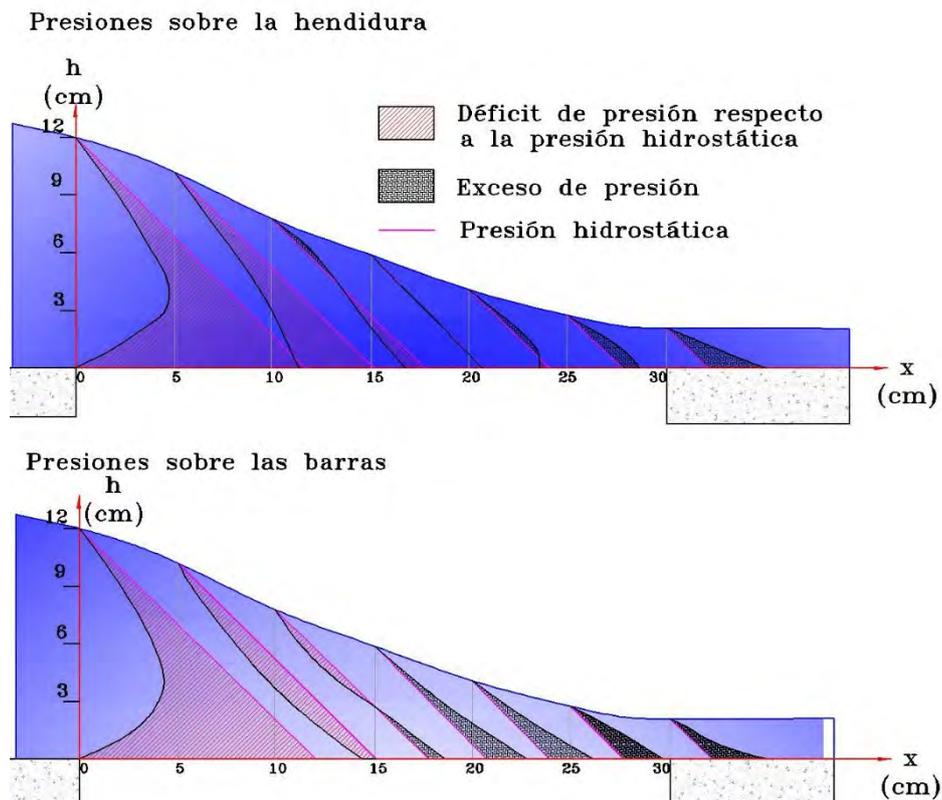


Figura 1.41. Distribución de la presión sobre la hendidura y sobre la reja de forma rectangular: $b_l = 3$ mm, $b_w = 8$ mm, $B = 28$ mm, $m = 0.27$. (Experiencias de R. Khatchatryan, 1955).

Analizando la figura anterior y la Tabla 1.8 se puede observar el déficit de presión en la entrada de la reja y el exceso de presión al final de la reja respecto a la presión hidrostática. Así mismo se puede observar que la distribución de presión es diferente sobre la reja y entre las hendiduras. Es decir, no existe presión hidrostática a lo largo de la reja, aunque este efecto no se incluye en el análisis teórico de Mostkow (1957).

Tabla 1.9. Exceso y déficit de la presión a lo largo de la reja

PRESION SOBRE LA HENDIDURA							
x/L	0.00	0.17	0.33	0.50	0.67	0.83	1.00
EXCESO			2%	0%	12%	31%	95%
DEFICIT	52%	32%	8%	0%	1%		
PRESION SOBRE LAS BARRAS							
EXCESO			4%	28%	50%	84%	95%
DEFICIT	55%	21%	7%				

Krochin (1978) se basa en los experimentos realizados por *Melik Nubarov* (recogidos por Danelia N.F., 1964) para rejas compuestas por barras paralelas y longitudinales al flujo, en donde indica que la distribución de presiones se aparta de la hidrostática, por lo que no considera como carga sobre la reja a la altura de agua que hay sobre ella y calcula el ángulo de inclinación θ de la velocidad del flujo en la entrada de la reja. Para una partícula de agua cualquiera de peso específico γ situada a distancia x del comienzo de la reja, la componente vertical de la velocidad v , causada por la presión denominada $P_{\text{hendidura}}$, medida en el centro del hueco y en la coordenada $y = 0$, que se mide en m.ca., será:

$$v_h = \sqrt{2g \left(\frac{P_{\text{hendidura}}}{\gamma} \right)} \quad (1.86)$$

y la componente de velocidad horizontal:

$$u_h = \sqrt{2g \left(H_0 - \frac{P_{\text{hendidura}}}{\gamma} \right)} \quad (1.87)$$

Entonces la velocidad resultante es:

$$U_h = \sqrt{u_h^2 + v_h^2} = \sqrt{2gH_0} \quad (1.88)$$

Donde:

$$\beta = \arctan \left(\frac{u_h}{v_h} \right) \quad (1.89)$$

A partir de estas hipótesis, Krochin asume que la velocidad con que el agua atraviesa la reja podría considerarse como un valor medio constante en magnitud en todos sus puntos. De aquí no se puede concluir que la distribución del caudal sea también uniforme a lo largo de la reja por cuanto al ángulo de los filetes líquidos con la vertical es variable. Luego basado en los resultados obtenidos por *E.A. Zamarin* define el valor medio del ángulo β de inclinación del vector velocidad con la vertical al plano de la reja como un valor:

$$\cos\beta = \sqrt{\frac{I}{3}} = 0.577 \rightarrow \beta = 54.46^\circ \quad (1.90)$$

Righetti et al. (2000) y Brunella et al (2003) señalan que la inclinación del vector velocidad ($\phi=90^\circ-\beta$) a lo largo de reja es variable.

Mostkow (1957) recoge las experiencias de Katchatrian (1955) donde para rejas de barras longitudinales fija un valor constante de β a lo largo de la reja pero que varía con el caudal:

Tabla 1.10. Ángulo del vector velocidad con el plano de la reja

Caudal (l/s)	β
41.5	50°
50.0	47°
70.0	45°

Righetti et al. (2000) mediante el uso de un LDA (anemómetro laser doppler) realiza las mediciones de las dos componentes de la velocidad producidas en una sección transversal de la reja y para los diversos huecos existentes. En la figura 1.42 presentan la componente vertical medida en el plano de la reja sobre la hendidura, y a la vista de dicha figura se puede comprobar que la velocidad vertical no varía prácticamente de un hueco a otro, lo cual confirma la bidimensionalidad del fenómeno. Presentan además mediciones de la distribución de la velocidad en un plano longitudinal a la corriente entre dos barras, donde se presentan las componentes horizontal y vertical del vector velocidad a lo largo de la reja (figura 1.43).

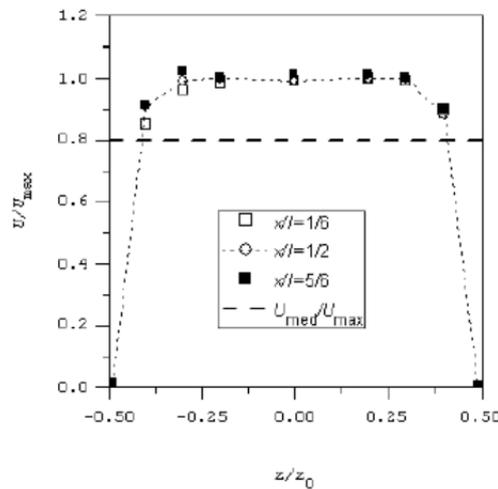


Figura 1.42. Perfil transversal componente vertical de velocidad entre dos barras (Righetti, 2000).

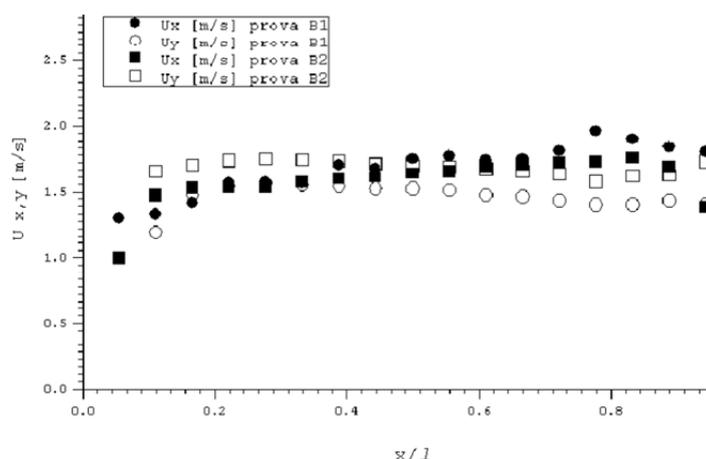


Figura 1.43. Evolución a lo largo de la reja de las componentes horizontal y vertical de la velocidad medidas entre dos barras de la reja (Righetti et al., 2000).

De su análisis experimental también presenta la desviación de la presión Δp en el fondo respecto a la presión hidrostática P_{hidr} , a lo largo del eje de un espaciamento de la reja, ver tabla 1.11. Estas pruebas experimentales permiten evidenciar el carácter bidimensional del flujo.

Tabla 1.11. Desviación de la presión a lo largo de la reja

Sección x/L	Righetti et al. (2000) $\Delta p = \frac{P_{hidrostática} - P_{total}}{P_{hidrostática}}$	Mostkow Δp Sobre la hendidura	Mostkow Δp Sobre las barras
1/3L	-23%	-6%	-3%
1/2L	-36%	0%	28%
2/3L	14%	11%	50%

A la vista de la tabla 1.11 es posible observar que en los tres casos existe un déficit de presión al ingreso de la reja y un exceso de presión al final de la reja, es decir la distribución hidrostática se produce solamente en una zona a lo largo del eje de la reja. Dicho déficit de la presión debería incrementarse con el índice de huecos, es decir conforme se aproxime al fenómeno de caída libre.

Brunella et al. (2003) determinan la distribución de las velocidades en diversas secciones como se muestra en la Figura 1.45a, observando que la velocidad media aumenta a lo largo de la superficie libre, dado que los calados disminuyen, corroborando los resultados de la figura 1.43 anterior. Asumiendo que existe distribución hidrostática de la presión, se incluyen en el gráfico los valores de U_s/U_c calculados a partir de la ecuación (1.91) así como los observados a lo largo de la reja ($X=x/h_c$), sin determinar las presiones internas.

$$U_s = \sqrt{2g(H_0 + xsen\theta)} \tag{1.91}$$

Donde U_s = módulo del vector velocidad en la superficie; U_c velocidad media para el caso del caudal entrante y el calado crítico. La velocidad en la superficie U_s fue considerada utilizando la ecuación de Bernoulli. En la entrada de la reja se asume que $H_0 = 1.5 h_c$. Siendo H_0 el nivel de energía a la entrada de la reja considerado como constante; $xsen(\theta)$ la diferencia de cota entre la zona horizontal del canal y la rasante del plano de la reja medida en vertical (Ver Figura 1.44a) y h_c la altura crítica (Ver Figura 1.44b).

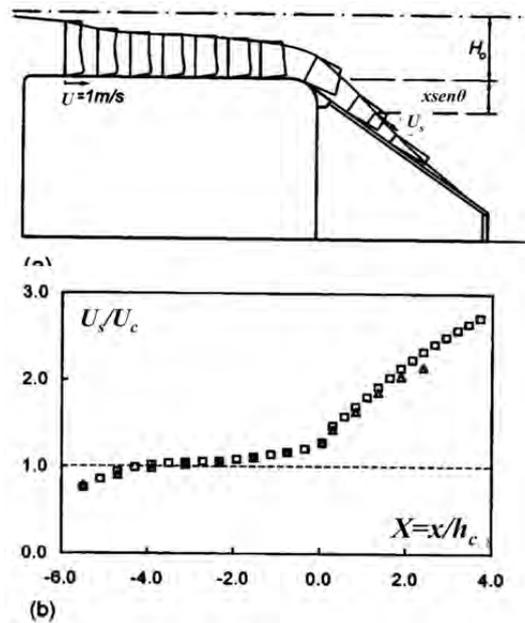


Figura 1.44. Perfiles de velocidad a lo largo de la reja. (a) distribución de velocidad (b) relación U_s/U_c en función de $X=x/h_c$ medido (\square), frente al resultado de la ecuación (1.90) (Δ).

Comparando los datos observados y calculados con la ecuación de U_s se comprueba que hasta $X = 1.5$, la relación U_s/U_c presenta resultados similares, para valores mayores hay una desviación de los puntos debido a los calados pequeños al final de la reja y por el incremento significativo de la fricción.

Righetti et al. (2008) en su artículo señalan que la componente vertical de la velocidad dentro de la ranura es mayor que en el campo de flujo por encima de la reja, basado en los resultados de las medidas de las velocidades sobre la reja y entre dos barras adyacentes, variando también en función del número de Froude. Righetti et al. comprueban que el caudal derivado disminuye al aumentar el número de Froude.

Así, diversos investigadores comprueban experimentalmente que la distribución de presión no es hidrostática a lo largo de la reja (Mostkow, 1957; Venkataraman, 1977; Nasser et al. 1980a y b; Ramamurthy y Satish, 1986; Righetti et al., 2000) pero a la hora de realizar cálculos se asume dicha hipótesis con el objeto de simplificar los cálculos. Evidentemente cuanto más nos acerquemos a la superficie de la lámina de agua, más veraz es esta hipótesis. De esta forma a la hora de calcular el perfil de la lámina de agua se obtienen aproximaciones que se pueden validar experimentalmente analizando la distribución de velocidades medias a lo largo de la reja (Brunella et al. 2003).

1.2.9 Análisis de los sedimentos

Los caudales que alcanzan los sistemas de captación de fondo puede transportar materiales tales como: sedimentos de fondo, sedimentos en suspensión o ambos. El transporte de fondo-total y fondo en suspensión está formado por el material que rueda y reptar, salta y rebota a lo largo del fondo del cauce. El transporte de fondo total y de fondo en suspensión influye en los caudales captados por las captaciones de fondo. Más aún cuando los sólidos pueden depositarse en las hendiduras entre dos barras paralelas y obstruir la reja; o cuando la caída de grandes bloques puede dañar la estructura. Particularmente los eventos extremos, tales como crecidas, y que son objeto de captarse, producen el transporte de una elevada cantidad de sedimentos.

El objetivo de la reja es el de poder captar la mayor cantidad de agua con la menor cantidad de sedimentos. Debido a la dificultad de acceso a las zonas de implantación de las captaciones de reja de fondo, se intenta diseñar de manera que los sedimentos no generen grandes impactos sobre la estructura de captación y así disminuir el mantenimiento de las mismas. En este contexto el mecanismo con el cual el sedimento se transporta por el río, o a través de cualquier estructura hidráulica en general, es de vital importancia ya que define el diseño de las estructuras requeridas en el sistema de captación.

Bouvard (1992) indica que para el análisis de los sedimentos es necesario tener registros de los flujos en el cauce para calcular las inundaciones de 10 años, 100 años y 1000 años, de forma que las estructuras de desviación del cauce sean capaces de trabajar ante estas crecidas. Dada la dificultad de obtención de dicha base de datos en muchas ocasiones se recurre a la estimación de estos flujos extremos a partir de estudios experimentales llevados a cabo en laboratorio o muestras tomadas en otros cauces que han quedado recogidas en publicaciones especializadas. Sin embargo, en algunas ocasiones se deja pasar el hecho de que estas estimaciones son a menudo altamente inciertas y que pueden ser totalmente erróneas, a menos que se fundamente en una base de datos adecuada.

Éste es el caso de ríos en regiones semiáridas, donde las condiciones de flujo son a menudo muy irregulares y difíciles de determinar. El uso de un factor de seguridad elevado es generalmente indispensable; sin embargo, la aplicación sistemática de valores aproximados, sin considerar los incrementos en los costos finales de las obras, puede tener graves repercusiones económicas.

Bouvard (1992) también señala que la mejor fuente para toda esta información es, evidentemente, la instalación de una estación de medición, suficientemente actualizada, cerca de la ubicación de la captación de agua, a menos que ya existan registros de la gestión de obras existentes (por ejemplo presas o plantas de energía). El período de observación debería cubrir al menos varias decenas de años, especialmente si las condiciones hidrológicas son irregulares. Si estos registros no están disponibles, los datos de una estación de medición ubicada en otra zona podrán utilizarse para estimar los flujos en el nuevo sitio. Sin embargo, esto es siempre un enfoque altamente incierto, no importa cuán sofisticado sea el procedimiento de cálculo, incluso si es automatizado, las consecuencias de error son tales que siempre se debe dar preferencia a una base de datos de las mediciones en el sitio.

1.2.9.1 Obras de aproximación a la reja

Como se ha comentado anteriormente, el caudal captado por unidad de longitud de reja es superior si disminuimos el número de Froude, la velocidad y aproximamos el calado de la entrada del flujo al calado crítico. Por esta razón uno de los criterios para la optimización en las estructuras de diseño se basa en la disminución de la velocidad de entrada en la reja.

Este efecto se puede conseguir, aumentando el calado en el canal de entrada implantando un azud de 20 o 50 cm (Krochin, 1978; Ract-Madoux et al., 1955) consiguiendo una estructura de control (flujo crítico) con la cual el flujo es supercrítico sobre la reja. De esta forma se generan las hipótesis de cálculo que son: $h_1 = h_c$ en la entrada de la reja, $h_2 = 0$ al final de la reja, captando todo el caudal que pasa sobre el azud.

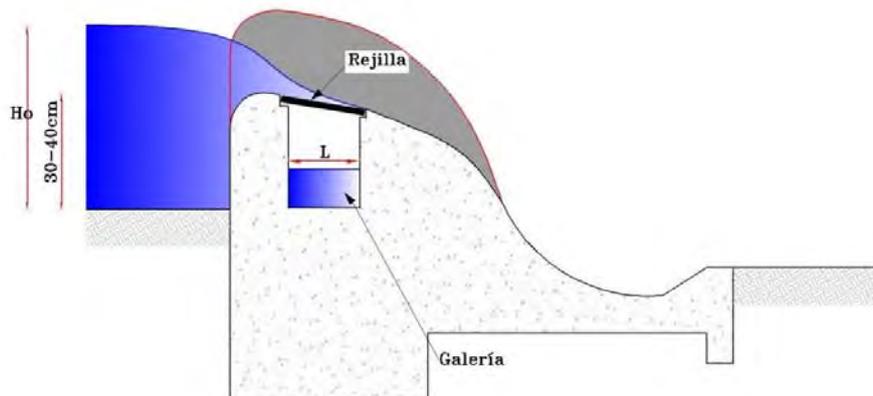


Figura 1.45. Perfil transversal del azud.

Simmler (1978) propone disponer de un cuenco de retención de sedimentos aguas arriba de la reja para la contención de los sólidos de mayor tamaño y que favorezca la disminución de la velocidad del flujo antes de llegar a la reja.

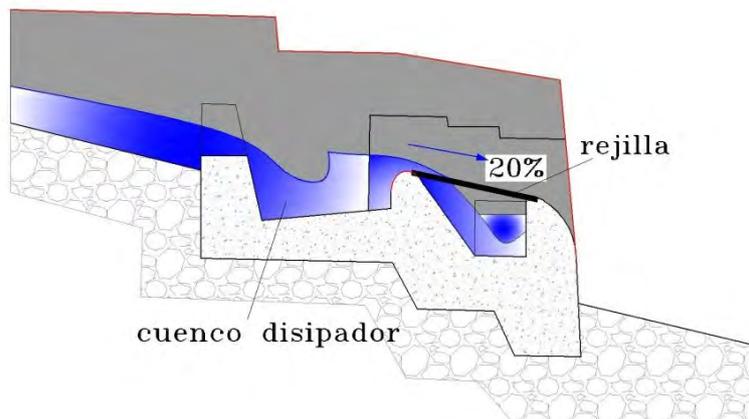


Figura 1.46. Perfil transversal del azud (Simmler, 1978).

1.2.9.2 Diseño de la reja

En la concepción hasta el día de hoy de los sistemas de captación de fondo ha predominado el hecho de que los sedimentos transportados deben ser capaces de pasar sobre la reja evitando en parte la utilización de la compuerta de purga (compuerta colocada junto a la reja), por esta razón la reja debía tener la inercia necesaria para soportar el peso de grandes bloques de roca que posiblemente pueden pasar sobre las barras.

La sección se escoge en función de su longitud y de las condiciones mecánicas para resistir al paso de bloques de piedra. Bouvard (1992) recomienda que para pendientes en cauces de montaña con abundante sedimento, la inclinación de la reja respecto a la horizontal deba estar entre 10% y 60% y así facilitar el paso de las piedras. Otro criterio es el de colocar la reja con una pendiente mayor a la pendiente del río.

Para el dimensionamiento de la reja se realiza el cálculo del espesor, cuya inercia soporte el momento máximo generado por el peso de la piedra sobre ésta, además se aconseja aumentar 1 cm a la sección por razones de corrosión y manipulación.

Orth et al. (1954), tomando como base lo observado en las obras existentes y en el curso de las experiencias hechas en su modelo reducido, realiza un análisis cualitativo de la influencia de los sedimentos y presenta las siguientes observaciones:

- Que un sólido de una dimensión similar al espaciamiento entre dos barras, se incrusta sin importar el tipo de perfil.
- Un perfil con la parte superior redondeada facilita la retención de las piedras entre las barras.
- Siempre, los elementos de cualquier forma, pueden atravesar la reja de un extremo al otro, si éstos no se encuentran en una posición favorable para su incrustación.
- Es posible disminuir el riesgo de taponamiento de las rejillas debido al material de transporte, evitando el transporte desordenado de éstos, con este fin se aconseja realizar un canal de aproximación con una longitud suficiente y que tenga una pendiente idéntica a la de la reja.

Krochin (1978) indica que los sedimentos tales como arena y piedras pequeñas de dimensiones menores al espaciamiento entre dos barras, ingresarán por la reja al canal de conducción, razón por la cual es imprescindible la construcción de un desarenador eficiente a continuación de la toma y, recomienda que la reja debe ser de barras de hierro, de sección rectangular o trapezoidal, con la base mayor hacia arriba, colocadas paralelamente a la dirección del río. No aconseja las barras redondas pues se obstruyen con arena y piedra fina y son más difíciles de limpiar.

Ract-Madoux et al. (1955) presentan un análisis del funcionamiento y mejora de un conjunto formado por siete captaciones de fondo, construidas en los Alpes de la Saboya francesa con características y usos diferentes. Se aclara en el estudio que los problemas considerados pertenecen solamente a la región estudiada y no se debe utilizar para deducir el comportamiento en otras regiones. Comentan además los problemas derivados de la acumulación de sedimentos en la parte final de la reja para caudales de agua inferiores a los

de diseño de la reja.

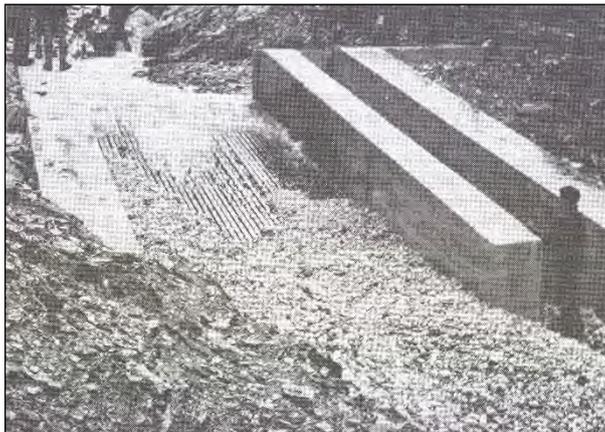


Figura 1.47. Ract-Madoux et al. (1955). Recogido en el libro “Mobile barrages and intakes on sediment transporting rivers” (monografía de la IAHR), Bouvard (1992).

1.2.9.3 Recomendaciones respecto a la obstrucción por sedimentos

La mayoría de los criterios de diseño tratan de evitar la oclusión de las rejillas debido a la deposición de materiales granulares de diámetro superior al espaciamiento entre los barrotes. Así, los parámetros de diseño principales son:

- Espaciamiento entre barrotes, superiores al mayor tamaño de grano transportado.
- Pendiente longitudinal de la reja. El incremento en la pendiente de la reja reduce la sedimentación sobre la misma.
- Incremento del área de huecos de la reja para tener en consideración el porcentaje de superficie ocluida.
- Construcción de un depósito de sedimentación aguas arriba que regula el tamaño de los sólidos que alcanzan la reja.

Ract-Madoux et al. (1955) propusieron un espacio entre barras próximo a 0.1 m y una pendiente longitudinal próxima al 20%. A partir de la experiencia en las captaciones tirolesas de la compañía hidroeléctrica Tiroler Kraftwerke AG, Simmler (1978) y Drobir (1981), recomendaron el uso de espacio entre barrotes cercano a los 0.15 m, para un $d_{95} \approx 0.060$ m, un pendiente longitudinal entre el 20 y el 30% y un coeficiente de incremento de la longitud de la reja para compensar las áreas obstruidas de 1.5 a 2.0, lo que recogen también Righetti y Lanzoni (2000). Krochin (1978) propone espaciamiento entre barrotes de 0.02 a 0.06 m para captaciones hidroeléctricas, con inclinaciones de las rejillas que van desde la posición horizontal hasta el 20% e incluye en su ecuación para el cálculo de la longitud de reja mojada, un factor f de reja ocluida. Basado en los mismos sistemas de captación de fondo que Ract-Madoux et al., Bouvard (1992) consideró un espacio entre barrotes próximo a 0.100-0.120 m (0.02-0.03 m en caso de sistemas de captación para plantas de producción hidroeléctrica), una pendiente de las rejillas entre el 30% y el 60%, y un factor de incremento del área de huecos de las rejillas de 1.5 a 2.0. Raudkivi (1993) recomendó un espaciamiento de barrotes como mínimo de 0.005 m para rejillas de barras longitudinales y una pendiente longitudinal próxima al 20%.

Actualmente existen recomendaciones fruto de la observación sobre el grado de oclusión de la reja como consecuencia de la deposición de sólidos sobre éstas, o de la cantidad de sedimentos que se introducen en la reja y que son transportados a lo largo del canal de derivación (Ract-

Madoux *et al.*, 1955; Simmler, 1978; Drobir, 1981; Bouvard, 1992; Raudkivi, 1993; Ahmad y Kumar, 2010).

1.2.9.4 Cálculo de la obstrucción de la reja por sedimentos

Mostkow (1957) y Krochin(1978) en su análisis para considerar el efecto de obstrucción de los sedimentos en la reja utilizan un coeficiente k que reduce el área total disponible para el caso de agua clara (ec. (1.27) y (1.28)): $k = (1 - f)m$ y que compensa la longitud de reja obstruida.

$$L = \left[\frac{0.313q}{(C_q k)^{3/2}} \right]^{2/3} \quad (1.27)$$

Siendo f el porcentaje de la superficie de reja que queda obstruida por arena y grava que se incrustan entre las rejillas, recomendando valores de 15 – 30%.

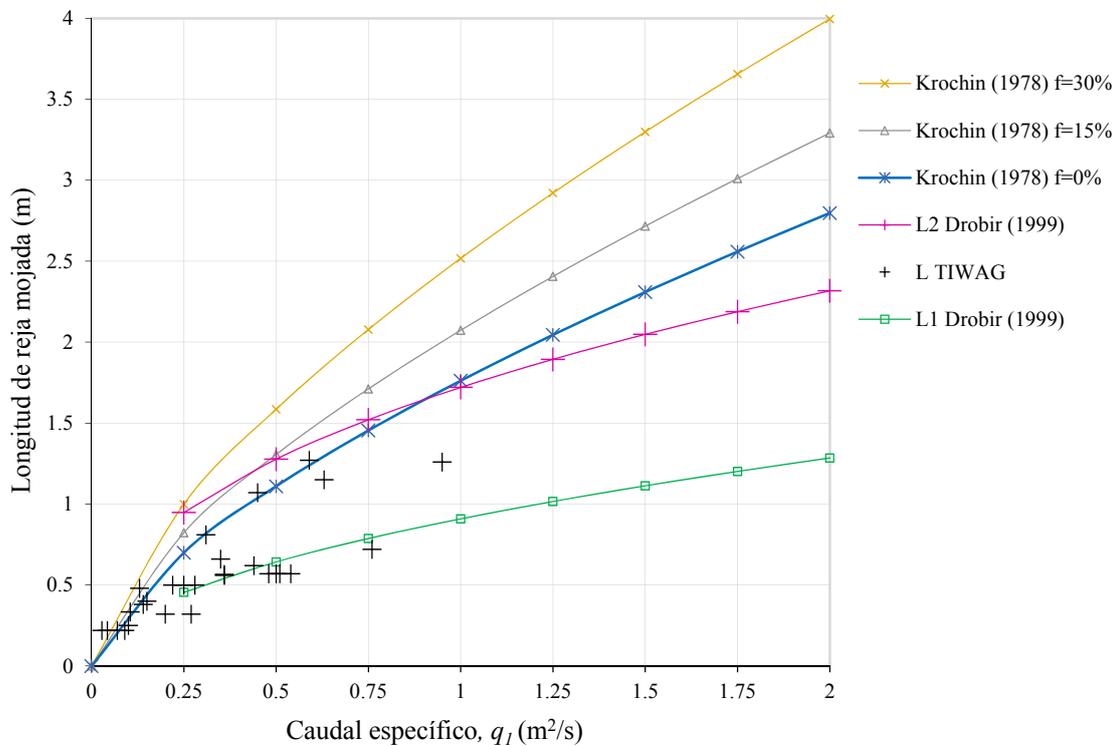


Figura 1.48. Comparación de las longitudes de reja respecto al caudal específico.

En la Figura 1.48 se indican las curvas de las longitudes calculadas con las fórmulas planteadas por Krochin (1978) con 0%, 15% y 30% de obstrucción, junto con los datos obtenidos por Drobir (1999). Se puede observar que los datos medidos en prototipo por la TIWAG quedan recogidos dentro de la L_2 de Drobir (1999) y también la longitud de Krochin para un coeficiente de obstrucción $f=0\%$.

La reja se instala en la cara posterior del azud de una presa de desbordamiento. La capacidad de captación es del orden de $0,09-0,14\text{m}^3/\text{s}$ por metro de longitud de azud. Estos caudales, muy bajos, no permiten su aplicación para la captación de cauces efímeros. Normalmente, la reja posee una forma de arco cóncavo con un radio de curvatura de aproximadamente 3 m. Las velocidades del flujo a través de la cara de la pantalla son relativamente grandes, del orden de 2 a 3 m/s en configuraciones típicas, variando en función de la altura de caída al inicio de la reja.

A partir de numerosas pruebas de laboratorio realizadas durante los últimos 20 años, se ha llevado al desarrollo de un modelo numérico que calcula perfiles de flujo y las capacidades hidráulicas de rejas con efecto de Coanda.

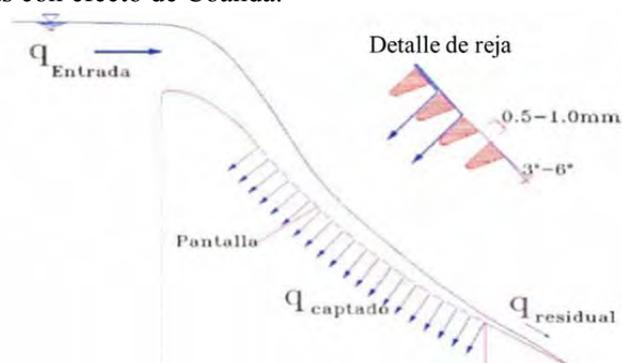


Figura 1.50. Características, disposición típica y parámetros de diseño de las pantallas del efecto de Coanda (Wahl, 2003)

1.3 Objetivos de la presente tesis

Los parámetros de las diferentes formulaciones presentadas, tanto para el cálculo del perfil de la lámina de agua como el caudal captado por unidad de longitud, presentan limitaciones si se quieren aplicar a condiciones físicas distintas a las que fueron realizados dichos ensayos.

Existe una gran dispersión y variabilidad de los coeficientes de descarga utilizados por cada uno de los trabajos.

El caso más habitual en un cauce para un sistema de captación de fondo es alcanzar la obra de captación en régimen subcrítico y pasar a supercrítico en las inmediaciones a esta. Hasta el momento no se ha presentado una formulación general que permita el dimensionamiento de la reja para un determinado caudal. La misma, debería recoger la variabilidad de parámetros como la forma de las barras, el espaciamiento entre ellas; la pendiente adoptada; el caudal a captar y las condiciones del flujo de aproximación.

La información dada por Drobir (1999), medida en prototipo, nos permite hacer una comparación de las metodologías existentes para el cálculo de la longitud de reja; y comprobar la desviación entre los puntos medidos y los valores propuestos para el diseño (ver figura 1.21).

Aunque la utilización de la reja sirve para separar los sedimentos en una crecida, hasta la fecha todos los ensayos físicos se han realizado en agua clara y su aplicación está limitada a esta condición. Por esta razón, en futuras investigaciones se entiende interesante realizar un modelo físico con flujo de agua con sedimentos, de manera que se puedan obtener los datos suficientes para realizar un estudio adecuado del problema. Estos datos obtenidos en laboratorio servirán de base para la calibración de diferentes modelos numéricos e implementados en Mecánica de Fluidos Computacional.

De esta forma en la presente tesis se propone alcanzar los siguientes objetivos:

- 1) Diseñar y construir una infraestructura hidráulica que permita el estudio de los sistemas de captación de fondo con la intención de poder aportar conocimiento para su aplicación a zonas semiáridas.
- 2) Proponer mejoras en el diseño de los sistemas de captación de fondo centradas en las rejillas de captación formadas por barras planas longitudinales a la dirección de la corriente y flujos de aproximación de régimen subcrítico, que pasa a supercrítico en las inmediaciones de la reja.

Capítulo 2 INFRAESTRUCTURA DE UN SISTEMA DE CAPTACIÓN EN EL LABORATORIO DE HIDRÁULICA DE LA UPCT

2. Antecedentes a la construcción de la infraestructura de captación

El presente capítulo describe la infraestructura construida en el laboratorio de hidráulica de la universidad Politécnica de Cartagena para el estudio de las captaciones de fondo. Dicho sistema se construye utilizando unas rejillas de captación similares a las utilizadas por Nosedá (1956). Esto permitirá poder comparar los resultados.

La necesidad de utilizar una infraestructura de laboratorio se debe a la existencia de fenómenos de despegue del flujo, curvatura de la corriente, alta turbulencia, y respuesta al flujo bifásico agua-sedimentos, que dificultan su estudio con las metodologías tradicionales, siendo además necesario apoyarse en resultados experimentales obtenidos en campo y laboratorio para la simulación numérica, aplicando para ello programas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD).

Para el diseño de sistemas de captación de fondo actualmente se conoce: i) la Guía de diseño propuesta por Drobir (1981) en base a sus experiencias en la compañía hidroeléctrica del Tirol TIWAG (TirolerWasserkraftwerke AG); ii) las recomendaciones de Krochin (1978); y iii) los trabajos experimentales llevados a cabo por otros investigadores y que se han presentado en el Capítulo 1. Se presenta en las figuras 1.17 y 2.1 un esquema de este tipo de obras de captación, propuestos por Drobir (1981) y recogido en el manual de la TIWAG

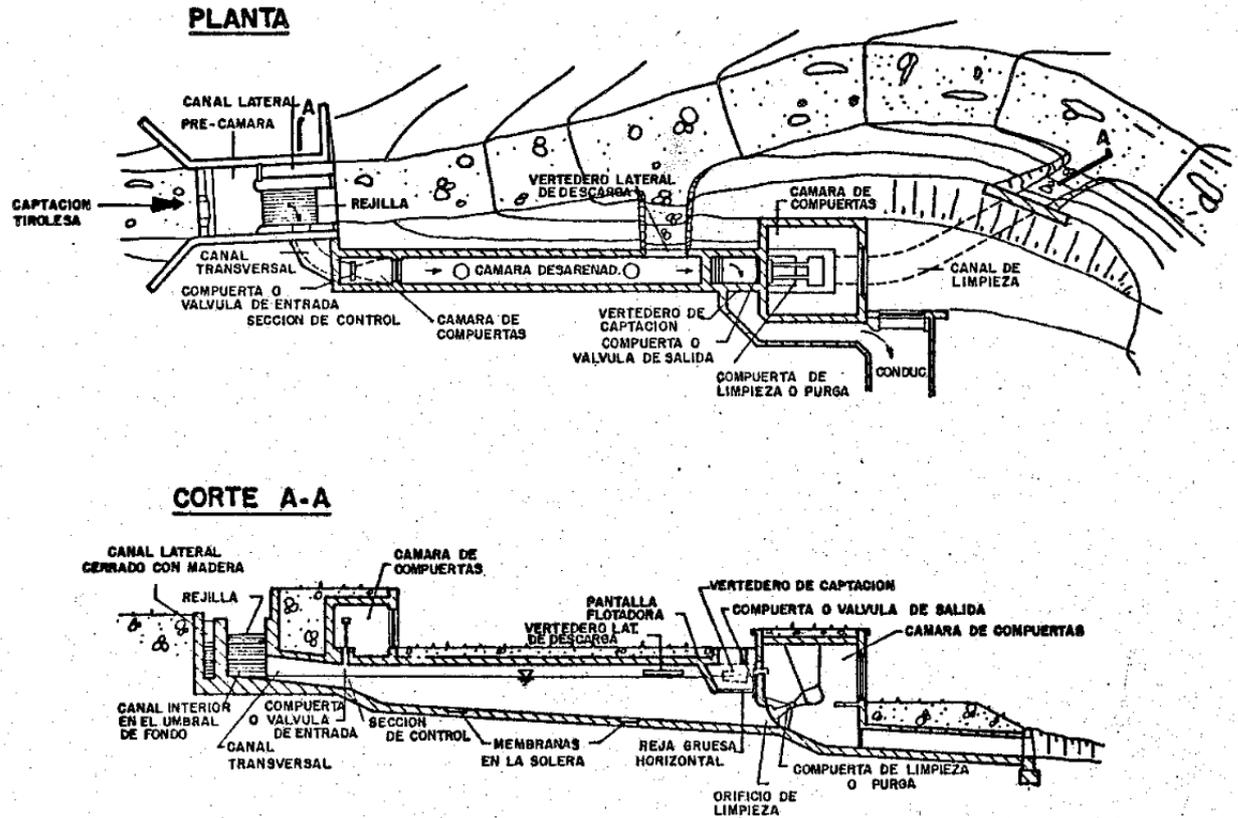


Figura 2.1. Esquema de un sistema de captación de fondo recogido por Drobir (1981) en su manual de Diseño de Captaciones en Ríos de Montaña (Traducción de Castro, 1982).

Se presentan en las figuras 2.2, 2.3 y 2.4 siguientes, detalles de las distintas partes que componen este tipo de sistemas de captación, en un diseño actualizado como es el del proyecto de La Viña (Islas Canarias) para la captación de caudales en el barranco de Las Angustias, zona de Dos Aguas, en la Caldera de Taburiente (Castillo et al. 2000, Castillo 2004, Tyspa 3G 2000) y que ha servido de base para la construcción de la infraestructura en el laboratorio de hidráulica de la UPCT).

La financiación para la construcción del presente modelo físico proviene del proyecto "MODELIZACIÓN HIDROLÓGICA EN ZONAS SEMIÁRIDAS" cuyo subproyecto "MODELIZACIÓN DE CAPTACIONES EN CAUCES EFÍMEROS" fue dirigido por el profesor Luis Castillo teniendo como entidad financiadora la Consejería de Educación de la Región de Murcia- Instituto Euro Mediterráneo del Agua (IEA), Convenio 2602-C/ITF, con las entidades participantes: Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT), Universidad de Murcia (UMU). La duración fue desde el 1 de febrero de 2008 hasta el 30 de diciembre de 2011.

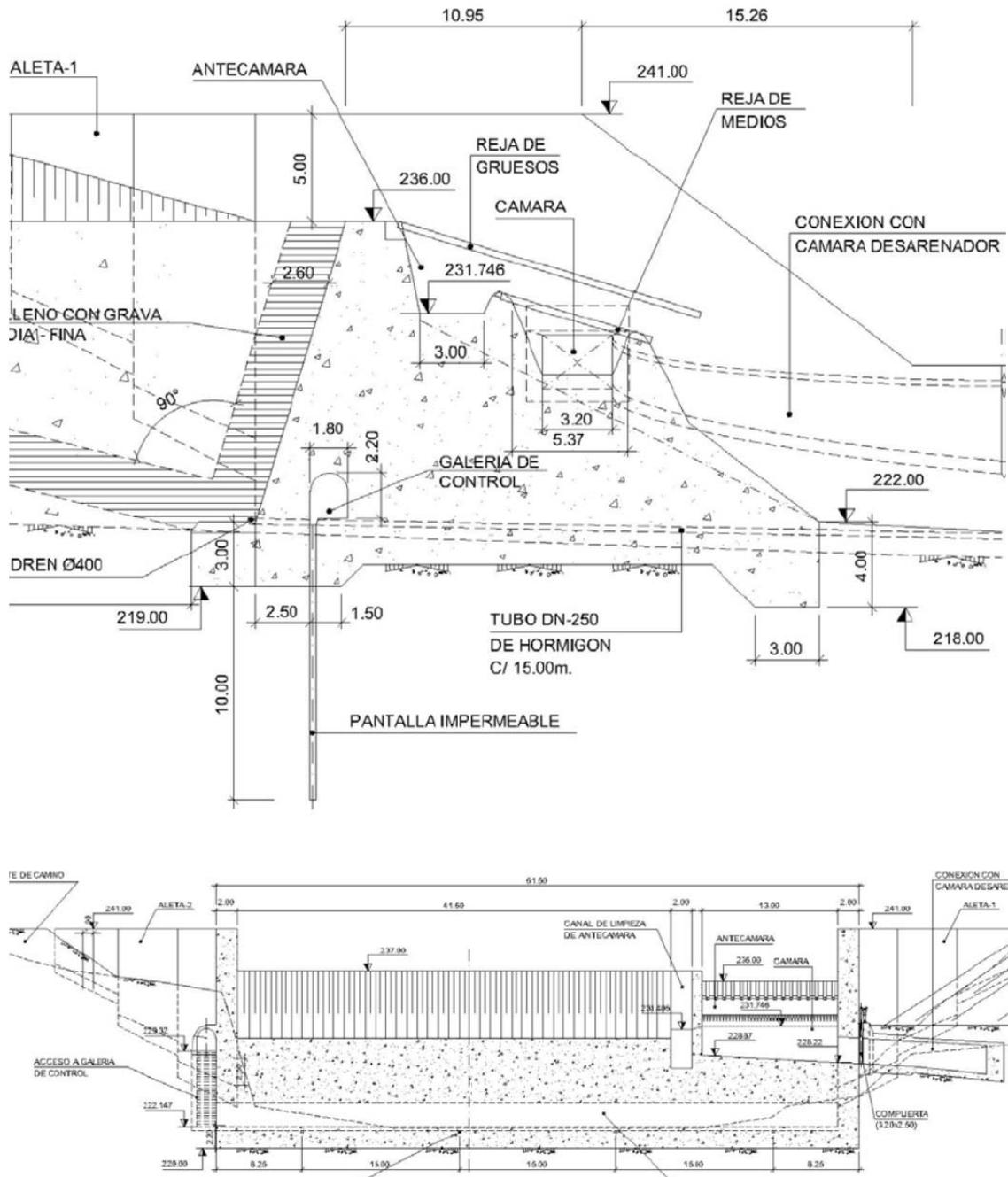


Figura 2.2. Detalle de los planos del Sistema de captación diseñado en el barranco de Las Angustias en la zona de Dos Aguas. Vistas longitudinal y transversal al cauce del sistema de captación. Proyecto de La Viña (Castillo et al. 2000, Castillo et al. 2009).

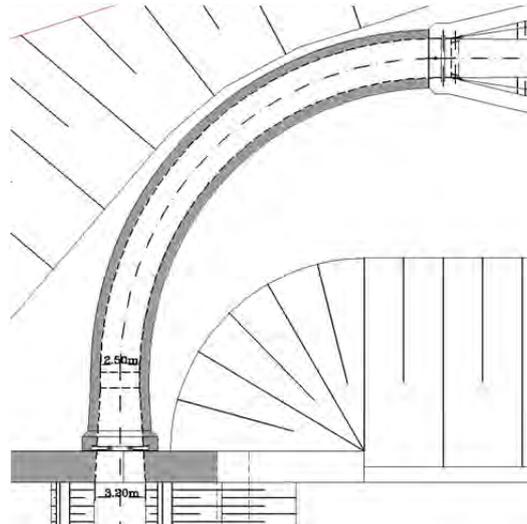


Figura 2.3. Detalle de los planos del sistema de captación diseñado en el barranco de Las Angustias en la zona de Dos Aguas. Vista en planta del canal de aceleración para el transporte de caudales captados por las rejillas hacia el sistema de desarenado. (Castillo et al. 2000, Castillo 2004, Castillo et al. 2009)

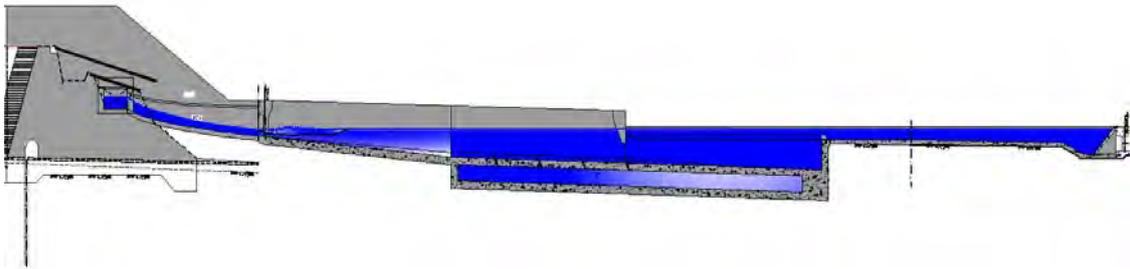


Figura 2.4. Detalle de los planos de Sistema de captación diseñado en el barranco de Las Angustias en la zona de Dos Aguas. Vista longitudinal al cauce del sistema de desarenador tipo DUFOUR de lavado continuo previo al embalse (Castillo et al. 2000, Castillo 2004 Castillo et al. 2009).

2.1 Definición de la infraestructura hidráulica. Criterios de diseño y dimensiones adoptadas.

La infraestructura se divide en las siguientes partes (figura 2.5 y 2.6):

- i) Conducciones de toma de depósito y medidor de caudal electromagnético
- ii) Arqueta de toma tranquilizadora
- iii) Canal de aproximación
- iv) Rejas de captación de fondo longitudinales y abatibles
- v) Cajón de recogida de caudal captado por la reja
- vi) Canal transversal-colector de caudales captados
- vii) Desarenador
- viii) Arqueta de caudales rechazados, canal y aforador mediante vertedero triangular.

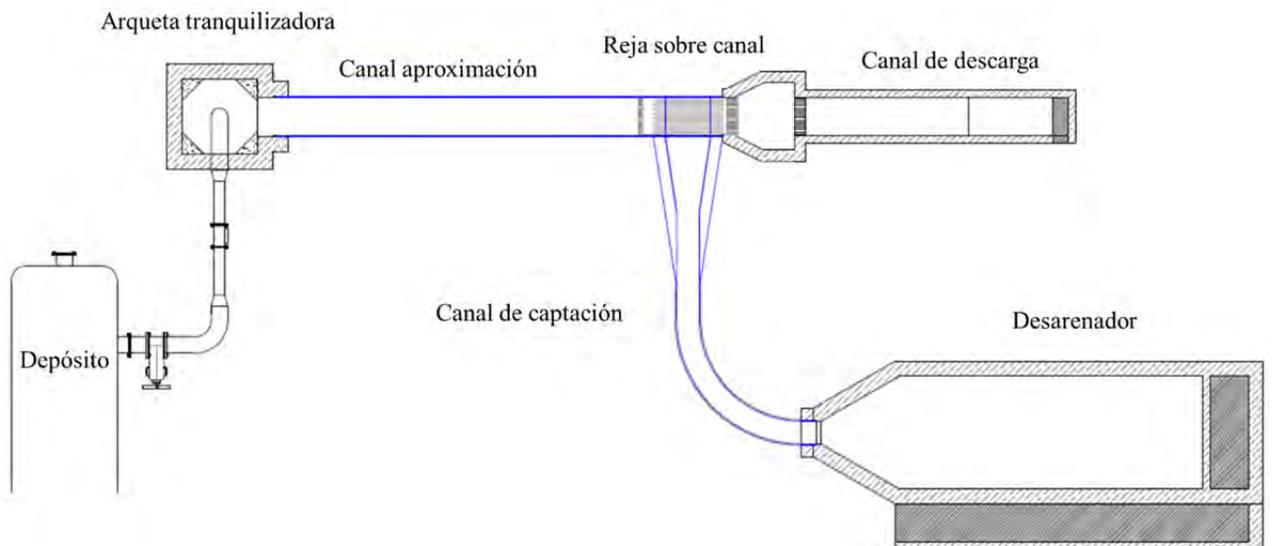


Figura 2.5. Vista en planta de la infraestructura hidráulica donde se observan las distintas partes de la misma

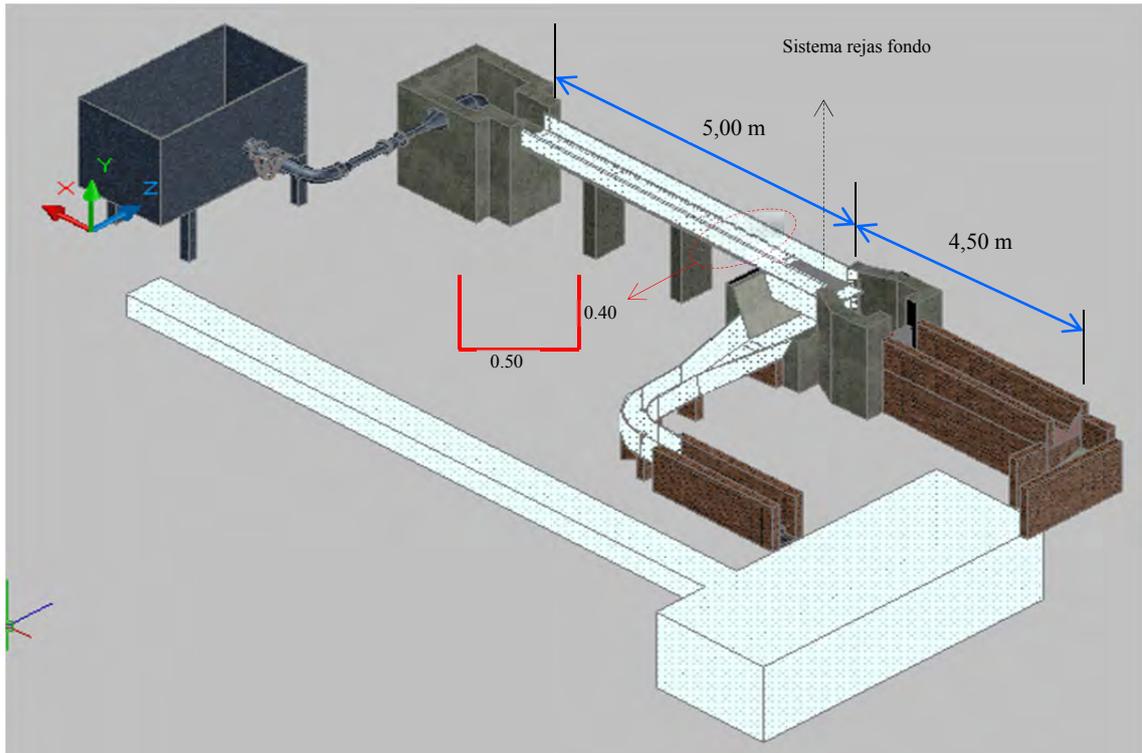


Figura 2.6. Plano en 3D del modelo físico diseñado y ubicado en posición en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT

2.1.1 Conducciones de toma y medición de caudal de entrada

La infraestructura toma agua de un depósito con desagüe mediante vertedero recto de labio fijo. Éste se alimenta mediante un grupo de bombeo formado por dos bombas centrífugas sumergibles. La conexión al modelo se realiza por medio de un circuito hidráulico compuesto por:

- Válvula de compuerta de 200 mm;
- Tubería de acero de 200 mm
- Carrete de desmontaje de 200 mm
- Reducción de acero 200-125 mm
- Caudalímetro electromagnético de 125mm
- Ampliación 125-200 mm

El material empleado en las tuberías, bridas, reducciones y codos es de acero estriado y galvanizado en caliente. La valvulería y elementos restantes son PN16 con cuerpo de fundición GGG50. La tubería de abastecimiento al modelo entra la arqueta tranquilizadora por uno de sus laterales y discurre hacia el centro de la misma donde se dispone un codo de 90° hacia el interior de la misma permitiéndose así la descarga de las aguas en el fondo de la arqueta.

El caudal máximo esperado en la infraestructura es de $0.100 \text{ m}^3/\text{s}$ en tanto que se considera un caudal mínimo para el diseño del caudalímetro, y la minimización de errores, de $0.050 \text{ m}^3/\text{s}$. Se decidió utilizar la marca Endress Häuser. Esta marca posee una aplicación en su web que facilita la selección del caudalímetro:

<https://wapps.endress.com/applicator/callofflinestartpage.do?operation=insideOfflineStartPage> . A partir de este programa se eligió un caudalímetro de un diámetro de DN 125 mm con un porcentaje de error en la medición menor del 0.5%.

Al final del presente documento se presentan los planos de definición de las obras de toma de agua de la infraestructura.

2.1.2 Arqueta de toma

Recoge los caudales que provienen del depósito antes de su incorporación al canal de aproximación. Con la intención de eliminar la posible carga residual se diseña siguiendo las recomendaciones recogidas en el manual de Small Channels del U.S. Bureau of Reclamation (1978). La arqueta tiene unas dimensiones interiores de $1 \times 1 \text{ m}$ y 1.66 metros de altura realizada con obra de fábrica, impermeabilizada interiormente con una masilla de sellado de base poliuretano bicomponente y exteriormente con un acabado superficial en pintura protectora hidrófoba y anti-carbonatación. En su cota inferior se sitúa un desagüe que devuelve el agua a la cántara de bombeo que alimenta al depósito.

2.1.3 Canal de aproximación

Se ha diseñado con una longitud máxima de 5 metros de distancia entre la arqueta de aproximación y la reja de fondo. El ancho del mismo es de 0.50 m, y el alto 0.3 m. El flujo de aproximación está en régimen subcrítico. El canal se construye con una pendiente de $1/1.000$. Está fabricado en piezas de metacrilato de espesor 15 mm reforzado en sus uniones laterales y verticales con angulares de acero de $50 \times 50 \times 5 \text{ mm}$ que se apoyan sobre perfiles cuadrados de $100 \times 100 \text{ mm}$, colocados cada metro aproximadamente. Para poder regular la pendiente cada apoyo posee un husillo de regulación con recorrido de 50 mm.

Sobre el canal se ha montado dispositivo móvil a modo de carro que se desplaza longitudinalmente y transversalmente. Éste permite la instalación de elementos de medida, como limnómetro, tubo pitot, láser del equipo PIV, etc. Dicho carro se coloca sobre las rejas de captación del cuenco de captación.

2.1.4 Rejas de barras longitudinales y abatibles

Como se ha comentado, las rejas construidas coinciden con las que empleó Nosedá (1956) en su dispositivo físico. Se han realizado con perfiles en T de aluminio dispuestos paralelamente en la dirección del flujo de la corriente. Las dimensiones de los perfiles en T son 30x30x3 mm. La Tabla 2.1 muestra las características geométricas de las rejas. La longitud neta de las rejas es de 0.90 m.

Tabla 2.1. Características geométricas de las rejas del laboratorio de Hidráulica de la UPCT, así como del ensayo de Nosedá (1956)

Ensayo	Longitud neta L (m)	Ancho B (m)	Perfil (mm)	Dirección de la barra (respecto a la corriente)	Espaciamiento, b_l (mm)	Coefficiente $m = \frac{\text{vacío}}{\text{vacío} + \text{lleno}}$	Inclinación aguas abajo (%)
A	0,900	0,500	T30/25/2	Longitudinal	5,7	0,16	0, 10, 20, 33
B	0,900	0,500	T30/25/2	Longitudinal	8,5	0,22	0, 10, 20, 33
C	0,900	0,500	T30/25/2	Longitudinal	11,7	0,28	0, 10, 20, 33

Las rejas se pueden inclinar respecto a un eje al inicio de la misma pudiendo así variar la pendiente longitudinal de la reja, alcanzando pendientes longitudinales de hasta el 33%. A continuación, en la figura 2.7, se observa el alzado del canal de aproximación y la reja.

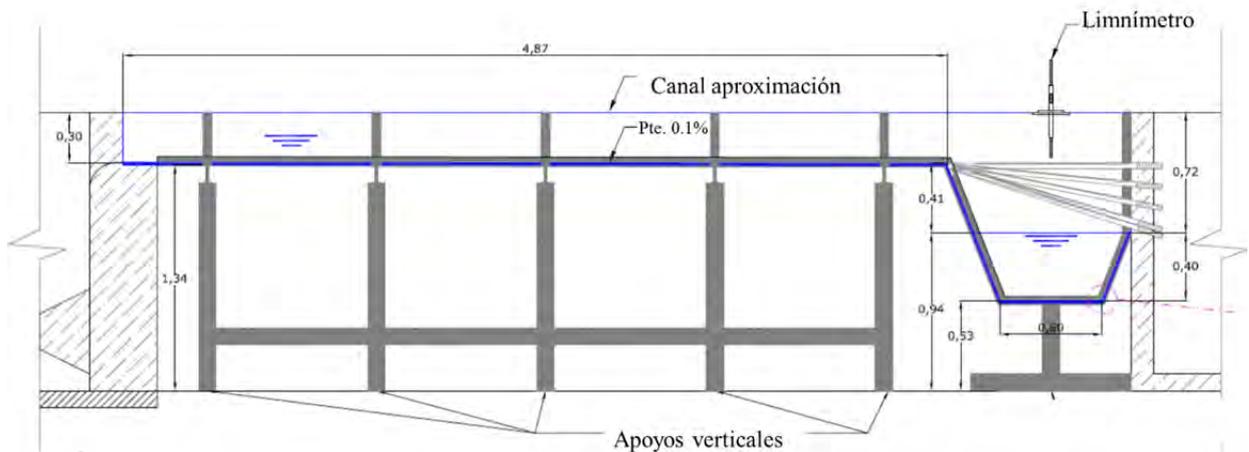


Figura 2.7. Alzado del canal de aproximación y de la reja así como del canal de recogida de caudales captados.

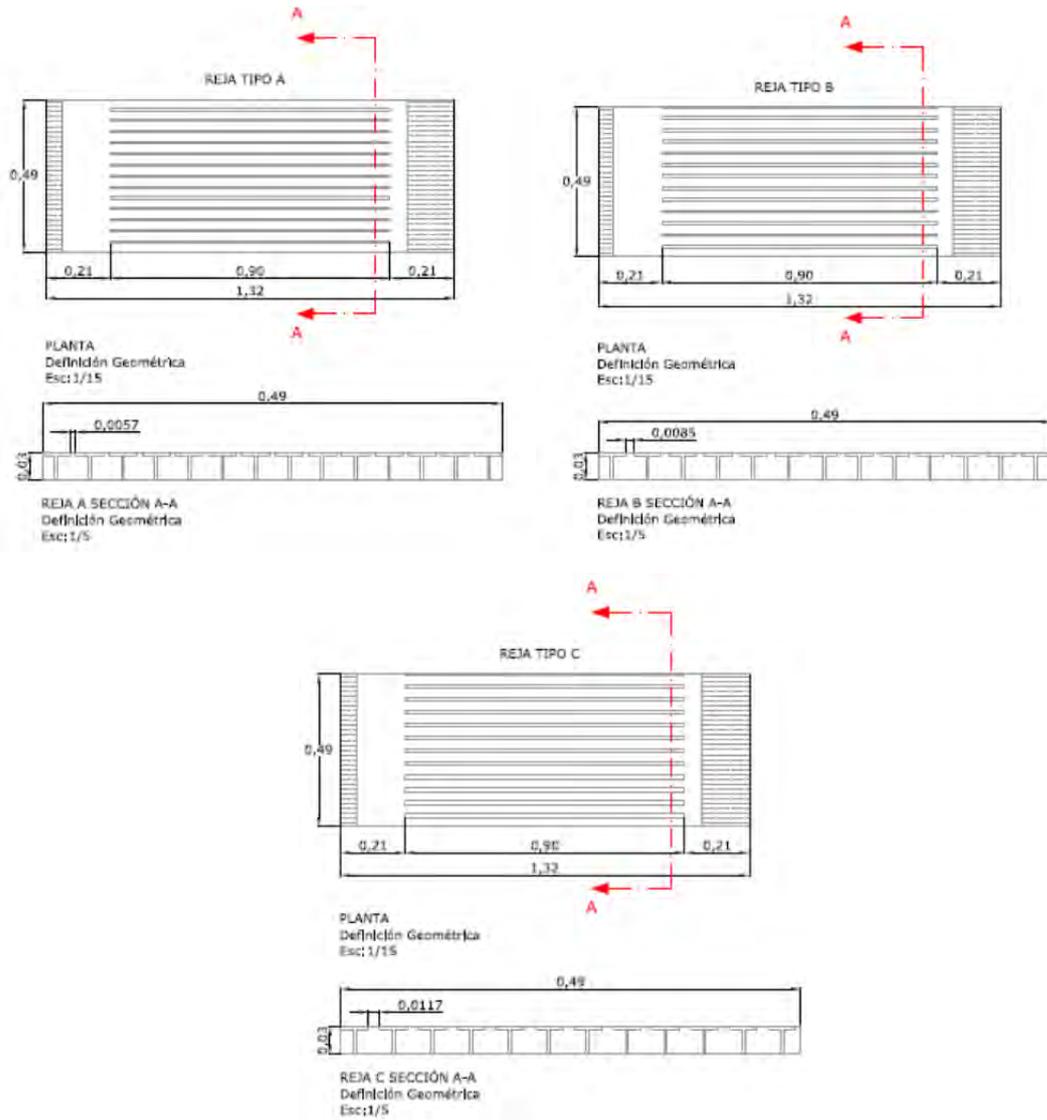


Figura 2.8. Detalle de las rejillas A, B y C de índices de huecos $m = 0.16$, 0.22 y 0.28 respectivamente.

2.1.5 Canal recogida agua captada

Para el diseño del canal de recogida de los caudales captados por la rejilla se hace uso de las ecuaciones del flujo espacialmente variado con caudales crecientes recogidas por Sotelo (2004), así como del manual de la TIWAG (Drobriz, 1981), para definir la altura y la pendiente de dicho canal sin interferir en el funcionamiento de la rejilla. El canal de recogida tiene una altura mínima, para la pendiente de la rejilla del 33%, de 0.40 m, un ancho de 0.60 m y una pendiente del 5%.



Figura 2.9. Vista del cajón de recogida de los caudales captados del Laboratorio de hidráulica de la UPCT una vez construido

2.1.6 Canal colector curvo

Recordando la forma del Sistema de captación del proyecto de La Viña (Castillo et al. 2000, Castillo 2004, Castillo et al. 2009), se propone un canal de planta curva para conducir el agua hasta el desarenador. Dicho canal arranca con un ancho de 0.60 m en su base y con forma trapezoidal e inicia una transición a un canal rectangular de ancho 0.30 m. Para dicho diseño se aplican, una vez más, las recomendaciones de Krochin (1978) y del manual de la TIWAG (Drobir, 1981), que aseguran un régimen supercrítico que favorece el arrastre de los sólidos hasta el desarenador.

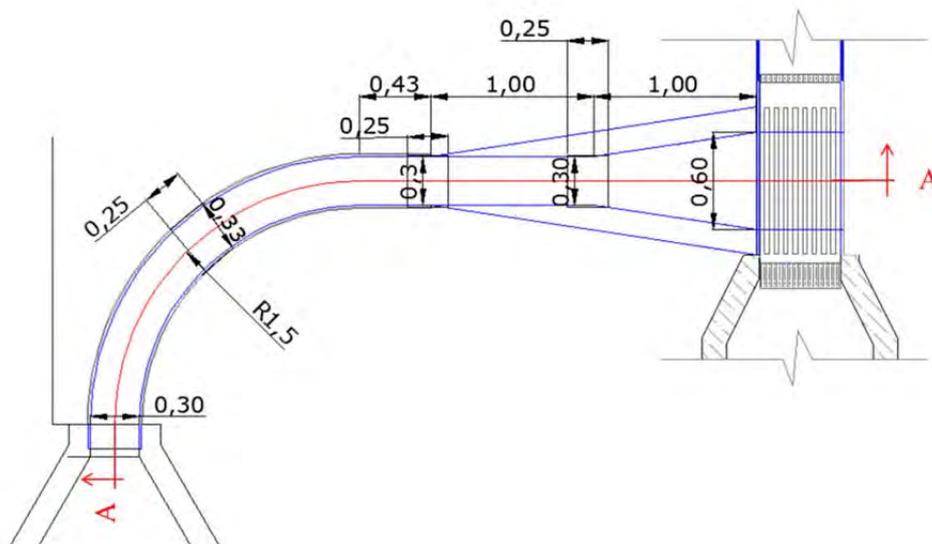


Figura 2.10. Vista del plano de planta del canal colector--transversal de la infraestructura construida

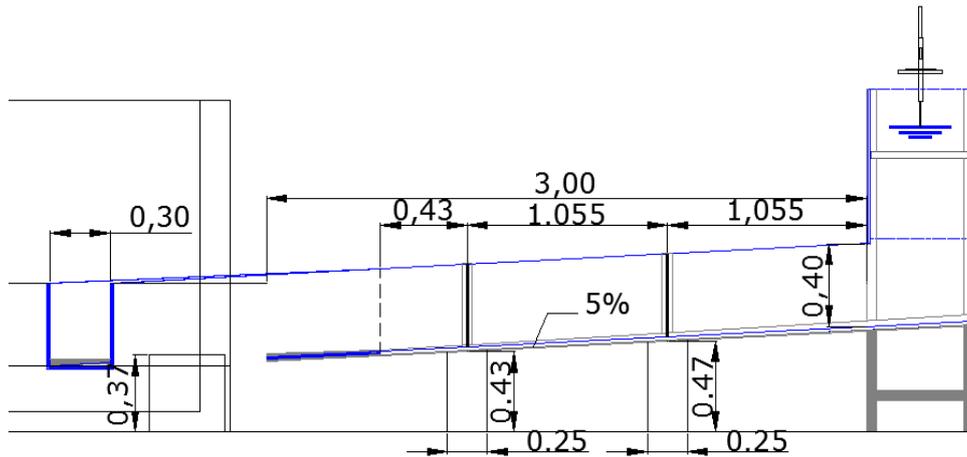


Figura 2.11. Vista del plano de alzado, sección A-A según Figura 2.10, del canal colector-transversal de la infraestructura construida

2.1.7 Sección transversal desarenador

La sección transversal del desarenador deberá cumplir una relación altura-ancho de 1.25:1, de acuerdo al manual de la TIWAG. Las dimensiones ejecutadas de acuerdo al espacio existente en el laboratorio son:

- Cámara 1: 1.50 x 4.00 m y 1.50 metros de altura
- Desagüe: 0.22 m x 0.18 m

2.1.8 Canal descarga, medición caudal no captado

El agua no recogida por la reja pasa al denominado canal de descarga. Este canal está formado por un cuenco dissipador de energía de sección transversal creciente con el fin de captar todo el manto de agua y favorecer las pérdidas localizadas conduciéndolas hacia una pared con ladrillo perforado cuyo fin es actuar como barrera, para tranquilizar las aguas a su paso por ella. Una vez tranquilizadas las aguas discurrirán por un canal de dimensiones 0.50 x 0.82 m de altura y 3.46 metros de longitud. A lo largo de este canal se sitúa un elemento de control, vertedero en V , con el fin de realizar la medida de caudales. El vertedero se sitúa a 2.14 m del inicio del canal. Como muestran las Figura 2.12, 2.13, 2.14 y 2.15, para la construcción y diseño del vertedero se han tenido en cuenta las siguientes especificaciones:

- a) La bisectriz del ángulo de corte debe ser vertical y equidistante a los lados del canal de aproximación.
- b) La plancha utilizada para hacer el vertedero, debe de ser plana, de acabado liso en la cara que queda aguas arriba del curso de agua.
- c) La superficie metálica que constituye la cresta del vertedero y los costados laterales del corte de aguas arriba, deben quedar perpendiculares a la dirección del flujo de agua, poseer un espesor entre 1 y 2 mm, y estar libre de rebabas. Aguas abajo debe de hacerse un corte no menor de 45° cuando el espesor de la plancha es superior a la prevista para la cresta del vertedero.

d) El metal de que está formada la solera debe ser resistente a la erosión y corrosión.

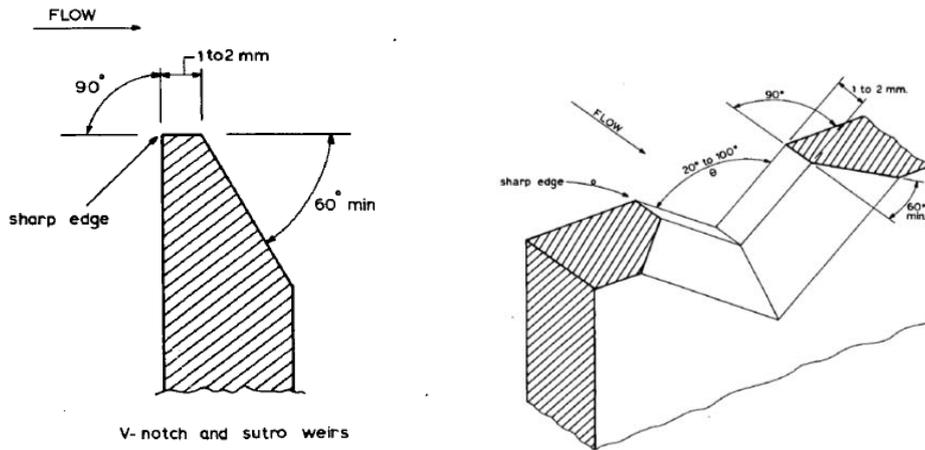


Figura 2.12. Detalles constructivos de los vertederos triangulares

Las dimensiones del vertedero propuesto se muestran en la Figura 2.13.

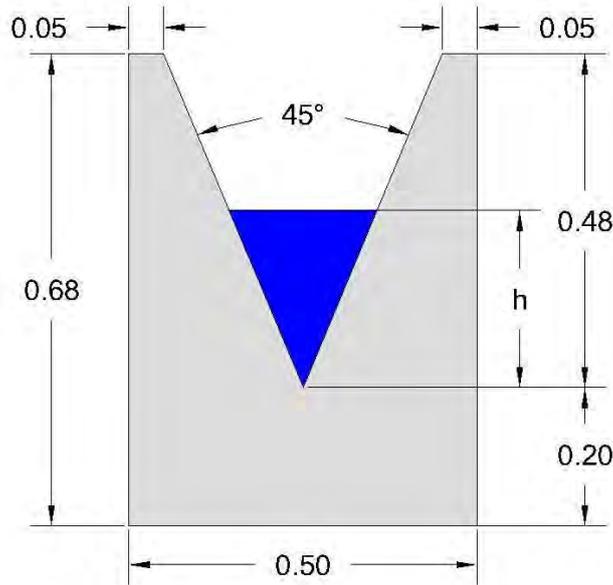


Figura 2.13. Dimensiones de Vertedero V-notch 45°



Figura 2.14. Vista del vertedero V-notch 45° instalado.

El canal de aproximación al vertedero tiene una sección transversal uniforme y rectilínea. Es recomendable que el medidor (regla graduada) se ubique a una distancia mínima, aguas arriba del vertedero, igual a tres o cuatro veces el valor de la carga hidráulica y para que se garantice una distribución uniforme en la descarga sobre el vertedero se cumpla la siguiente ecuación: $B=1.2h$, siendo h la altura sobre la cresta del vertedero.

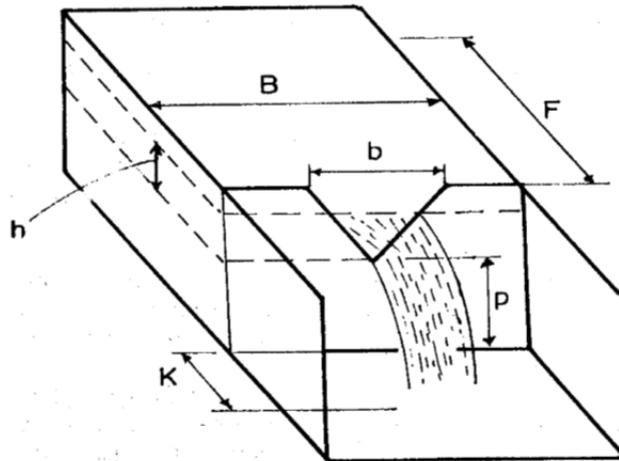


Figura 2.15. Esquema de vertedero ubicado en canal con variables acotadas

2.2. Aforo del vertedero triangular

Para calcular caudales en los vertederos triangulares de paredes delgadas, se parte de la siguiente ecuación:

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g\mu} \tan(45^\circ/2) h^{5/2} \quad (2.1)$$

Donde Q es el caudal en m^3/s ; μ coeficiente de descarga, g aceleración de la gravedad en m/s^2 ; 45° es el ángulo interno entre los lados de corte; h la carga hidráulica sobre el vértice del vertedero, medida aguas arriba del vertedero en una zona estable en m.

Como conocemos los caudales de entrada gracias a la instalación de un caudalímetro electromagnético y podemos medir la altura de la cresta generada sobre el vertedero podemos realizar el aforo del mismo obteniendo *la curva de gasto del vertedero*.



Figura 2.16. Caudalímetro instalado a la entrada del circuito.



Regla graduada para medir la lámina de agua sobre el vertedero.

Figura 2.17. Vista del canal de descarga.

Representando gráficamente, y ajustando a la ecuación del vertedero triangular, se obtiene un valor de coeficiente de descarga. $\mu \approx 0.62-0.625$.

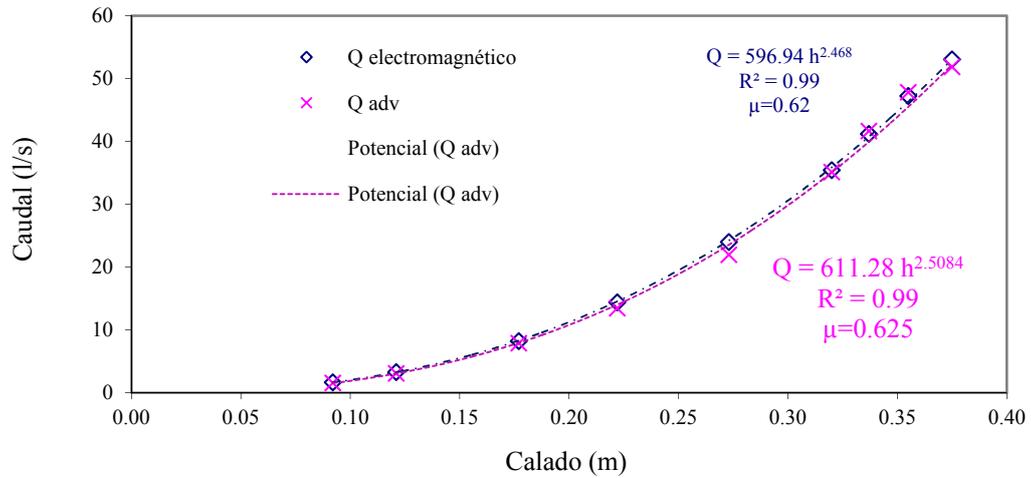


Figura 2.18. Ajuste potencial de la curva altura caudal para el caudalímetro electromagnético y para el medidor de velocidad doppler.

2.3 Fotografías de la infraestructura

A continuación se presentan una serie de fotografías de la infraestructura:

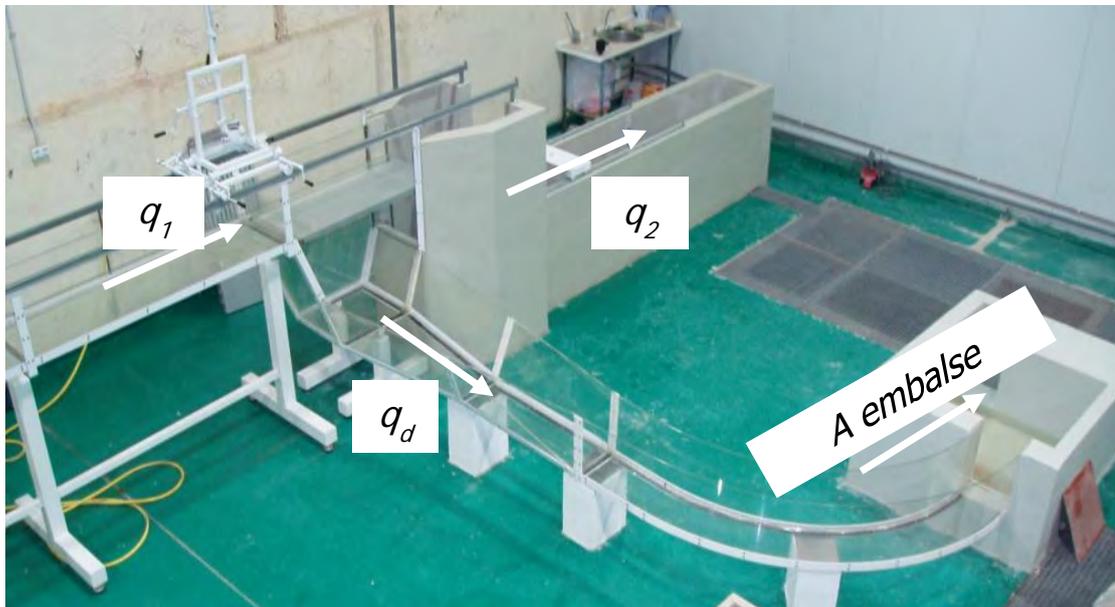


Figura 2.19. Vista de la infraestructura de captación completa mirando hacia aguas abajo. donde se observa el canal de aproximación con el caudal q_1 , la rejilla y el caudal captado, q_d , y el caudal rechazado q_2 .



Figura 2.20. Vista de la infraestructura de captación mirando hacia aguas arriba. donde se observa el canal de aproximación la arqueta de toma las conducciones con el caudalímetro electromagnético y el depósito de toma.

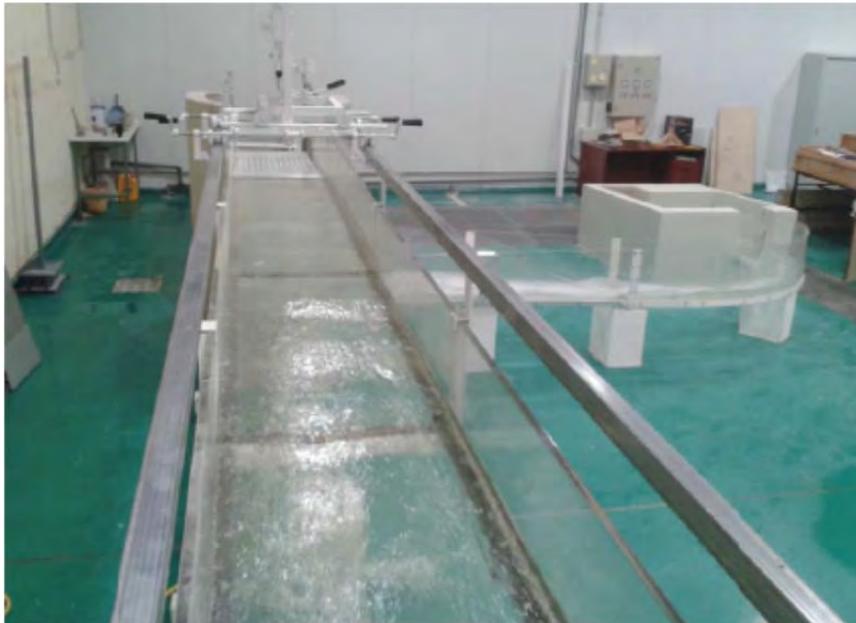


Figura 2.21. Vista del canal de aproximación mirando hacia aguas abajo.



Figura 2.22. Vista frontal de la reja de captación visto desde aguas abajo, mirando hacia aguas arriba.

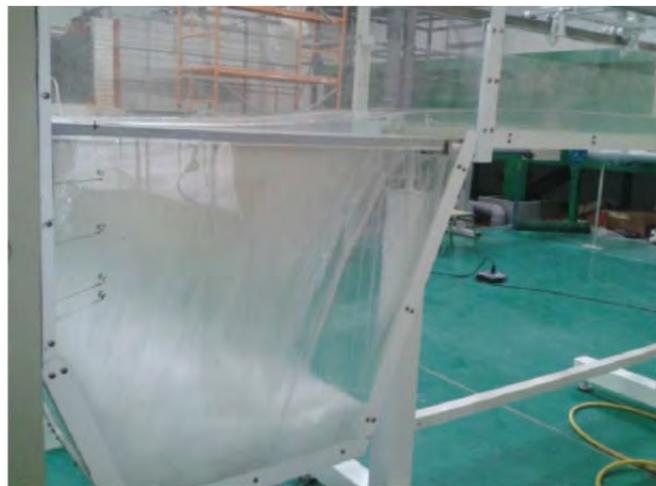


Figura 2.23. Vista lateral de la reja y del cajón de caudales captados desde la margen izquierda.

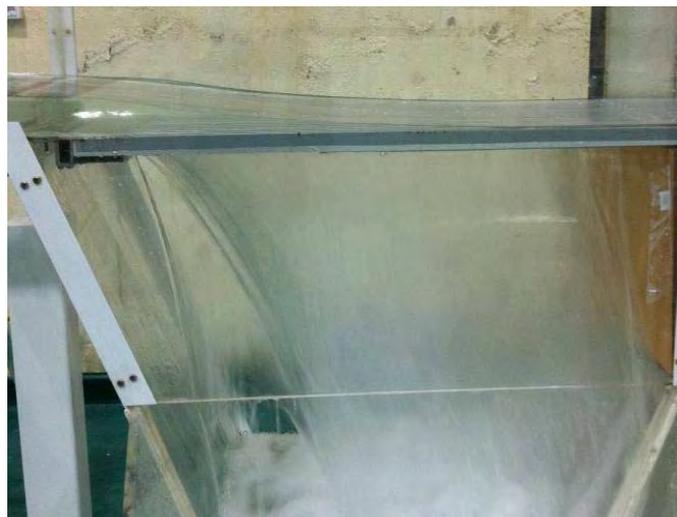


Figura 2.24. Vista lateral de la reja y del cajón de caudales captados desde la margen derecha.



Figura 2.25. Vista del canal de derivación de caudales captados en curva.



Figura 2.26. Vista de la zona transición del canal de agua captada.



Figura 2.27. Canal de eje circular de caudal captado hacia el desarenador.



Figura 2.28. Vista del canal de descarga con el vertedero triangular a 45°.

Capítulo 3 . TRABAJO EXPERIMENTAL

3.1 Introducción

En el presente capítulo se describe el trabajo experimental llevado a cabo en la infraestructura del laboratorio de hidráulica de la UPCT. A partir de los datos obtenidos se aportan las principales conclusiones.

Las mediciones realizadas se han centrado en:

- definir el perfil de la lámina de agua que se ajuste a diversos caudales, pendientes e índices de hueco;
- cuantificar el caudal derivado por unidad de longitud de reja, lo que permite calcular el coeficiente de descarga;
- la definición del campo de velocidades así como la comprobación de una serie de hipótesis tanto de conservación de la energía como de la distribución de presiones sobre la reja.

Las mediciones han permitido comparar con los trabajos experimentales presentados por Brunella et al (2003), respecto al perfil de la lámina de agua con la influencia de la inclinación de la reja. Se ha definido el coeficiente de descarga estático aclarando cómo varía, no solo con la forma de las barras, sino con el índice de huecos disponible. También se han realizado las aclaraciones respecto a la longitud de la reja necesaria para derivar un determinado caudal.

Partiendo de los trabajos experimentales presentados por Nosedá (1956), se ha ampliado la campaña experimental llevada a cabo por éste, incluyendo pendientes longitudinales de la reja superiores al 20%. Esto ha permitido proponer un valor para el coeficiente de descarga, C_{qH} , que contempla dicha diferencia y que se corresponde con las pendientes de la reja propuestas para evitar la obstrucción de las mismas (apartado 1.2.9.2 del Capítulo 1).

La definición del campo de velocidades, tanto medida en laboratorio, como simulada con CFD ha permitido corroborar las hipótesis clásicas como que las pérdidas de energía en el flujo a lo largo de la reja son casi despreciables en el caso de reja horizontal y relevantes en el caso de reja inclinada. Ha sido posible calcular las presiones obtenidas en la hendidura sobre la reja pudiendo así contrastar las ecuaciones propuestas por Castro-Orgaz y Hager (2011).

3.2 Perfil de la lámina de agua

En el laboratorio se ha medido la posición de la superficie de la lámina de agua para los caudales $q_l = 53.8; 77.0; 114.6$ y 155.4 l/s/m, las tres rejas disponibles A, B y C ($m = 0.16; 0.22$ y 0.28 respectivamente); y cinco pendientes longitudinales: 0, 10, 20, 30, 33%. Las mediciones se han llevado a cabo cada 5 cm; desde 70 cm aguas arriba del inicio de la reja y hasta alturas de lámina de agua en el entorno de los 0.5 cm. Para dicha medición se ha utilizado un limnómetro con una precisión de ± 0.5 mm con posibilidad de ser dirigido únicamente en dirección vertical. En los casos en los que la reja tiene pendiente los valores medidos se han proyectado para obtener así los calados en dirección perpendicular al plano de la reja.

Brunella et al. (2003) afirmaron que existía una mínima influencia de la pendiente de la reja en el perfil de la lámina de agua, sobre todo para inclinaciones de la reja comprendidos entre 19° y 44° (34 y 97%). Para estas condiciones propusieron una ecuación universal que se ajustaba al perfil de la lámina de agua de los casos experimentales medidos en laboratorio, ec. (1.41):

$$\frac{h}{h_c} = \frac{1}{2} \left(1 - \tanh \left(\frac{x}{h_c} - 1 \right) \frac{1}{2} \right) \quad (1.41)$$

También Brunella et al. (2003) proponen, para los valores medidos por Nosedá (1956) en laboratorio, el ajuste a un único perfil del calado (medido en perpendicular al plano de la reja) adimensionalizado con el calado crítico, h/h_c , respecto a la abscisa $(x/h_c)mCq_0$, donde Cq_0 es el coeficiente de descarga medido en condiciones estáticas; x es la coordenada longitudinal proyectada sobre la horizontal. Esto se representa en la figura 3.1 para los datos medidos en el laboratorio de la UPCT, donde el origen de coordenadas en abscisa se sitúa al inicio de la reja. En dicha figura se observa la dispersión de los mismos en función de la pendiente, lo que corrobora la influencia de ésta en el perfil. Este hecho complementa la conclusión de Brunella et al. (2003) de la mínima influencia de la pendiente de la reja en el perfil de la lámina de agua para los ángulos comprendidos entre 19° (34%) y 44° (97%). De esta forma podríamos decir que para barras en forma de T con pendientes inferiores a 19° e índices de hueco de hasta 0.28 se comprueba la influencia de la pendiente en el perfil de la lámina de agua.

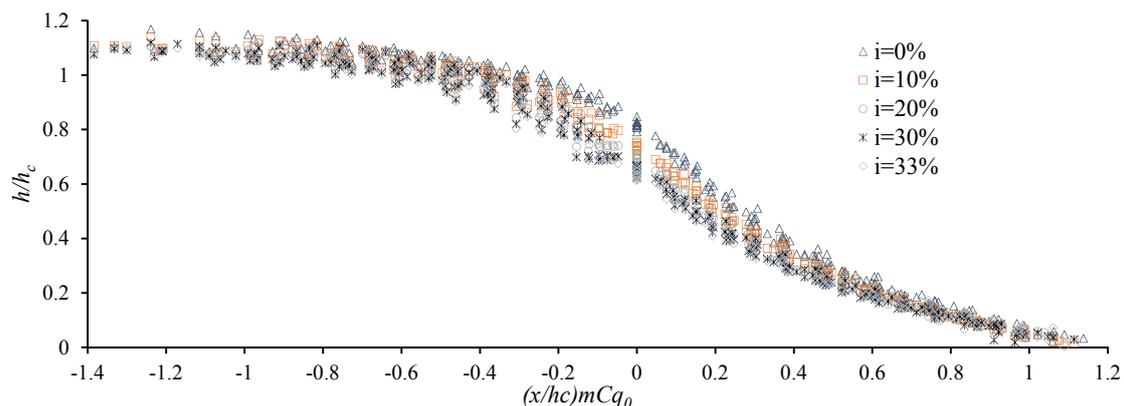


Figura 3.1. Calado de la lámina de agua, perpendicular al plano de la reja, h , adimensionalizada con el calado crítico, h_c , en función del factor $(x/h_c)mCq_0$, donde Cq_0 es el coeficiente de descarga medido en condiciones estáticas.

La figura 3.2 se corresponde con el tramo de la figura 3.1 que va desde el inicio de la reja, origen de coordenadas, hasta que se hace cero. Sirva para poder ver con más claridad las conclusiones propuestas en el párrafo anterior, donde se observan diferencias en la ordenada del orden del 26% al comparar entre la inclinación horizontal y el 33% de pendiente.

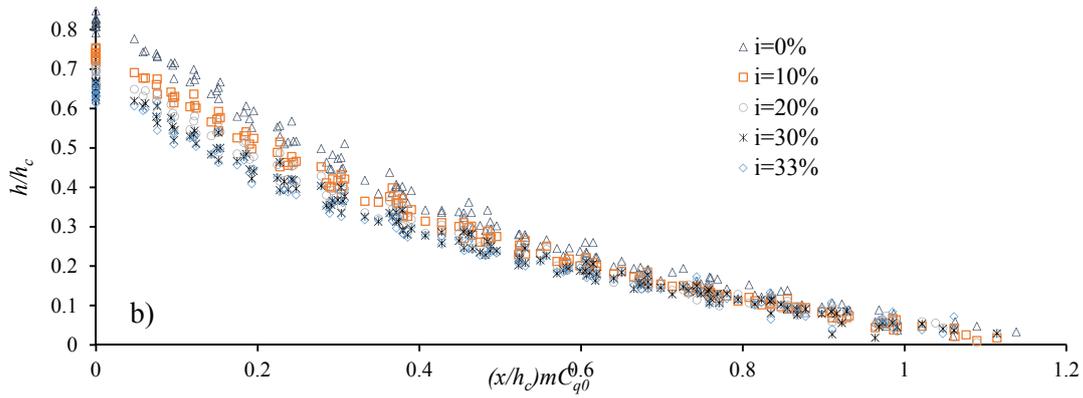


Figura 3.2. Calado adimensional de la lámina de agua h/h_c , en función de $(x/h_c)mCq_0$.

Dado que Nosedá (1956) llevó a cabo una campaña experimental para pendientes longitudinales inferiores al 20%, no apreció la influencia de la pendiente de una forma tan clara. Brunella et al. (2003) aceptaron la relación presentada en las figuras 3.1 y 3.2 como válida, cuando en realidad se observa una dispersión elevada en los datos si se compara unas pendientes longitudinales con otras.

La figura 3.3 presenta los mismos datos que en las figuras 3.1 y 3.2 anteriores, diferenciando ahora en función del índice de huecos y no de la pendiente. A la vista de la misma se puede concluir que no se observan diferencias significativas en función del índice de huecos, para cada pendiente.

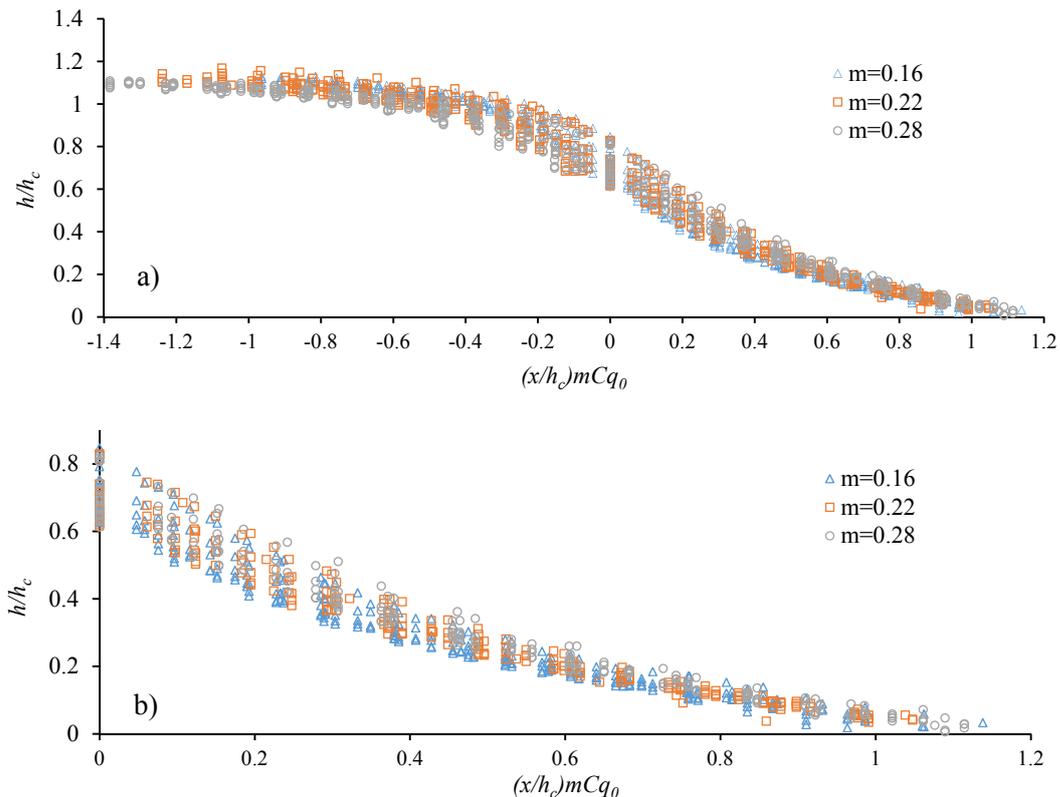


Figura 3.3. a) Calado adimensionalizado, h/h_c , en función del factor $(x/h_c)mCq_0$, donde Cq_0 es el coeficiente de descarga medido en condiciones estáticas; b) h/h_c respecto a $(x/h_c)mCq_0$ sobre la reja.

A continuación se presentan los valores del coeficiente de descarga estático, Cq_0 , medidos en laboratorio para una longitud de reja de 0.30 m, para lo cual se colocó un tabique vertical al final de dicha longitud, del mismo modo que lo hizo Brunella et al. (2003) y como se esquematiza en la figura 1.33. La figura 3.4a recoge dichos valores para varios caudales en cada una de las tres rejillas con índices de huecos $m = 0.16$; 0.22 y 0.28. En la figura 3.4b se promedian dichos valores y se representan respecto al índice de huecos para rejillas con barras en forma de T y circulares. Se observa cómo el coeficiente de descarga estático no solo varía en función del tipo de barras sino que también lo hace al variar el índice de hueco. Dicha variación se puede ajustar a una curva exponencial. Se presentan también en dicha figura, los valores medidos por Brunella et al. (2003). Los valores del coeficiente de descarga se presentan en la tabla 3.1.

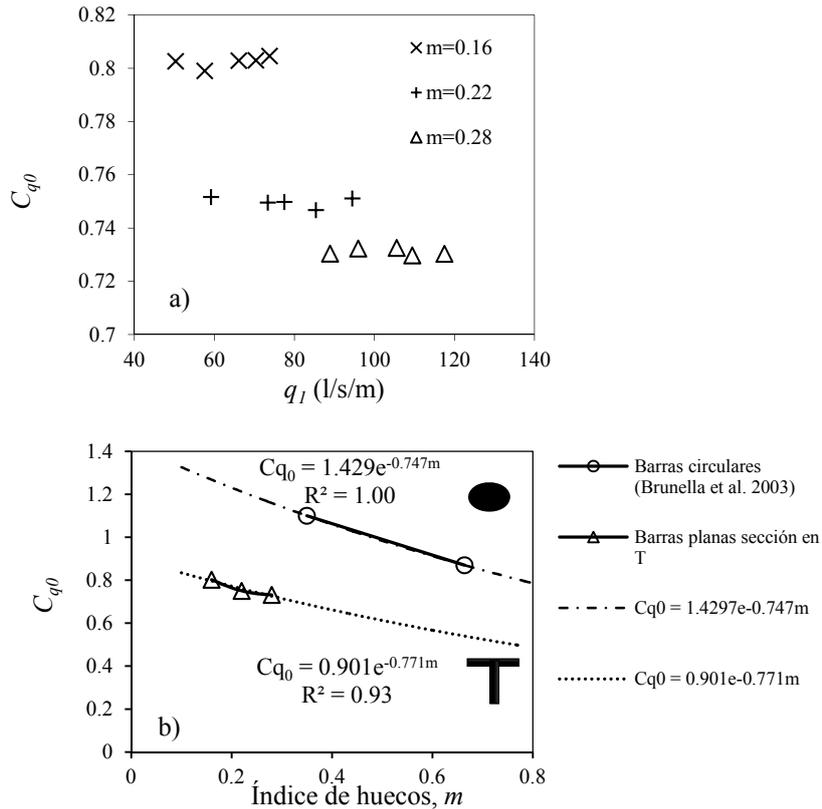


Figura 3.4. (a) Valores del coeficiente de descarga estático, Cq_0 , para $m = 0.16$; 0.22 y 0.28 para varios caudales de aproximación, q_I . (b) Coeficiente de descarga estático, Cq_0 , en función del tipo de barra y del índice de huecos (ajuste exponencial).

Tabla 3.1. Coeficientes de descarga estáticos medidos (en azul) y calculados (en rojo)

m	Cq_0	
	T	Circular
0.16	0.80	1.27
0.22	0.75	1.21
0.28	0.73	1.16
0.35	0.69	1.10
0.664	0.54	0.87

Con el objeto de ajustar el perfil de la lámina de agua sobre la reja a una única curva en la que no influya su pendiente, se incluye en la abscisa de las figuras 3.2 y 3.3 el factor $(1 + \tan\theta)$, tal como se puede ver en la figura 3.5 siguiente.

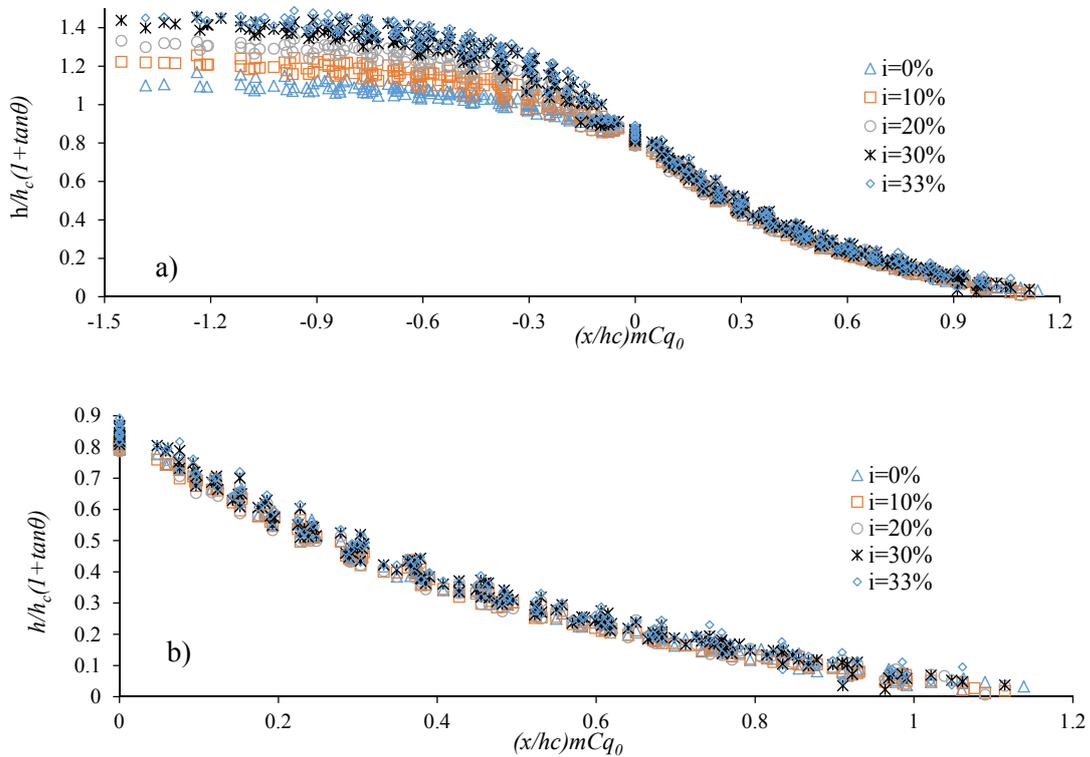


Figura 3.5. Calado adimensional h/h_c , multiplicado por el factor $(1 + \tan\theta)$ en función de $(x/h_c)mCq_0$, para los casos: (a) total puntos medidos y (b) puntos situados sobre la reja.

En la figura 3.5(a) los datos aguas arriba de la reja se separan y además se invierten con respecto a los valores originales h/h_c , colapsando en las inmediaciones del inicio de la reja. Dado que la zona que queremos definir es sobre la reja, ajustamos dicha zona a una función tipo tangente hiperbólica, como la utilizada por Brunella et al. (2003). De esta forma se obtiene la ecuación (3.1) con un coeficiente de correlación $R^2 = 0.99$:

$$\frac{h}{h_c}(1 + \tan \theta) = 0.56 \left(1 - \tanh \left(\frac{x}{0.46 h_c} mCq_0 - 0.505 \right) 0.94 \right) \quad (3.1)$$

La figura 3.6(a) presenta la calidad del ajuste superponiendo los puntos medidos a la ecuación (3.1), mientras la 3.6(b) compara los valores medidos con los calculados a partir de la ecuación (3.1), observando diferencias que de manera general no superan el $\pm 15\%$.

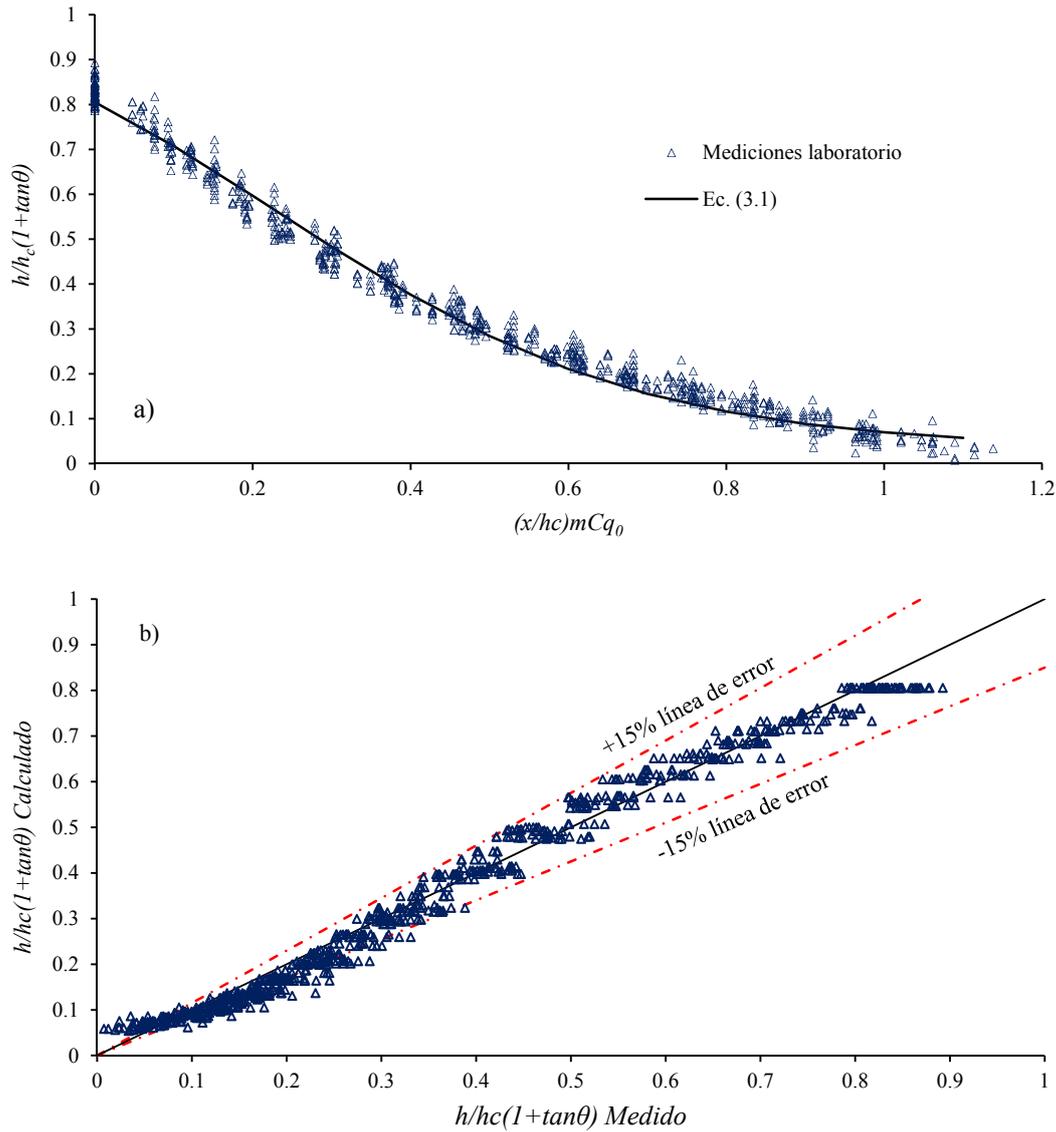


Figura 3.6. (a) Valores medidos en laboratorio junto a ec. (3.1). **(b)** Comparación de valores medidos frente a calculados a partir de la ecuación (3.1), se observan diferencias que en general están por debajo del $\pm 15\%$.

De esta forma se propone la ecuación (3.1) para definir el perfil de la lámina de agua en el caso de pendientes longitudinales de la reja que van desde una pendiente horizontal hasta el 33% , es decir desde 0 a 18.26° , y con índices de huecos que van desde 0.16 hasta 0.28 .

Como se ha comentado anteriormente, las figuras 3.2, 3.3, 3.5 y 3.6 recogen los calados medidos en laboratorio hasta valores de alrededor de los 0.5 cm en la hendidura debido a la dificultad de medir calados menores con precisión. A la vista de dichos calados medidos se observa que la máxima abscisa es:

$$(x/h_c)mC_{q0} \approx 1.2 \tag{3.2}$$

Este término está de acuerdo con lo propuesto por Brunella et al. (2003), $(L/H_0)mC_{q0} \approx 0.83$, para el caso de energía mínima a la entrada de la reja, $H_0=1.5h_c$. Donde se observa que (3.2) se iguala a la ec. (1.44) propuesta por Brunella:

$$L \approx \frac{(1.5h_c)0.83}{mC_{q0}} \approx 1.245 \frac{h_c}{mC_{q0}} \tag{1.44}$$

Mientras, en el laboratorio, se observa una longitud de reja necesaria para captar prácticamente la totalidad del caudal, denominada longitud de reja mojada, L_2 , algo superior a los valores presentados en las ecuaciones (3.2) y (1.44) y que se observa en la figura 3.7 siguiente para los caudales 53.8; 77.0 y 114.6 l/s/m, y las pendientes horizontal y del 33%.

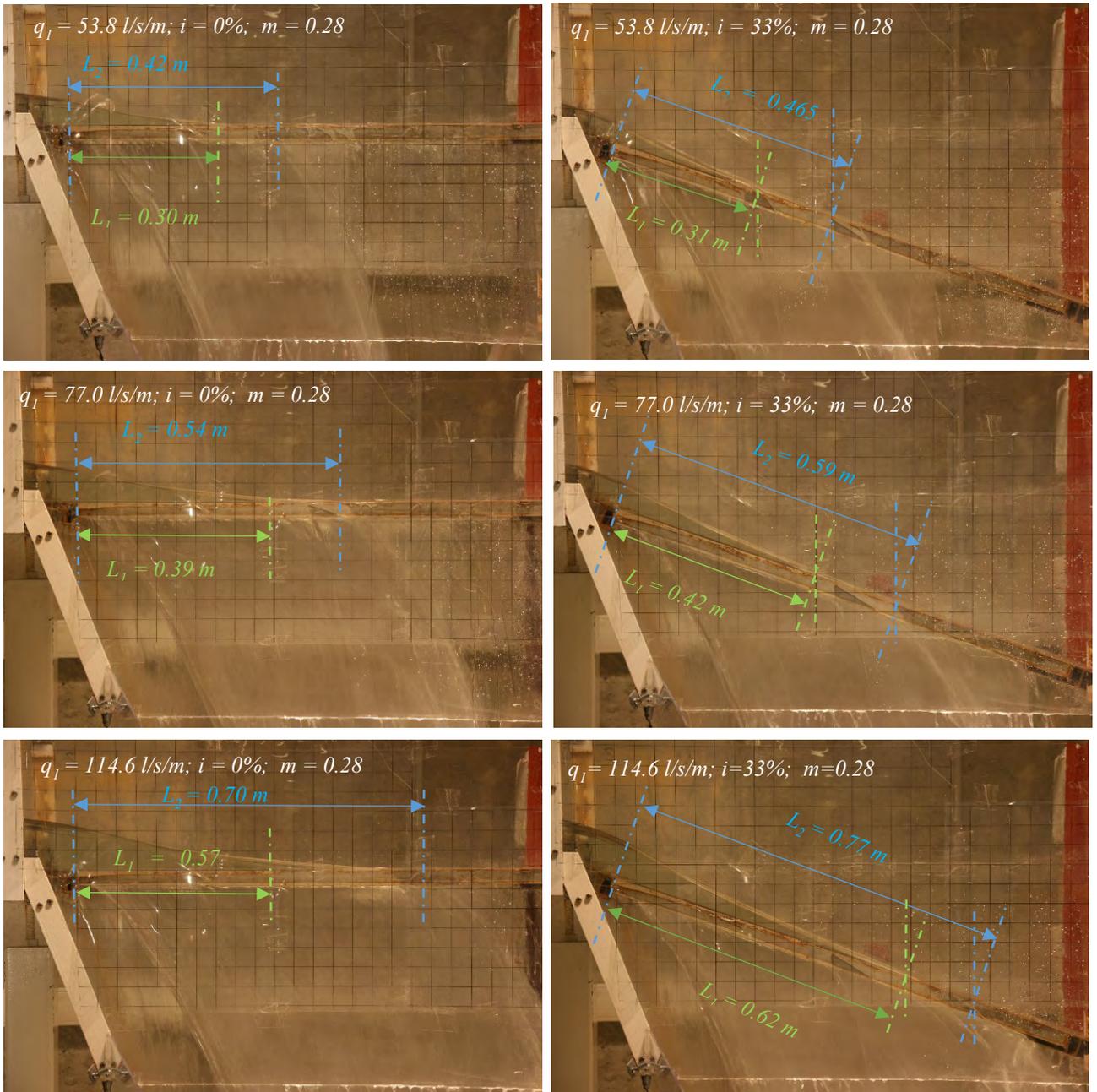


Figura 3.7. Vista longitudinal de la reja del laboratorio de hidráulica de la UPCT donde se señalan los valores L_1 y L_2 medidos para los caudales 53.8; 77.0 y 114.6 l/s/m, y las pendientes horizontal y del 33%.

De esta forma, en el laboratorio de hidráulica de la UPCT, se observan longitudes de reja mojada, L_2 , que cumplen:

$$L_{mojada} \approx 1.3 \frac{h_c}{m C_{q0}} (1 + 0.3 \tan \theta) \quad (3.3)$$

Si lo comparamos con el valor propuesto por Nosedá (1956), ec. (1.20):

$$L_{mojada} \approx 1.1848 \frac{H_0}{C_{qh} m} \approx 1.1848 \frac{1.5 h_c}{C_{qh} m} \approx 1.777 \frac{h_c}{C_{qh} m} \quad (1.20)$$

En dicha ecuación el valor de $C_{qh} \approx \overline{C_{qh}(h)}$, donde $\overline{C_{qh}(h)}$ es el promedio de los valores de $C_{qh}(h)$ calculados a lo largo de la reja mediante la ecuación (1.69). Por otro lado Frank (1956), a partir de sus hipótesis de que el perfil de la lámina de agua se ajusta a la ecuación de una elipse, comprobó que el valor de $\overline{C_{qh}(h)} \approx 1.22 C_{qh}(h_0)$, donde $C_{qh}(h_0)$ es el coeficiente de descarga al inicio de la reja. Además, en el laboratorio de hidráulica hemos comprobado la relación siguiente entre el coeficiente de descarga estático y el coeficiente de descarga al inicio de la reja: $C_{q0} / (0.9 F_{r0}^{0.3}) \approx C_{qh}(h_0)$, es decir que el coeficiente de descarga estático dividido por un factor función del número de Froude al inicio de la reja, se aproxima a los coeficientes de descarga en función del calado al inicio de la reja, por lo que la ecuación (1.20) anterior quedaría:

$$L \approx 1.777 \frac{h_c}{1.22 C_{qh}(h_0) m} \approx 1.777 \frac{h_c}{1.22 \frac{C_{q0}}{(0.9 F_{r0}^{0.3})} m} \approx 1.456 \frac{h_c (0.9 F_{r0}^{0.3})}{C_{q0} m} \quad (1.20)$$

Así la ecuación (1.20) presenta valores superiores a los medidos en el laboratorio de la UPCT (ec. (3.3)), en el caso de que los factores $(1 + 0.3 \tan \theta)$ y $0.9 F_{r0}^{0.3}$ sean equivalentes, lo cual se ha observado ser así en el laboratorio de la UPCT. Los valores propuestos se han comprobado para el rango de caudales de hasta $0.2 \text{ m}^2/\text{s}$.

3.3 Coeficiente de descarga laboratorio UPCT

En la infraestructura hidráulica se ha medido el caudal captado para cada tramo de 5 cm de reja, hasta la coordenada longitudinal $x = 0.50 \text{ m}$, para los caudales específicos $q_l = 53.8; 77.0; 114.6$ y 155.4 l/s/m ; índices de huecos $m = 0.16; 0.22$ y 0.28 y para las pendientes longitudinales de $0; 10; 20; 30$ y 33% . Con dichos valores se ha calculado el coeficiente de descarga, C_{QH} , para la hipótesis de nivel de energía constante, a partir de la ecuación (1.1) considerando la inclinación de la reja:

$$\frac{dq}{dx} = C_{qH} m \sqrt{2g(H_0 + x \text{seno } \theta)} \quad (1.1a)$$

En la figura 3.8 se representa en abscisa la coordenada x longitudinal de la reja adimensionalizada con el calado crítico, y en la ordenada el coeficiente de descarga calculado.

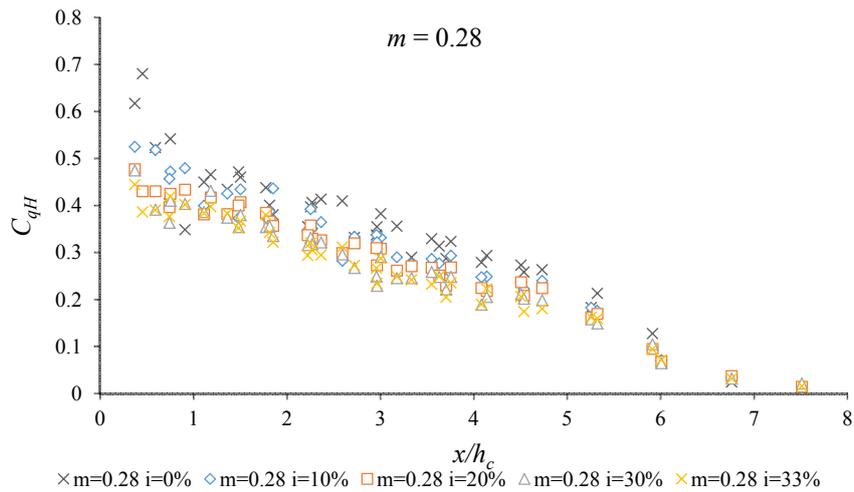
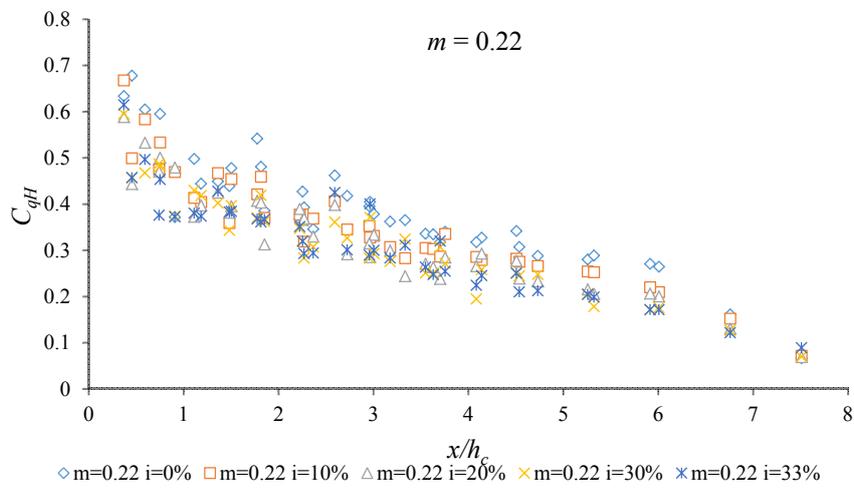
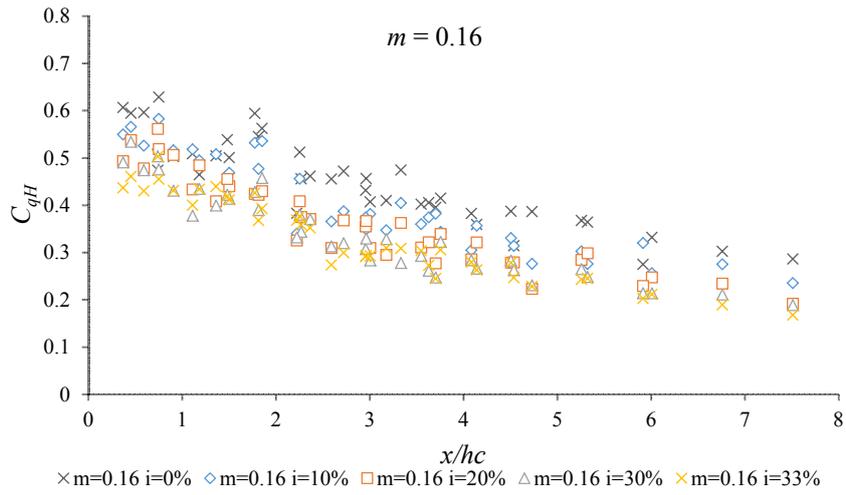


Figura 3.8. Coeficiente de descarga, C_{QH} , obtenido para cada tramo de 5 cm de reja según la ec. (1.3), respecto al factor adimensional (x/h_c), para los índices de hueco $m = 0.16$; 0.22 y 0.28 .

En función de la inclinación de la reja, la figura 3.8 refleja una cierta diferenciación de los valores, es decir la pendiente influye en el coeficiente de descarga. A continuación, se propone un ajuste exponencial para los cerca de 600 valores medidos en laboratorio correspondientes a los tres índices de hueco. Así la figura 3.9 presenta en abscisas el factor $(x/h_c)m$ y en ordenadas $C_{qH}(1+\tan\theta)$, que se ajustan a una recta independientemente de la pendiente, del caudal o del índice de huecos, para cada abscisa, con un coeficiente de correlación de $R^2 = 0.94$ y cuya ecuación se presenta en la siguiente ecuación:

$$C_{qH} \approx \frac{0.58e^{-0.75\left(\frac{x}{h_c}m\right)}}{(1+0.9\tan\theta)} \quad (3.4)$$

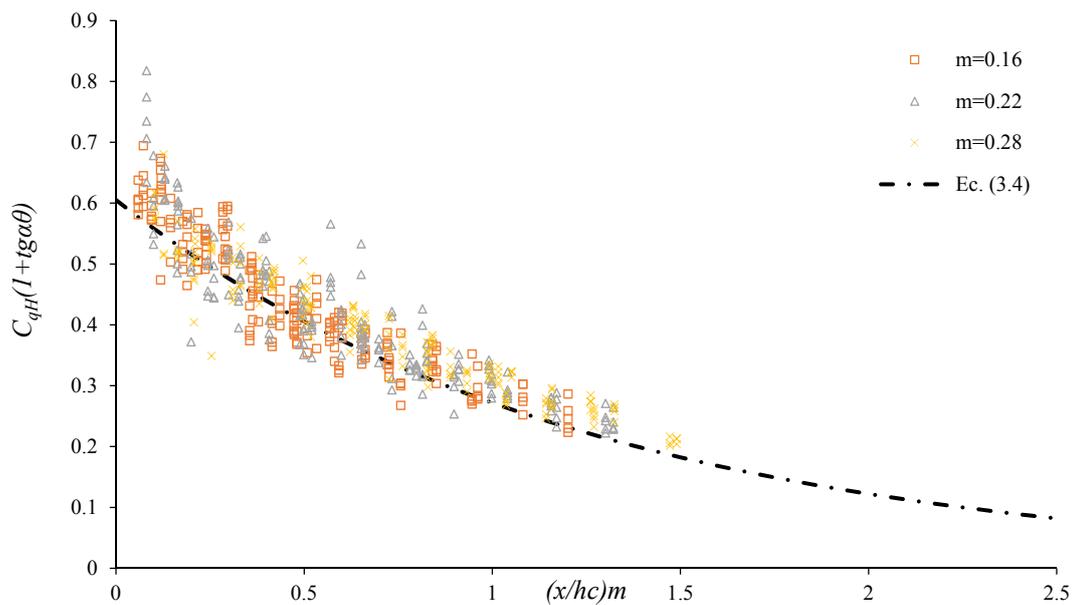


Figura 3.9. Ajuste exponencial del factores $C_{qH}(1+\tan\theta)$ en función de $(x/h_c)m$, según la ec. (3.4).

Seguidamente se comparan los valores medidos en laboratorio con los valores calculados a partir de la ecuación (3.4), comprobando que las diferencias de manera generalizada no sobrepasan el $\pm 15\%$.

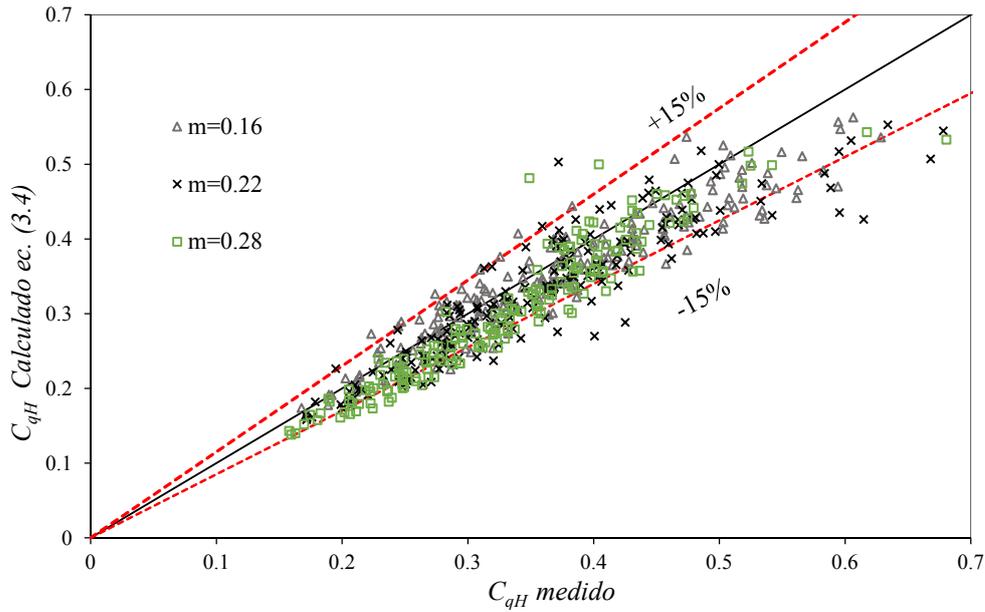


Figura 3.10. Valores medidos frente a calculados mediante la ecuación (3.4).

En lo que sigue se calcula el perfil de la lámina de agua, resolviendo la ecuación diferencial de primer orden (3.5), del mismo tipo que la ec. (1.79), mediante el método numérico Runge-Kutta de cuarto orden para incrementos de $x = 0.02$ m, partiendo del valor de calado y energía crítica al inicio de la reja. Utilizamos el coeficiente de descarga propuesto en la ecuación (3.4) que se introducirá en las ecuaciones (1.1) y (3.5).

$$\frac{dh}{dx} = \frac{2mC_{qH} \sqrt{(H_0 + x \operatorname{sen} \theta)(H_0 + x \operatorname{sen} \theta - h \cos \theta)} + h \operatorname{sen} \theta}{3h \cos \theta - 2(H_0 + x \operatorname{sen} \theta)} \quad (3.5)$$

Dichos resultados se comparan con los obtenidos mediante la ecuación del coeficiente de descarga propuesto por Nosedá (1956), ecuación (1.71), resolviendo las ecuaciones (1.2) y (1.4) en condiciones similares a las anteriores.

$$C_{qh}(h) = 0.66m^{-0.16} \left(\frac{h}{l} \right)^{-0.13} \quad (1.71)$$

$$\frac{dq}{dx} = C_{qh} m \sqrt{2gh} \quad (1.2)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{2mC_{qh} \sqrt{h \cos \theta (H_0 - h \cos \theta)}}{3h \cos \theta - 2(H_0)} \quad (1.4)$$

Nosedá (1956) propuso la ecuación (1.71) tras una campaña experimental en laboratorio con pendientes máximas del 20%. Las recomendaciones para el diseño de los sistemas de captación de fondo, presentadas en el apartado 8.3 del Capítulo 1, proponen, en muchos casos, pendientes mayores del 20% por lo que es importante comprobar que el coeficiente de descarga se ajusta a dichos casos de altas pendientes.

La figura 3.11 presenta los valores de perfil de la lámina de agua y caudal captado acumulado respecto al caudal al inicio de la reja, q_{dacum}/q_1 , a lo largo de la reja se para los caudales 114.6 y 155.4 l/s/m y diversas pendientes.

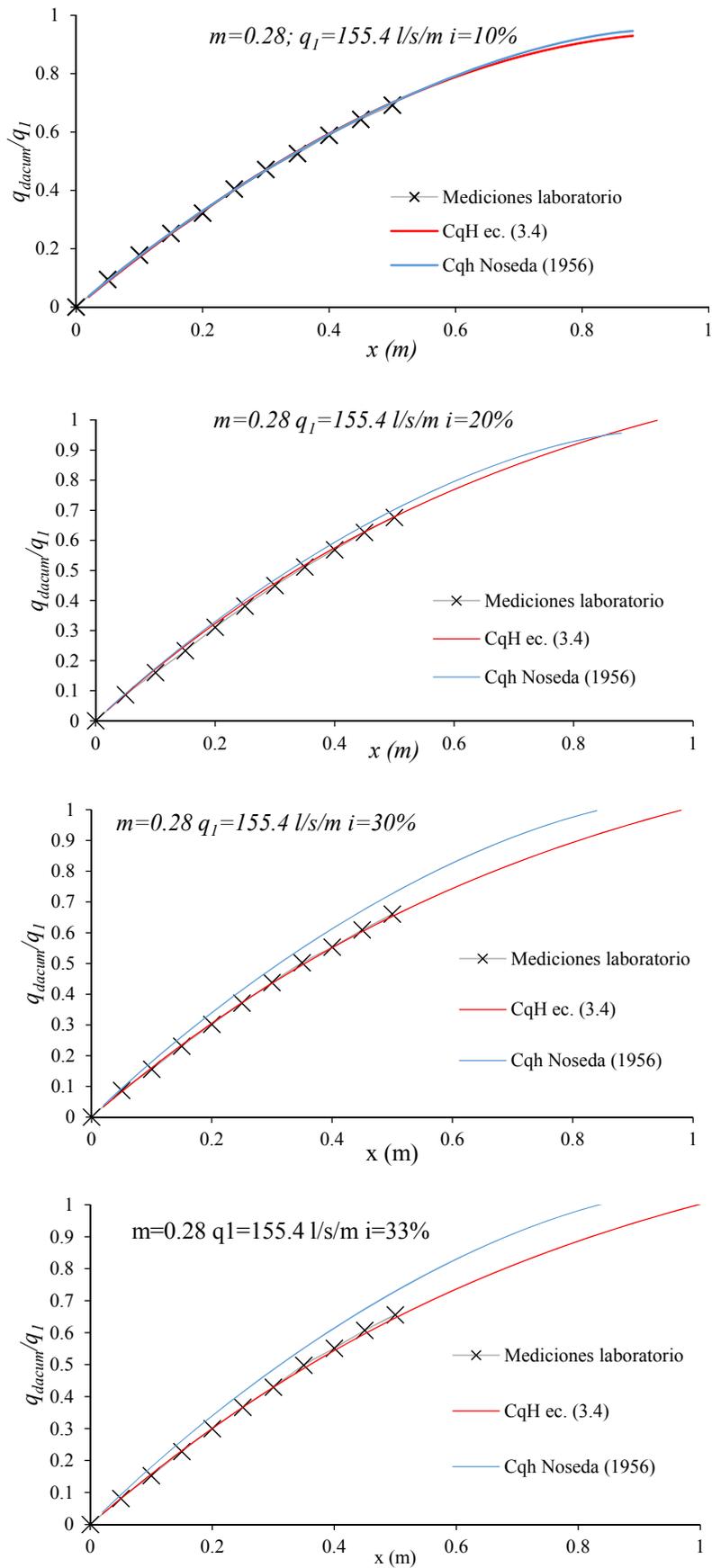


Figura 3.11. Caudales captados acumulados respecto al caudal entrante q_{dacum}/q_1 , a lo largo de la reja.

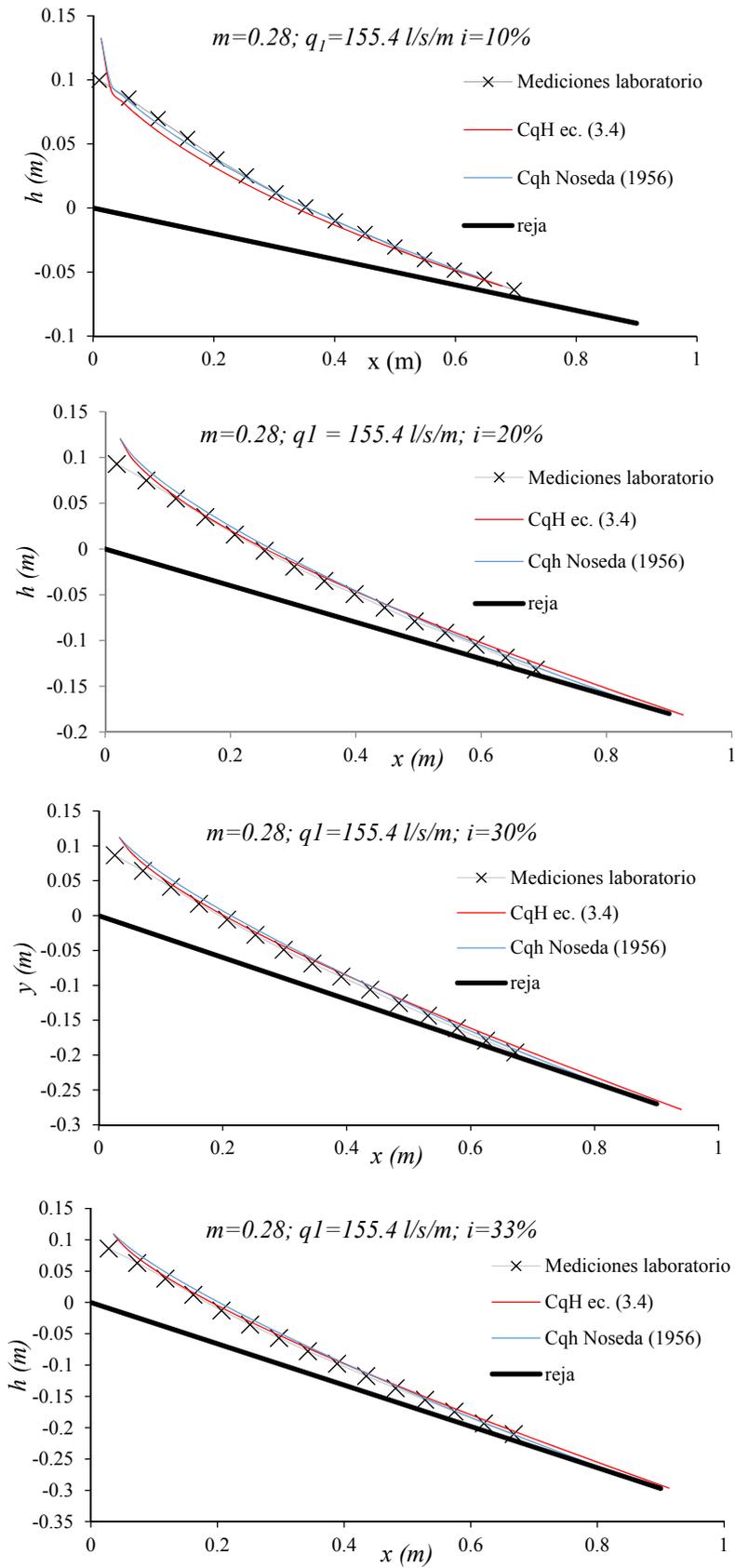


Figura 3.12. Perfil de la lámina de agua medido y calculado a lo largo de la reja para el caudal 155.4 l/s/m y varias pendientes.

En la figura 3.11 se observa que pendientes bajas, hasta el 10%, el coeficiente de descarga propuesto por Nosedá (1956) permite ajustar el caudal derivado a lo largo de la reja, a los valores medidos en laboratorio. En cambio, para las pendientes más elevadas, ver 30 y 33% en la figura 3.11, los caudales derivados se alejan de los medidos en laboratorio, alcanzando diferencias del orden del 10%.

En la figura 3.12 se observan los perfiles de la lámina de agua medidos en laboratorio y que ya se presentaron en el apartado anterior, junto con los perfiles de la lámina de agua calculados numéricamente. La condición de calado al inicio de la reja ha sido la de calado crítico, aunque el calado al inicio de la reja esté por debajo del crítico. A la vista de los resultados se demuestra que hay una buena aproximación de ambos perfiles calculados, a partir de las ecs. (3.5) y (1.4), al ajustarse al perfil de la lámina de agua medida en laboratorio, aunque como se ha comentado, existen diferencias importantes en las cantidades de caudales derivados.

Righetti y Lanzoni (2008), a partir de medidas experimentales con PIV, calcularon el campo de velocidades en el plano situado entre dos barras de la reja y comprobaron la aproximación entre el coeficiente de descarga, C_{QH} , y el ángulo que el plano de la reja forma con el vector velocidad como se reflejaba en la ec. (1.76):

$$dq = \text{sen}(\phi(x)) m dx \sqrt{2g(H_0 + x \text{sen}(\theta))} \quad (1.76)$$

A continuación y para el caso del índice de huecos $m = 0.28$, comparamos los coeficientes de descarga medidos en laboratorio con los resultados calculados mediante simulación numérica, a partir de ANSYS CFX v14.0, del valor del seno del ángulo que el vector velocidad forma con el plano de la reja (Castillo et al. 2016). La figura 3.13 presenta dichos valores a lo largo de la reja para los caudales específicos $q_l = 53.8; 77.0, 114.6$ and 155.4 l/s/m y pendientes 0, 10, 20, 30 y 33%, confirmándose la propuesta de Righetti y Lanzoni (2008). En dicha figura se observa que en general los valores presentan un buen ajuste con los datos obtenidos en el sistema de captación del laboratorio de la UPCT introduciendo el factor siguiente:

$$\text{sen}(\phi)_{CFD} (1 + \tan \theta) \approx C_{qH_{CFD}} (1 + \tan \theta) \approx C_{qH_{laboratorioUPCT}} (1 + 0.5 \tan \theta) 0.97 \quad (3.6)$$

El factor $(1 + 0.5 \tan \theta) 0.97$ de ajuste frente a $(1 + \tan \theta)$ representa la diferencia entre el $\text{sen}(\phi)$ y el coeficiente de descarga obtenido mediante la ecuación (1.75), que considera un nivel de energía horizontal y definido por el valor de la energía mínima al inicio de la reja.

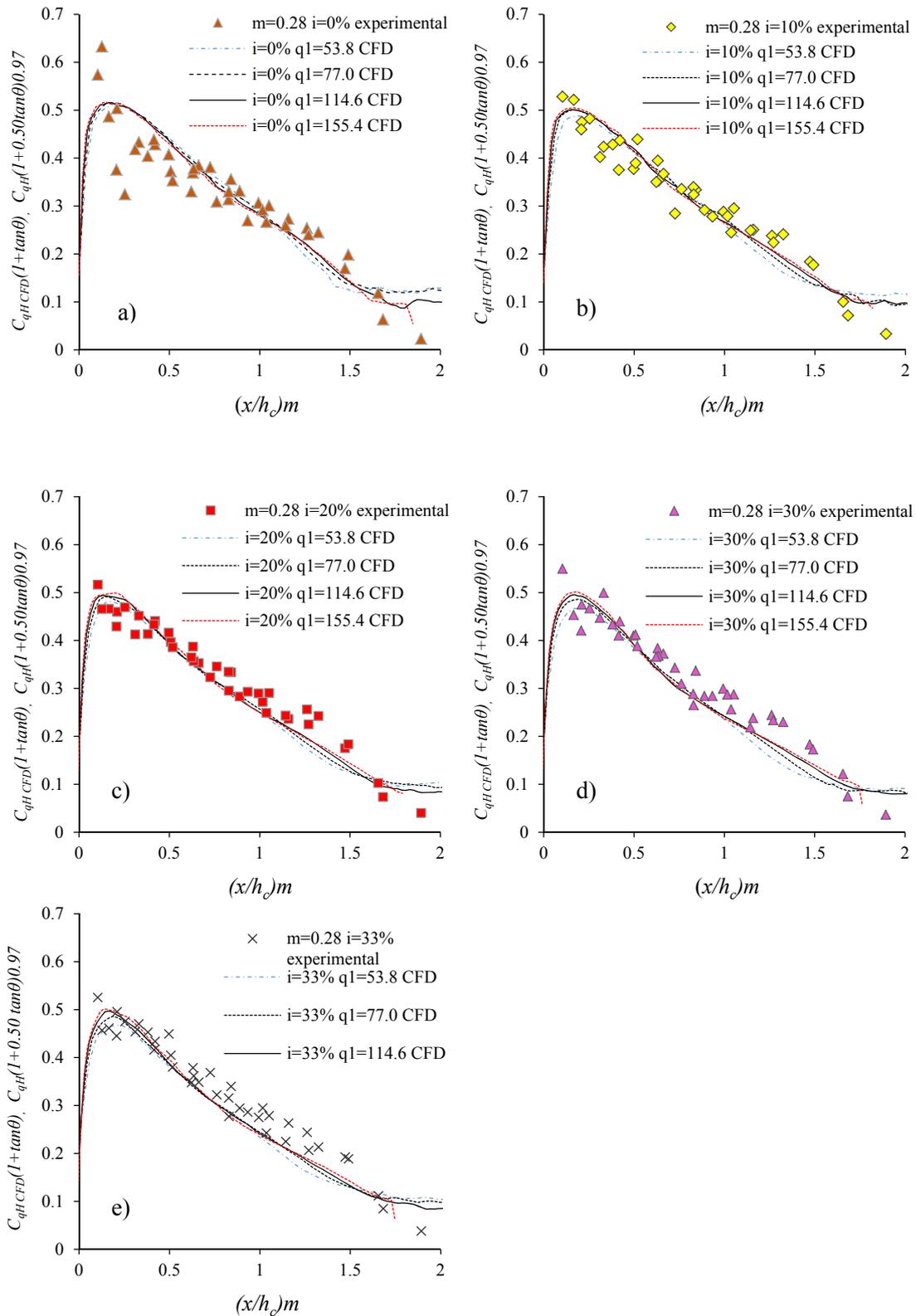


Figura 3.13. Coeficiente de descarga, C_{qH} , medido en laboratorio UPCT y seno del ángulo del vector velocidad en la hendidura y calculado con CFD.

Orth et al. (1954) realizaron mediciones experimentales en un modelo a escala 1:5 de un sistema de captación situado en los Alpes franceses denominado “Grand Pryse”. Presentan perfiles de lámina de agua y caudales captados discretizado por tramos de longitud de reja de 0.10 m. Las barras eran denominadas de perfil hidrodinámico (cuerpo de pez), con un índice de huecos $m =$

0.312. Para dichos valores se ha calculado el coeficiente de descarga, C_{qH} , y se ha representado en la figura 3.14, donde se observa que los datos a partir de los ensayos de Orth et al. (1954), mantienen la forma obtenida anteriormente pero con un desplazamiento hacia arriba, por lo que se debería ampliar la campaña para este tipo de barras hidrodinámicas y con distintos índices de huecos, y así obtener un ajuste más generalizado y aplicable a otros tipos de barras e índices de huecos. La ecuación (3.7) siguiente muestra el ajuste exponencial propuesto con una correlación $R^2=0.97$.

$$C_{qH} \approx \frac{0.75e^{-0.75\left(\frac{x}{hc}m\right)}}{(1 + 0.9 \tan \theta)} \quad (3.7)$$

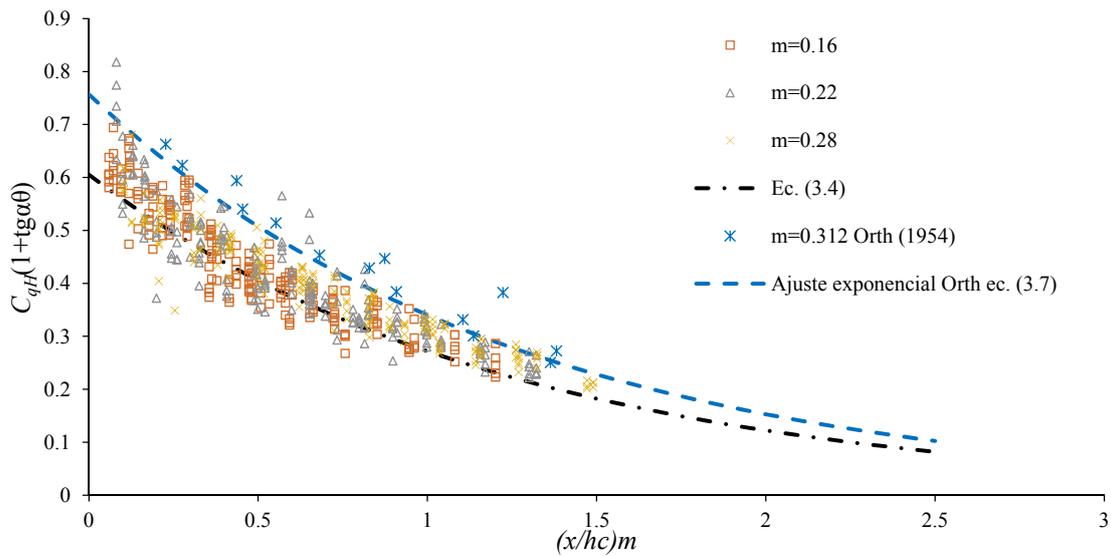


Figura 3.14. Coeficiente de descarga C_{qH} , calculado a partir de los ensayos de Orth et al. (1954), en un modelo a escala 1:5 para un índice de huecos $m = 0.312$.

3.4 Campo de velocidades sobre la reja

3.4.1 Mediciones con doble tubo Pitot

A partir de dos tubos Pitot tipo L de 8 mm de diámetro y longitud 1250 mm se ha medido la presión dinámica, $V^2/2g+P/\rho g$, de forma simultánea con inclinaciones de 0 y 22°, cuya disposición se muestra en la figura 3.15. Dichas mediciones se han realizado para los caudales 77.0, 114.6 y 155.4 l/s/m, reja con $m = 0.28$ y para las pendientes de la reja 0 y 10%, tanto en el centro de la hendidura como en el centro de la barra.



Figura 3.15. Vista de los dispositivos tipo Pitot en posición horizontal y 22° dispuestos en paralelo para poder realizar mediciones simultáneas, por ejemplo en dos hendiduras.

Como es sabido el tubo pitot dispone de un orificio frontal que recoge la presión dinámica, $V^2/2g+P/\rho g$ y la convierte en altura de columna de agua (Prandtl y Tietjens, 1934). Posee además de una serie de orificios laterales sobre los que, si las líneas de corriente son paralelas y de dirección perpendicular a dichos orificios, solo recoge la energía debida al término de presión (P/γ). Así, para flujos paralelos, se puede determinar el término de energía cinética por diferencia entre el valor medido por la parte frontal del tubo respecto a la parte lateral, según se muestra en las ecuaciones siguientes:

$$Cte\ Pitot\ frontal = \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \quad (3.8)$$

$$Cte\ Pitot\ lateral = \frac{P}{\rho g} \quad (3.9)$$

$$Cte\ Pitot\ frontal - Cte\ Pitot\ lateral = \frac{V^2}{2g} \quad (3.10)$$

Donde V es la componente de la velocidad en la dirección del tubo pitot. De esta forma se puede calcular el campo de velocidades para un flujo paralelo. Pero el caso del flujo sobre los sistemas de captación de fondo no posee las líneas de corriente paralelas por lo que la presión medida en los orificios laterales no se corresponde únicamente con la denominada presión estática y, por este motivo no se ha hecho uso de la medida de dichos orificios. Así para poder definir el campo de velocidades se propone hacer uso de dos valores de la presión dinámica, para dos inclinaciones distintas y la hipótesis de que la energía se conserva a lo largo de la sección y que se iguala a la energía crítica, como se muestra en la figura 3.16.

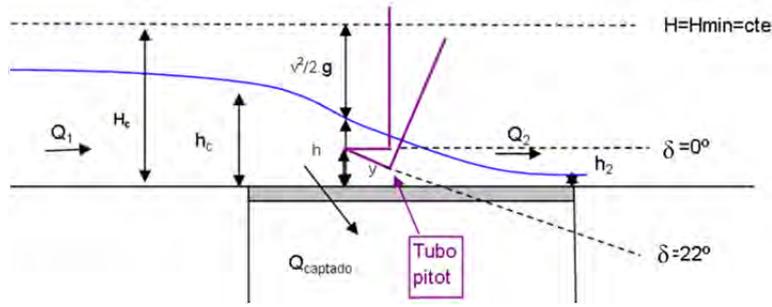


Figura 3.16. Esquema de flujo sobre reja y detalle de posición del tubo Pitot.

En la figura 3.17 se presenta un esquema de las velocidades en un punto de medición para las inclinaciones de $\delta = 0, 22^\circ$ y la dirección de la velocidad máxima

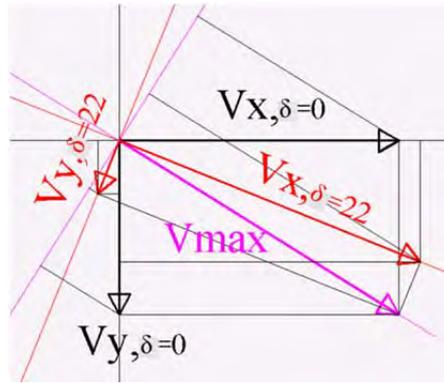


Figura 3.17. Dirección y magnitud del campo de velocidades en un punto del flujo respecto a los ejes, sin inclinación y con inclinación a 22° , respecto al eje de velocidad máxima.

De la figura 3.17 anterior se obtienen las siguientes relaciones trigonométricas:

$$|V_{x,\delta=22} \cos(22) - V_{x,\delta=0}| = V_{y,\delta=22} \text{sen}(22) \quad (3.11)$$

$$V_{\max}^2 = V_{x,\delta=22}^2 + V_{y,\delta=22}^2 \quad (3.12)$$

A partir de la ecuación de Bernouilli, para energía crítica constante se obtienen, mediante los valores medidos con el Pitot (presiones totales en cada punto y para cada inclinación) las siguientes ecuaciones:

$$Cte_{\delta=0} = (h - y) + \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{V_{x,\delta=0}^2}{2g} + y \quad (3.13)$$

$$Cte_{\delta=22} = (h - y) + \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{V_{x,\delta=22}^2}{2g} + y \quad (3.14)$$

$$H_{\min} = \frac{3}{2} \left(\frac{q}{\sqrt{g}} \right)^{2/3} = (h - y) + \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{V_{\max}^2}{2g} + y \quad (3.15)$$

Donde: Δp es la desviación de presión respecto a la hidrostática en metros; $V_{x,\delta=0}$, $V_{x,\delta=22}$, $V_{y,\delta=22}$, V_{\max} son las componentes de la velocidad para los diferentes sistemas de referencia y donde V_{\max} es el módulo del vector velocidad; $Cte_{medida \delta=0}$, $Cte_{medida \delta=22}$ son los valores de presión total medidos mediante el orificio frontal del tubo Pitot; h , calado en el punto de medida. De las ecuaciones anteriores se obtiene, a partir de despejar los valores de velocidad en las ecuaciones (3.13), (3.14), (3.15) e introducirlos en (3.11) y (3.12):

$$\left| \sqrt{2g(Cte_{\delta=22} - h - \Delta p / \rho g)} \cos(22) - \sqrt{2g(Cte_{\delta=0} - h - \Delta p / \rho g)} \right| = \left(\sqrt{\left(\left(\frac{3}{2} \left(\frac{q}{\sqrt{g}} \right)^{2/3} \right) - h - \Delta p / \rho g \right) 2g - (Cte_{\delta=22} - h - \Delta p / 2g) 2g} \right) \operatorname{sen}(22) \quad (3.16)$$

La ecuación implícita (3.16) se resuelve iterativamente obteniéndose así los valores de Δp , V_{max} y el ángulo que la velocidad máxima forma con la horizontal, β . En la tabla siguiente se muestran algunos de las presiones dinámicas en algunos de los puntos medidos para el caso del caudal 114.6 l/s/m, $m = 0.28$ y pendiente horizontal.

Tabla 3.2. Valores de presión dinámica registrada con tubo Pitot para inclinación horizontal y 22°, diversas secciones y puntos en el interior del flujo. Todas las medidas en centímetros

Perfil	Altura (cm)	$Cte_{\delta=0}$ (cm)	$Cte_{\delta=22}$ (cm)
0.00	1.10	15.340	15.026
0.00	2.60	15.883	15.639
0.00	4.10	16.055	15.849
0.00	5.60	16.093	16.18
0.00	7.10	16.158	16.155
0.00	8.30	16.163	16.258
5.00	0	11.620	15.585
5.00	1.50	15.695	16.263
5.00	3.00	15.926	16.188
5.00	4.50	15.964	16.220
5.00	6.00	15.986	16.381
5.00	7.30	16.077	16.413

En cuanto a la toma de datos del tubo Pitot, se dispone de dos posibilidades:

- 1) mediante transmisor de presión *Rosemount 2051*, rango de medida de presión diferencial de -62.2 a 62.2 mbar y con precisión del 0.065% del fondo de escala. (0.5 mm de precisión), cuyos valores se almacenan en registrador/data logger de 50 HZ de frecuencia de registro de señales analógicas de 4/20 mA (figura 3.18 izquierda);
- 2) columnas de cristal verticales con reglas de medida de altura de lámina de agua (figura 3.18 derecha).

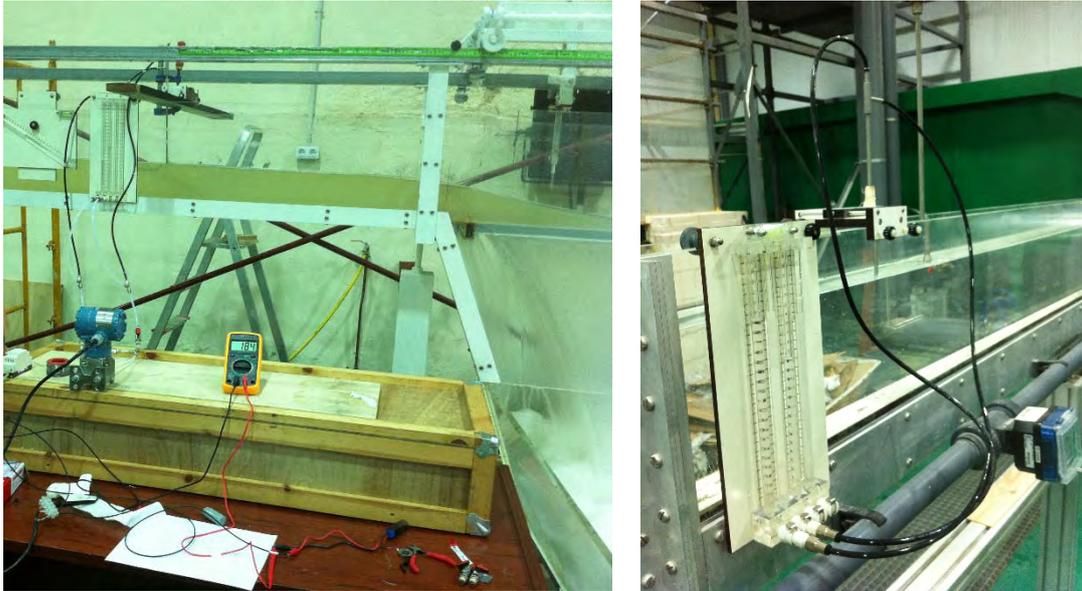


Figura 3.18. Detalle de montaje de equipamiento para recogida de presiones mediante transmisor de presiones Rosemount 2051CF y columnas de altura de presión.

Además, al disponer de dos tubos Pitot, se adoptarán dos configuraciones de medida:

- 1) o bien un único tubo conectado al registrador y a la atmósfera por lo que la medición de presión diferencial será la proyección sobre el eje del Pitot de la energía total, posicionándolo sobre el mismo punto en intervalos temporales distintos para las inclinaciones de 0 y 22°, obteniéndose dos series de valores de 350 datos cada una tomadas cada intervalo temporal de 1/50 s, denominadas *Cte_Pitot_0°* y *Cte_Pitot_22°*.
- 2) Se dispondrá de los dos tubos Pitot de forma simultánea adoptando la inclinación de 0 y 22° sobre la horizontal respectivamente conectados a dos columnas de cristal independientes y sobre la misma sección transversal, eso sí sobre hendiduras contiguas, suponiendo que el flujo es bidimensional y que se producirán las mismas presiones en ambos puntos (ver figura 3.15). Para este caso se tomará un único valor visual a partir de la observación de las columnas de cristal con regla para medir.

De los valores registrados, para el presente estudio se utilizarán únicamente los valores promediados.

Al resolver la ecuación (3.16) con valores como los mostrados en la tercera y cuarta columna de la tabla 3.2, se obtiene el campo de velocidades. Con los valores de velocidad obtenidos se observa diferencias en algunos puntos que superan un error del 20% respecto a los valores esperados. Esto es debido a que el término a la izquierda de la igualdad en la ecuación (3.16), arroja valores muy bajos, cercanos a cero, lo que conduce a que pequeños errores en la medición se conviertan en importantes al despejar. En cambio, si se conoce el campo de velocidades mediante una instrumentación como puede ser el PIV (Particle Image Velocimetry) al sustituir en las ecuaciones (3.12) y (3.13), las presiones obtenidas coinciden con las simuladas con CFD, confirmando que los valores por separado son correctos.

3.4.2 Mediciones con PIV (Particle Image Velocimetry)

Para la definición del campo de velocidades a lo largo del flujo sobre la reja, se ha utilizado un sistema PIV (Particle Image Velocimetry) formado por una cámara de alta velocidad Motion Pro HS-3, con un objetivo de distancia focal de 75 mm, adoptando una apertura del objetivo $f/11$ (ver figura 3.19). La resolución de la cámara es de 520×520 píxeles, 8 bits \rightarrow 255 tonalidades y una distancia de la cámara al flujo grabado de 0.50 m aproximadamente. Las ventanas de grabación son de alrededor de 9×9 cm. Para iluminar el plano vertical y longitudinal a la corriente se emplea un láser de Oxford Lasers. Éste puede adoptar una configuración: retardo de hasta $150 \mu\text{s}$; duración destello hasta $10 \mu\text{s}$; ancho del haz de 5.5 mm y pico de potencia de 200 watts. Su longitud de onda es de 808 nm. Para este caso concreto se elige un espacio temporal entre imágenes consecutivas de $\Delta t = 1/600$ s, un retardo del láser = $30 \mu\text{s}$; y un pulso del láser de duración $10 \mu\text{s}$. Las dimensiones de cada pixel son 0.017 cm/píxel. El agua ha sido sembrada con partículas de poliamida de tamaño medio de 100 micras.

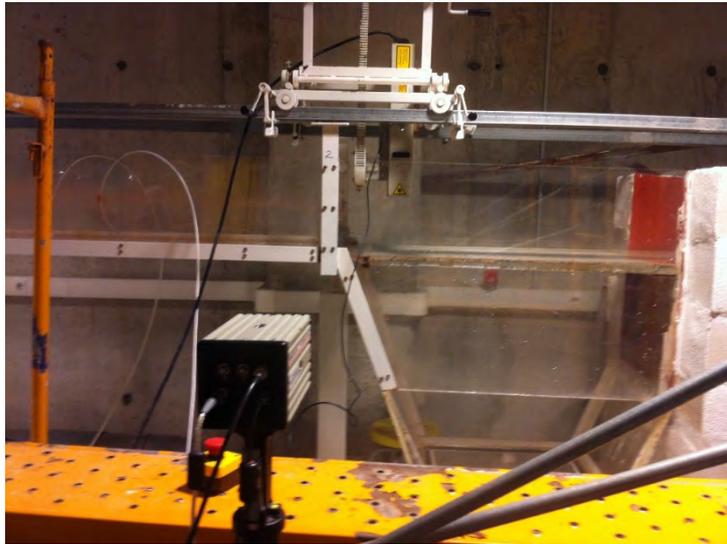


Figura 3.19. Vista del sistema PIV formado por cámara de alta velocidad y láser situada en el laboratorio de Hidráulica de la UPCT.

En la figura siguiente 3.20 se puede ver un esquema de la grabación de imágenes de un sistema PIV.

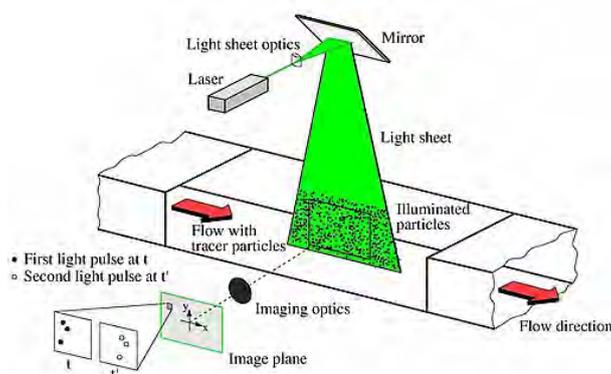


Figura 3.20. Esquema del proceso de grabación de plano iluminado mediante láser. Tomada de www.dlr.de.

En el presente estudio, las imágenes se han analizado por parejas mediante la función estadística de correlación cruzada partiendo de una ventana de 64×64 píxeles, con un solape del 50%, por

lo que finaliza en una ventana de 32x32 píxeles. Para ello se ha hecho uso del software libre PIVlab (Thielicke y Stamhuis, 2014).

Para calcular la distancia de desplazamiento de las partículas se elige el mayor valor de la función estadística de correlación cruzada entre una subventana, de una primera imagen, y otra subventana, de una segunda imagen desplazada un Δt . Así, la distancia entre ambas subventanas con mayor correlación permite definir el campo de velocidades (figura 3.21).

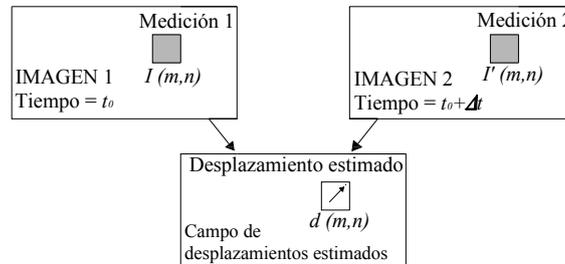


Figura 3.21. Esquema conceptual de cálculo de campo de velocidad PIV.

La función de correlación cruzada se define como la suma de los productos de las dos matrices numéricas de intensidad de luz que corresponden a cada subventana:

$$R_{II}(x, y) = \sum_{i=-k}^k \sum_{j=-l}^l I(i, j) I'(i + x, j + y) \quad (3.17)$$

Donde las variables I e I' representan las matrices de intensidad de luz de cada subventana, y donde I' ocupa una posición de desplazamiento relativo (x,y) respecto a I . Como se ha comentado, la matriz I de la imagen 1^a ($T = t_0$) se desplaza linealmente a lo largo de la imagen 2^a ($T = t_0 + \Delta t$) para alcanzar I' . Para cada cambio de posición (x,y) , se calcula la suma de los productos de las matrices intensidades arrojando un valor de correlación $R_{II}(x,y)$. El mayor valor de correlación alcanzado se toma como el de movimiento de las partículas, definiéndose así el campo de velocidades (figura 3.22).

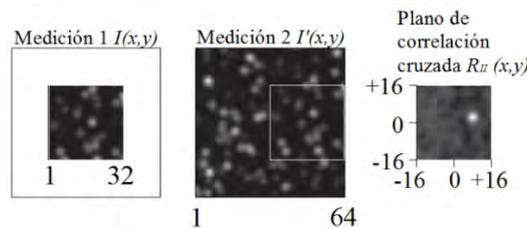


Figura 3.22. Detalle de correlación de subventanas correspondientes a dos imágenes.

En la figura 3.23 se observan los vectores velocidad trazados en la correlación cruzada entre dos imágenes consecutivas.

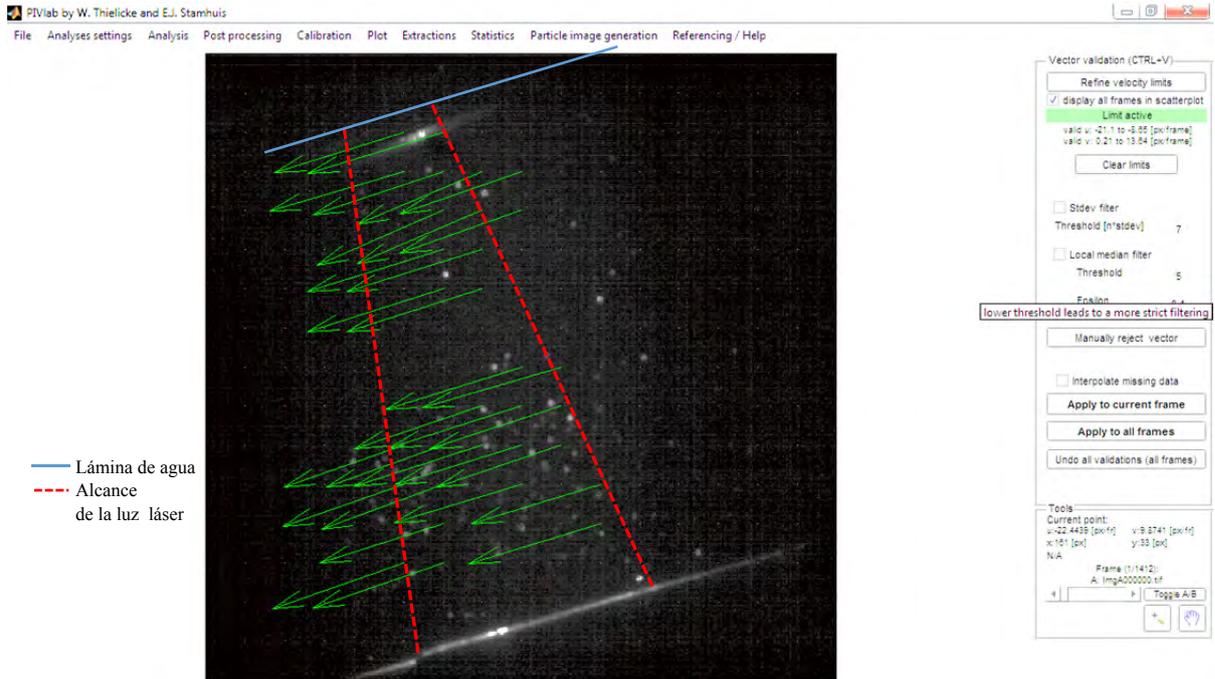


Figura 3.23. Vista de los vectores trazados mediante correlación cruzada para el caso de la pendiente de la reja $i = 30\%$ y el caudal 114.6 l/s/m en un plano situado sobre la reja y en la sección situada a 10 cm del inicio de la reja.

En la figura anterior se observa cómo el campo de velocidades no está completo. Este hecho se debe a la dificultad de un sembrado intensivo del agua como consecuencia del elevado volumen de agua del que se alimenta la infraestructura hidráulica del sistema de captación de la UPCT. Este hecho se suple aumentando el tiempo de grabación, se toman 7,500 imágenes en cada grabación y cada grabación se repite tres veces para disponer de un número suficiente de vectores velocidad para cada subventana. Previamente a la validación del campo de velocidades, se lleva a cabo un filtrado para eliminar los vectores de velocidad anómalos. En ningún caso se ha procedido al completado de valores de velocidad en ninguna subventana. Finalmente, de los valores registrados, para el presente estudio se utilizarán únicamente los valores promediados.

Se ha estimado el campo de velocidades para los caudales 77.0, 114.6 y 138.8 l/s/m, pendientes horizontal y de 30%, para un índice de huecos $m = 0.28$. Dichos resultados se presentan en la figura 3.24 para el caso de la pendiente horizontal. En dicha figura se ha trazado además las líneas de corriente. Los valores se comparan con los simulados mediante CFD. Se puede observar que los valores obtenidos presentan una buena aproximación.

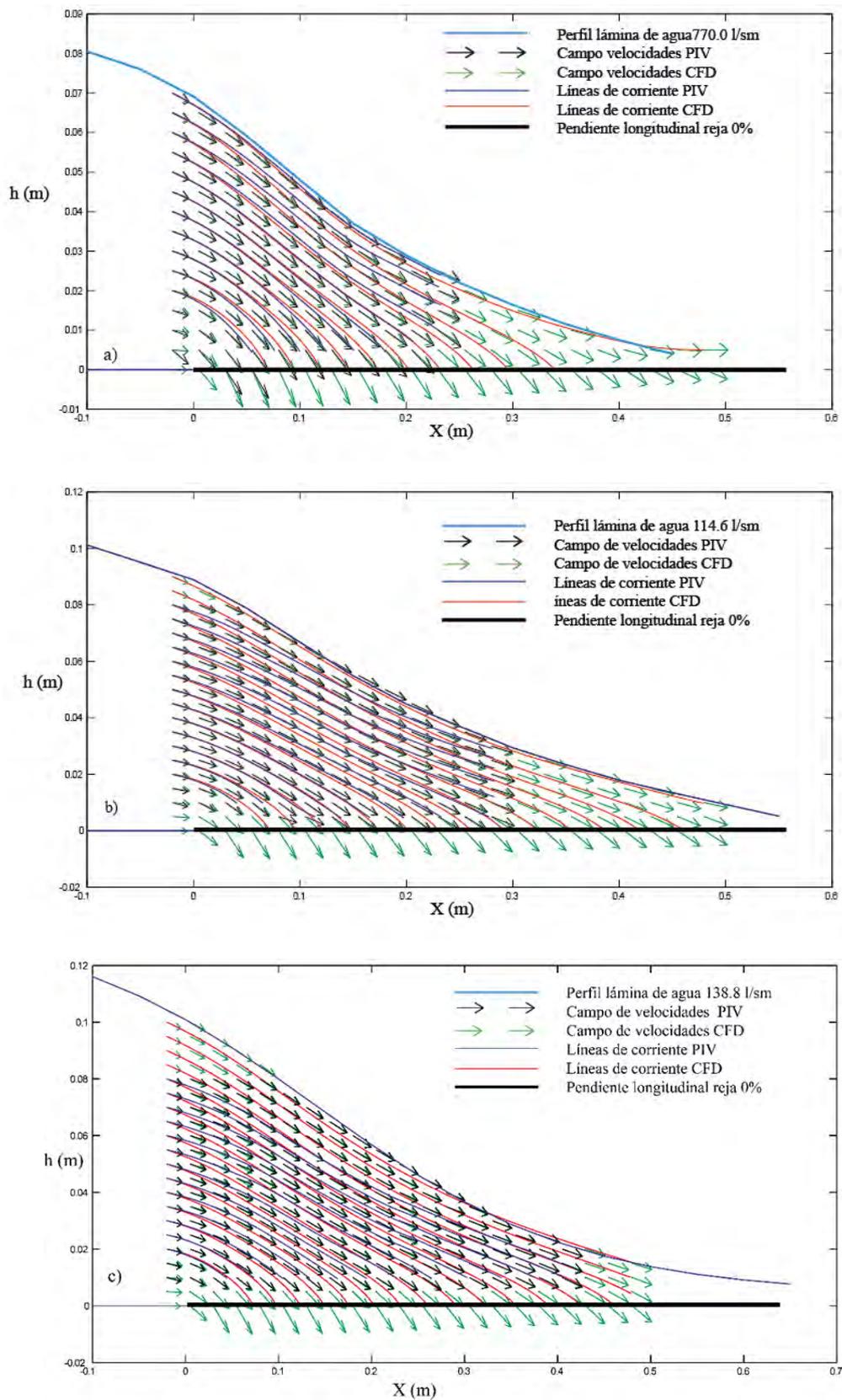


Figura 3.24. Campo de velocidades y líneas de corriente medidas con PIV y calculadas mediante CFD para el caso $m = 0.28$ y pendiente horizontal, y los caudales de aproximación $q_1 = 77.0$; 114.6 y 138.8 l/s/m.

A continuación, se presenta las componentes horizontal y vertical de la velocidad para diversa secciones a lo largo de la reja y para el caudal 114.6 l/s/m y pendiente horizontal.

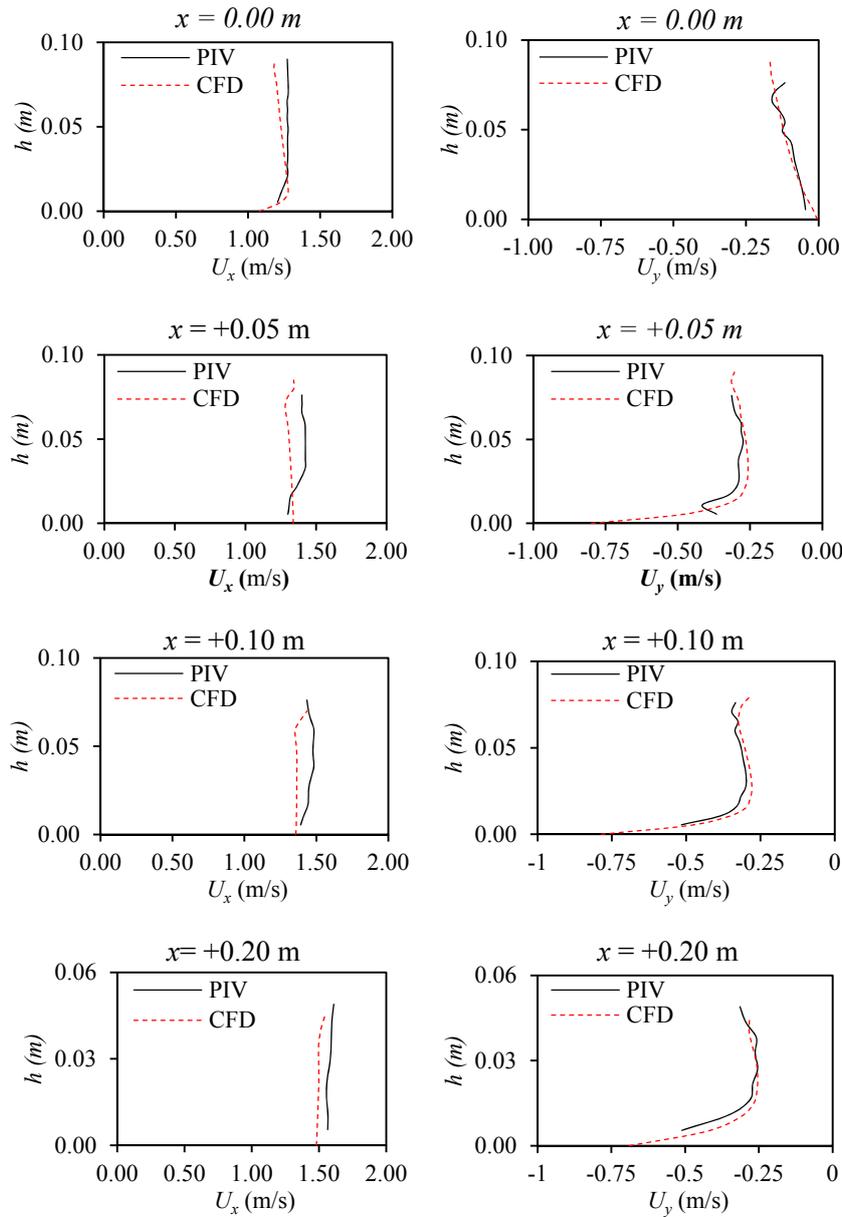


Figura 3.25. Componentes horizontal y vertical de velocidad U_x y U_y , respectivamente, para las secciones transversales $X = 0.00$; 0.05 ; 0.10 y 0.20 m, medidas con PIV y simuladas con CFD. Caso $m = 0.28$, pendiente horizontal y caudal de aproximación $q_1 = 114.6$ l/s/m.

Las figuras 3.24 y 3.25 confirman los resultados obtenidos al resolver numéricamente la ecuación (3.5) para la ecuación (3.4), donde la componente longitudinal de la velocidad se incrementa conforme el flujo avanza por la reja. Esto además confirma otros trabajos presentados por Mostkow (1957) y Brunella et al. (2003). Del mismo modo, la componente vertical de la velocidad aumenta de forma pronunciada conforme se aproxima a la hendidura entre barras, diferenciándose así de los resultados obtenidos sobre la barra.

3.4.3 Cálculos realizados a partir del campo de velocidades

3.4.3.1 Variación de la energía del flujo sobre la reja

Una de las hipótesis al calcular el perfil de la lámina de agua, o el coeficiente de descarga, ha sido suponer que el flujo conserva la energía a su paso por la reja. Para verificar esta hipótesis se ha calculado la energía disponible en cada sección promediando entre la barra y el hueco la ecuación (3.18) siguiente:

$$H = h \cos \theta + \frac{U^2}{2g} \quad (3.18)$$

Donde:

$$U = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{u_i^2 + v_i^2} \Delta y_i}{\sum_{i=1}^n \Delta y_i}$$

$$\Delta y_i = \frac{h}{n}$$

y donde H es la energía disponible en cada sección; u y v son las componentes horizontal y vertical de la velocidad en cada punto de la sección; U es la velocidad media de cada sección, Δy es cada uno de los n tramos en que se divide cada sección mojada para realizar los cálculos.

Los resultados se representan en la figura 3.26 siguiente: perfil de lámina de agua h , y energía total H .

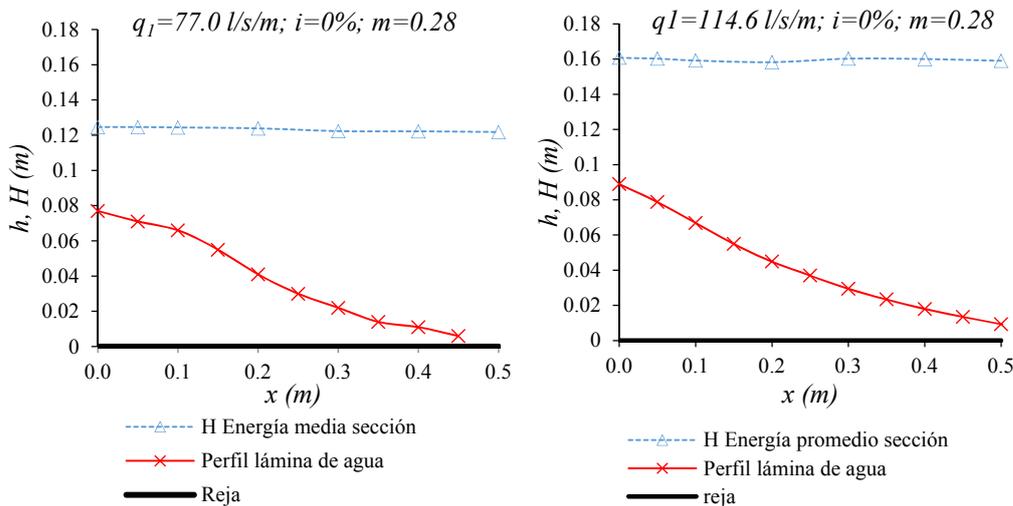


Figura 3.26. Energía media en cada sección sobre hendidura y barra a lo largo de la reja (ec. 3.18), H , perfil de lámina de agua h , y término energía cinética $U^2/2g$, para el caso de pendiente horizontal.

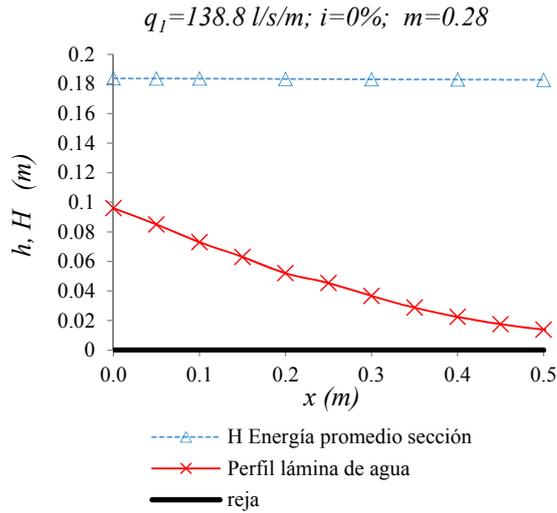


Figura 3.26 continuación. Energía media en cada sección sobre hendidura y barra a lo largo de la reja (ec. 3.18), H , y perfil de lámina de agua h , para el caso de pendiente horizontal.

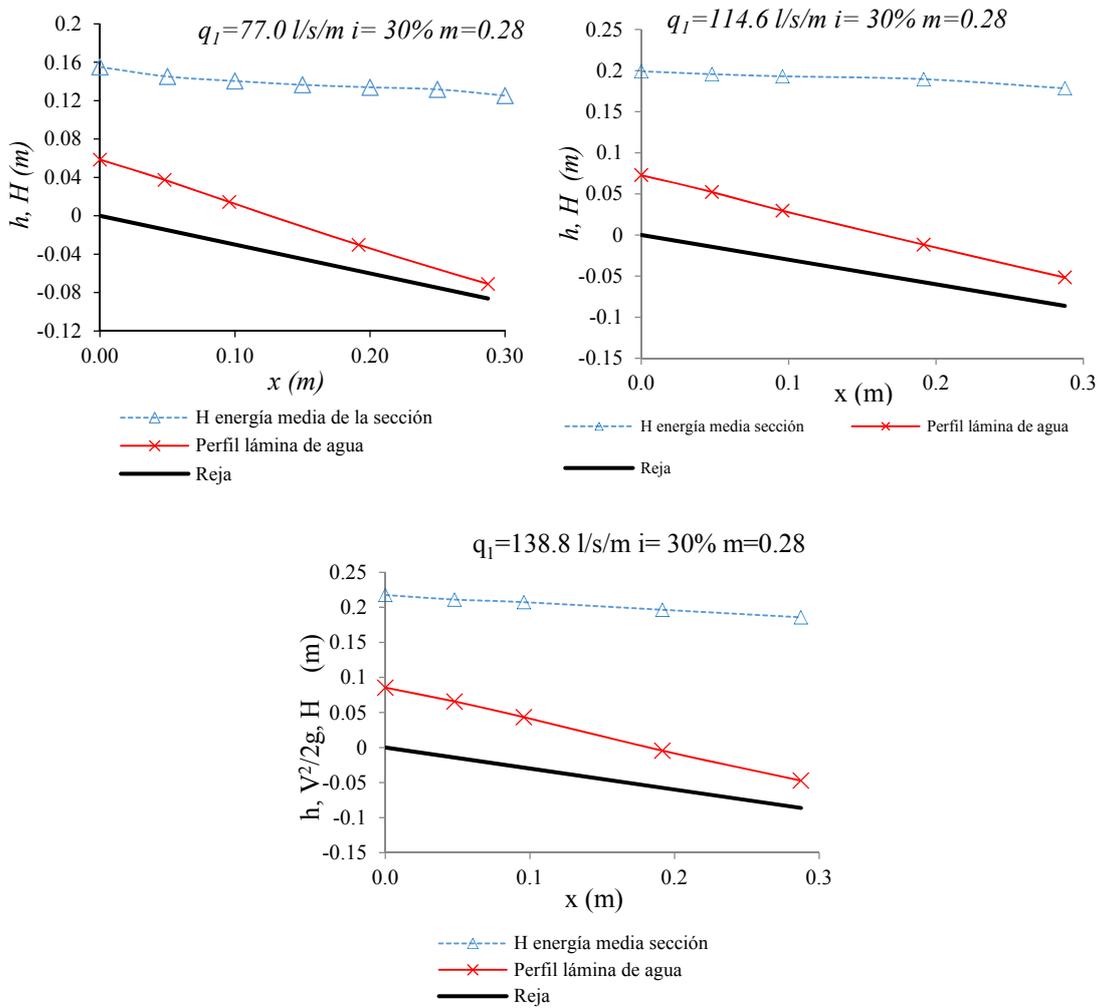


Figura 3.27. Energía específica promedio, H , en cada sección sobre hendidura y barra a lo largo de la reja, y perfil de lámina de agua h , para el caso de pendiente del 30%.

A la vista de los resultados se podría decir que, para el caso de pendiente de la reja horizontal, las variaciones de la energía a lo largo de la reja son mínimas, validando las hipótesis adoptadas en los cálculos. En cambio para el caso de pendiente de la reja del 30% se observan importantes pérdidas de energía y se verifica que el nivel de energía no se mantiene horizontal. Dichas pérdidas de energía se encuentran entre 0.07 m/m ($q = 77.0$ l/s/m) y 0.11 m/m ($q = 138.8$ l/s/m).

3.4.3.2 Coeficientes de presión y velocidad

Una vez que se dispone del campo de velocidades, se pueden calcular los coeficientes de velocidad α y presión λ , pertenecientes a la ecuación de la energía, y mediante integración numérica de los valores medidos en laboratorio.

$$\alpha = \frac{\int u_i^3 dA}{U^3 A} \quad (3.19)$$

$$\lambda = \frac{1}{qh} \int \left[\frac{p}{\gamma} + y \right] u dA \quad (3.20)$$

Donde u y U son la componente horizontal y el módulo del vector velocidad, respectivamente, en una sección transversal, A el área mojada, q el caudal específico a través de la sección considerada, y la coordenada vertical de cada punto interior al flujo en la sección transversal y p la presión en m.c.a. en un punto del interior del flujo considerado. Los coeficientes se obtienen mediante la ponderación de las áreas sobre barrote y hueco. Al incorporar a la ecuación de la energía (hipótesis de energía constante), los coeficientes de velocidad y presión, se tiene que:

$$H + x \operatorname{sen} \theta = y \cos \theta + (\lambda h - y) \cos \theta + \alpha \frac{q^2}{2gh^2} \quad (3.21)$$

Se tratará únicamente el caso de pendiente horizontal ($\theta = 0$). Obteniendo la primera derivada respecto a la coordenada x :

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d\lambda}{dx} h + \lambda \frac{dh}{dx} + \alpha \frac{q}{gh^2} \frac{dq}{dx} + \frac{d\alpha}{dx} \frac{q^2}{2gh^2} - \alpha \frac{q^2}{gh^3} \frac{dh}{dx} \quad (3.22)$$

Donde agrupando tenemos:

$$\frac{dh}{dx} \left(\lambda - \alpha \frac{q^2}{gh^3} \right) = \frac{dH}{dx} - \frac{d\lambda}{dx} h - \alpha \frac{q}{gh^2} \frac{dq}{dx} - \frac{d\alpha}{dx} \frac{q^2}{2gh^2} \quad (3.23)$$

La ecuación del caudal captado se puede expresar como:

$$\frac{dq}{dx} = -C_{qt} m \sqrt{2gH} \quad (1.1)$$

$$\frac{dq}{dx} = -C_{qt} m \sqrt{2gh} \quad (1.2)$$

A partir de la ecuación inicial (3.18) podemos expresar el caudal como:

$$q = \sqrt{(H - \lambda h) \frac{2gh^2}{\alpha}} \quad (3.24)$$

Despejando dh/dx de la ec. (3.23), asumiendo $dH/dx \approx 0$ y reemplazando la relación del caudal captado, nos quedan las siguientes ecuaciones en función de los coeficientes de descarga C_{qH} y C_{qh} :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{-\frac{d\lambda}{dx} h^2 + 2C_{qH} m \sqrt{\alpha(H-\lambda h)H} - \frac{d\alpha}{dx} h \frac{(H-\lambda h)}{\alpha}}{3\lambda h - 2H} \quad (3.25)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{-\frac{d\lambda}{dx} h^2 + 2C_{qh} m \sqrt{\alpha(H-\lambda h)h} - \frac{d\alpha}{dx} h \frac{(H-\lambda h)}{\alpha}}{3\lambda h - 2H} \quad (3.26)$$

A continuación, se resuelven las ecuaciones diferenciales de primer orden (ec. (3.25) ó (3.26)), mediante el algoritmo de Runge-Kutta de orden 4, partiendo de los valores de calado y energía al inicio de la reja. Se puede observar en la figura 3.28, que los valores de α son ligeramente superiores al valor de 1, para todos los caudales, con la salvedad del caudal 114.6 l/s/m, donde se observan valores más altos, posiblemente debido a un error en la medida. En cuanto a los valores de λ , se observa que éstos evolucionan desde un valor próximo a 0.83, al inicio de la reja, pasando por valores próximos a 1 en la zona central y volviendo a reducirse hasta valores ligeramente superiores a 0.94.

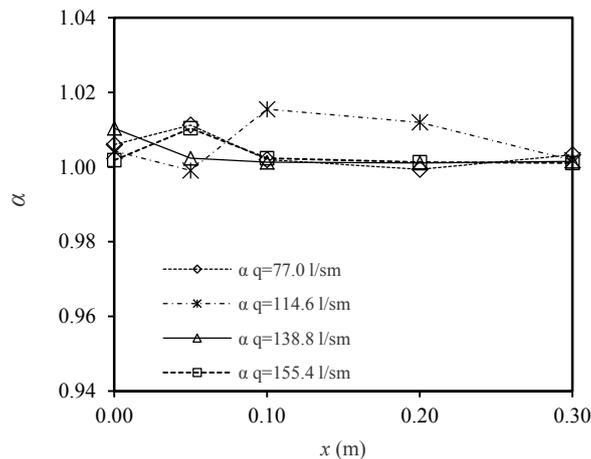


Figura 3.28. Coeficiente de velocidad de la ecuación de la energía, α , para una sección transversal situada a una distancia x del inicio de la reja y para cada uno de los caudales específicos de aproximación, a partir del campo de velocidades calculado.

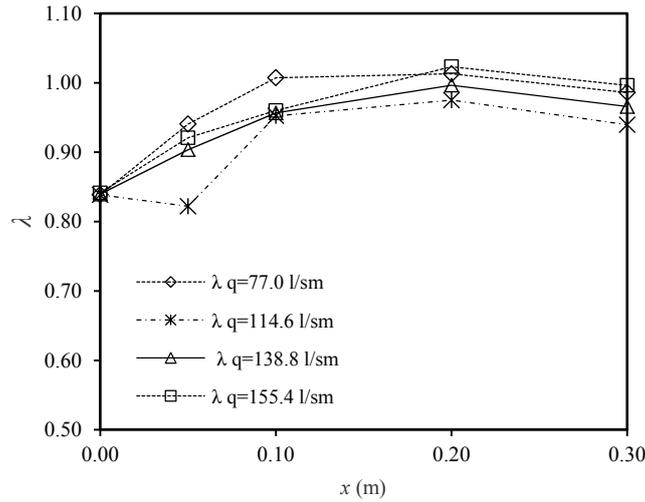


Figura 3.29. Coeficiente de presión de la ecuación de la energía, λ , para una sección transversal situada a una distancia x del inicio de la rejilla y para cada uno de los caudales específicos de aproximación, a partir del campo de velocidades calculado.

Resolviendo las ecuaciones (3.25) y (3.26) para los valores de C_{qh} propuestos por Nosedá (ec. (1.71)) y C_{qH} obtenido en el laboratorio de la UPCT (ec. (3.4)), y para los valores de α , $d\alpha/dx$, λ , y $d\lambda/dx$ tomados de las figuras 3.28 y 3.29.

$$C_{qh}(h) = 0.66m^{-0.16} \left(\frac{h}{l} \right)^{-0.13} \quad (1.71)$$

$$C_{qH} \approx \frac{0.58e^{-0.75\left(\frac{x}{h_c m}\right)}}{(1 + 0.9 \tan \theta)} \quad (3.4)$$

Los resultados en cuanto a perfil de la lámina de agua y caudal captado acumulado respecto al caudal entrante, se comparan con los obtenidos mediante las ecuaciones (1.4) y (3.5) para los valores de C_{qh} y C_{qH} , presentados en las ecs. (1.71) y (3.4) respectivamente.

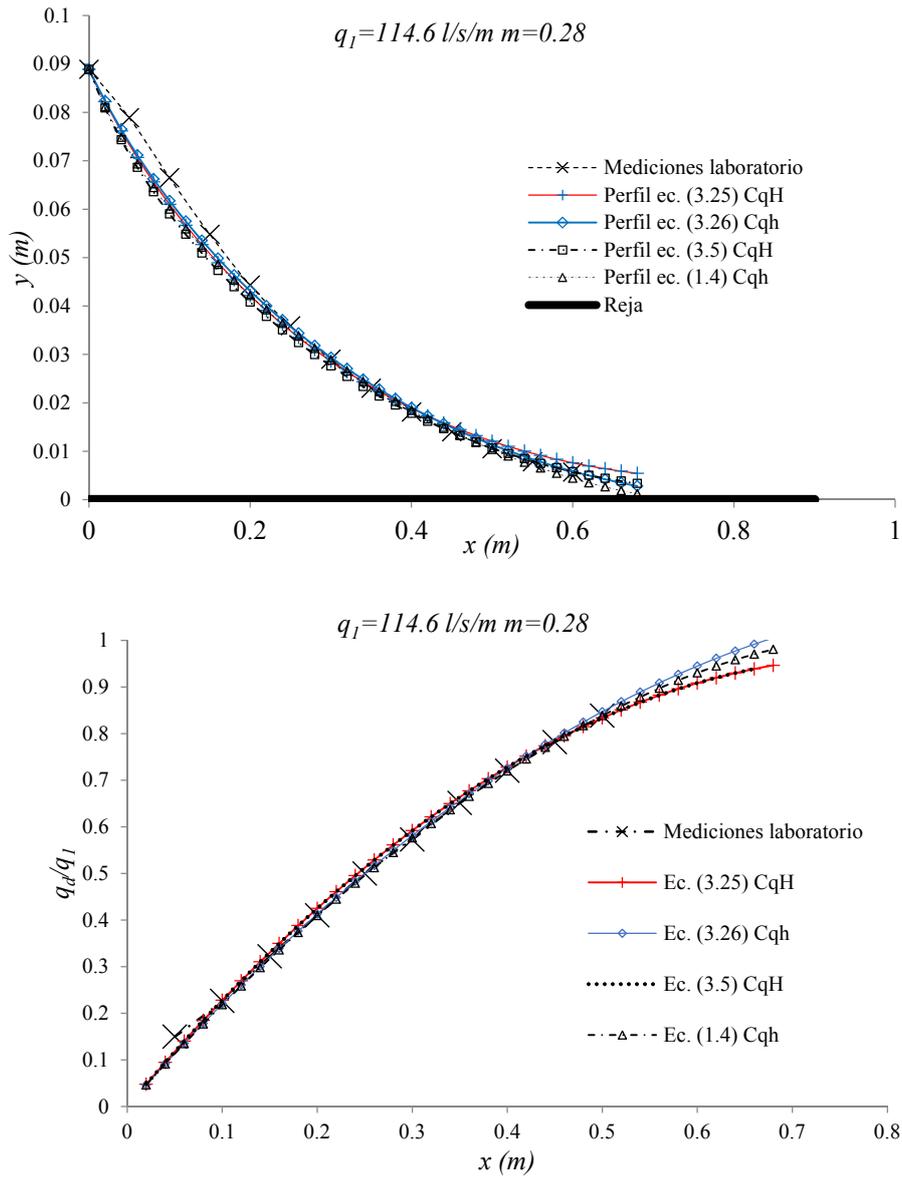


Figura 3.30. Comparativa de los perfiles de lámina de agua y relación del caudal captado acumulado por unidad de longitud, obtenidos mediante las ecuaciones (3.25), (3.26), (3.5) y (1.4). Caudal 114.6 l/s/m e índice de huecos $m = 0.28$.

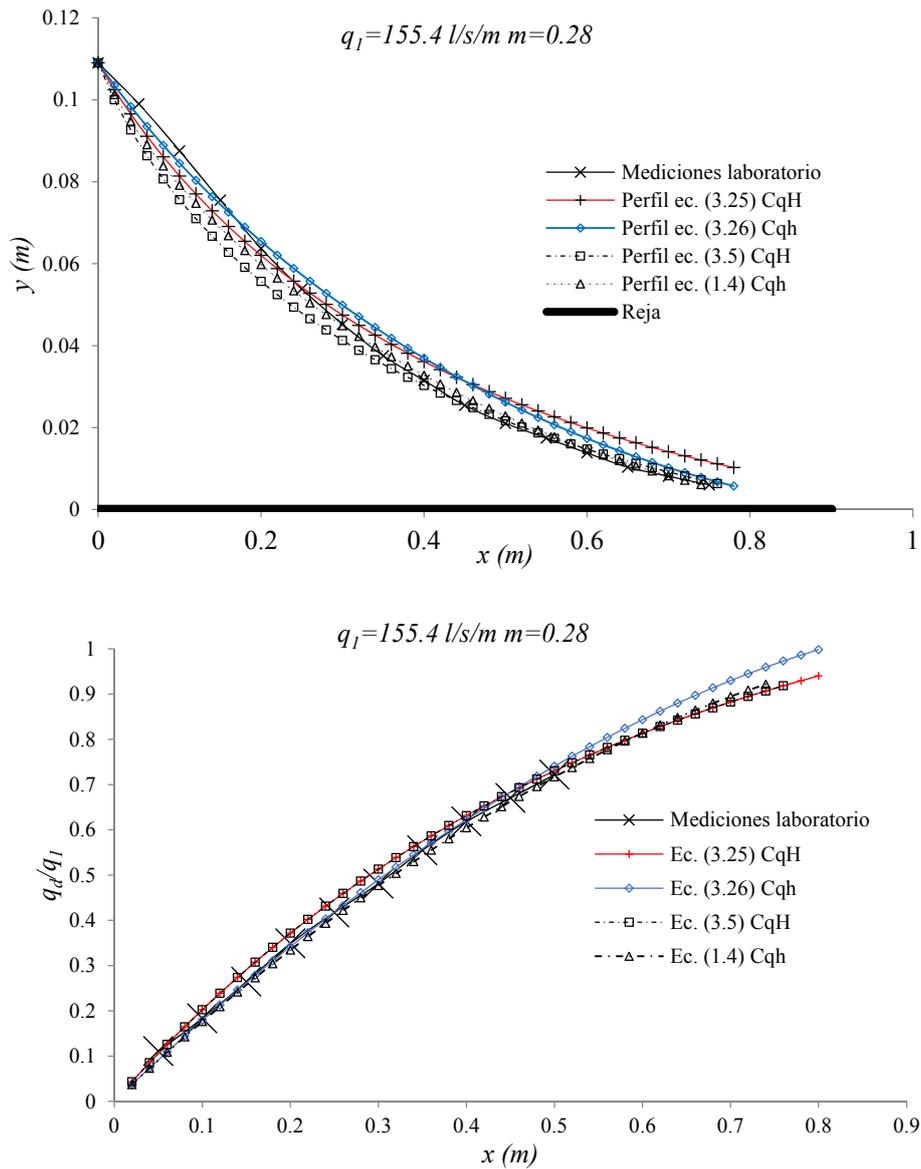


Figura 3.31. Comparativa de los perfiles de lámina de agua y la relación del caudal captado acumulado por unidad de longitud, obtenidos mediante las ecuaciones (3.25), (3.26), (3.5) y (1.4). Caudal 155.4 l/s/m e índice de huecos $m = 0.28$.

Se observa que no se producen diferencias significativas en cuanto al perfil de la lámina de agua y caudales captados calculados y medidos en laboratorio. Esto confirma que la consideración de los coeficientes de velocidad y presión no aporta mejoras sustanciales dado que el coeficiente de descarga en su ajuste ya contempla las diferencias de presión respecto a la hidrostática, así como la distribución de velocidad que difiere respecto a la distribución uniforme. Las diferencias en cuanto al caudal captado entre las cuatro hipótesis es inferior al 2% hasta la coordenada $x = 0.5$ m, donde divergen, llegando a alcanzar diferencias del 4%.

3.4.3.3 Distribución de presiones en el espacio entre barrotos

Seguidamente se presenta la distribución de presiones en el plano vertical de la hendidura. Se comparan las presiones obtenidas de la simulación con CFD y las medidas a partir del tubo pitot, sustituyendo las velocidades medidas con PIV en las ecuaciones (3.11) y (3.12). Dichas presiones se comparan con las desviaciones de la presión hidrostática propuestas por Castro-Orgaz y Hager (2011), y que se recogieron en la ec. (1.83):

$$\Delta p = \frac{U^2}{2g} \left(hh'' - h'^2 \right) \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) + \frac{U^2}{g} \left[- \left(\frac{q'h}{q} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h} + \frac{y^2}{2h^2} \right) \right] + \frac{U^2}{g} \left[\frac{q'hh'}{q} \left(\frac{5}{4} - \frac{3y}{2h} + \frac{y^2}{4h^2} \right) \right] \quad (1.83)$$

Donde Δp es la desviación de presión respecto a la presión hidrostática medida en metros; g la aceleración de la gravedad, $q' = dq / dx$ el caudal captado (ec. (1.1)), h es el calado medido perpendicularmente al plano de la reja; $h' = dh / dx$ la pendiente de la superficie de la lámina de agua, y $h'' = d^2h / dx^2$ la curvatura del perfil de la lámina de agua. De la ecuación (1.83) anterior separamos cada uno de los términos denominándolos $\Delta p I$, $\Delta p II$, $\Delta p III$ y la suma de todos como $\Sigma \Delta p$, en las ecuaciones (3.27) a (3.30) siguientes:

$$\Delta p I = \frac{U^2}{2g} \left(hh'' - h'^2 \right) \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) \quad (3.27)$$

$$\Delta p II = \frac{U^2}{g} \left[- \left(\frac{q'h}{q} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h} + \frac{y^2}{2h^2} \right) \right] \quad (3.28)$$

$$\Delta p III = \frac{U^2}{g} \left[\frac{q'hh'}{q} \left(\frac{5}{4} - \frac{3y}{2h} + \frac{y^2}{4h^2} \right) \right] \quad (3.29)$$

$$\Sigma \Delta p = \Delta p I + \Delta p II + \Delta p III \quad (3.30)$$

A continuación, calculamos el valor de cada uno de los términos presentados en las ecuaciones anteriores para diferentes secciones y alturas dentro de la lámina de agua (figuras 3.32 y 3.33). Como se ha comentado, dichas figuras recogen el valor de la presión en cada uno de los puntos simulado con CFD, p_{CFD} , así como la presión obtenida a partir del valor de la presión dinámica medida con tubo pitot y haciendo uso de los valores del campo de velocidades medido con PIV.

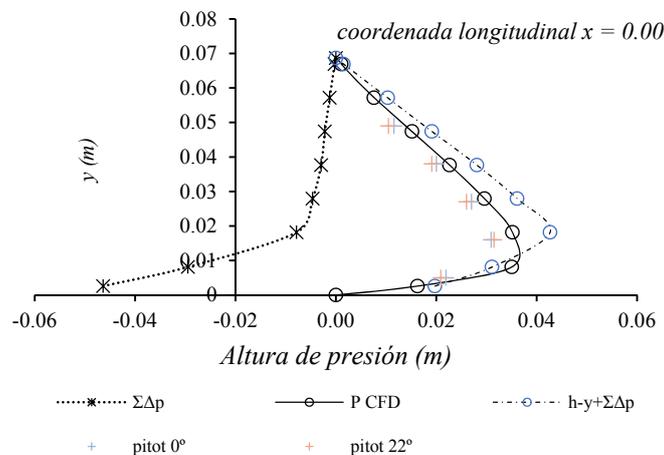


Figura 3.32. Distribución de presiones según la ecuación (1.83) así como las medidas con pitot y simuladas con CFD, diversa secciones y caudal 77.0 l/s/m.

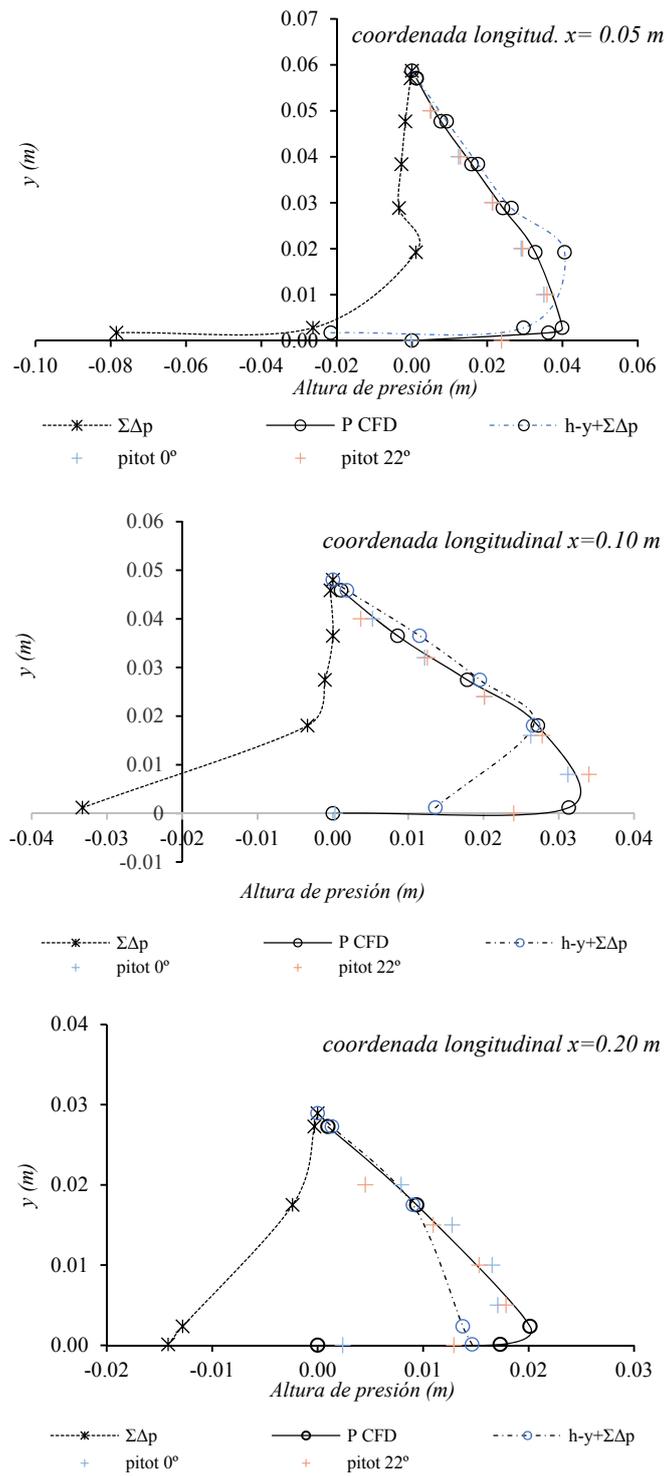


Figura 3.32 continuación. Distribución de presiones según la ecuación (1.83) así como las medidas con pitot y simuladas con CFD, diversa secciones y caudal 77.0 l/s/m.

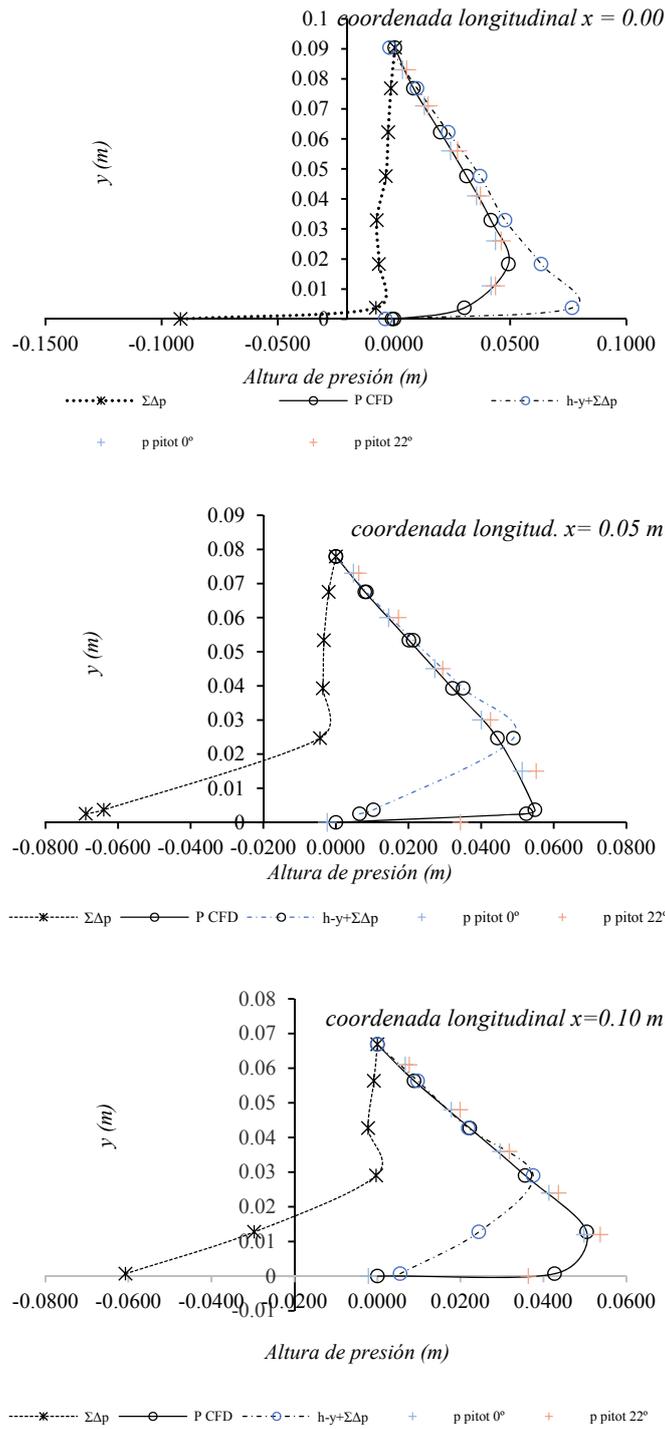


Figura 3.33. Distribución de presiones según la ecuación (1.83) así como las medidas con pitot y simuladas con CFD, diversa secciones y caudal 114.6 l/s/m.

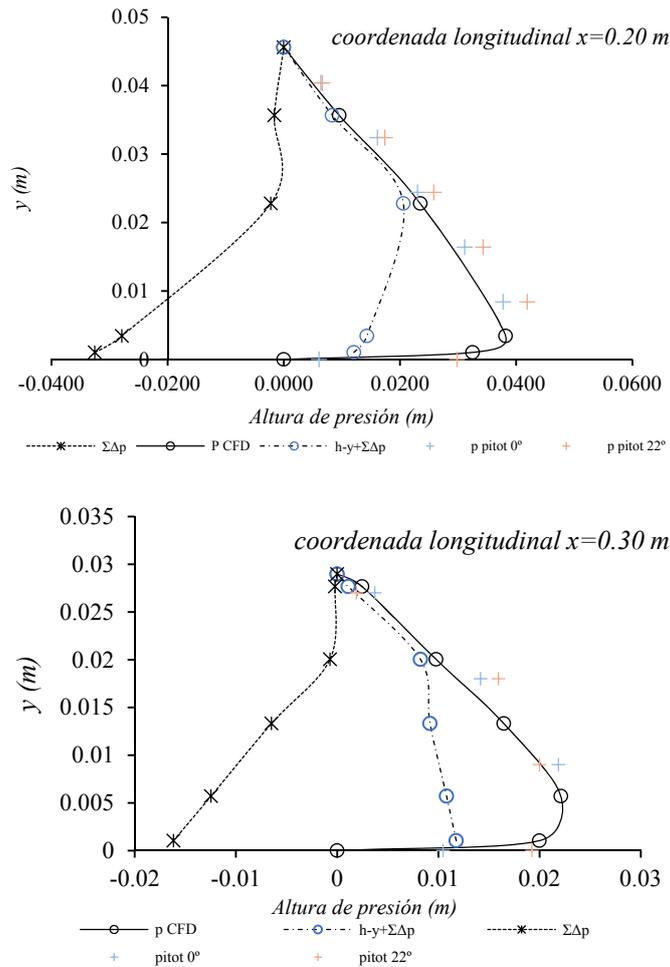


Figura 3.33 continuación. Distribución de presiones según la ecuación (1.83) así como las medidas con pitot y simuladas con CFD, diversa secciones y caudal 114.6 l/s/m.

A la vista de las figuras 3.32 y 3.33 se observa que conforme nos aproximamos a la reja el término $h-y+\Sigma\Delta p$ se aleja del valor p_{CFD} y p_{pitot} . Esto nos lleva a que mediante las ecuaciones propuestas por Castro-Orgaz y Hager (2011) no sirven para la definición de las presiones en las inmediaciones de la hendidura. En la figura 3.34 se representa dicha diferencia entre el término P_{CFD} , o P_{pitot} , con respecto a $h-y+\Sigma\Delta p$, obtenido éste último mediante la ecuación (ec. 1.83). Si dicha figura se compara con la componente vertical de la velocidad se observa que dichas diferencias están relacionadas con los aumentos de la componente vertical de la velocidad conforme el flujo se aproxima a la reja. Así, en dicha figura se observa como a la altura sobre la reja de 0.03 m al variar la velocidad vertical aumentan las diferencias.

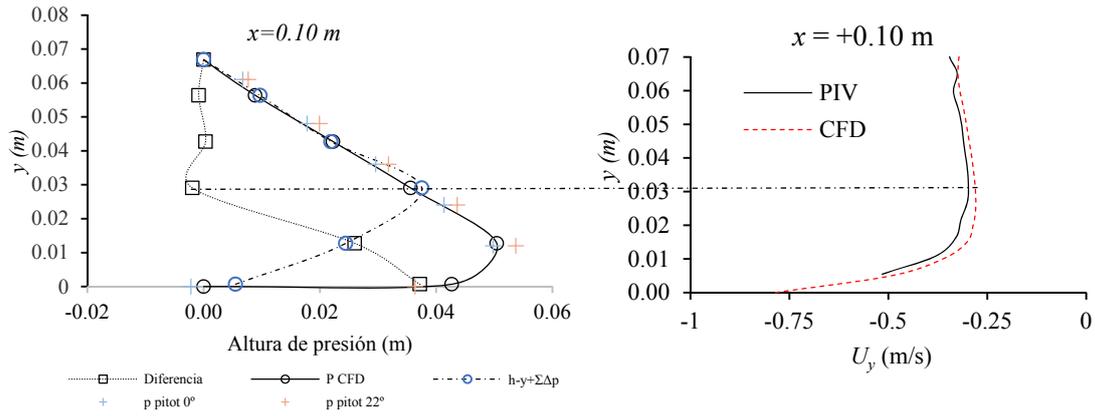


Figura 3.34. Diferencia entre el término P_{CFD} , P_{pitot} , y $h-y+\Sigma\Delta p$, junto con la componente vertical de la velocidad, U_y par el caso de caudal 114.6 l/s/m y pendiente horizontal en la coordenada longitudinal $x=0.10$ m.

Krochin (1978) propone obtener la componente vertical de la velocidad v , a partir de la presión denominada $P_{hendidura}$, medida en el centro del hueco y en la coordenada $y = 0$, en m.c.a.; según la ec. (1.86) recogida en el CAPÍTULO 01 INTRODUCCIÓN:

$$v = \sqrt{2g \left(\frac{P_{hendidura}}{\gamma} \right)} \quad (1.86)$$

Introduciendo dicha ecuación en la ecuación del orificio 1.1 podemos obtener la relación:

$$C_{qH} \approx K \sqrt{\frac{P_{hendidura}}{H}} \quad (3.30)$$

Si representamos gráficamente la presión en la hendidura (presión para $y = 0$ en el centro del espacio entre dos barras), $p_{hendidura}$, a lo largo de la coordenada adimensional $[(x / h_c) m]$ y una relación adimensional entre las energías de presión en la hendidura del plano y la energía total al inicio de la reja, $[K * (p_{hendidura} / H)^{0.5}]$, observamos que dicha relación se aproxima al valor del coeficiente de descarga, C_{qH} , cuando $K \sim 0.88$; tal como puede verse en la Figura 3.35.

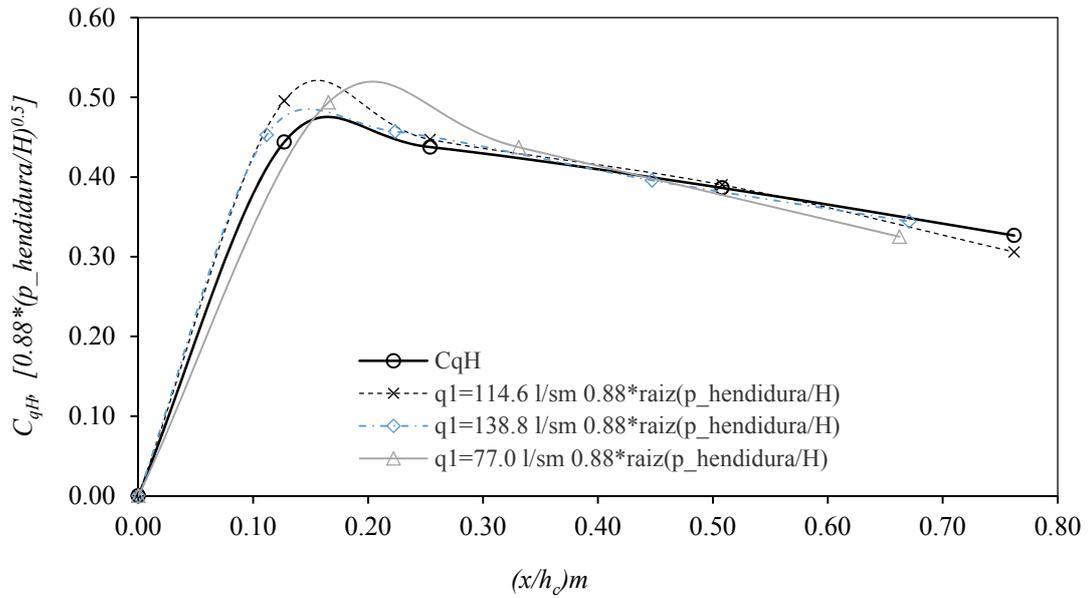


Figura 3.35. Valores de C_{qH} y $[0.88 \cdot (p_{\text{hendidura}}/H)^{0.5}]$ a lo largo de la reja, para los caudales $q_1 = 77.0$; 114.6 ; 138.8 l/s/m y reja con índice de huecos $m = 0.28$.

A la vista de la figura 3.35 se observa cómo a partir de las presiones en la hendidura y sobre el plano de la reja podemos obtener también el coeficiente de descarga C_{qH} . Esto justifica el interés por conocer la distribución de presiones bajo el objetivo buscado en todo momento de poder conocer con la mayor precisión posible los caudales derivados por la reja y su distribución a lo largo de ésta.

Capítulo 4 . GENERALIZACIÓN DEL COEFICIENTE DE DESCARGA

4.1 Introducción

Como se ha comentado en el Capítulo 1 introducción, y se ha comprobado a partir de los resultados obtenidos en el de laboratorio (CAPÍTULO 3 Campaña Experimental) el coeficiente de descarga, C_{qH} , expresado según la ecuación (1.1), es variable a lo largo de la reja de fondo, es decir se trata de $C_{qH}(x)$, y también en función de las condiciones de aproximación del flujo, así como de la disposición de las barras y su tipología. Esto supone un elevado grado de complejidad a la hora de poder elegir un valor de coeficiente de descarga concreto para el diseño de la longitud necesaria de un sistema de captación de fondo, recurriendo para todos los casos a un modelo físico.

En el presente Capítulo se elabora un ábaco para la selección de un valor de coeficiente de descarga equivalente a lo largo de toda la reja y que permita calcular la longitud de reja necesaria mediante una ecuación como la ec (4.1) similar a la ec. (1.24) presentada por Mostkow (1957).

$$L = \frac{q_1}{C_{qH} m \sqrt{2gH_0}} \quad (4.1)$$

Dicho valor de coeficiente de descarga de la ec. (4.1) tendrá en cuenta los principales factores que tienen influencia sobre éste. Para la construcción de dicho ábaco se contará no solo con los valores experimentales obtenidos en la infraestructura del laboratorio de la UPCT, sino con todos los coeficientes que se han podido obtener a partir de la bibliografía, que presenten suficiente información y que, se ajusten a las condiciones de flujo de aproximación subcrítico con cambio a supercrítico en las inmediaciones del inicio de reja y, de longitud suficiente, para captar la totalidad del caudal entrante.

De esta forma a partir de las ecuaciones (1.1) y (1.29), referida a la línea de energía horizontal, y teniendo en cuenta la inclinación de la reja se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{2mC_{qH} \sqrt{(H_0 + x \operatorname{sen} \theta)(H_0 + x \operatorname{sen} \theta - h \cos \theta)} + h \operatorname{sen} \theta}{3h \cos \theta - 2(H_0 + x \operatorname{sen} \theta)} \quad (3.5)$$

Esta ecuación se puede resolver mediante un método numérico como es el método de tipo Newton Runge-Kutta de cuarto orden, para un valor cte de C_{qH} y para $\Delta x \approx 0.005$ m. Para ello se necesita conocer, entre otros, el calado y la altura de energía a la entrada de la reja, h_0 y H_0 , y la longitud de reja necesaria, para poder despejar el valor de C_{qH} constante.

4.1.1 Diferencias al considerar un coeficiente de descarga C_{qH} equivalente con valor constante a lo largo de la reja

El hecho de considerar un coeficiente de descarga equivalente y de valor constante a lo largo de toda la reja, supone una herramienta útil para el diseño de las rejillas que forman los sistemas de captación de fondo. Como ya se ha comentado, supone una simplificación respecto a la realidad (Capítulo 3), dado que en general el coeficiente de descarga es variable a lo largo de la reja.

Para entender esta simplificación, a continuación se presenta la diferencia en cuanto al perfil de la lámina de agua (Figura 4.1) y en cuanto a caudal captado (Figura 4.2) por unidad de longitud, para un caso medido en el Laboratorio de la UPCT y, para el mismo caso, a partir del valor constante del coeficiente de descarga resolviendo de forma numérica la ecuación (3.5) anterior, para la longitud de reja mojada medida en laboratorio y para la captación de la totalidad del caudal entrante.

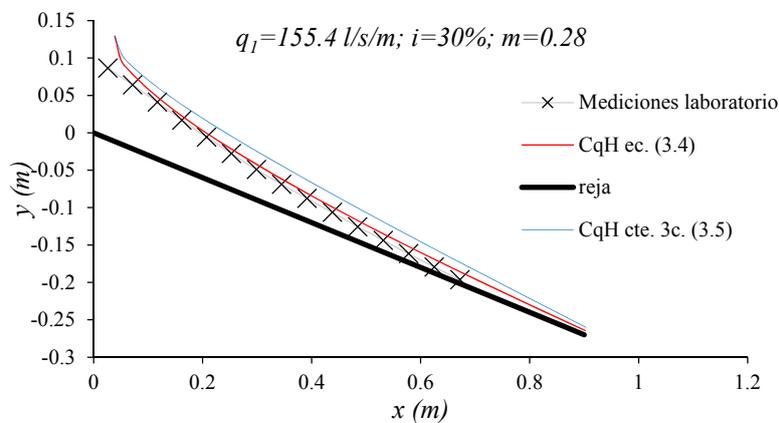


Figura 4.1. Perfil de la lámina de agua para el caso $q_1 = 155.4$ l/s/m, $m = 0.28$ y $\tan\theta = 0$. i) medido en laboratorio; ii) para la ecuación (3.5) con el $C_{qH}(x)$ ec. (3.4); iii) calculado a partir de la ec. (3.5) para un C_{qH} constante y para $h_0 = h_c$

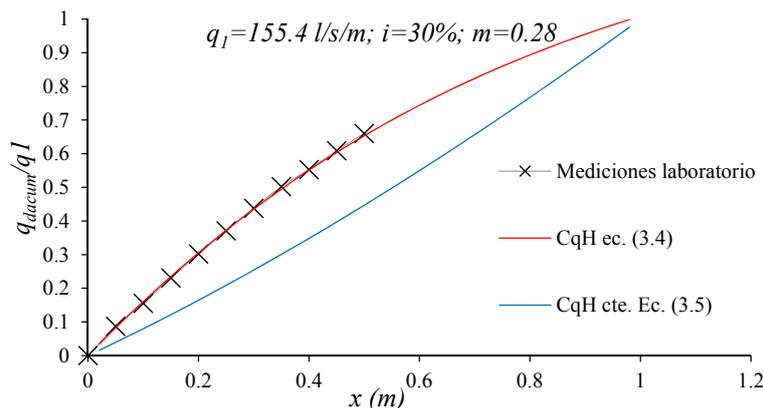


Figura 4.2. Ratio caudal derivado acumulado respecto al caudal entrante, q_1 , a lo largo de la reja: i) medido en laboratorio; ii) calculado mediante la ecuación (3.5) con el $C_{qH}(x)$ ec. (3.4); iii) calculado a partir de la ec. (3.5) por un C_{qH} constante.

En la Figura 4.1 se observa que el calado medido en laboratorio es inferior al obtenido mediante la ecuación (3.5) para un valor de C_{qH} constante, debido a que dicho coeficiente constante supone un caudal captado inferior al real al inicio de la reja y, superior en el tramo final de ésta.

En cualquier caso se puede observar (figura 4.2) que la longitud de reja mojada es igual en ambos casos, cuando se capta el mismo caudal total.

4.1.2 Ajuste del coeficiente de descarga estático, C_{q0} , en función del tipo de barra

En el Capítulo 3 se presentaron los coeficientes de descarga estáticos medidos en el laboratorio de la UPCT. Si a éstos unimos los valores ya presentados en el Capítulo 1, podemos ajustar el valor del coeficiente de descarga estático como parámetro variable en función del índice de huecos y del tipo de barras y cuya variación es seguida por el coeficiente de descarga que queremos calcular. Así, en la Figura 4.3 se presentan ajustes del coeficiente de descarga estático, en función del índice de huecos y del tipo de barras a partir de los valores medidos y presentados en la bibliografía.

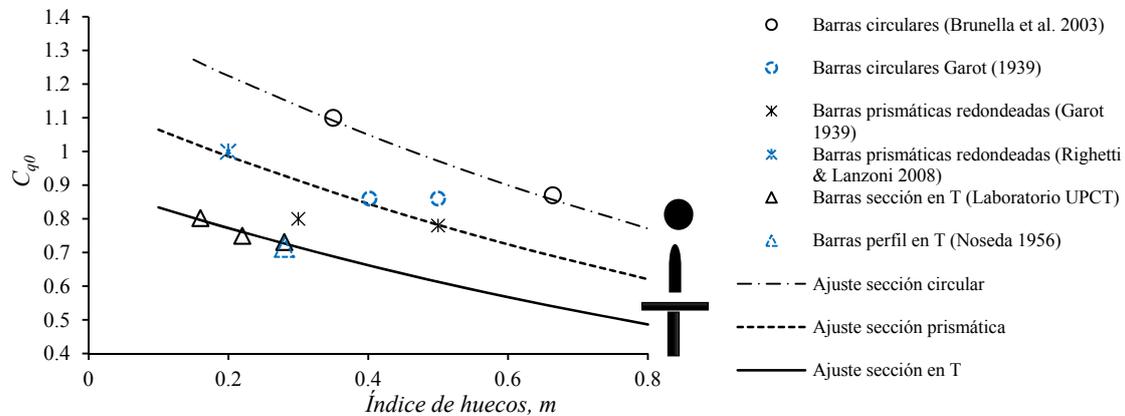


Figura 4.3. Coeficiente de descarga estático, C_{q0} , medido y ajustado en función del tipo de barra.

Así, los ajustes propuestos para el coeficiente de descarga estático quedan:

- Barra sección circular:

$$C_{q0} = 1.4287e^{-0.771m} \quad (4.2.1)$$

- Barra sección prismática:

$$C_{q0} = 1.15e^{-0.771m} \quad (4.2.2)$$

- Barra sección T:

$$C_{q0} = 0.901e^{-0.771m} \quad (4.2.3)$$

Es importante señalar que en los ajustes realizados en el presente documento para barras prismáticas, no se ha tenido en cuenta la altura o canto de dichas barras. Esto no ha sido posible debido a la falta de información en la bibliografía comentada. Como se comentó en el Capítulo

1, autores como Krochin (1978) y Ahmad et al. (2009), comprueban para barras prismáticas la influencia de dicho parámetro.

4.2 Análisis Dimensional para el ajuste de C_{qH}

En el presente apartado se lleva a cabo un análisis dimensional de las variables que tienen influencia en el coeficiente de descarga, C_{qH} . Para ello en primer lugar se presentan las variables dimensionales que gobiernan el presente tipo de flujo, así como las propiedades del fluido:

$$f\left(U_0, h_0, H_0, \frac{B}{L}, \frac{b_w}{b_l}, \mu, \sigma, \rho, \frac{1}{g}, \tan \theta, C_{q0}, C_{qH}\right) = 0 \quad (4.3)$$

Así, Tenemos un total de doce variables que intervienen en el problema, cinco de ellas adimensionales y el resto con las siguientes dimensiones:

Tabla 4.1. Variables análisis dimensional.

Variable	Símbolo	Dimensiones
Velocidad	U_0	LT^{-1}
Calado al inicio	h_0	L
Energía al inicio	H_0	L
Ratio ancho/longitud de reja	B/L	-
Ratio ancho de barrote/ancho hueco	b_w/b_l	-
Viscosidad dinámica	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Tensión superficial	σ	MT^{-2}
Densidad	ρ	ML^{-3}
Aceleración gravedad	$1/g$	$L^{-1}T^2$
Pendiente longitudinal de la reja	$\tan\theta$	-
Coefficiente descarga estático	C_{q0}	-
Coefficiente de descarga en función de la altura de energía	C_{qH}	-

Se eliminan la variable B/L dado que se considera que una vez incluida la viscosidad dinámica se recoge la influencia de dicho efecto. Del mismo modo también se elimina la variable de la pendiente de la reja, $\tan\theta$, por estar incluido su efecto en el parámetro $1/g$ que recoge la acción de la gravedad y la tensión superficial, σ . Así, la ec. (4.3) anterior queda:

$$f\left(U_0, h_0, H_0, \frac{b_w}{b_l}, \mu, \sigma, \rho, \frac{1}{g}, C_{q0}, C_{qH}\right) = 0 \quad (4.4)$$

A continuación se propone aplicar el teorema Π de Buckingham para encontrar un número reducido de parámetros adimensionales, en base a los cuales se podrá conducir una experimentación más razonable y ordenada. Así, para la ec. (4.4) tenemos $N = 10$ variables y $K = 3$ variables independientes (masa, longitud y tiempo), con lo cual podremos reducir el problema a 7 variables adimensionales (Buckingham, 1914). Elegimos las variables independientes ρ, U_0, h_0 .

De esta forma quedará una función del tipo:

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \Pi_6, \Pi_7) = 0 \quad (4.5)$$

Pasamos a calcular cada uno de los números adimensionales:

i) Variable Π_1 :

$$\Pi_1 = \rho^{x_1} U_0^{x_2} h_0^{x_3} H_0 \rightarrow [M^0 L^0 T^0] = [ML^{-3}]^{x_1} [LT^{-1}]^{x_2} [L]^{x_3} [L] \quad (4.6)$$

$$M : 0 = x_1$$

$$L : 0 = -3x_1 + x_2 + x_3 + 1$$

$$T : 0 = -x_2$$

Así queda:

$$\Pi_1 = \frac{H_0}{h_0}$$

ii) Variable Π_2 :

$$\Pi_2 = \frac{b_w}{b_1}$$

iii) Variable Π_3 :

$$\Pi_3 = \rho^{x_1} U_0^{x_2} h_0^{x_3} \mu \rightarrow [M^0 L^0 T^0] = [ML^{-3}]^{x_1} [LT^{-1}]^{x_2} [L]^{x_3} [ML^{-1}T^{-1}] \quad (4.7)$$

$$M : 0 = x_1 + 1$$

$$L : 0 = -3x_1 + x_2 + x_3 - 1$$

$$T : 0 = -x_2 - 1$$

$$\Pi_3 = \frac{\mu}{\rho U_0 h_0} = \frac{1}{R_e}$$

iv) Variable Π_4 :

$$\Pi_4 = \rho^{x_1} U_0^{x_2} h_0^{x_3} \sigma \rightarrow [M^0 L^0 T^0] = [ML^{-3}]^{x_1} [LT^{-1}]^{x_2} [L]^{x_3} [MT^{-2}] \quad (4.8)$$

$$M : 0 = x_1 + 1$$

$$L : 0 = -3x_1 + x_2 + x_3$$

$$T : 0 = -x_2 - 2$$

$$\Pi_4 = \frac{\sigma}{\rho U_0^2 h_0} = \frac{1}{W_{e0}}$$

v) Variable Π_5 :

$$\Pi_5 = \rho^{x_1} U_0^{x_2} h_0^{x_3} g \rightarrow [M^0 L^0 T^0] = [ML^{-3}]^{x_1} [LT^{-1}]^{x_2} [L]^{x_3} [L^{-1}T^2] \quad (4.9)$$

$$M : 0 = x_1$$

$$L : 0 = -3x_1 + x_2 + x_3 - 1$$

$$T : 0 = -x_2 + 2$$

Así queda:

$$\Pi_5 = \frac{U_0^2}{gh_0} = Fr_0^2$$

vi) Variable Π_6 :

$$\Pi_6 = C_{q0}$$

vii) Variable Π_7 :

$$\Pi_7 = C_{qH}$$

De esta forma podremos expresar:

$$f\left(\frac{H_0}{h_0}, \frac{b_w}{b_1}, \frac{\mu}{\rho V_0 h_0}, \frac{\rho U_0^2 h_0}{\sigma}, \frac{U_0^2}{gh_0}, C_{q0}, C_{qH}\right) = 0 \quad (4.10)$$

En el siguiente apartado se van a representar gráficamente cada una de las variables adimensionales respecto a la variable C_{qH} con la intención de poder establecer relaciones lineales entre ellas.

4.2.1 Valores de C_{qH} obtenidos de la bibliografía y de la campaña experimental respecto a las variables dimensionales

Los valores de C_{qH} utilizados en el presente apartado han sido recopilados de una serie de artículos como en el caso de Garot (1939); Orth (1954); Mostkow (1957); Brunella et al. (2003); Jiménez y Vargas (2006); Righetti y Lanzoni (2008); Castillo y Carrillo (2013), Castillo et al. (2014), Castillo y Carrillo (2014a, b, c), Castillo et al. (2015), así como los medidos en el laboratorio de la UPCT.

Para su obtención ha sido necesario que los artículos recogieran una serie de datos como el calado a la entrada de la reja, h_0 , o bien el número de Froude, Fr_0 ; el caudal entrante, q_1 ; la longitud de reja mojada; así como el tipo de barras, sus dimensiones y el espaciamiento entre barrotos. A partir de éstos se ha aplicado la ecuación (4.1) y se ha calculado el valor de C_{qH} equivalente y constante a lo largo de toda la reja. Los 164 valores de que se dispone se recogen en la Figura 4.4 y se presentan en función del índice de huecos de la reja.

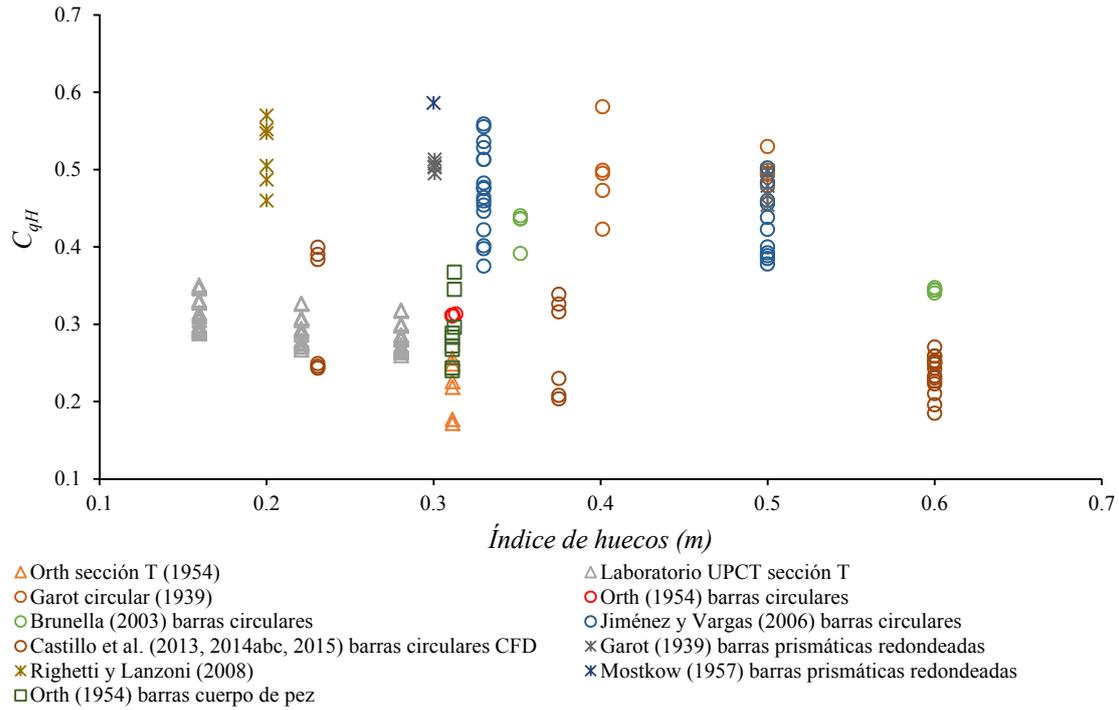


Figura 4.4. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejillas y condiciones respecto al índice de huecos, m .

En la Figura 4.4 se observa como al variar el tipo de barras, el índice de hueco y las condiciones de aproximación del flujo se obtienen distintos coeficientes de descarga C_{qH} . Se puede observar que el índice de huecos va de 0.17 a 0.60 y los coeficientes de descarga C_{qH} varían entre 0.17 y 0.60. En la figura se han representado un total de 164 puntos, de los que 65 corresponden a barras con sección T; 82 a barras con sección circular; 17 a barras prismáticas con coronación redondeada. A partir de estos puntos se tratará de lograr un ajuste para poder construir un ábaco que permita seleccionar un valor de C_{qH} en función del tipo de barra, el espaciamiento, las condiciones de aproximación del flujo y el caudal, que nos permitirá calcular la longitud de reja necesaria.

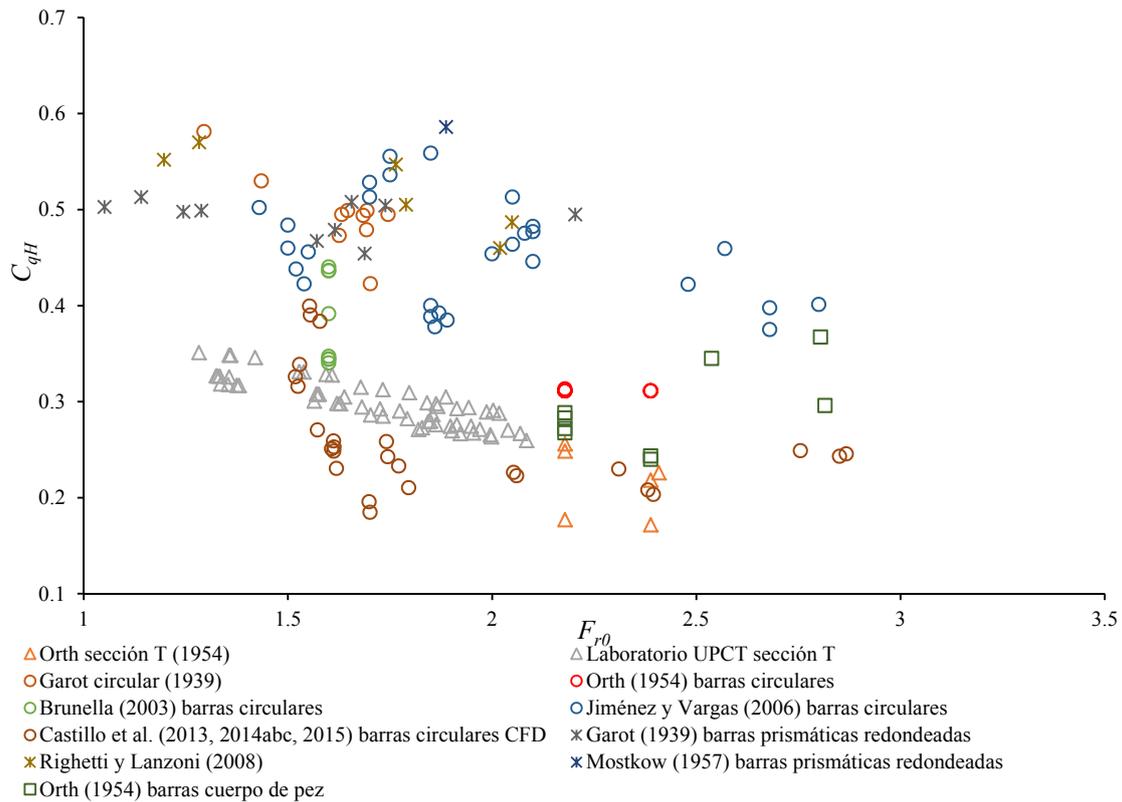


Figura 4.5. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejillas y condiciones respecto al número de Froude, F_{r0} .

La figura 4.5 muestra el rango de números de Froude medidos, al inicio de la rejilla, en los diversos trabajos consultados. Éstos varían entre 1 y 3.

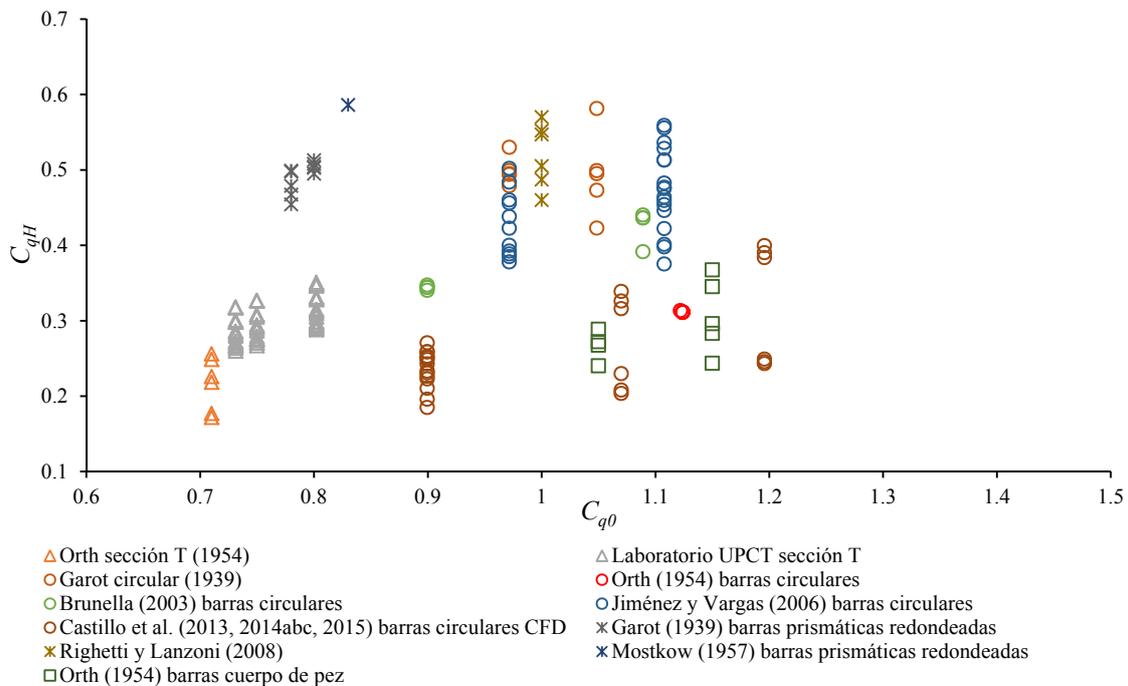


Figura 4.6. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejillas y condiciones respecto al coeficiente de descarga estático, C_{q0} .

La figura 4.6 muestra el rango de coeficientes de descarga estáticos medidos, al inicio de la reja, en los diversos trabajos consultados. Éstos varían entre 0.7 y 1.2.

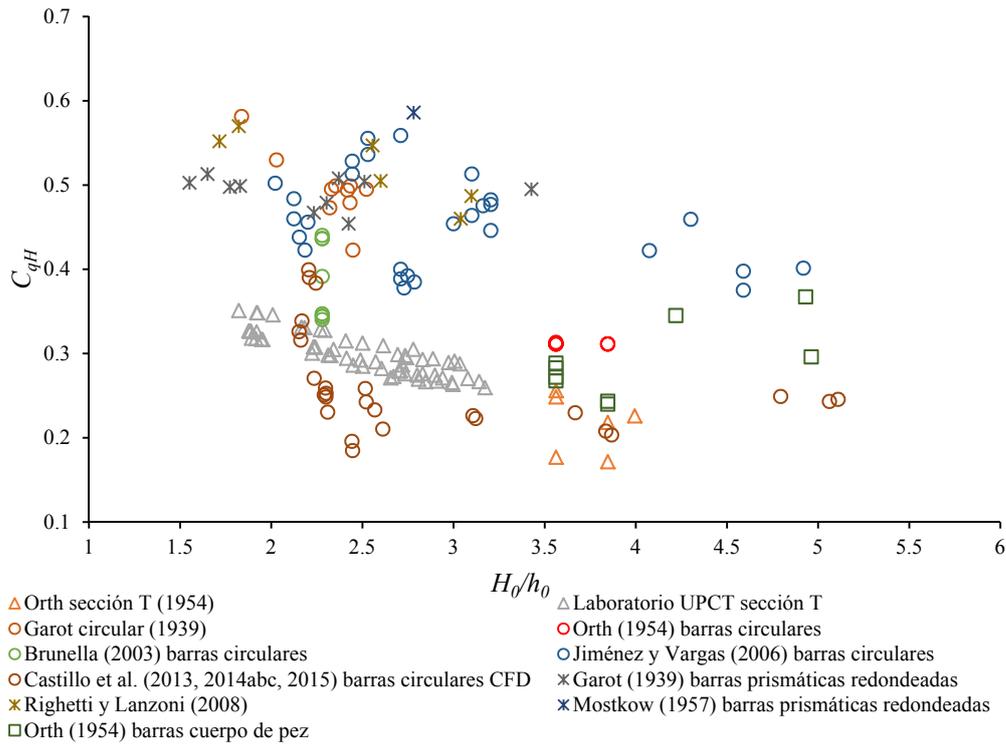


Figura 4.7. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejas y condiciones respecto a la relación H_0/h_0 .

La figura 4.7 muestra el rango de las relaciones H_0/h_0 medidos, al inicio de la reja, en los diversos trabajos consultados. Éstos varían entre 1.5 y 5.5.

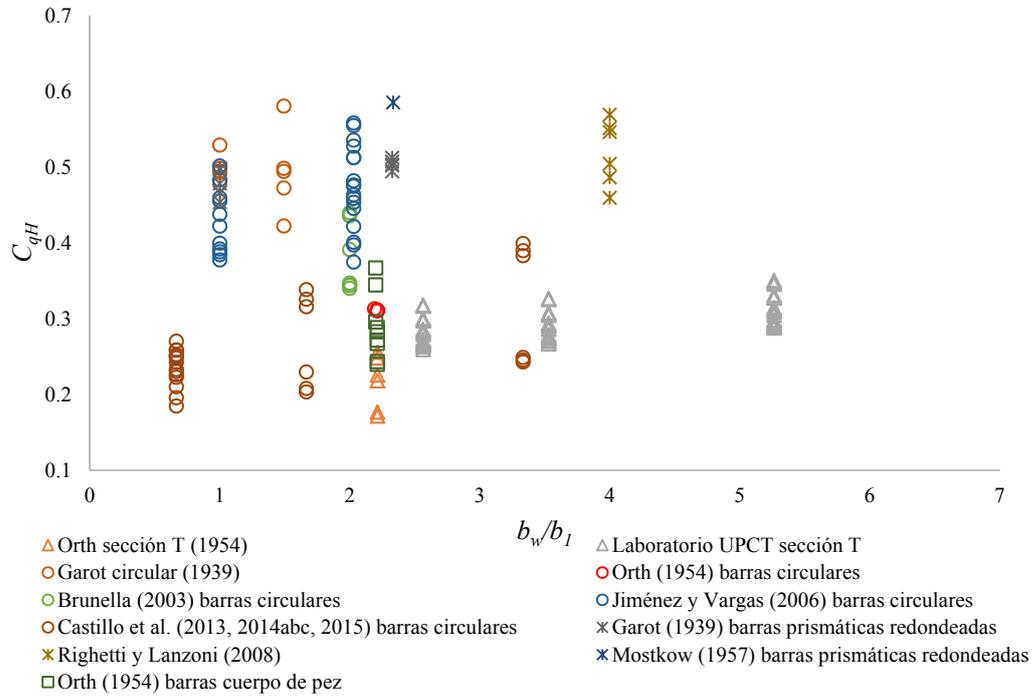


Figura 4.8. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejjas y condiciones respecto a la relación b_w/b_l .

La figura 4.8 muestra el rango de las relaciones b_w/b_l medidos, al inicio de la rejja, en los diversos trabajos consultados. Éstos varían entre 0.66 y 5.26.

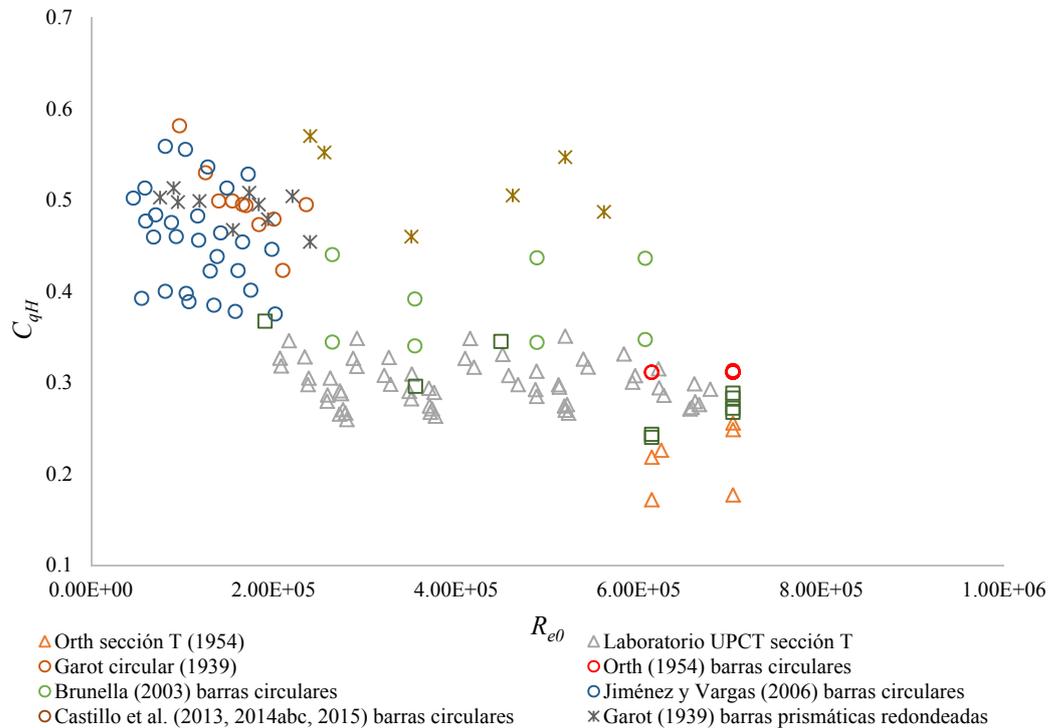


Figura 4.9. Valores de C_{qH} calculados para diversos tipos de rejjas y condiciones respecto al número de Reynolds, Re_0 .

La figura 4.9 muestra el rango de los números de Reynolds medidos, al inicio de la rejja, en los diversos trabajos consultados. Éstos varían entre $4.64E+04$ y $7.03E+05$.

Para el rango de valores analizados, y a la vista de los valores ajustados que se presentan en la tabla 4.2, podemos observar que aunque el exponente del número de Reynolds ($f = 0.72$) es mayor que el del número de Froude ($l = -0.6$) y que el del número de Weber ($j = -0.3$); sin embargo su coeficiente es muy pequeño ($e = -0.00001$), con lo cual su influencia en el ajuste es mínima. La influencia del número de Froude es mucho mayor que la de otros números adimensionales como el número de Weber o la de la relación (H_0/h_0).

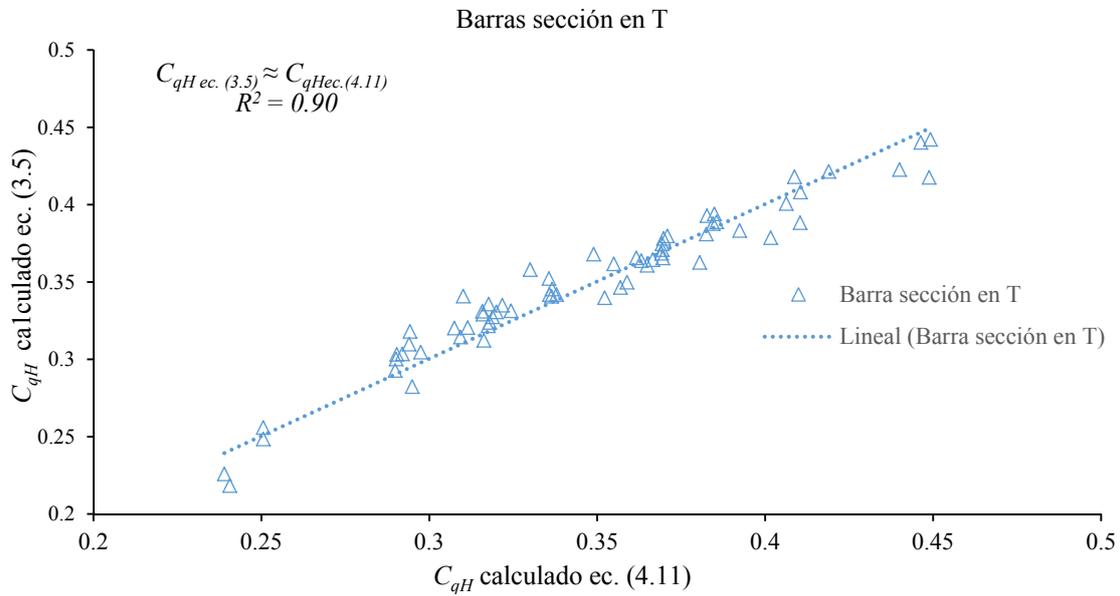


Figura 4.11. Valores de C_{qH} obtenidos mediante la ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante el ajuste de la ec. (4.11) con los coeficientes de la tabla 4.2.

Para el caso de las barras con sección circular se obtiene:

Tabla 4.3. Coeficientes de la ecuación (4.11) para las barras de sección circular.

a^*	b^*	c^*	d^*	e^*	f^*	i^*	j^*	k^*	l^*	n^*	p^*	q^*	r^*
1	-0.3	0.3	0.8	-0.00001	0.72	11	-0.3	20	-0.6	3.8	1.5	-29.25	0.377

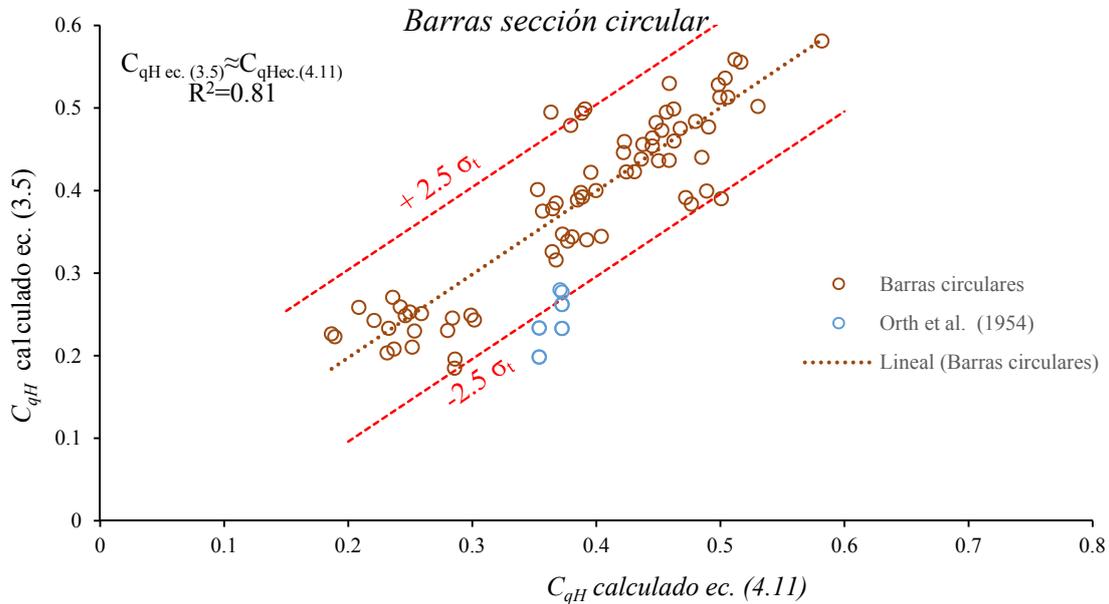


Figura 4.12. Valores de C_{qH} obtenidos mediante la ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante el ajuste de la ec. (4.11) con los coeficientes de la tabla 4.3.

En el ajuste se han omitido los diez puntos calculados a partir de los gráficos de Orth (1954), a partir de figuras como la 1.24, debido a que arrojan valores de C_{qH} que superan la banda de $\pm 2.5\sigma_t$, siendo σ_t la desviación estándar de la serie $abs(C_{qH ec. (3.5)} - C_{qH ec. (4.11)})$. Se han omitido 10 valores y el ajuste se ha realizado por tanto un nuevo ajuste para los 72 puntos restantes.

Para el caso de las barras con sección prismática redondeadas en coronación se obtiene:

Tabla 4.4. Coeficientes de la ecuación (4.11) para las barras de sección prismática redondeada en coronación

a^*	b^*	c^*	d^*	e^*	f^*	i^*	j^*	k^*	l^*	n^*	p^*	q^*	r^*
1	-0.3	0.7	0.8	-0.00001	0.72	11	-0.3	20	-0.6	3.8	1.5	-71.15	1.622

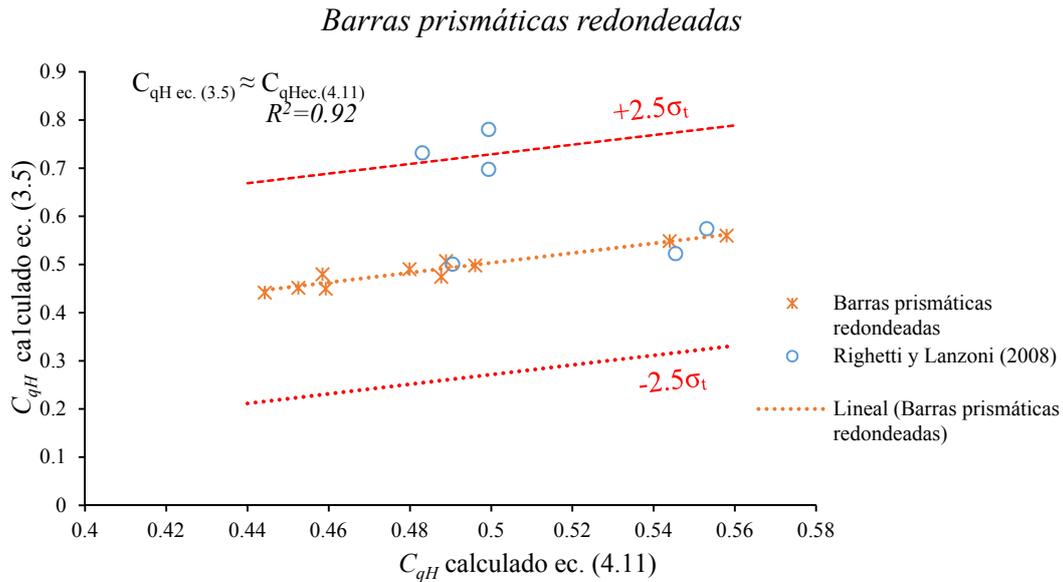


Figura 4.13. Valores de C_{qH} obtenidos mediante la ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante el ajuste de la ec. (4.11) con los coeficientes de la tabla 4.4.

Finalmente para el presente ajuste se han omitido los seis puntos calculados a partir de los valores presentados por Righetti y Lanzoni (2008) dado que arrojan valores de C_{qH} que superan la banda de $\pm 2.5\sigma_t$. El ajuste se realiza por tanto con un total de 11 puntos.

De forma conjunta se puede presentar todos los puntos anteriores para comprobar la bondad del ajuste mediante bandas de $\pm 20\%$ de ajuste (Figura 4.14).

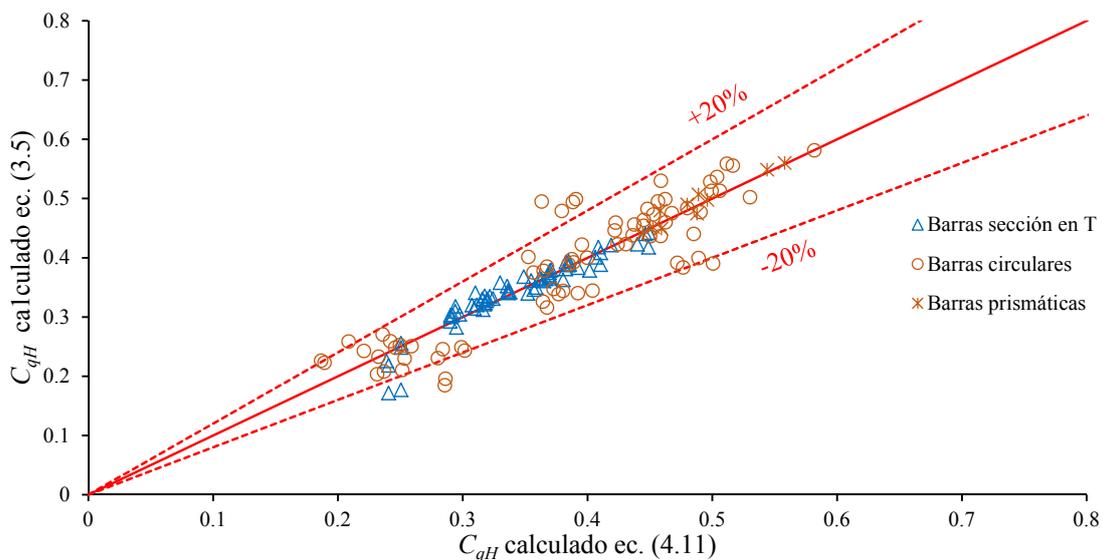


Figura 4.14. Bondad del ajuste mediante bandas de $\pm 20\%$ entre C_{qH} ec. (3.5) comparados con los obtenidos mediante ec. (4.11).

Del ajuste obtenido se observa que los coeficientes de cada variable adimensional son los mismos independientemente del tipo de barras, entre sección en T circular y prismática con coronación redondeada, así como para una geometría distinta.

Para el ajuste de la ecuación 4.12 y los coeficientes que aparecen en las tablas 4.3, 4.4 y 4.5, se realiza un análisis de sensibilidad. Las figura 4.15 a 4.17 muestran la sensibilidad del coeficiente de descarga, C_{qH} calculado mediante la ecuación 4.12 frente a la variación de diversos parámetros adimensionales como el número de Froude, Reynolds o Weber determinados al inicio de la reja. Para cuantificar dicha sensibilidad se ha utilizado un índice de sensibilidad a partir de la derivada (Hall et al. 2009) definido en la ecuación (4.12) siguiente:

$$S_i = \frac{\partial C_{qH}}{\partial \Pi_i} \quad (4.12)$$

Donde S_i es el parámetro de sensibilidad donde el subíndice i así como Π_i representa a cada una de las variables adimensionales que aparecen en la ecuación (4.10) y (4.11).

En la figura 4.15 se observa que el ajuste de C_{qH} presenta una elevada sensibilidad a variaciones del parámetro F_{r0} , sobre todo para valores de Froude moderados y que como se observa disminuye conforme se incrementa el valor del número de Froude. Esto mismo se observa con el parámetro H_0/h_0 . Para el caso del número de Reynolds se observa como el ajuste presenta una sensibilidad baja para valores moderados del número de Reynolds al inicio de la reja a la vista de la figura 4.16. Algo parecido se observa en la figura 4.17 donde variaciones importantes del número de Weber no suponen apenas variaciones en el coeficiente de descarga, C_{qH} .

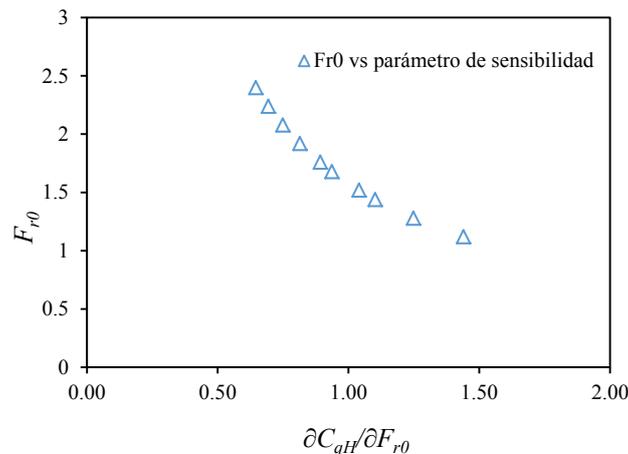


Figura 4.15. Valores del número de Froude al inicio de la reja, F_{r0} , frente a la relación entre la variación del coeficiente de descarga, C_{qH} respecto a la variación del número de Froude, F_{r0} .

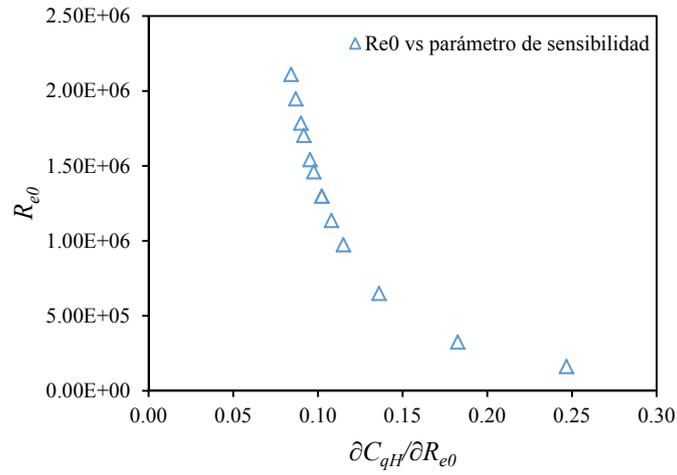


Figura 4.16. Valores del número de Reynolds al inicio de la reja, Re_0 , frente a la relación entre la variación del coeficiente de descarga, C_{qH} respecto a la variación del número de Froude, Re_0 .

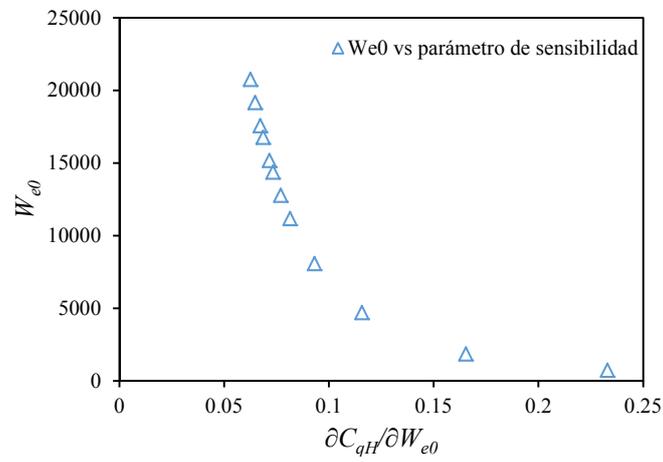


Figura 4.17. Valores del número de Weber al inicio de la reja, We_0 , frente a la relación entre la variación del coeficiente de descarga, C_{qH} respecto a la variación del número de Froude, We_0 .

4.4 Construcción de un ábaco para la selección de C_{qH}

Una vez ajustado el valor de C_{qH} se plantea un ábaco que facilite la obtención de dicho coeficiente. Para ello se establecen gráficos en los que se diferenciará el índice de huecos m , el número de Froude a la entrada a la reja F_{r0} , y el caudal q_1 .

Para ello en primer lugar fijamos los valores de b_l , b_w , con lo que obtenemos m .

Tabla 4.5. Índices de hueco propuestos

b_w (m)	b_l (m)	m	C_{q0} (circular)	C_{q0} (barras prismáticas)	C_{q0} (sección en T)
0.15	0.0643	0.3	1.133	0.913	0.715
0.15	0.100	0.4	1.049	0.845	0.662
0.15	0.150	0.5	0.971	0.782	0.613
0.15	0.225	0.6	0.899	0.724	0.567

A continuación seleccionamos los valores de F_{r0} del flujo al inicio de reja, que en base a la experiencia habitual es que se tenga: 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8 y 2.

Elegiremos ahora los caudales específicos de cálculo que irán desde $q_1 = 0.07$ hasta $2 \text{ m}^3/\text{sm}$.

Así obtendremos, para cada tipo de barra los siguientes ábacos:

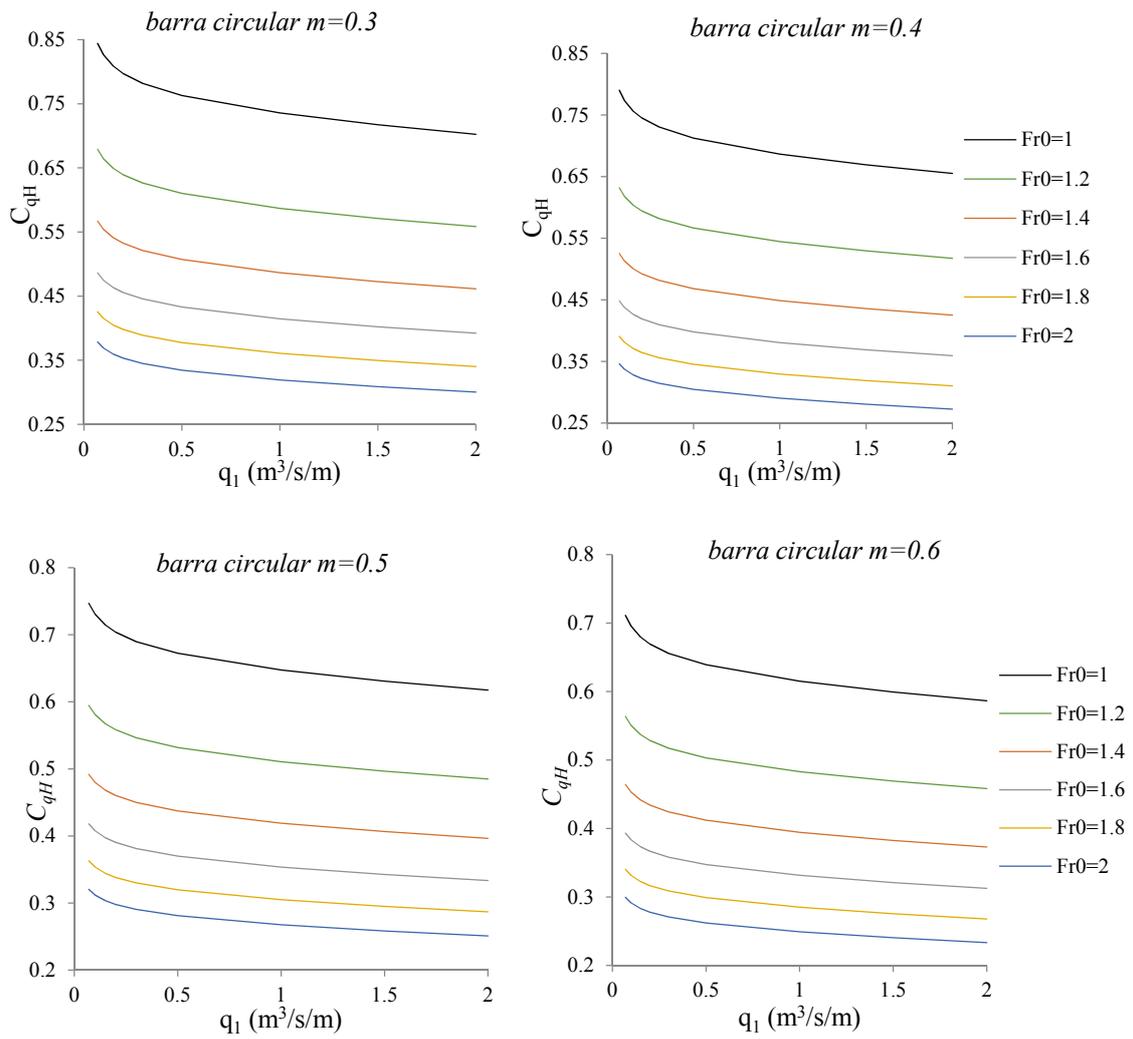


Figura 4.18. Ábacos para barras circulares.

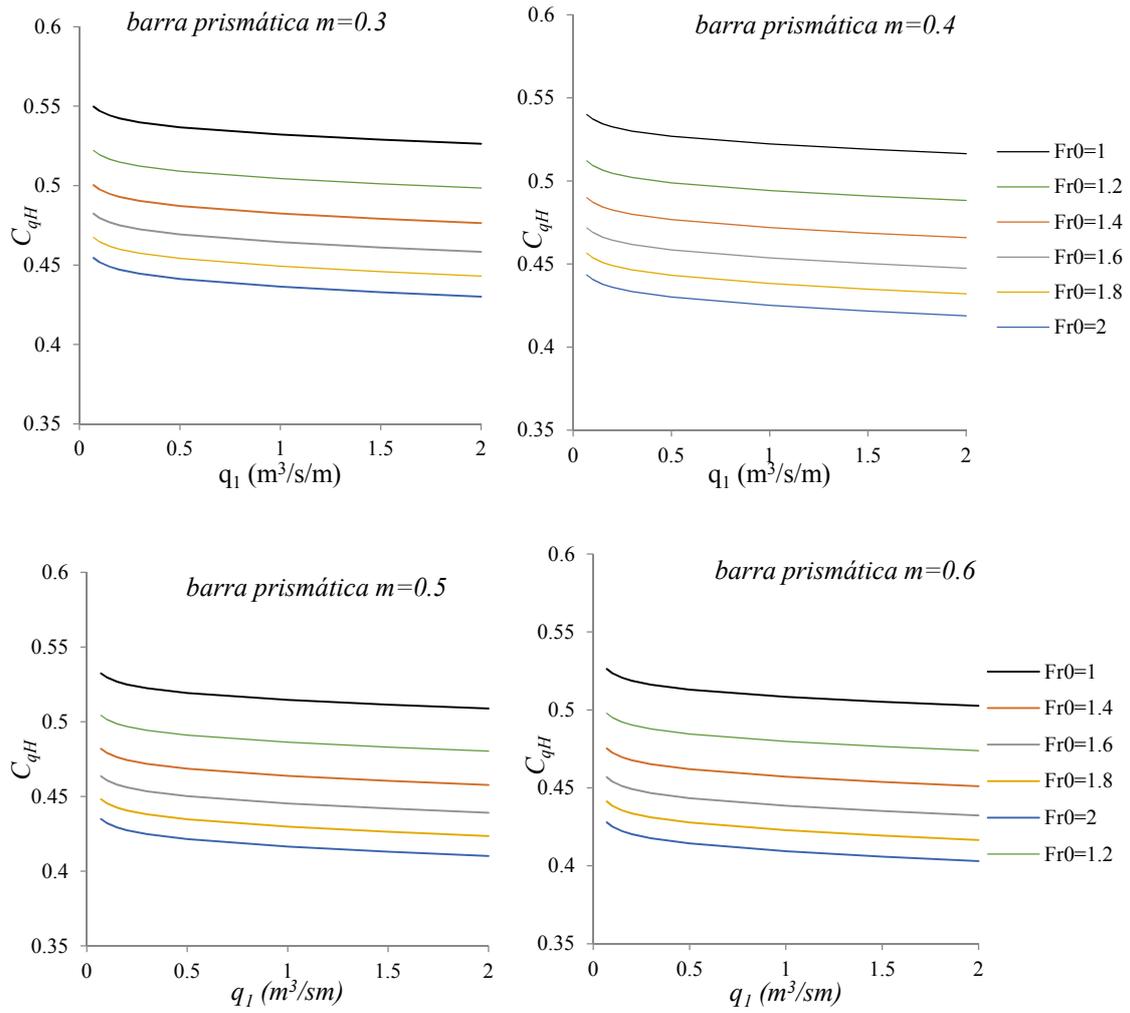


Figura 4.19. Ábacos para barras prismáticas redondeadas en coronación.

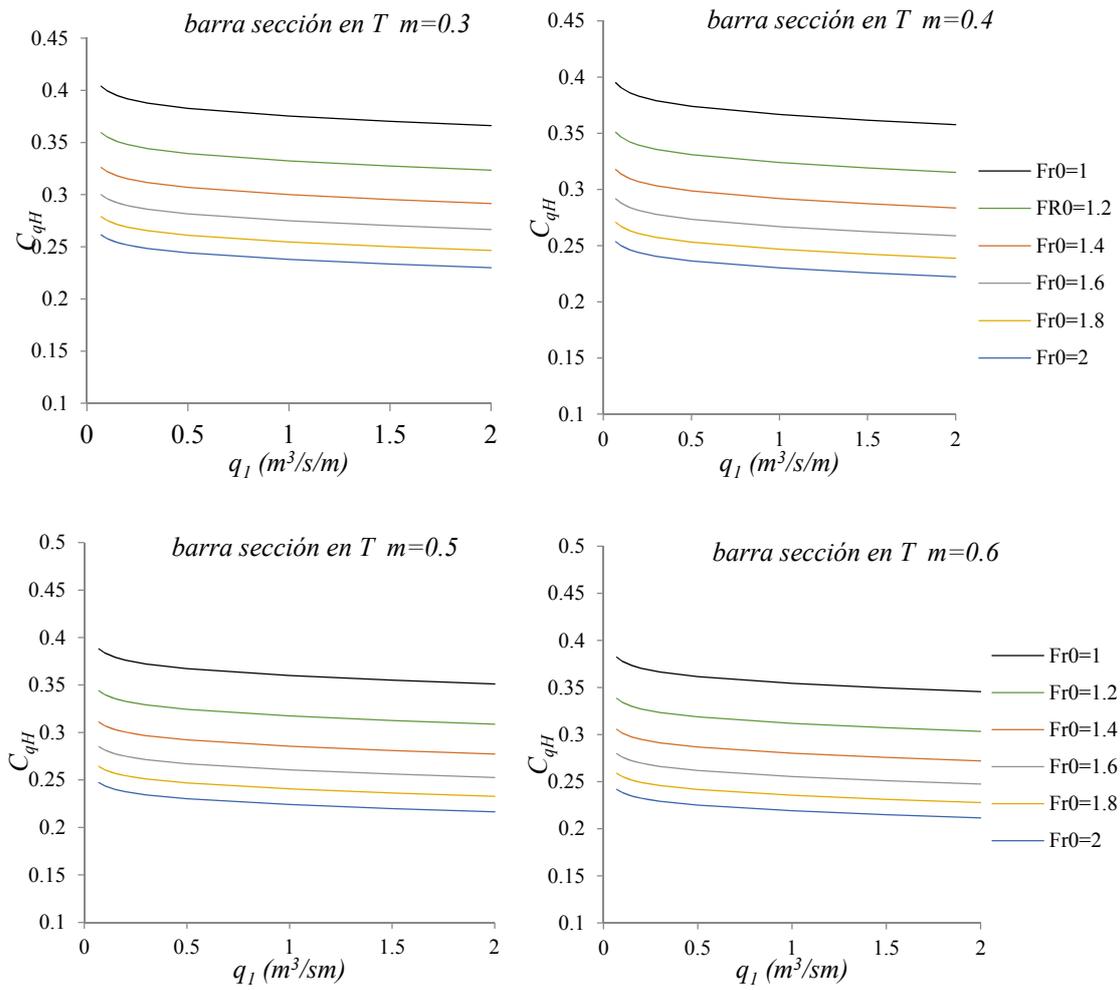


Figura 4.20. Ábacos para barras con sección en T.

4.5 Aplicación del ábaco para el cálculo de las longitudes de reja

Una de los intereses principales a la hora de diseñar un sistema de captación de fondo está en conocer la longitud de reja necesaria para captar un determinado caudal. A partir de los ábacos ajustados en el presente capítulo se ha determinado la longitud de reja para los casos de barras planas e índice de huecos $m = 0.3$ con números de Froude de aproximación de $F_{r0} = 1, 1.4$ y 1.8 . Los valores obtenidos se comparan con los obtenidos mediante el uso del coeficiente de descarga (ec. 3.4) y resolviendo la ecuación (1.41) para el caso de pendiente longitudinal horizontal. Para obtener la longitud de reja a partir del valor del ábaco, C_{qH} , adoptado como constante a lo largo de toda la reja se aplica la ecuación (4.1).

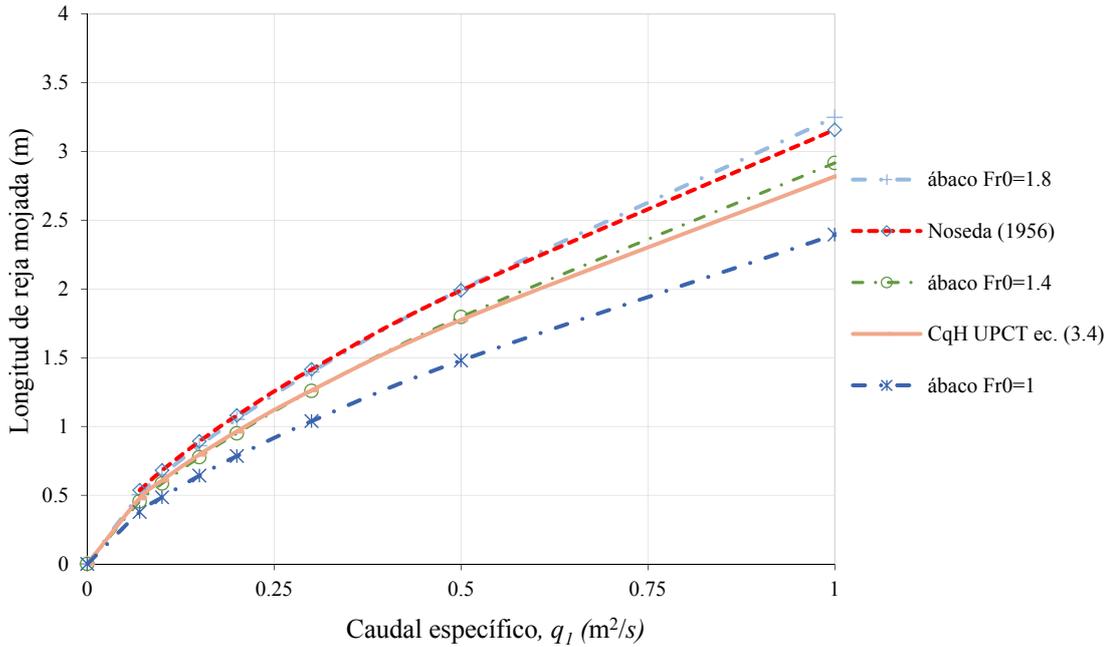


Figura 4.21. Longitudes de reja, barras planas, calculadas en función del caudal específico de captación haciendo uso del ábaco de la figura 4.20 para un índice de huecos $m = 0.3$ y diversos números de Froude, $F_{r0} = 1; 1.4$ y 1.8 comparados con la longitud de reja calculada mediante el coeficiente de descarga para la pendiente horizontal.

A la vista de la figura 4.21 se observa que la longitud de reja según la ecuación (3.3), para el caso de pendiente horizontal, se ajustan a los calculados mediante el ábaco para el caso de número de Froude al inicio de la reja de $F_{r0} = 1.4$, lo cual corrobora lo medido en el laboratorio de Hidráulica de la UPCT. No así la longitud propuesta por Noseda (1956) en la ecuación (1.20) que arroja valores más elevados y que se ajustan al caso del $F_{r0} = 1.8$. En el gráfico también se observa que al aumentar el número de Froude al inicio de la reja, la longitud de reja necesaria para derivar un determinado caudal aumenta, lo cual también está relacionado con la pendiente. De hecho se presenta en el apartado siguiente la relación entre la pendiente de la reja y el número de Froude a la entrada de la reja, para las mediciones realizadas en el laboratorio de la UPCT.

Para el caso de barras circulares, índice de huecos $m = 0.6$ y la pendiente longitudinal del 20% se parte de la figura 1.22 anterior, añadiendo los valores calculados mediante los ábacos presentados en la figura 4.18. Todos los resultados se presentan en una nueva figura 4.22 a continuación. En dicha figura 4.22 se añaden las longitudes obtenidas mediante el ábaco presentado en la figura 4.15 y para los números de Froude al inicio de la reja, $F_{r0} = 1; 1.2; 1.4$ y 1.8 . En dicha figura se puede observar cómo las longitudes calculadas para el $F_{r0} = 1.8$ se

aproximan a los valores obtenidos para la formulación de L2 propuesta por Drobir (1999). Mientras las longitudes propuestas por Drobir (1981), Frank, Nosedá (1956), Bouvard Kuntzmann (1954) y Krochin (1978) con un factor de oclusión $f=0$, arrojan valores mayores de los obtenidos mediante el ábaco. En base a las mediciones realizadas en el laboratorio de la UPCT el $Fr_0 = 1.8$ se aproxima al valor medido al inicio de la reja para la pendiente longitudinal del 20%. Las longitudes propuestas por Brunella et al (2003) se aproximan a los valores del $Fr_0 = 1.8$ para caudales de hasta $1 \text{ m}^2/\text{s}$.

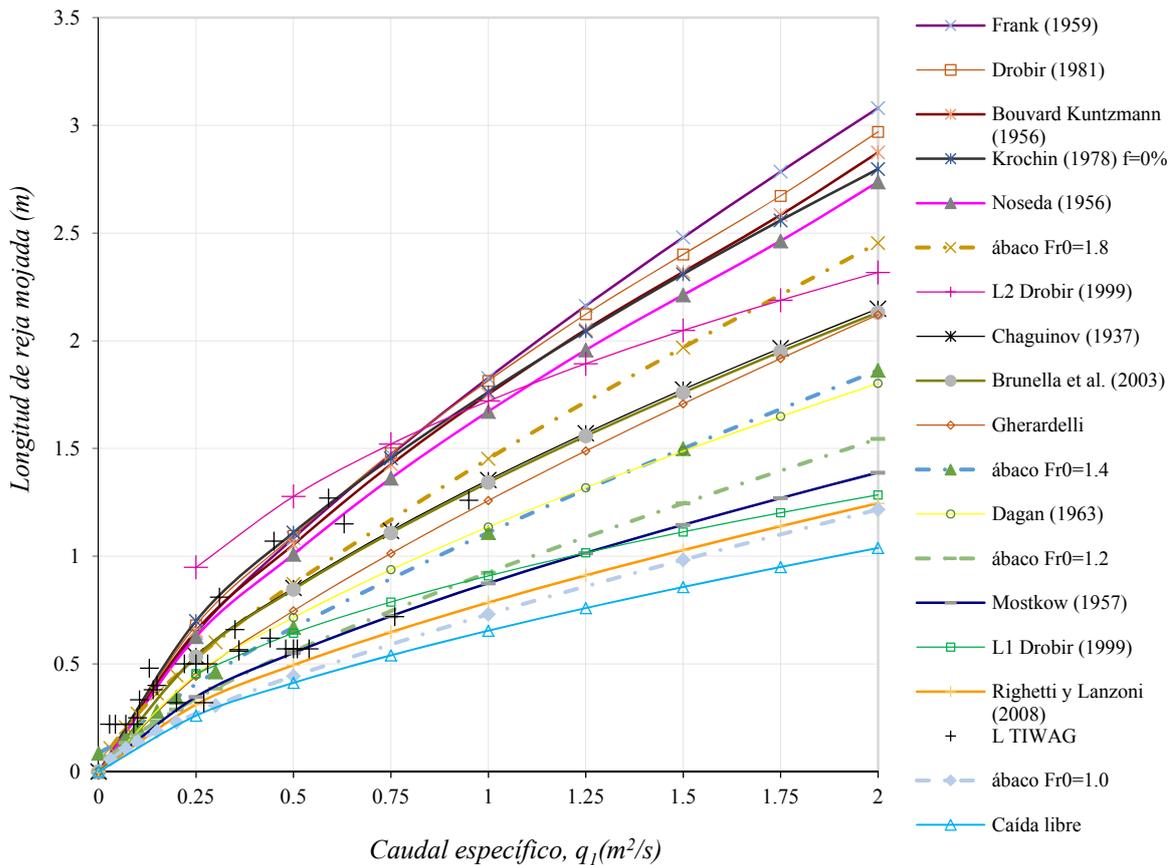


Figura 4.22. (Antigua figura 1.22.) Longitudes de reja para barras circulares calculadas en función del caudal específico de captación con metodologías cuya hipótesis de línea de energía es paralela a la reja de fondo, $m = 0.6$ y pendiente del 20% a la que se ha añadido las longitudes calculadas mediante el ábaco propuesto en la figura 4.9 para los números de Froude al inicio $Fr_0 = 1.2, 1.4$ y 1.8 .

4.6 Relación entre la pendiente longitudinal de la reja y una potencia unitaria de flujo efectivo, P_{ufe}

Para el caso de las mediciones realizadas en el laboratorio de Hidráulica de la UPCT se presentan a continuación los valores de calado medido al inicio de la reja adimensionalizados con calado crítico, h_0/h_c , respecto a un factor de potencia unitaria efectiva, P_{ufe} (ec. (4.13)). A partir de los datos medidos se lleva a cabo un primer ajuste polinómico del calado crítico adimensionalizado en función de la potencia unitaria efectiva que alcanza una correlación $R^2 = 0.77$. A partir de este primer ajuste se calcula la serie $abs(h_0/h_c \text{ ajustado} - h_0/h_c \text{ medido})$ y se calcula su desviación estándar, σ , eliminando los valores que quedan fuera de la banda $\pm 2.0\sigma$. Una vez eliminados dichos puntos se realiza un segundo ajuste polinómico que alcanza una correlación $R^2 = 90$ y que se presenta en la ecuación (4.14). Dicha ecuación permite calcular el calado al inicio de la reja para cada caudal y pendiente.

$$P_{ufe} = \left(\frac{q_1 \tan\theta}{m} \right)^{0.5} \quad (4.13)$$

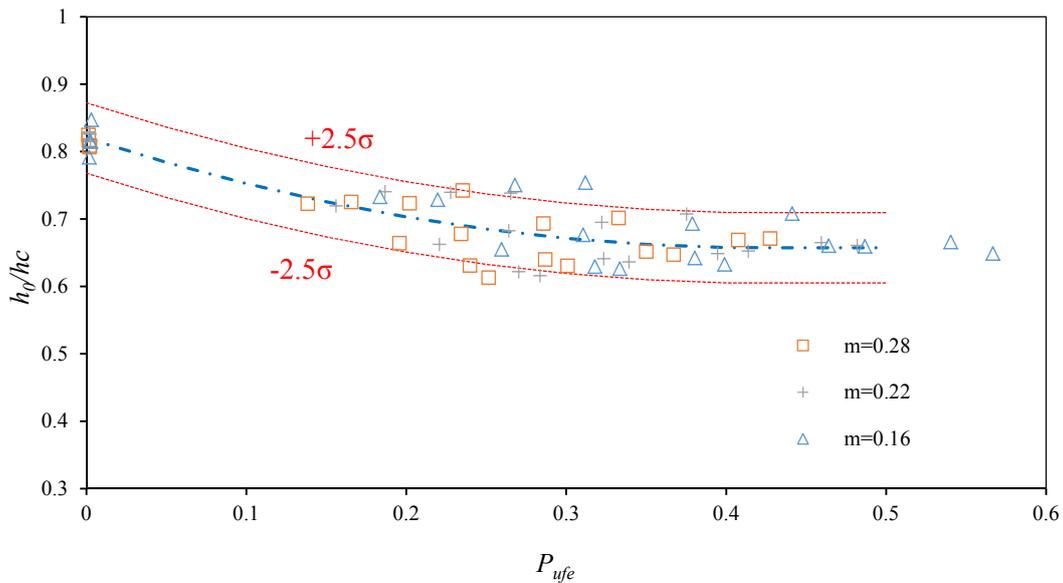


Figura 4.23. Ajuste de la relación h_0/h_c en función de P_{ufe}

$$\frac{h_0}{h_c} = 0.9P_{ufe}^2 - 0.77P_{ufe} + 0.82 \quad (4.14)$$

Así, una vez conocido el caudal de aproximación, q_1 y la pendiente de la reja, $\tan\theta$, a partir de la ecuación 4.14 se puede calcular el calado al inicio, h_0 , que permite calcular el número de Froude, F_{r0} para poder obtener el valor de C_{qH} mediante los ábacos. De esta forma se relaciona la pendiente de la reja con el número de Froude.

Capítulo 5 . INFLUENCIA DEL TRANSPORTE DE FONDO EN LOS SISTEMAS DE CAPTACIÓN. ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA OCLUSIÓN EN LAS REJAS.

5.1 Introducción

En la naturaleza, los caudales líquidos que atraviesan las rejatas arrastran importantes caudales sólidos cuyos tamaños pueden superar el espacio entre barrotes, b_j . En el Apartado 1.2.9.2 del Capítulo 1 se recogen las recomendaciones en el diseño las rejatas para evitar la obstrucción del espacio entre barrotes.

En el presente capítulo se recogen los resultados del trabajo experimental llevado a cabo en el laboratorio de Hidráulica de la UPCT para analizar el fenómeno de oclusión, a partir de un flujo con gravas cuyo d_{50} se aproxima al espacio entre las barras que forman la reja. La figura 5.1 muestra el estado de la reja, con parte de su área entre barrotes ocluida tras el paso de las gravas.

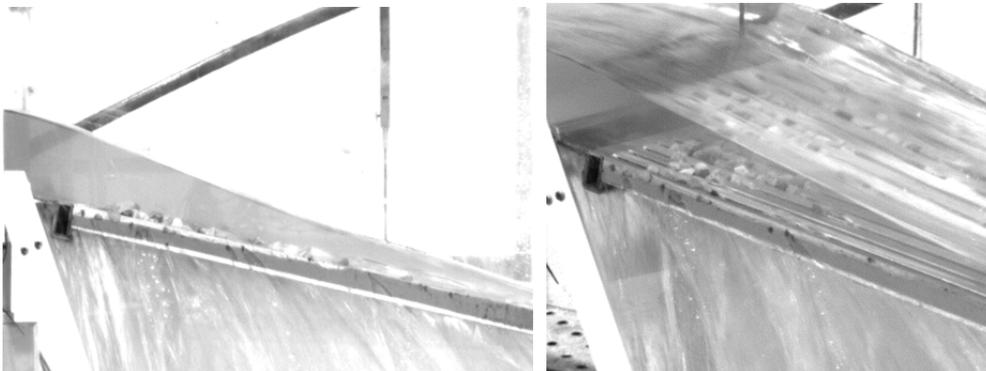


Figura 5.1. Ensayo con gravas sobre la reja del dispositivo físico del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena

Dentro de los objetivos del presente capítulo está reevaluar las recomendaciones existentes en lo que se refiere a la pendiente longitudinal óptima de la reja, así como el incremento de reja a considerar en el diseño para tener en cuenta la superficie de reja ocluida.

Se define el índice de huecos efectivo m' , respecto al inicial m , como la relación entre el área neta hueca, descontando el área obstruida, respecto al área total. A partir de dicho índice de huecos efectivo se calcula la longitud de reja necesaria para captar un determinado caudal teniendo en cuenta el efecto de oclusión de las gravas.

Un ajuste de la relación índice de huecos efectivo respecto al inicial m'/m , y en función de los parámetros hidráulicos definidos al inicio de la reja, permitirá calcular el índice de huecos

efectivo para múltiples caudales, determinando la longitud de reja mojada y su comparación con las propuestas por diversos trabajos anteriores (Frank, 1956; Noseda, 1956; Bouvard-Kunzmann, 1954; y Krochin, 1978).

También se recoge la definición de las áreas de deposición preferente, áreas de la reja en las que, debido a la curvatura de las líneas de corriente, las fuerzas que actúan sobre los materiales sólidos propician la oclusión puesto que permanecen sobre el espacio entre barrotes.

5.2 Descripción de la campaña experimental

La campaña experimental se ha llevado a cabo con tres materiales distintos clasificados como gravas cuyos diámetros característicos son: $d_{50} = 8.3$ mm (grava 1), $d_{50} = 14.8$ mm (grava 2) y $d_{50} = 22.0$ mm (grava 3). Las gravas 1 y 3 son redondeadas mientras la grava 2 posee caras de fractura. Las curvas granulométricas de dichos materiales se pueden ver en la figura 5.2.

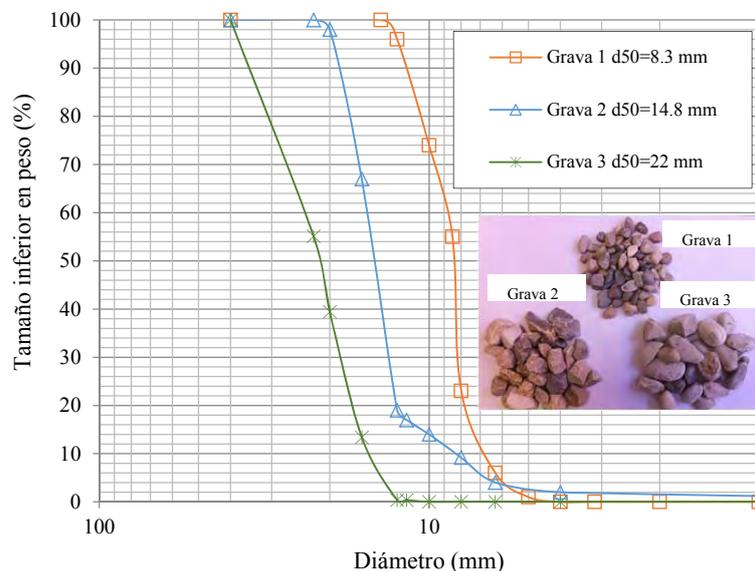


Figura 5.2. Curvas granulométricas de las gravas empleadas.

La reja de índice de huecos $m = 0.22$ se ensaya junto con la grava 1. Se consideran tres caudales específicos (77.0, 114.6, y 155.4 l/s/m), y diversas pendientes (0, 10, 20, 30, y 33%), lo cual da lugar a un total de 15 combinaciones posibles. La reja de índice de huecos $m = 0.28$ se ensaya con las gravas 2 y 3 para tres caudales específicos (114.6, 138.88 y 155.4 l/s/m) y utilizando las mismas configuraciones de pendiente que en el caso anterior, por lo que obtenemos 30 posibles combinaciones. Así, del total de 45 combinaciones repetiremos al menos cada una en una ocasión, por lo que tendremos un mínimo de 90 ensayos.

En cada ensayo el caudal de entrada se mantiene constante y se dosifica un total de 100 kg de grava con un caudal constante de $q_s = 0.33$ kg/s. El ensayo se ha prolongado hasta que todo el material sólido alcanza la reja. La duración ha variado entre 700 y 1620 segundos, para la pendiente del 33% y caudal de 155.4 l/s/m; así como pendiente horizontal y caudal de 77.0 l/s/m, respectivamente. El punto de entrada de los sólidos se sitúa al inicio del canal de aproximación, a una distancia de 5 m del inicio de la reja. Considerando el rango de caudales analizado, la concentración de sólidos en volumen varía entre 0.16 y 0.34%, dependiendo del flujo de agua clara ensayado. En la tabla 5.1 se presentan los coeficientes de forma de Zingg's (1938):

Tabla 5.1. Clasificación de Zingg's (1935) para la forma de las partículas que forman las gravas.

Descripción	d_{50} (mm)	Cuchilla	Disco	Barra	Esfera
Grava 1	8.30	5%	25%	30%	40%
Grava 2	14.80	5%	45%	15%	35%
Grava 3	22.00	8%	30%	19%	43%

Se observa un predominio de las formas esféricas para el caso de las gravas redondeadas 1 y 3 con un porcentaje del 40 y 43%, respectivamente y de los discos en la grava 2 con caras de fractura con un 45%. Estos mismos cálculos se realizarán en el siguiente apartado con los materiales que causan obstrucción sobre las rejillas.

5.3 Resultados obtenidos en la campaña experimental

5.3.1 Oclusión de las rejillas a lo largo del tiempo

Durante el ensayo se ha medido el perfil adoptado por la lámina de agua, así como los caudales captados y rechazados por la rejilla como reflejan las Figuras 5.3; 5.4 y 5.5, para las gravas 1, 2 y 3, respectivamente. Dichas figuras recogen la evolución en el tiempo del caudal rechazado por el sistema de captación en cada ensayo con gravas. Una de las observaciones a partir de este gráfico es que el caudal rechazado se estabiliza y se mantiene constante a partir de un cierto valor que, en cada caso, depende de la pendiente longitudinal adoptada por la rejilla.

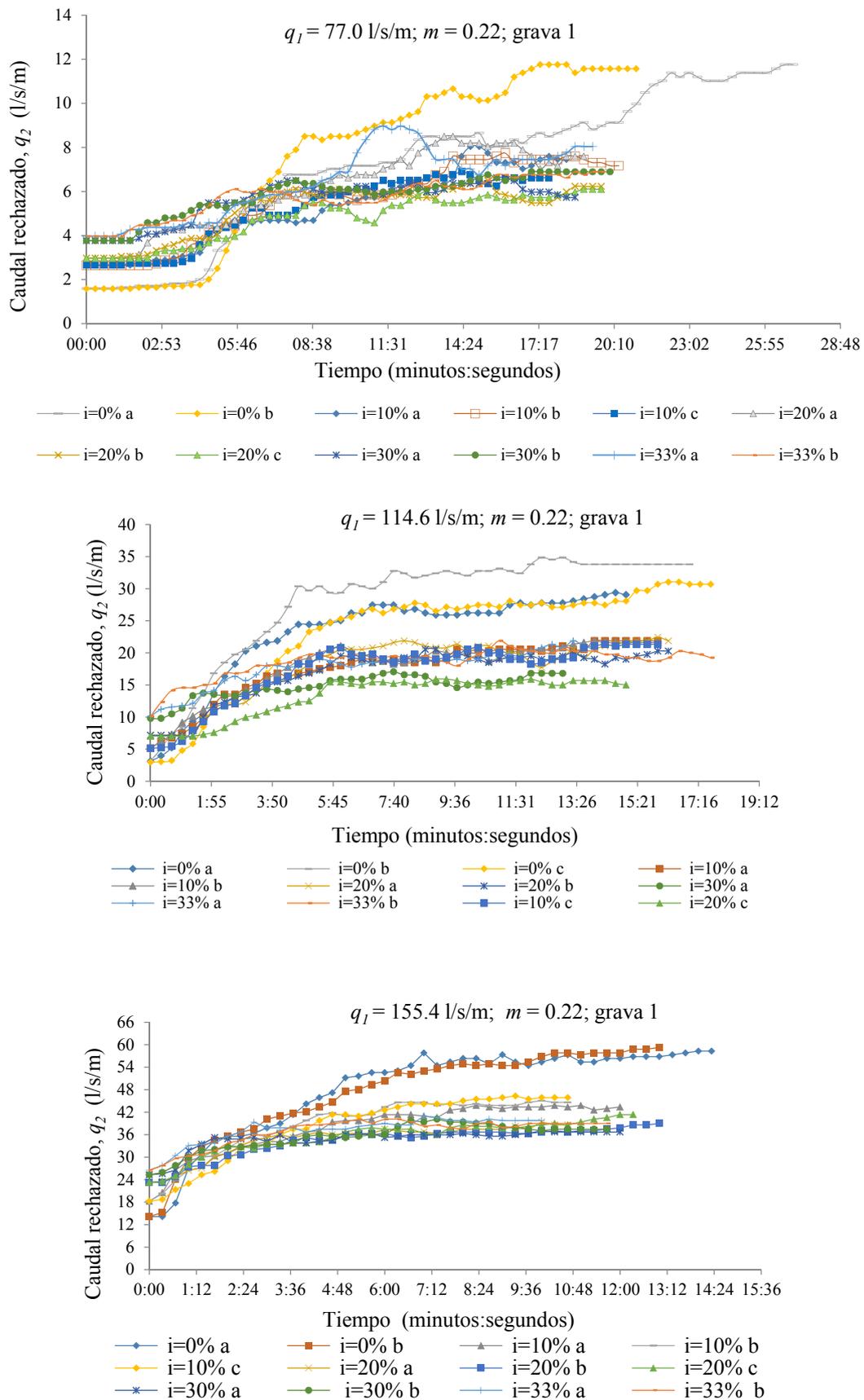


Figura 5.3. Evolución temporal del caudal rechazado para la grava 1.

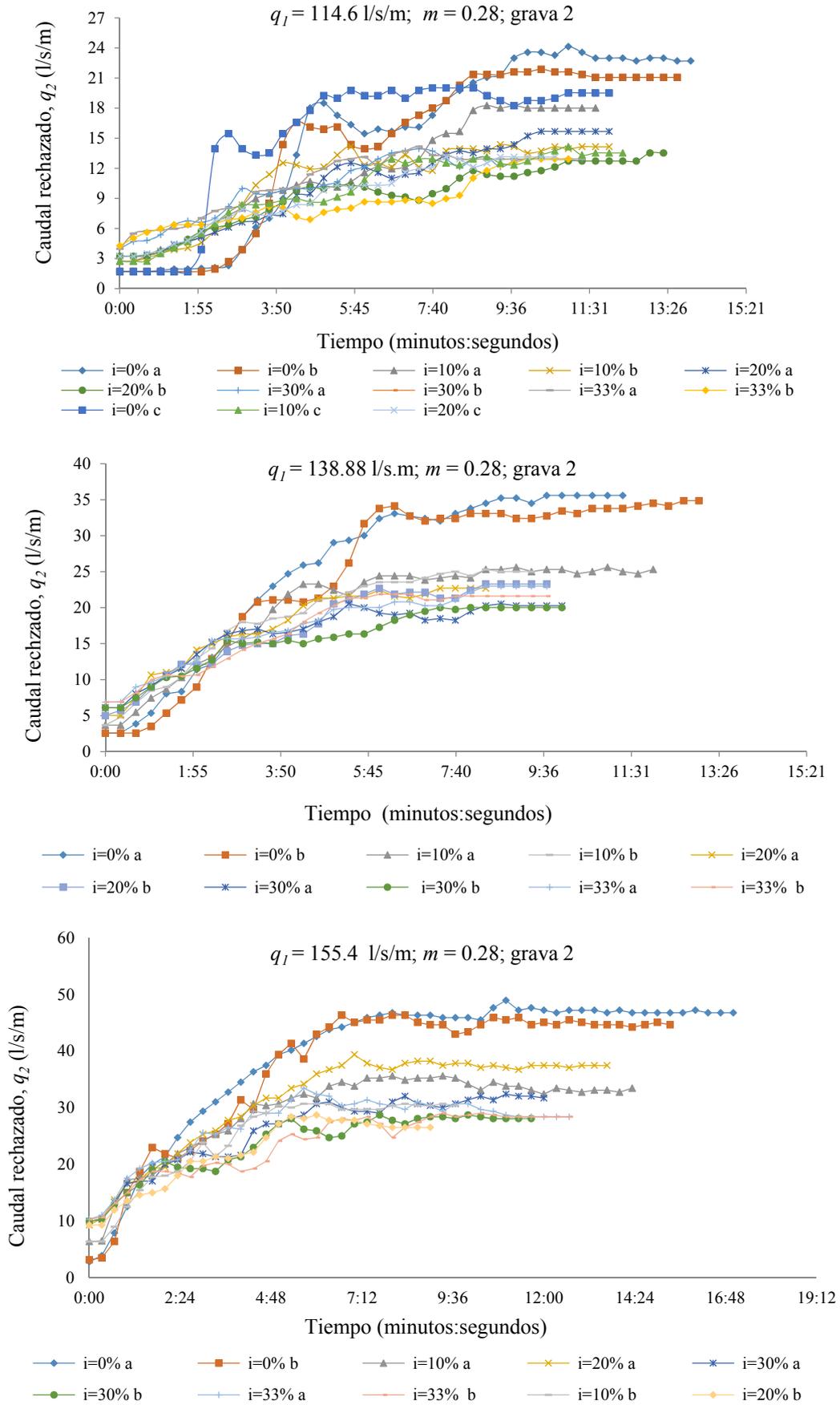


Figura 5.4. Evolución temporal del caudal rechazado para la grava 2.

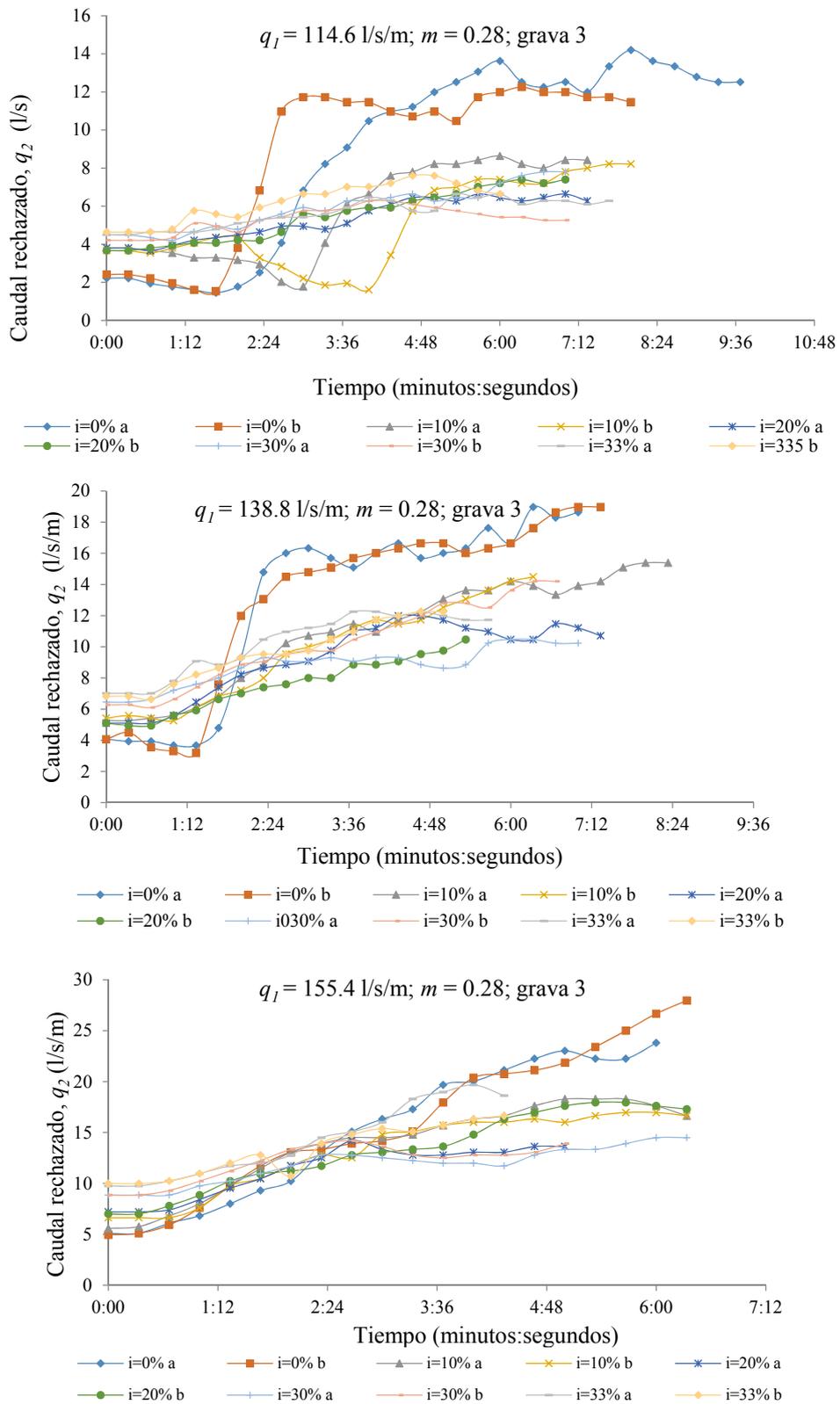


Figura 5.5. Evolución temporal del caudal rechazado para la grava 3.

A la vista de dichas figuras se observa cómo las menores pendientes son mucho más ineficientes debido a que la oclusión del espacio entre las barras es mayor y el caudal captado por lo tanto es menor. Así, la pendiente horizontal registra los mayores caudales rechazados y por lo tanto las mayores obstrucciones de los espacios entre barras. La evolución en el tiempo de dicho caudal

presenta una pendiente más elevada al principio que la final donde se vuelve casi horizontal, confirmando que una vez ocluida la zona de deposición preferente, lo cual corresponde a una zona concreta de la reja, ya no se produce más deposiciones.

Para el caso de la grava 2 con el caudal $q_1 = 114.6$ l/s/m y la reja C, $m = 0.28$, se observa en la parte inicial de los ensayos cómo se produce un valle en los caudales rechazados y estos disminuyen conforme avanza el ensayo, test $i = 0\%$ a, b y c. Esto es debido a que, al captar la mayoría del caudal en la parte inicial de la reja, el flujo restante no tiene suficiente fuerza para arrastrar las gravas y éstas se acumulan en la parte final de la reja. Esto provoca la formación de una pequeña represa que aumenta el caudal captado hasta que finalmente son arrastradas. Este efecto fue ya observado por Bouvard (1992) y se refleja en las figuras 5.6 y 5.7

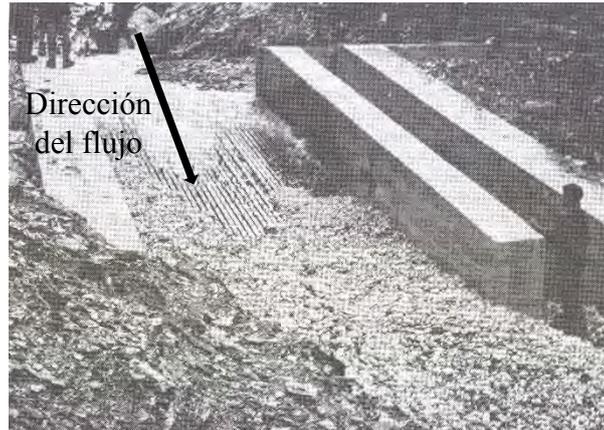


Figura 5.6. Ract-Madoux et al. (1955), recogido en el monográfico de la IAHR “Mobile barrages and intakes on sediment transporting rivers” (Bouvard, 1992).

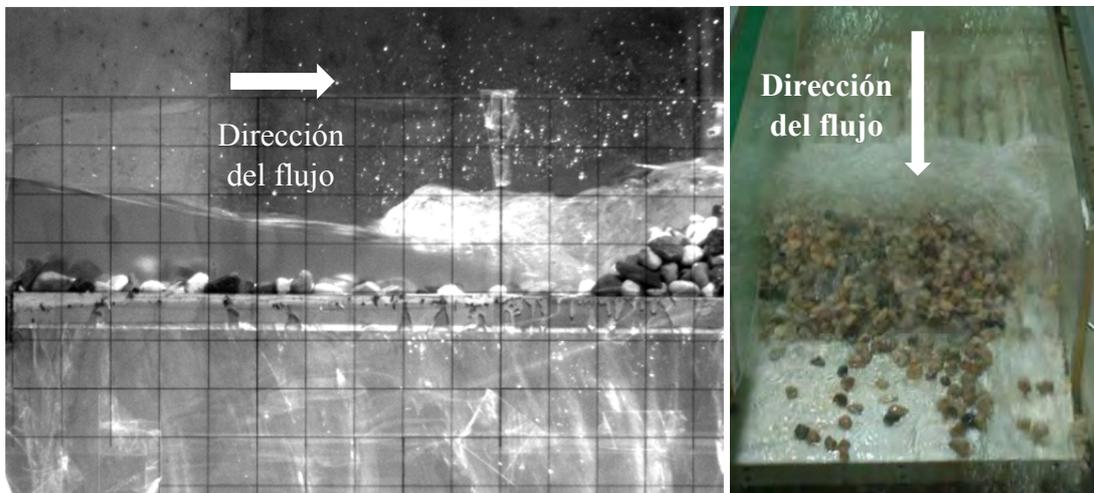


Figura 5.7. Vista lateral y frontal de la reja C para el caudal de 114.5 l/s/m y pendiente 0% en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT.

5.3.2 Porcentaje de material sólido captado

A continuación se presenta el porcentaje de material sólido captado que atraviesa las rejillas (figura 5.8). Para tener una referencia de la totalidad de material que puede traspasar el espacio entre barrotes se presenta, en la figura 5.9, la curva granulométrica para la dimensión c, menor entre las tres dimensiones a, b y c que caracterizan las partículas. Recordemos que la figura 5.2 presentaba las curvas granulométrica respecto a la dimensión b.

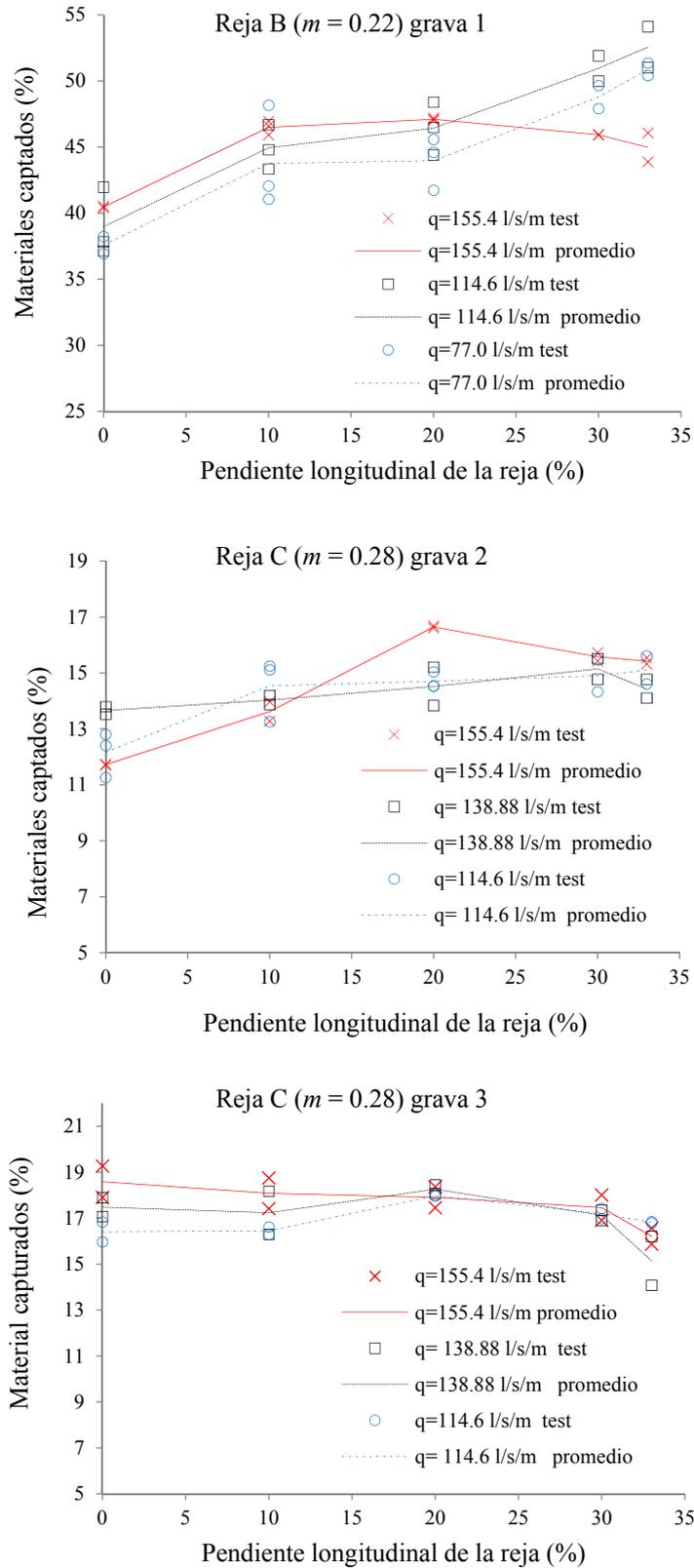


Figura 5.8. Porcentaje de material captado para cada grava y en función de la pendiente longitudinal de la reja.

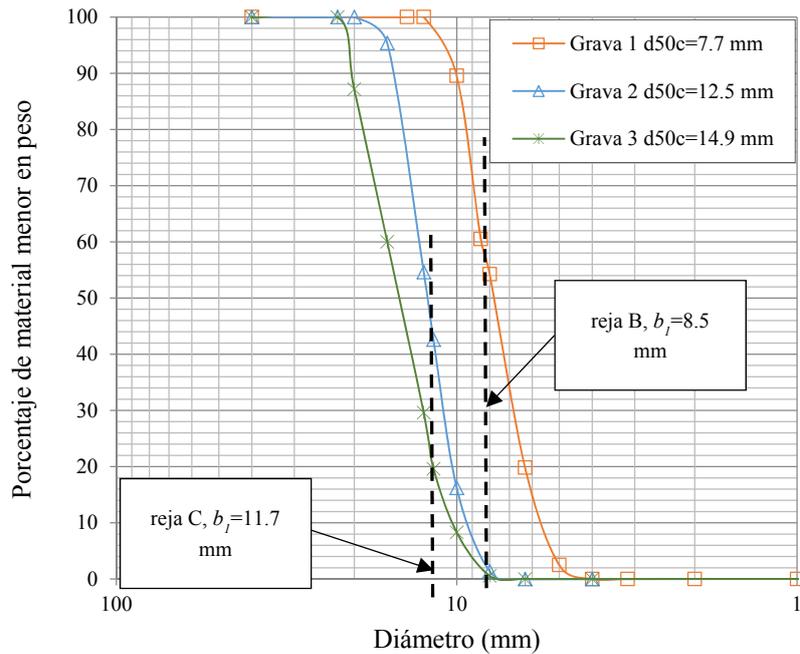


Figura 5.9. Curvas granulométricas respecto a la dimensión menor c , de las gravas empleadas.

A la vista de las figuras 5.8 y 5.9 podemos afirmar que la mayoría del material susceptible de pasar a través de los barrotes lo hace. El porcentaje de material captado se mantiene prácticamente constante al variar la pendiente. De manera general parece que el porcentaje de material captado disminuye a partir de pendientes del 33%, aunque esto no se observa en los casos de grava 1 y caudales 77.0 y 114.6 l/s/m que aumenta para las pendientes elevadas.

5.3.3 Eficiencia en la captación para flujos con gravas

Al finalizar cada ensayo se cuantifica el rendimiento de caudal captado de la forma $(q_1 - q_2)/q_1$ para cada grava y se presenta en las figuras 5.10, 5.11 y 5.12. De dicha figura se puede observar cómo el rendimiento aumenta con la pendiente longitudinal de la reja hasta el 30%, a partir del cual el rendimiento disminuye. Para caudales de agua clara, sin considerar transporte de sedimentos, la eficiencia del caudal captado disminuye al aumentar la pendiente por lo que, en los flujos con gravas se producen dos efectos contrapuestos al aumentar la pendiente longitudinal de las rejas, que alcanzan su óptimo para la pendiente del 30%. Así, se concreta el criterio de pendiente longitudinal de la reja recomendada por diversos estudios como los de Bouvard (1992), Raudkivi (1993), Ract-Madoux et al. (1955), Simmler (1978) y Drobir (1981).

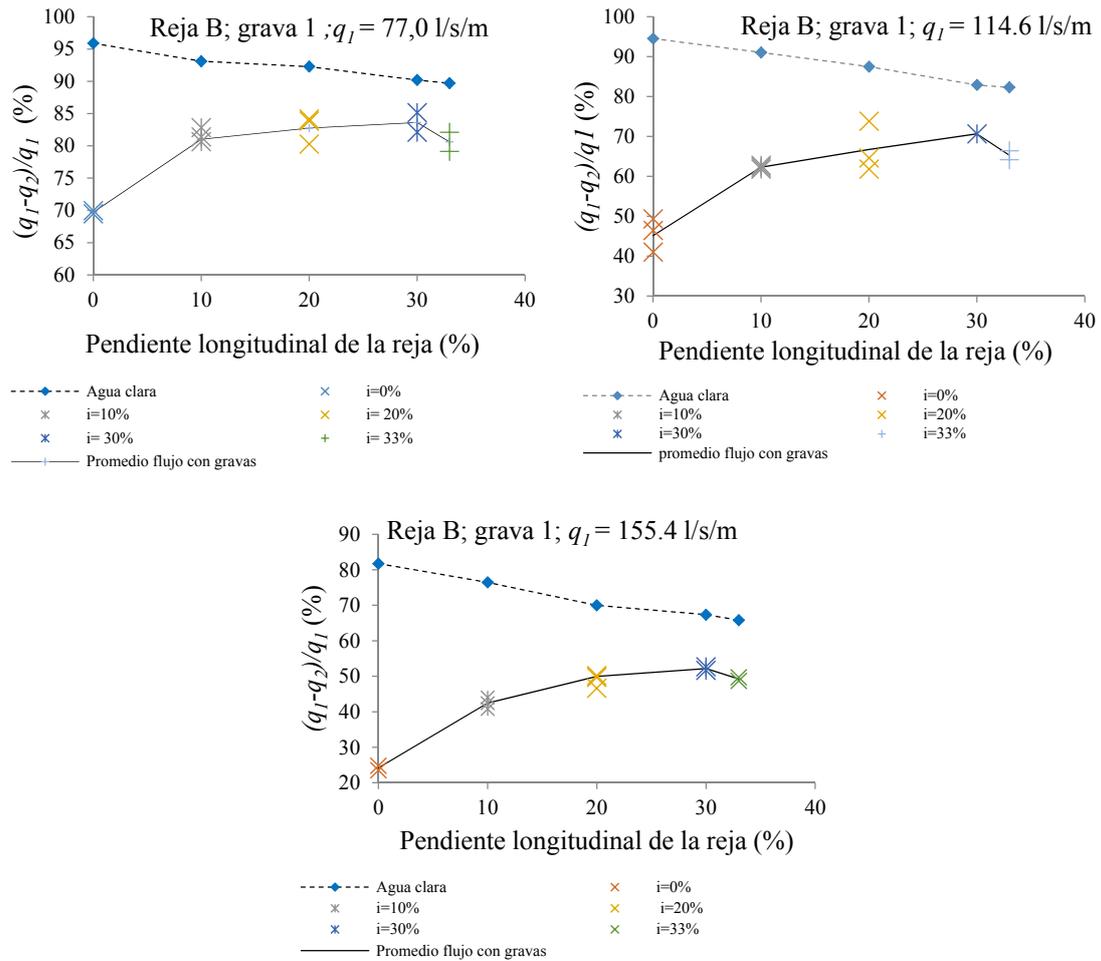


Figura 5.10. Relación $(q_1 - q_2)/q_1$ para la grava 1 en función de la pendiente longitudinal de la reja.

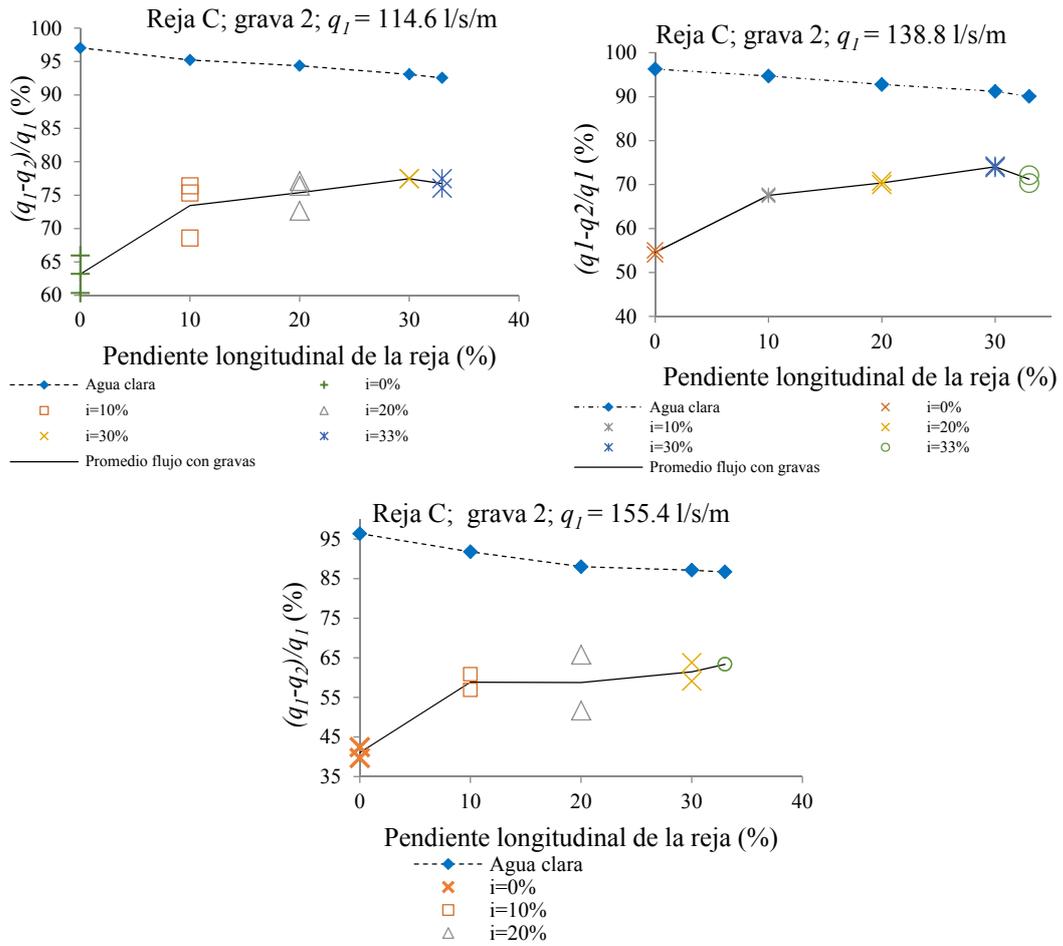


Figura 5.11. Relación $(q_1-q_2)/q_1$ para la grava 2 en función de la pendiente longitudinal de la reja.

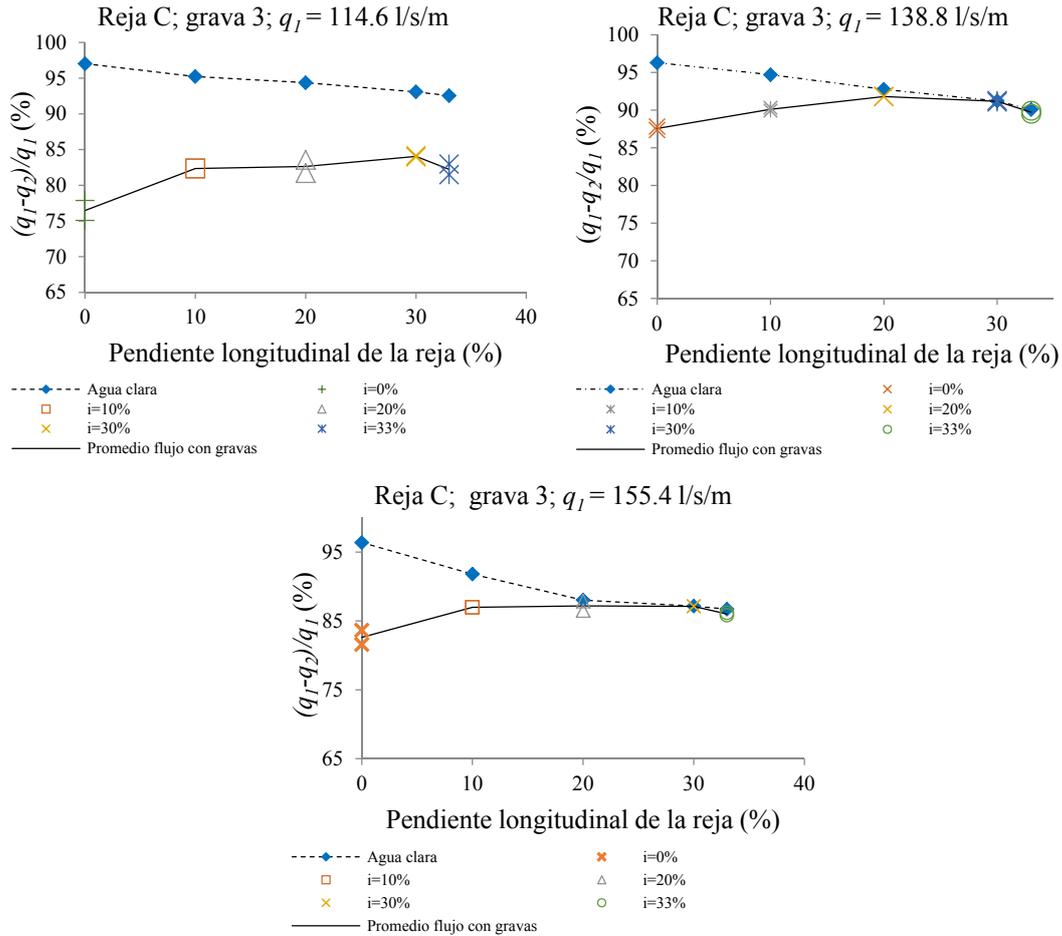


Figura 5.12. Relación $(q_1 - q_2)/q_1$ para la grava 3 en función de la pendiente longitudinal de la reja.

5.3.4 Índice de huecos efectivo

Al finalizar cada ensayo se calcula el nuevo índice de huecos, descontando el área ocluida. En las figuras 5.14 y 5.15 se observan las fotografías del estado final de la reja junto con la digitalización de las áreas ocluidas. Estos nuevos índices de huecos se usan para calcular el perfil de la lámina de agua y el caudal captado para la longitud de reja $L = 0.90$ m. Para ello se hace uso de las ecuaciones (3.5) y (3.4) que se resuelven mediante el algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden para incrementos de longitud de 0.02 m y partiendo de las condiciones al inicio de la reja de: calado (h_0) nivel de energía constante a lo largo de todas la reja ($H_0 + x \text{sen} \theta$).

$$\frac{dh}{dx} = \frac{2mC_{qH} \sqrt{(H_0 + x \text{sen} \theta)(H_0 + x \text{sen} \alpha - h \cos \theta)} + h \text{sen} \theta}{3h \cos \theta - 2(H_0 + x \text{sen} \theta)} \quad (3.5)$$

$$C_{qH} \approx \frac{0.58e^{-0.75\left(\frac{x}{h_c} - m\right)}}{(1 + 0.9 \tan \theta)} \quad (3.4)$$

Donde h es el calado, H_0 es la energía al inicio de la reja; x es la coordenada longitudinal y θ es el ángulo de inclinación de la reja. Los caudales captados calculados para la totalidad de la reja se comparan con los medidos en laboratorio al finalizar cada ensayo y se comprueba que no coinciden, siendo menores los captados en laboratorio. Esto se explica porque el área ocluida no solo corresponde con la ocupada por las gravas sino que ésta se amplifica como consecuencia de

la estela que el flujo proyecta sobre las gravas. Así, se utilizan las ecuaciones anteriores para ajustar el índice de huecos hasta alcanzar el valor de caudal rechazado medido en laboratorio.

A continuación, en la figura 5.13 se presentan los valores de índice de huecos efectivo obtenidos al descontar la zona ocupada por gravas, medida a partir de las imágenes que se presentan en la figuras 5.15 para el caso del índice de huecos $m = 0.28$. Estos valores se representan frente a los valores de índice de huecos efectivo calculados para que coincida el caudal medido en laboratorio.

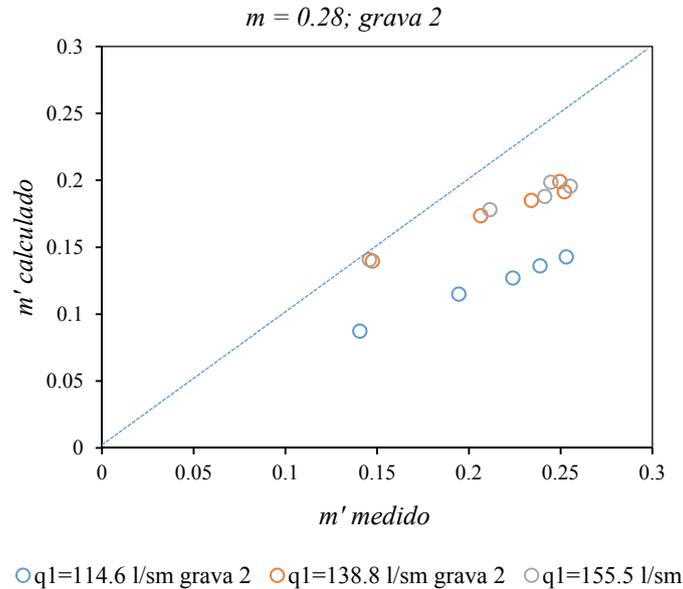


Figura 5.13. Índice de huecos efectivo medido a partir de imágenes de zona ocluida frente a calculado (ec. (3.5) y (3.4))

Como ya se ha comentado la dicha 5.13 se observa que los valores medidos son superiores a los calculados en todos los casos. Como puede verse en dicha figura ambos valores se aproximan al disminuir la pendiente siendo los casos más próximos los de la pendiente horizontal debido a que en esta situación se presenta oclusión de forma generalizada en casi la totalidad de la reja.

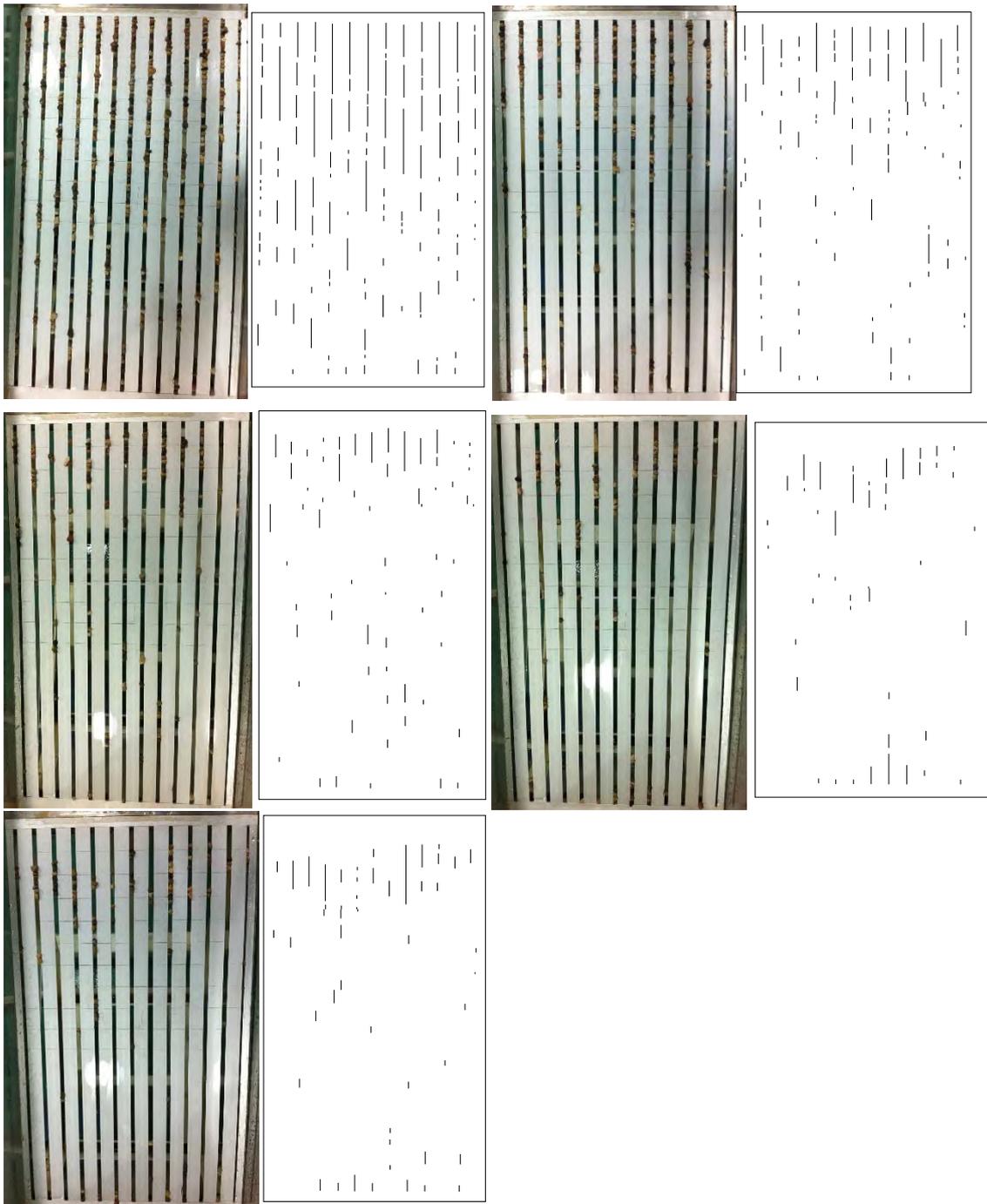


Figura 5.14. Vista de las rejillas ocluidas al finalizar cada ensayo para la grava 1, rejilla B y el caudal $q_l = 114.6$ l/s/m y pendientes 0; 10; 20; 30 y 33% (ordenadas de izquierda a derecha y de arriba abajo).

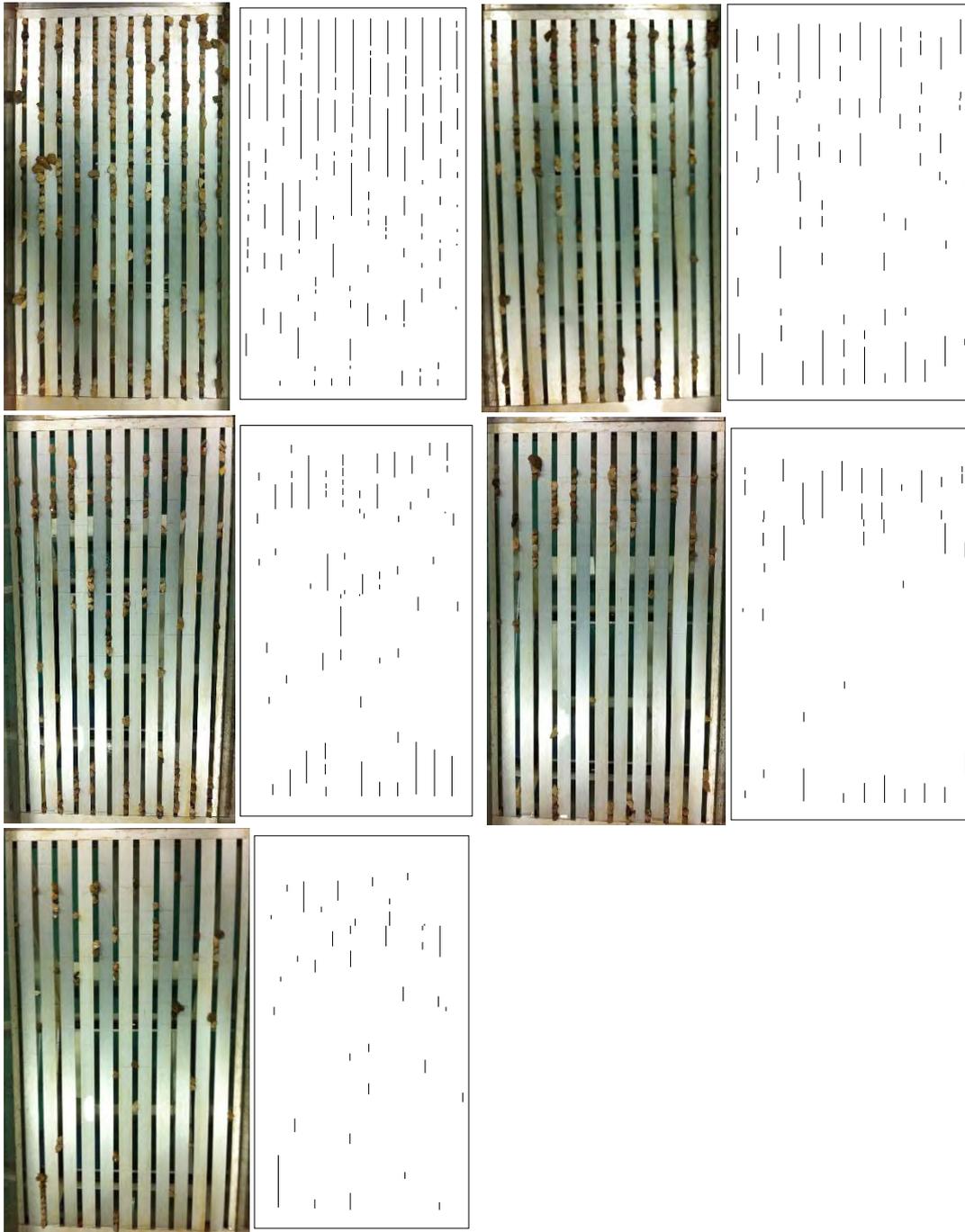


Figura 5.15. Vista de las rejillas ocluidas al finalizar cada ensayo para la grava 2, reja C y el caudal $q_1 = 114.6$ l/s/m y pendientes 0; 10; 20; 30 y 33% (ordenadas de izquierda a derecha y de arriba abajo).

Como se ha comentado, el índice de huecos obtenido con la condición de que el caudal rechazado coincida con el medido se llama índice de huecos efectivo, m' , y se presenta en la figura 5.16 siguiente.

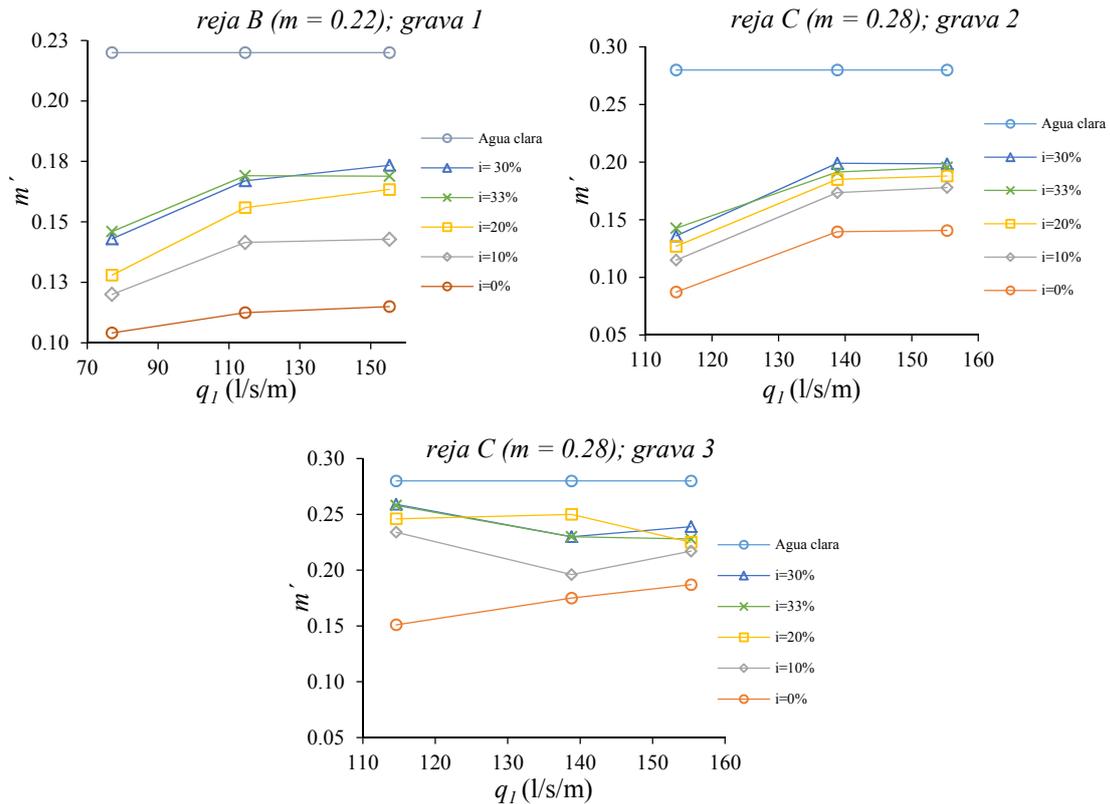


Figura 5.16. Valores del índice de huecos efectivo calculado a partir de los caudales rechazados y las ecuaciones (3.5) y (3.4).

5.3.5 Longitud de reja mojada efectiva

Como era de esperar los mayores índices de huecos se obtienen para la pendiente longitudinal de la reja del 30% en todos los casos. A partir de dichos valores de índice de huecos efectivo, calculamos la nueva longitud de reja mojada necesaria para captar la totalidad de los caudales de los ensayos, a partir de las ecuaciones (3.5) y (3.4) anteriores y para el valor del índice de huecos efectivo m' . La figura 5.17 muestra los resultados de dichas longitudes de captación en comparación con los valores propuestos por diversas formulaciones para pendiente horizontal y agua clara, como: Frank (1956), a partir de la ecuación (1.35); Nosedá (1956), a partir de la ecuación (1.20); Bouvard- Kuntzmann (1954), a partir de la ecuación (1.32); y Krochin (1978), con la ecuación (1.27) y un coeficiente de obstrucción $f = 30\%$.

Al comparar los resultados se observa que para los flujos con gravas, las longitudes se van incrementando al disminuir la pendiente longitudinal de la reja y se aproximan a la longitud propuesta por Krochin (1978), para un coeficiente de obstrucción del 30%. En el caso del caudal 114.6 l/s/m y la grava 2, se observa cómo las longitudes de reja presentan valores elevados debido a que la fuerza de arrastre que el flujo ejerce sobre las gravas, apenas vence la fuerza de rozamiento entre la grava y los barrotes que forman la reja. Se trata de la grava 2 con caras de fractura. Para dicha grava, se comprobó que los caudales inferiores no arrastraban la grava a lo largo del canal de aproximación.

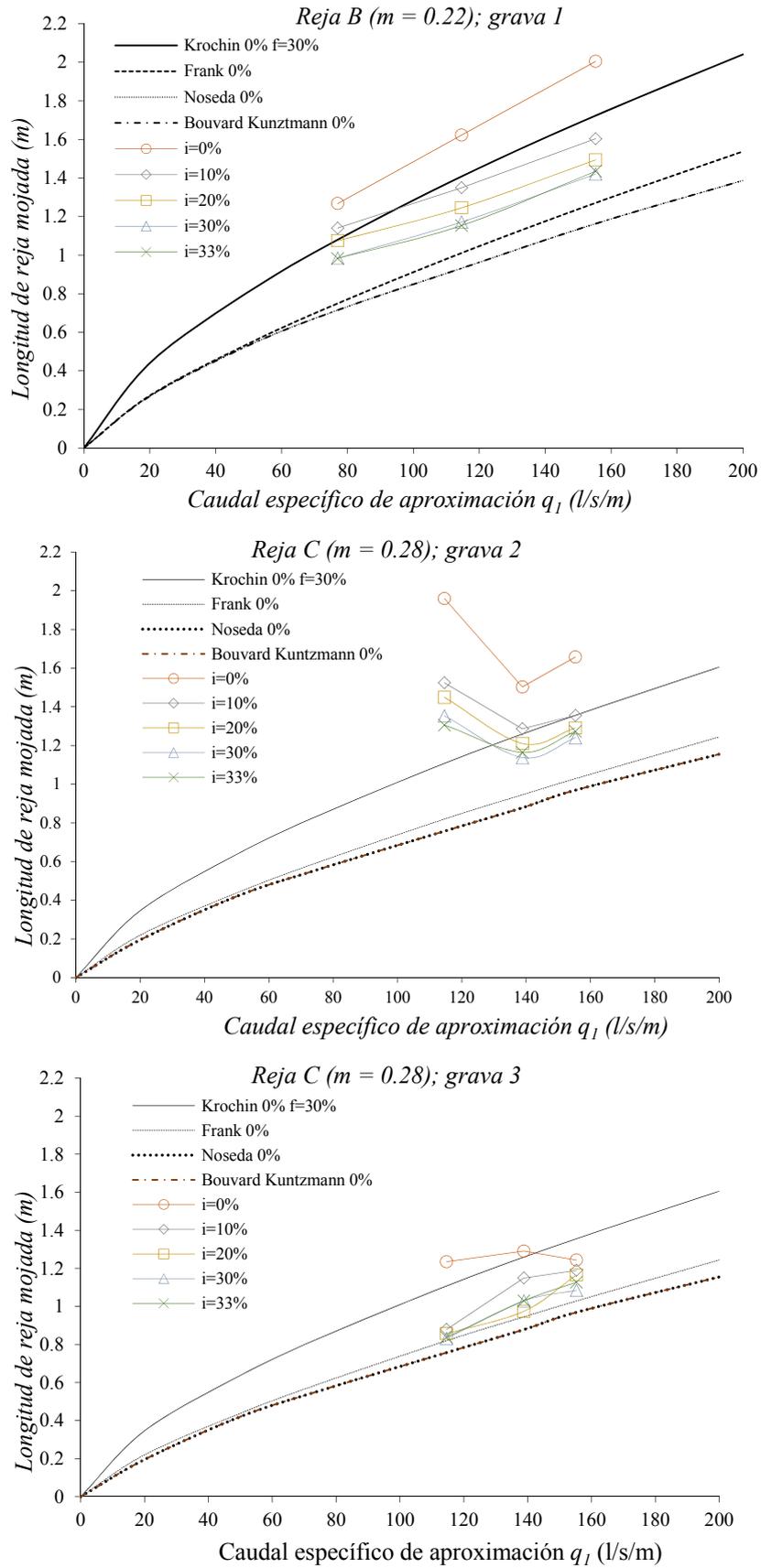


Figura 5.17. Longitud de reja mojada para cada caudal entrante y en función de la pendiente longitudinal de la reja.

5.3.6 Relación entre la oclusión y parámetros hidráulicos

A continuación se establecen las relaciones entre diversos parámetros hidráulicos calculados al inicio de la reja y un índice denominado de oclusión, que se calcula como el ratio entre el índice de huecos efectivo, calculado según el apartado 3.4 anterior, y el índice de huecos original, m'/m . Así, al inicio de la reja medimos el calado h_0 , y el caudal q_1 , para calcular la tensión de corte al inicio de la reja τ_0 , el número de Froude F_{r0} , y el cuadrado del número de Froude densimétrico de partículas F_{rd0}^2 , como:

$$\tau_0 = \gamma h_0 i \tag{5.1}$$

$$F_{r0} = \frac{q_1}{g^{1/2} h_0^{3/2}} \tag{5.2}$$

$$F_{rd0}^2 = \frac{\tau_0}{\gamma \Delta d_{50}} \tag{5.3}$$

$$\Delta = \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} \tag{5.4}$$

donde γ es el peso específico del agua, h_0 el calado al inicio de la reja, i la pendiente longitudinal de la reja, g la aceleración de la gravedad, ρ_s la densidad de los sólidos empleados, ρ la densidad del agua, and Δ la densidad relativa sumergida.

En la figura 5.18 se representan τ_0 , F_{r0} y F_{rd0}^2 calculados frente a la relación índice de huecos efectivo respecto al índice de huecos original. Se observan relaciones lineales entre estos parámetros y el ratio m'/m , pero dichas relaciones lineales no presentan una elevada convergencia sino que varían para cada grava y caudal distintos.

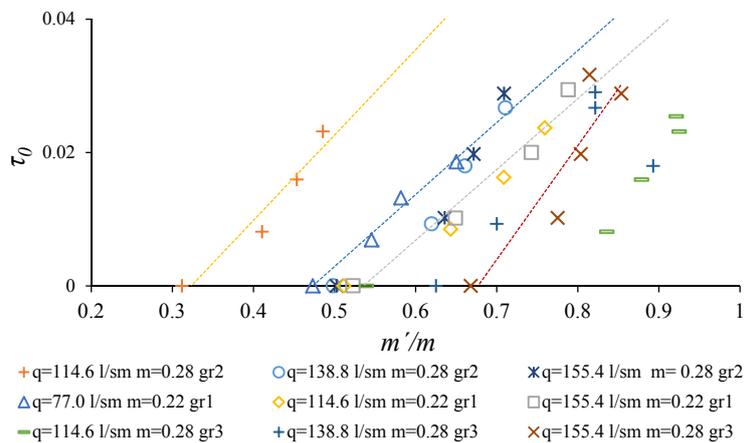


Figura 5.18. Tensión de corte τ_0 , número de Froude F_{r0} , y cuadrado del número densimétrico de partículas F_{rd0}^2 , al inicio de la reja, en función de la relación entre el índice de huecos efectivo y el índice de huecos, m'/m .

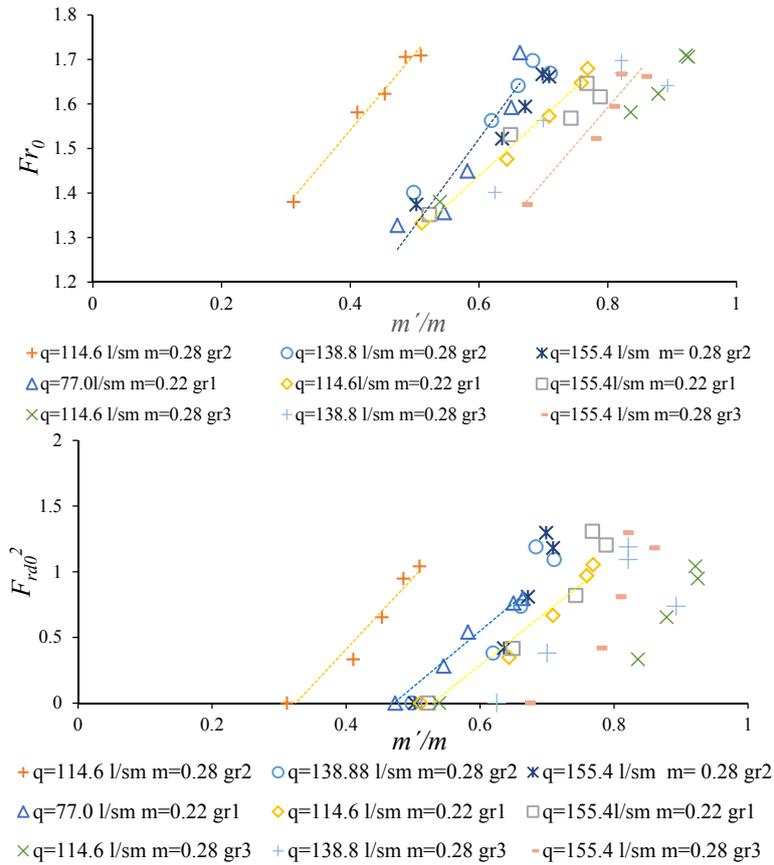


Figure 5.18 continuación. Tensión de corte τ_0 , número de Froude Fr_0 , y cuadrado del número densimétrico de partículas Fr_{rd0}^2 , al inicio de la reja, en función de la relación entre el índice de huecos efectivo y el índice de huecos, m'/m .

De forma similar a lo presentado en la figura anterior, la figura 5.19 presenta la relación entre el ratio m'/m y varios parámetros hidráulicos calculados al inicio de la reja: la fuerza de arrastre F_{D0} , el módulo del vector velocidad U_0 , y el ratio entre el promedio de la velocidad al inicio de la reja y el diámetro que representa el 50% en peso U_0/d_{50} . La fuerza de arrastre se puede obtener como:

$$F_{D0} = C_D \rho \frac{U_0^2}{2} A \quad (5.5)$$

Donde C_D es el coeficiente de arrastre, y A el área del sólido proyectada perpendicular a la dirección principal del flujo obtenida a partir del d_{50} . De acuerdo al Número Reynolds calculado al inicio de la reja, el $C_D \approx 0.45$ (Sotelo, 1997; Montes 1998; White, 1999; Naudascher, 2010).

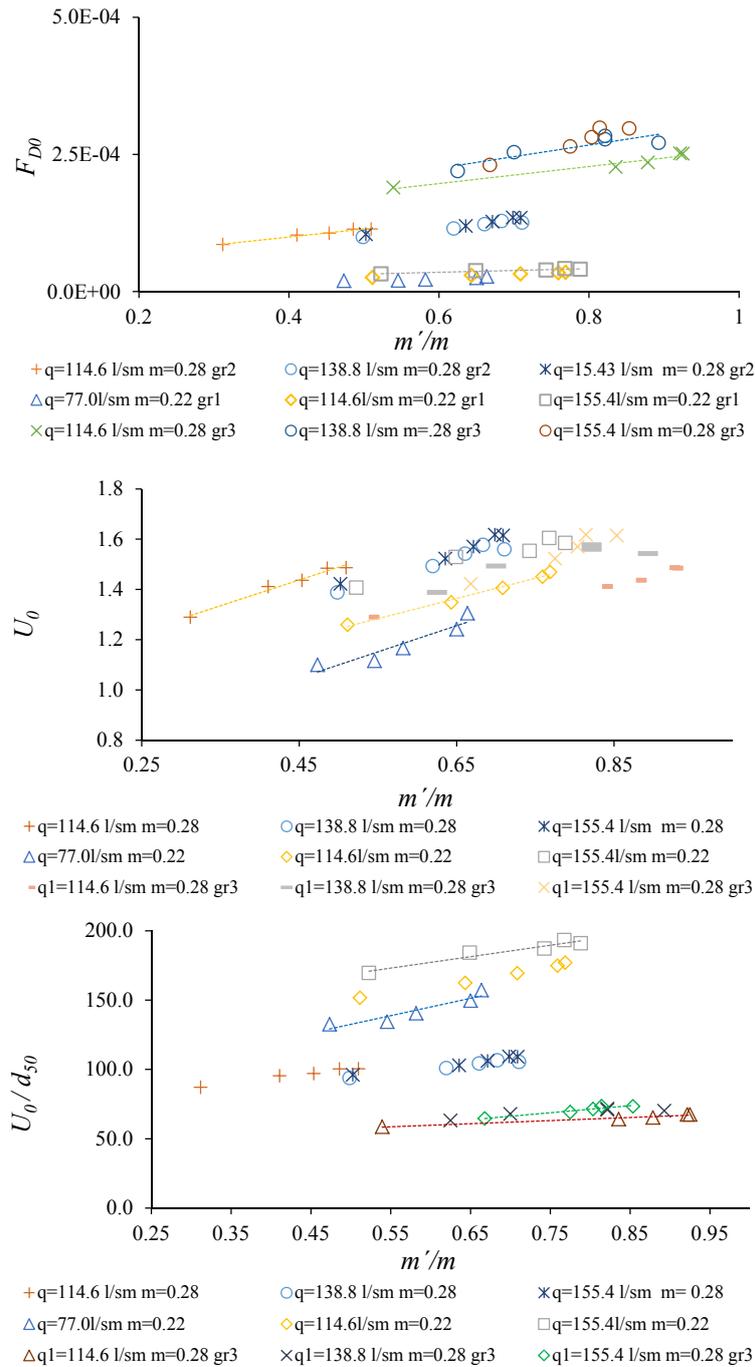


Figura 5.19. Fuerza de arrastre, F_{D0} , velocidad media de la sección, U_0 , ratio velocidad media mediana del diámetro, U_0/d_{50} , al inicio de la reja en función de la relación entre el índice de huecos efectivo y el índice de huecos, m'/m .

En la figura 5.19, el promedio en la sección transversal de la velocidad en la dirección principal del flujo U_0 , muestra una relación lineal con el ratio m'/m , con una menor dependencia respecto a la variación del caudal que respecto a otros de los parámetros hidráulicos presentados. A partir de esto, y considerando la influencia del d_{50c} / b_1 , así como el peso de las partículas W , se propone un ajuste que alcanza una correlación del 71% (ecuación 5.6) y que se presenta en la figura 5.20.

$$U_0 \left(\frac{d_{50c}}{b_1} \right) \left(\frac{1}{W^{0.205}} \right) = 3.0684 \left(\frac{m'}{m} \right) + 2.4094 \quad (5.6)$$

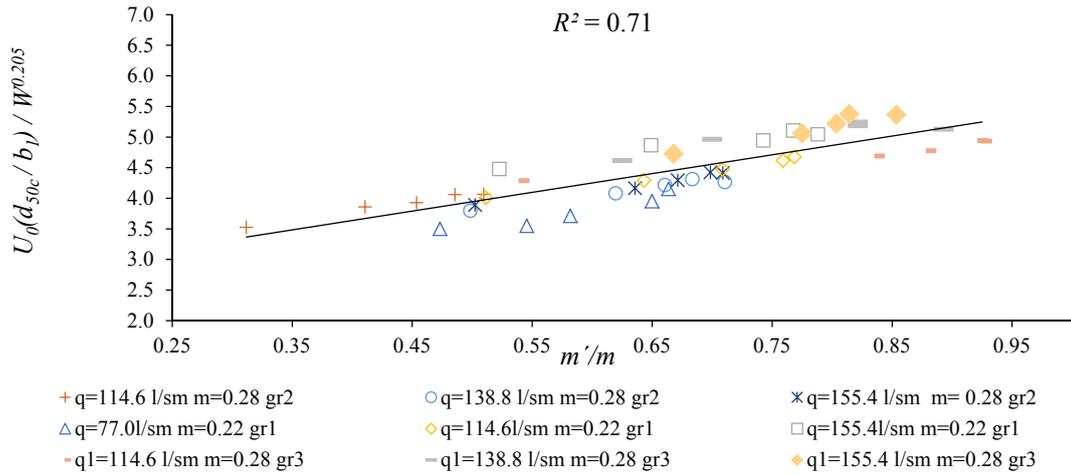


Figura 5.20. Ajuste lineal del ratio m'/m respecto a U_0 , d_{50c}/b_1 y W .

Para el ajuste propuesto se necesita conocer de forma precisa el valor del calado al inicio de la reja, h_0 , por lo que se hace uso de la ecuación (4.14)

$$\frac{h_0}{h_c} = 0.90P_{ufe}^2 - 0.77P_{ufe} + 0.82 \quad (4.14)$$

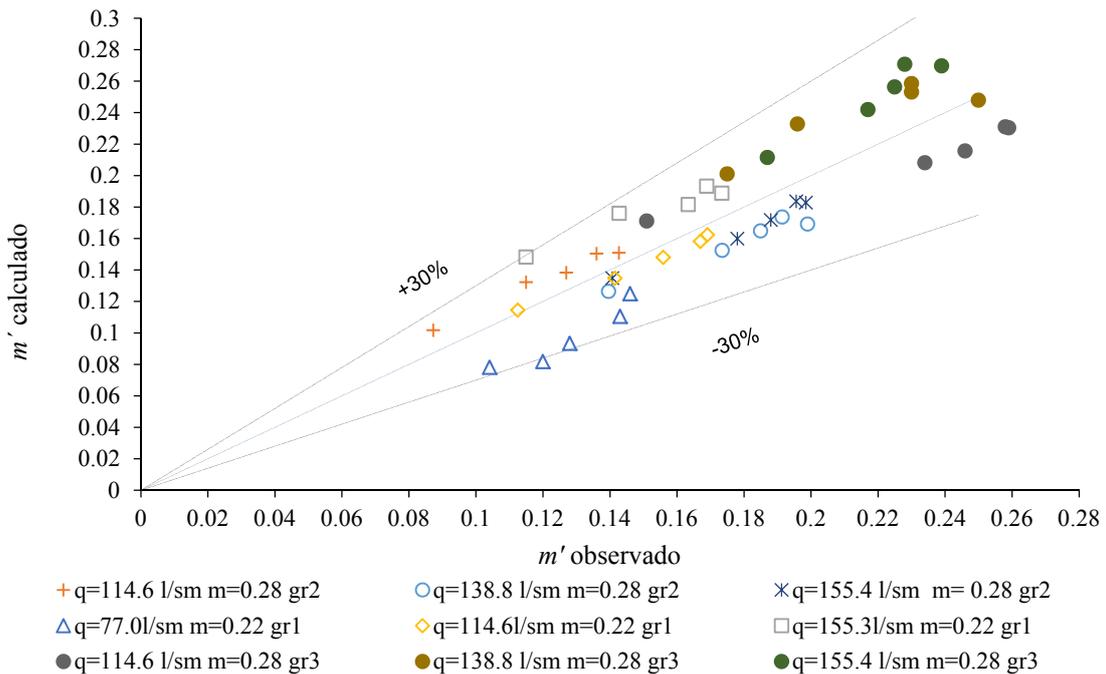


Figura 5.21. Representación de los valores medidos en laboratorio y calculados a partir de la ecuación (5.6). La desviación máxima está por debajo del +/- 30% .

En la figura 5.21 se representan los índices de huecos determinados experimentalmente frente a los valores calculados a partir del ajuste presentado en la ecuación (5.6), pudiendo observar que las diferencias son menores del 30%.

5.3.7 Longitudes de reja mojada teniendo en cuenta la oclusión de las rejillas

La ecuación (5.6) se utiliza ahora para la obtención del índice de huecos efectivo m' , y así poder calcular la longitud de reja mojada para casos no medidos en laboratorio y aplicados a las rejillas con barras de sección en T. Dichas longitudes de reja mojada, necesarias para derivar totalmente el caudal entrante, se presentan en la figura 5.22.

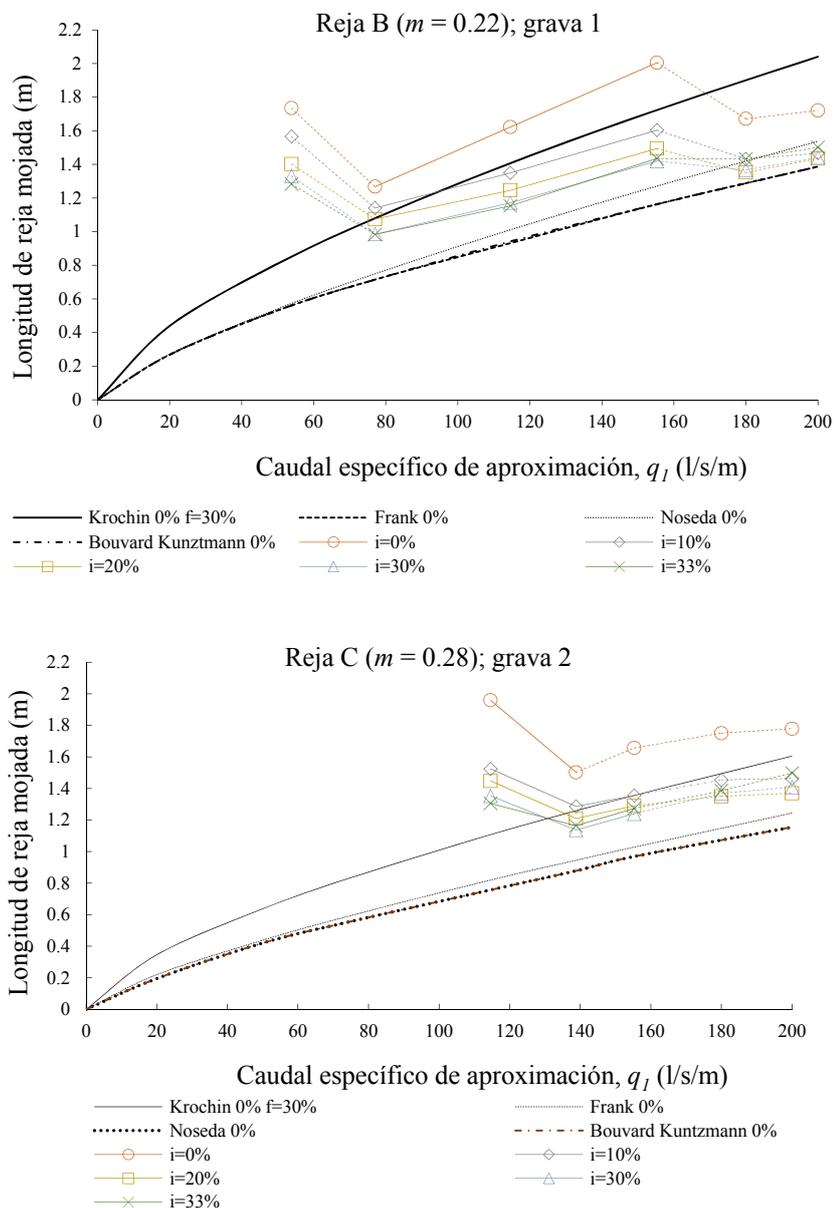


Figura 5.22. Longitud de reja mojada para las rejillas B y C y las gravas 1, 2 y 3 definidas a partir de datos experimentales (línea continua) y mediante el ajuste propuesto en la ecuación (5.6) (línea discontinua).

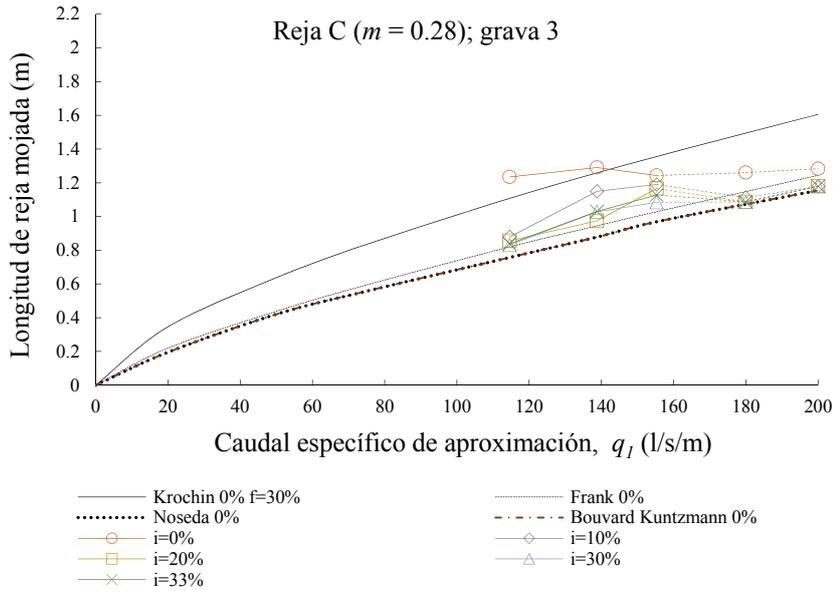


Figura 5.22 continuación. Longitud de reja mojada para las rejillas B y C y las gravas 1, 2 y 3 definidas a partir de datos experimentales (línea continua) y mediante el ajuste propuesto en la ecuación (5.6) (línea discontinua).

En dicha figura 5.22 se observa un primer tramo donde aumenta la longitud de reja mojada al disminuir el caudal líquido. A continuación de forma generalizada la longitud de reja aumenta con el caudal líquido, quedando por encima de los valores calculados para caudal líquido. De manera general se podría concluir que los valores pronosticados para valores de caudal no medidos en laboratorio, se mantienen en las proximidades de la longitud de reja propuesta por Krochin (1978) para un coeficiente de obstrucción del 30% de la reja, criterio este adoptado para el diseño.

5.3.8 Áreas de deposición preferente sobre la reja

Se plantea el equilibrio de fuerzas para un sólido apoyado sobre el hueco entre dos barrotes (ver figura 5.22) mediante el equilibrio de fuerzas en la dirección horizontal recogido en la ecuación (5.7).

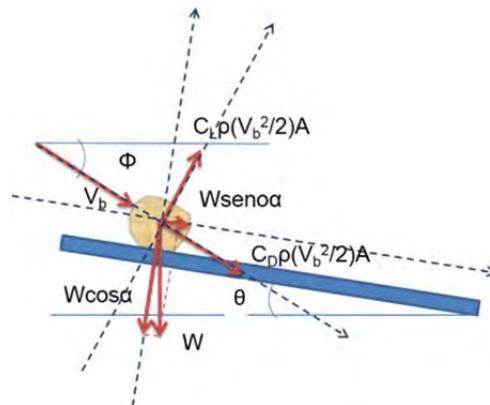


Figura 5.23. Esquema de equilibrio de fuerzas actuantes en un sólido depositado sobre hendidura de la reja.

$$\underbrace{\underbrace{W_s \text{seno } \theta}_{W_{\text{desestabiliza}}} + C_D \rho \left(\frac{U_h^2}{2} \right) A \cos(\Phi - \theta)}_{\Sigma F_{\text{desestabiliza}}} \geq (\text{tg } \varphi + K_{\text{empaquetamiento}}) \underbrace{\left(\underbrace{W_s \cos \theta}_{W_{\text{estabiliza}}} + C_D \rho \left(\frac{U_h^2}{2} \right) A \text{seno}(\Phi - \theta) \right)}_{\Sigma F_{\text{estabiliza}}} \quad (5.7)$$

Donde W_s es el peso sumergido de las gravas depositadas ente los barrotes, θ ángulo de la reja con la horizontal; C_d coeficiente de arrastre, ρ la densidad del agua clara, U_h magnitud del vector velocidad en la hendidura, A área producto de la proyección de la partícula en un plano perpendicular al vector velocidad, Φ ángulo del vector velocidad con la horizontal, φ el ángulo de rozamiento interno de la grava ($\approx 33^\circ$), y $K_{\text{empaquetamiento}}$ es el factor que recoge el efecto de empaquetamiento de las gravas al descansar sobre la hendidura.

Como aplicación de dicha ecuación se pone el ejemplo de la reja C para el caudal $q_l = 155.4$ l/s/m, grava 2 y la pendiente longitudinal horizontal, donde en laboratorio se ha observado que la zona de deposición abarca desde el inicio hasta 0.60 m. Para la pendiente del 30% en cambio la zona de deposición preferente va desde 0.10 hasta 0.15 m. A la vista de la figura 5.24 se observan zonas de deposición en la parte final de la reja debido al efecto de estancamiento provocado por el final de la zona de hueco.

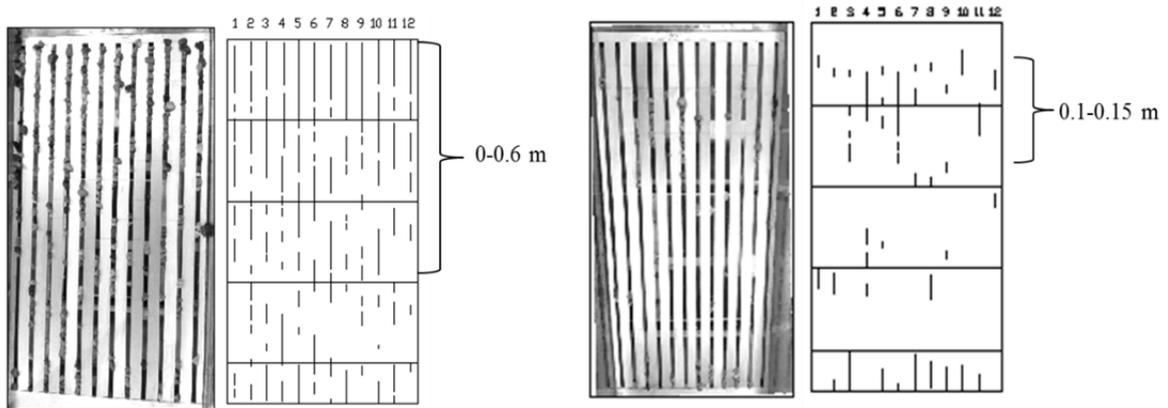


Figura 5.24. Esquema de áreas con depósitos para el caso de la reja C y el caudal $q_l=155.4$ l/s/m y pendiente horizontal y del 30%, respectivamente.

En este experimento el número de Reynolds se aproxima a 4×10^5 . La forma de las gravas depositadas ha sido cuantificada y se presenta en la tabla 5.2. La forma predominante es la de disco, con un ratio $c/b < 2/3$ y $b/a > 2/3$, con a , b y c siendo la longitud del eje mayor, medio y menor respectivamente. Además, a se orienta con la dirección del flujo principal (Zingg, 1935). En estas condiciones el coeficiente de arrastre puede estar alrededor de $C_D = 0.45$ para la grava 2 (Sotelo, 1997). Así, la ecuación (5.8) se ha resuelto considerando la grava 2 ($a = 0.038$ m, $b = 0.020$ m y $c = 0.015$ m). La ecuación (5.7) se resuelve para las longitudes observadas en la figura 5.24 y se deduce que el factor de empaquetamiento, $K_{\text{empaquetamiento}}$, adopta el valor de 0.726. Par dicho valor en la figura 5.25 se observa que desde el inicio de la reja hasta la

coordenada longitudinal 0.15 m puede existir deposición. Debido al cambio de pendiente del fondo del canal se observa que las gravas comienzan a impactar sobre las hendiduras en la coordenada 0.1 m para el caso de pendiente del 30% por lo que la zona de deposición preferente se reduce a la longitud 0.1-0.15 m, como se puede observar en la figura 5.24 anterior.

Tabla 5.2. Clasificación de Zingg's (1935) para la forma de las partículas que se depositan sobre las rejillas.

Descripción	d_{50} (mm)	Cuchilla	Disco	Barra	Esfera
Grava 1	8.30	20%	60%	30%	0%
Grava 2	14.80	22%	44%	15%	22%
Grava 3	22.00	0%	62%	19%	10%

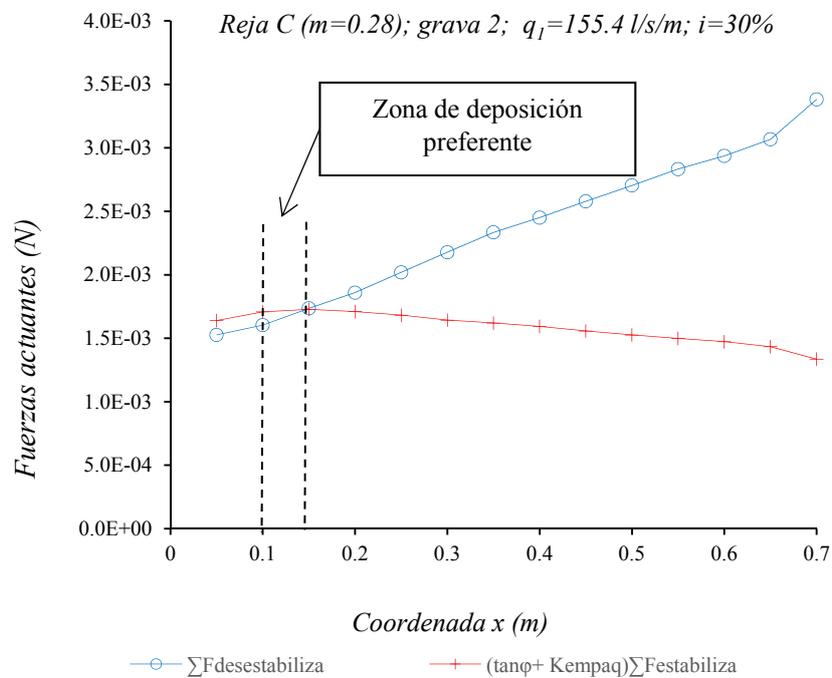


Figura 5.25. Equilibrio de fuerzas actuando en las gravas depositadas sobre las rejillas, de acuerdo a la ecuación (5.7). Caso $m = 0.28$; grava 2; $q_1 = 155.4$ l/s/m e $i = 30\%$.

Capítulo 6 . CONCLUSIONES, APORTACIONES Y FUTUROS DESARROLLOS

6.1 Conclusiones y aportaciones

Los objetivos que se pretende alcanzar en la presente tesis son:

Diseñar y construir una infraestructura hidráulica que permita el estudio de los sistemas de captación de fondo y su aplicación a zonas semiáridas.

Proponer mejoras en el diseño de los sistemas de captación de fondo centradas en las rejas de captación formadas por barras planas longitudinales a la dirección de la corriente y flujos de aproximación de régimen subcrítico, que pasa a supercrítico en las inmediaciones de la reja.

Las principales aportaciones y conclusiones del presente trabajo son:

1.- Se ha realizado una revisión del estado actual del conocimiento de los sistemas de captación de fondo. Particularmente se ha prestado especial atención a los coeficientes de descarga y su relación con la forma de las barras que conforman la reja, el espaciamiento entre ellas y la pendiente longitudinal de la reja.

2.- Mediante una extensa campaña experimental, se ha caracterizado el flujo espacialmente variado con caudales decrecientes sobre la reja, haciendo uso de diversa instrumentación que ha permitido:

2.1.- Medir el perfil de la lámina de agua para diversos caudales, pendientes e índices de huecos. A partir de esto se ha comprobado la influencia de la pendiente en el perfil de la lámina de agua. Se ha propuesto una ecuación que ajusta el perfil de la lámina de agua y que permite caracterizar condiciones similares (ec. (3.1)). Se ha ajustado la longitud de reja necesaria para derivar un caudal teniendo en cuenta la pendiente adoptada por la reja (ec. (3.3)).

2.2.- Cuantificar el caudal captado por unidad de longitud de reja. Esto ha posibilitado definir el coeficiente de descarga por unidad de longitud de reja. A partir de esto se ha propuesto un ajuste del coeficiente de descarga, $C_{qH}(x)$, que aporta la ventaja de ser variable en función de la coordenada x longitudinal de la reja y recoge la influencia de la pendiente longitudinal de la reja (ec. (3.4)).

2.3.- Se ha calculado el campo de velocidades del flujo sobre la reja a partir de la instrumentación PIV (Particle Image Velocimetry). Otra instrumentación, como el uso de dos tubos pitot colocados en inclinaciones de 0 y 22°, no ha arrojado la suficiente precisión. Las velocidades medidas se comparan con las simuladas con CFD con resultados adecuados. Se ha podido comprobar que las variaciones de energía a lo largo de la reja son despreciables por el caso de pendiente horizontal mientras que para el caso de pendiente del 30% éstas son considerables alcanzando valores de entre 0.07 a 0.11 m/m. A partir del campo de velocidades se ha calculado el campo de presiones y se ha comparado con desarrollos teóricos existentes.

3.- Se han recopilado los resultados de los trabajos experimentales llevados a cabo por diversos investigadores a lo largo de los últimos 60 años en sistemas de captación de fondo, con flujo de aproximación a la reja subcrítico o supercrítico. Partiendo de valores como la longitud de reja, el tipo de barros, su espaciamiento, y las condiciones de entrada en cuanto a calado y energía, se ha determinado el coeficiente de descarga en cada caso. A estos se han añadido los coeficientes de descarga medidos en el laboratorio de hidráulica de la UPCT. Con toda esta información se ha llevado a cabo un análisis dimensional de donde se ha ajustado una función multiparamétrica dando como resultado un ábaco para la obtención del coeficiente de descarga equivalente a lo largo de toda la reja, que permite definir la longitud de reja mojada, necesitando como dato de entrada el número de Froude al inicio de la reja, así como las características geométricas de las mismas.

4.- También se ha llevado a cabo una campaña de ensayos con un flujo formado por agua clara y gravas. Dichos materiales se caracterizan por tener una granulometría uniforme y cercana al espacio entre barros, lo que posibilita la deposición entre barros y la oclusión de los mismos en la zona hueca. Así, con la intención de estudiar la influencia de los sólidos transportados por el cauce, se ha cuantificado experimentalmente el porcentaje de reja obstruida para diversas condiciones de caudal, pendiente, y para varias granulometrías. Una pendiente longitudinal óptima del 30% ha sido propuesta. A partir de diversos parámetros hidráulicos adimensionales, medidos al inicio de la reja, se ha ajustado el índice de huecos efectivo, valor representativo del grado de oclusión de la reja. Este ajuste permite calcular la longitud de reja necesaria teniendo en cuenta dicha oclusión. Planteado el equilibrio de fuerzas y conociendo el coeficiente de descarga, se puede calcular el coeficiente de empaquetamiento, y a partir de este delimitar las zonas de deposición preferente.

6.2 Posibles futuros desarrollos

Los trabajos desarrollados en la presente tesis en cuanto a la determinación del coeficiente de descarga, así como la longitud de reja necesaria se centran en un determinado rango de índices de huecos y en un tipo de barras concretos. Se estima importante ampliar los trabajos a otros índices de huecos, concretamente a valores cercanos a $m = 0.6$, y para barras con un perfil más hidrodinámico como pueden ser las de sección circular. Estudios revisados en la bibliografía de dichos casos, apoyados con resultados de simulaciones numéricas, arrojan coeficientes de descarga cuya distribución a lo largo de la reja difiere de los casos medidos con un índice de huecos menor, como el $m = 0.28$, utilizado en la presente tesis.

Caracterizar la influencia de los sólidos transportados por el flujo en los sistemas de captación de fondo, desde el punto de vista de la experimentación en laboratorio, supone un trabajo complejo pero necesario. Este tipo de estudios no son numerosos. Hasta el momento se ha centrado en materiales tipo gravas pero sería de interés poder conocer la influencia de flujos con un alto contenido de sedimentos con curvas granulométricas no uniformes.

En esta línea se ha trabajado mediante el proyecto “Modelización de captaciones en cauces efimeros” cofinanciado por la Consejería de Educación de la Región de Murcia- Instituto Euro Mediterráneo del Agua (IEA) mediante el convenio 2602-C/ITF con fecha desde febrero de 2008 hasta diciembre de 2011, y actualmente se dispone de otro proyecto “Optimización de los sistemas de captación de fondo para zonas semiáridas y caudales de crecida con alto contenido de sedimentos. Definición de los parámetros de diseño” financiado por el Programa Séneca 2014 con fecha desde enero de 2016 hasta diciembre de 2018 con Expediente: 19379/PI/14.

APÉNDICE 1

A.1.1 Garot (1939)

Si partimos de las ecuaciones (1.2) y (1.3) presentadas en el Capítulo 1:

$$\frac{dQ}{dx} = -C_{qh} m B \sqrt{2gh} \quad (1.2)$$

$$H = h + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (1.3)$$

Y a continuación hacemos la derivada, respecto a la coordenada x , de la ecuación (1.3) obtenemos la ecuación (1.4):

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(h + \alpha \frac{v^2}{2g} \right) = \frac{d}{dx} \left(h + \frac{Q^2}{2gh^2 B^2} \right) = 0 \\ \frac{dh}{dx} + \frac{2Q}{2gh^2 B^2} \frac{dQ}{dx} - \frac{Q^2 2h}{2gh^4 B^2} \frac{dh}{dx} &= 0 \\ \frac{dh}{dx} (gh^3 B^2 - Q^2) + hQ \frac{dQ}{dx} &= 0 \\ \frac{dh}{dx} &= \frac{hQ}{Q^2 - gh^3 B^2} \frac{dQ}{dx} \\ Q &= Bhv \\ v &= \sqrt{2g(H-h)} \\ Q &= Bh\sqrt{2g(H-h)} \\ \frac{dh}{dx} &= \frac{hBh\sqrt{2g(H-h)}}{B^2 h^2 2g(H-h) - gh^3 B^2} (-C_{qh} m B \sqrt{2gh}) \\ \frac{dh}{dx} &= \frac{-2C_{qh} m \sqrt{h(H-h)}}{2H-3h} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Despejando dx para poder integrar y calcular así el perfil de la lámina de agua tenemos:

$$dx = dh \frac{2H-3h}{-2C_h m \sqrt{h(H-h)}}$$

Si se integra ahora la ecuación anterior entre los valores de calado: H (asumido como calado) y un valor h cualquier obtenemos:

$$\begin{aligned} \int_h^H dx &= \frac{-1}{2C_h m} \int_h^H \frac{2H-3h}{\sqrt{h(H-h)}} dh = \frac{-1}{2C_h m} \left[\int_h^H \frac{2H}{\sqrt{h(H-h)}} dh - \int_h^H \frac{-3h}{\sqrt{h(H-h)}} dh \right] = \\ &= \frac{-H}{C_h m} \underbrace{\int_h^H \frac{dh}{\sqrt{h(H-h)}}}_{I_1} + \frac{3}{2C_h m} \underbrace{\int_h^H \frac{h}{\sqrt{h(H-h)}} dh}_{I_2} = \frac{-H}{C_h m} I_1 + \frac{3}{2C_h m} I_2 \end{aligned} \quad (A1.1)$$

Donde:

$$I_1 = \int_h^H \frac{dh}{\sqrt{h(H-h)}} = \int_h^H \frac{dh}{\sqrt{\frac{H^2}{4} - \left(h - \frac{H}{2}\right)^2}} \quad (A1.2)$$

Si introducimos el cambio de variable $(h - H/2) = H/2 t \rightarrow dh = H/2 dt$ nos queda:

$$I_1 = \int_h^H \frac{dh}{\sqrt{h(H-h)}} = \int_a^b \frac{\frac{H}{2}}{\frac{H}{2} \sqrt{1-t^2}} dt = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt = \arcsenot \Big|_a^b = \left[\arcseno\left(\frac{2h-H}{H}\right) \right]_h^H \quad (A1.3)$$

Y donde introducimos el cambio de variable $u = \sqrt{h} \rightarrow dh = 2udu$ nos queda:

$$I_2 = \int_h^H \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{(H-h)}} dh = \int_a^b \frac{2u^2}{\sqrt{H-u^2}} du = -\int_a^b 2ud(\sqrt{H-u^2}) \quad (A1.4)$$

Dicha integral se puede expresar por partes como:

$$I_2 = -\int_a^b 2ud(\sqrt{H-u^2}) = -2u\sqrt{H-u^2} + \int \sqrt{H-u^2} 2du \quad (A1.5)$$

Si multiplicamos y dividimos el segundo término por $\sqrt{H-u^2}$ nos quedará:

$$\begin{aligned} 2 \int \sqrt{H-u^2} \frac{\sqrt{H-u^2}}{\sqrt{H-u^2}} du &= 2H \int \frac{du}{\sqrt{H-u^2}} - \int \frac{2u^2 du}{\sqrt{H-u^2}} = 2H \int \frac{du}{\sqrt{H-u^2}} - I_2 = \\ &= 2H \arcseno\left(\frac{u}{\sqrt{H}}\right) - I_2 \end{aligned} \quad (A1.6)$$

Por lo que la integral I_2 quedará:

$$\begin{aligned} I_2 &= -\int_a^b 2ud(\sqrt{H-u^2}) = -2u\sqrt{H-u^2} + 2H \arcseno\left(\frac{u}{\sqrt{H}}\right) - I_2 \rightarrow \\ I_2 &= \left[-\sqrt{h}\sqrt{H-h} + H \arcseno\left(\sqrt{\frac{h}{H}}\right) \right]_h^H \end{aligned} \quad (A1.7)$$

Así recapitulando:

$$x_H - x_h = \frac{-H}{C_h m} \left[\operatorname{arcseno} \left(\frac{2h-H}{H} \right) \right]_h^H + \frac{3}{2C_h m} \left[-\sqrt{h(H-h)} \right] + H \operatorname{arcseno} \left(\sqrt{\frac{h}{H}} \right) \Big|_h^H \quad (\text{A1.8})$$

Que calculando en los límites de integración queda:

$$\begin{aligned} x_H - x_h &= \frac{-H}{C_h m} \left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arcseno} \left(\frac{2h-H}{H} \right) \right] + \frac{3}{2C_h m} \left[+\sqrt{h(H-h)} \right] + \frac{\pi H}{2} - H \operatorname{arcseno} \left(\sqrt{\frac{h}{H}} \right) \Big|_h^H \\ &= \frac{H}{C_h m} \underbrace{\left[\frac{\pi}{4} + \operatorname{arcseno} \left(2\frac{h}{H} - 1 \right) + \frac{3}{2H} \sqrt{h(H-h)} - \frac{3}{2} \operatorname{arcseno} \sqrt{\frac{h}{H}} \right]}_{\Phi \left[\frac{h}{H} \right]} \end{aligned} \quad (\text{A1.9})$$

Donde a partir de la relación trigonométrica siguiente llegamos a la ecuación (1.5):

$$\begin{aligned} \operatorname{arcsenox} - \operatorname{arcsenoy} &= \operatorname{arcseno}(x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2}) \rightarrow \\ \Phi \left[\frac{h}{H} \right] &= \frac{\pi}{4} + \left\{ \operatorname{arcseno} \left(2\frac{h}{H} - 1 \right) - \operatorname{arcseno} \sqrt{\frac{h}{H}} \right\} + \frac{3}{2H} \sqrt{h(H-h)} - \frac{1}{2} \operatorname{arcseno} \sqrt{\frac{h}{H}} = \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2H} \sqrt{h(H-h)} - \frac{1}{2} \operatorname{arcseno} \sqrt{\frac{h}{H}} + \operatorname{arcseno} \left(\left(\frac{2h}{H} - 1 \right) \sqrt{1 - \frac{h}{H}} - \sqrt{\frac{h}{H}} \sqrt{1 - \left(\frac{2h}{H} - 1 \right)^2} \right) = \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2H} \sqrt{h(H-h)} - \frac{1}{2} \operatorname{arcseno} \sqrt{\frac{h}{H}} + \operatorname{arcseno} \left(\frac{2h}{H} \sqrt{1 - \frac{h}{H}} - \sqrt{1 - \frac{h}{H}} - \frac{2h}{H} \sqrt{1 - \frac{h}{H}} \right) = \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2H} \sqrt{h(H-h)} - \frac{1}{2} \operatorname{arcseno} \sqrt{\frac{h}{H}} - \operatorname{arcseno} \sqrt{1 - \frac{h}{H}} \end{aligned} \quad (\text{1.5})$$

Así, podemos calcular la distancia L medida sobre la reja en los que se ha producido una diferencia de cota determinada (ecuación (1.6)):

$$L = x_H - x_{h_1} - (x_H - x_{h_2}) = x_{h_1} - x_{h_2} = \frac{H}{C_h m} \left[\Phi \left[\frac{h_2}{H} \right] - \Phi \left[\frac{h_1}{H} \right] \right] \quad (\text{1.6})$$

A.1.2 Krochin (1978)

Partiendo de la ecuación (1.1), Krochin introduce el parámetro K y el coseno del ángulo que forma el vector velocidad en el plano de la reja con la vertical, β ($\beta=90-\phi$).

$$\frac{dq}{dx} = q_d = C_{qH} \cos \beta_{medio} K \sqrt{2gH_0} \quad (\text{A1.10})$$

$$K = (1-f) \frac{b_l}{b_l + b_w} = (1-f)m \quad (\text{1.28})$$

Par el caso de derivar la totalidad del caudal $q_d=q$ y $dx=L$. Además se parte de las hipótesis de que el calado al inicio de la reja es el calado crítico. Así, Zamarin ajustó la siguiente expresión y que el caudal derivado se puede expresar como un calado promedio, h_m , de la siguiente forma:

$$q_d = C_{qH} mKL \sqrt{2gh_m} \quad (A1.11)$$

Donde se propone expresar el calado medio entre la sección inicial y la final de la forma:

$$h_m = \frac{h_1 - 0}{2} = \frac{2/3H_0}{2} = \frac{H_0}{3} \quad (A1.12)$$

Así operando nos queda:

$$q_d = C_{qH} mKL \sqrt{2g \frac{H_0}{3}} \quad (A1.13)$$

Que igualando a la ecuación (A1.10) anterior queda:

$$C_{qH} \cos \beta_{medio} K \sqrt{2gH_0} = C_{qH} mKL \sqrt{2g \frac{H_0}{3}} \rightarrow \cos \beta_{medio} = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0.577 \rightarrow \beta = 54^\circ 46' \quad (A1.14)$$

De esta forma la longitud de reja propuesta quedaría:

$$L = \frac{q}{C_{qH} K 0.577} \sqrt{2g \frac{3}{2} \left(\frac{q}{\sqrt{g}} \right)^{2/3}} = \left[\frac{0.313q}{(C_{qH} k)^{3/2}} \right]^{2/3} \quad (1.27)$$

A.1.3 Frank (1959)

Aplica la ecuación (1.7) de conservación de la energía específica:

$$H = \frac{v^2}{2.g} + h \cdot \cos \theta \quad (1.7)$$

$$H = \frac{q^2}{2gh^2} + h \cos \theta \quad (1.7)$$

$$\frac{q}{\sqrt{2g}} \frac{\cos \theta}{H^{3/2}} = \frac{h}{H} \cos \theta \sqrt{1 - \frac{h}{H} \cos \theta} \quad (1.7)$$

Para el caso en que se da la relación:

$$\left(\frac{h}{H} \right) \cos \theta = \frac{2}{3} \quad (A1.15)$$

La ecuación (1.7) se convierte en:

$$\frac{q \cos \theta}{\sqrt{2g} H^{3/2}} = 0.3849 \quad (\text{A1.16})$$

Para cada valor de q , θ y H dados se puede representar la siguiente gráfica a partir de la ecuación (1.7):

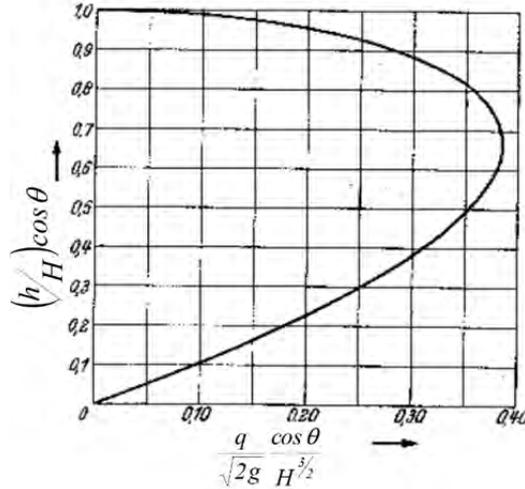


Figura A1.1. Relación términos ecuación (1.7) de Frank, J. 1956.

A partir de la ecuación (1.7) y bajo la hipótesis de que la distribución de presiones es hidrostática y que el calado al inicio de la reja es proporcional al crítico se tiene:

$$h_0 = x k_0 \quad k_0 = \frac{2}{3} H_0 \quad (\text{A1.17})$$

$$h_0 = x \frac{2}{3} H_0 \quad k_0 = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (\text{A1.18})$$

$$h_0 \cos \theta + \frac{q_0^2}{2g} h_0^2 = \frac{3}{2} k_0 \quad (\text{A1.19})$$

La ecuación anterior aplicando las ecuaciones (A1.17) y (A1.18) queda:

$$2 \cos \theta x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \quad (\text{A1.20})$$

Tabla A1.1. Valores de la variable x en función de θ según (A1.20).

$\theta = 0^\circ$	2°	4°	6°	8°	10°	12°
$x = 1,000$	0,980	0,961	0,944	0,927	0,910	0,894
$\theta = 14^\circ$	16°	18°	20°	22°	24°	26°
$x = 0,879$	0,865	0,851	0,837	0,825	0,812	0,800

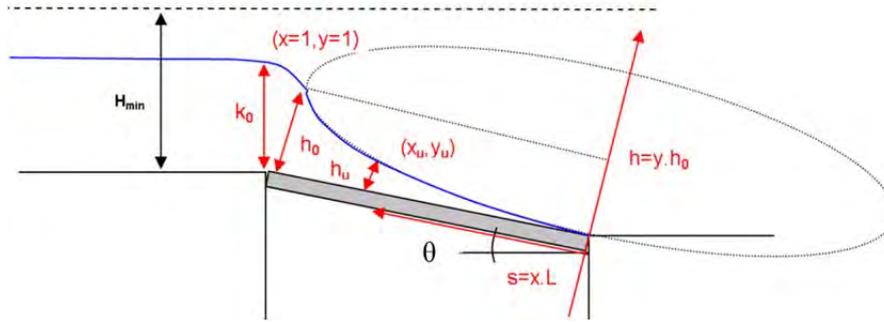


Figura A1.2. Esquema obra captación de fondo

Asume que la energía de llegada es la mínima y observa que el perfil de la lámina de agua se puede ajustar a una elipse cuya ecuación se adjunta a continuación, y que tiene su centro en el punto $(0, h_0)$ respecto a los ejes s y h de la figura A1.2 anterior:

$$\frac{\bar{s}^2}{L^2} + \frac{(h - h_0)^2}{h_0^2} = 1 \quad (1.34)$$

Que se reduce a:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{h_0} L^2 - \frac{h^2}{h_0^2} L^2} \quad (A1.21)$$

Que con la transformación de: $\frac{h}{h_0} = y$ queda:

$$d\bar{s} = L \frac{1-y}{\sqrt{y(2-y)}} dy \quad (A1.22)$$

Por otro lado, igualando el caudal que alcanza la reja con el caudal captado, es decir suponiendo que todo el caudal se capta obtenemos, según *Frank*, la siguiente longitud de reja necesaria:

$$dq = mC_q \sqrt{2gh \cos \theta} d\bar{s} = \lambda \sqrt{h} \quad (A1.23)$$

$$dq = \lambda \sqrt{h_0} \sqrt{y} d\bar{s} \quad (A1.24)$$

$$q = \int_0^L dq = \int_0^1 \lambda \sqrt{h_0} \sqrt{y} L \frac{1-y}{\sqrt{y(2-y)}} dy = \lambda \sqrt{h_0} L \int_0^1 \frac{1-y}{\sqrt{y(2-y)}} dy \quad (A1.25)$$

Integrando queda:

$$q_0 = 0.391 \lambda L \sqrt{h_0} \quad (A1.26)$$

$$L = 2.561 \frac{q_0}{\lambda \sqrt{h_0}} \quad (1.35a)$$

A partir de (1.34) y con las relaciones $x = \frac{\bar{s}}{L}$ y $\frac{h}{h_0} = y$ se obtiene:

$$x^2 = 2y - y^2 \quad y = 1 - \sqrt{1 - x^2} \quad (\text{A1.27})$$

Así, el caudal circulante sobre la rejilla se puede obtener:

$$q_u = q_0 - \lambda \sqrt{h_0} L \int_{y_u}^1 \frac{1-y}{\sqrt{2-y}} dy \quad (\text{A1.28})$$

$$y_u = 1 - \sqrt{1 - x_u^2} \quad \frac{q_u}{q_0} = 1.707 \left(2 - \sqrt{1 - x_u^2} \right) \sqrt{1 + \sqrt{1 - x_u^2} + 2.415} \quad (\text{A1.29})$$

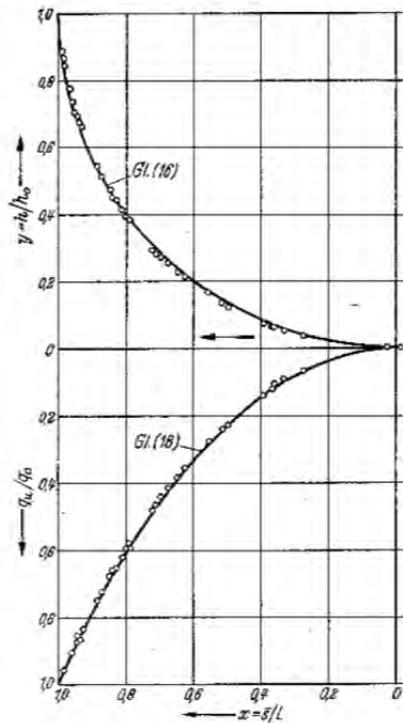


Figura A1.3. Representación de las ecuaciones (A1.29), de Frank, J. 1956.

A.1.5 Mostkow (1957)

Propone aplicar la ecuación de cantidad de movimiento entre dos puntos a lo largo de la reja con la hipótesis de que el calado es el calado crítico asociado al caudal pasante en cada posición:

$$\frac{1}{2} \gamma h_1^2 - \frac{1}{2} \gamma h_2^2 = \rho q_1 u_1 - \rho q_2 u_2 - \rho \frac{q_d}{L} u_b \quad (\text{A1.30})$$

Donde sustituimos:

$$q_d = q_1 - q_2 = C_{qh} m L \sqrt{2g \frac{h_1 + h_2}{2}} \quad (1.51)$$

$$u_b \approx \sqrt{2g \frac{h_1 + h_2}{2}} \quad (A1.31)$$

Nos queda:

$$0 = \frac{g}{2} (h_1^2 - h_2^2) - m C_{qh}^2 g (h_1 + h_2) \rightarrow h_1 - h_2 = 2m C_{qh} \quad (1.53)$$

A.1.6 Frank en relación a Nosedá

Conservando la hipótesis de energía total constante a lo largo de toda la reja, Frank compara sus resultados con los obtenidos por Nosedá para energía específica constante a lo largo de toda la reja obteniendo resultados muy aproximados para el perfil de la lámina de agua. Además Frank compara la longitud total calculada por Nosedá con la obtenida por él. Longitud obtenida por Nosedá para la captación total del caudal de aproximación:

$$L_N = 1.185 \frac{H_0}{C_{qh} m} \quad (1.20)$$

Si asumimos condiciones de energía mínima a la llegada a la reja y que se produce el crítico al inicio se cumplirán las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} H_0 = H_{min} \\ q_0 = 0.3849 \sqrt{2g} H_0^{3/2} \\ h_0 = \frac{2}{3} H_0 \\ \lambda = m C_{qh} \sqrt{2g \cos \theta} \end{cases}$$

Con lo que la relación entre las ecuaciones (1.35a) y (1.20) nos quedará:

$$\frac{L_F}{L_N} = \frac{1.0194}{\sqrt{x \cos \theta}} \quad (A1.32)$$

Teniendo en cuenta la inclinación de la reja la relación anterior adoptará los siguientes coeficientes calculados por Frank:

Tabla A1.2. Relación longitudes de captación de Frank con Nosedá según θ

θ	=	0	4	8	12	16	20°
L_F/L_N	=	1,019	1,042	1,064	1,090	1,119	1,150

Por otro lado podemos hacer corresponder los coeficientes de descarga variables adoptados por Nosedá con la formulación de Frank de la siguiente forma. Si recordamos que el caudal captado por la reja en cada punto Frank lo expresaba:

$$q_1 = \lambda \sqrt{h} = m C_{qh} \sqrt{2g \cos \theta} \sqrt{h} \quad (A1.23)$$

Introduciendo en la ecuación anterior el coeficiente de descarga calculado por Nosedá:

$$C_{qh} = 0.66 m^{-0.16} \left(\frac{l}{h} \right)^{0.13} \quad (1.71)$$

$$q_1 = m 0.66 m^{-0.16} \left(\frac{l}{h} \right)^{0.13} \sqrt{2g \cos \theta} \sqrt{h} \quad (A1.33)$$

Introduciendo el cambio de variable $\frac{h}{h_0} = y$ e introduciendo el coeficiente n nos queda:

$$q_1 = n y^{0.37} \quad n = 0.66 \sqrt{2g \cos \theta} m^{0.84} l^{0.13} h_0^{0.37} \quad (A1.34)$$

A partir de la ecuación (A1.27) anterior podemos integrar y obtener el caudal captado a lo largo de toda la reja, que considerando que será el total de aproximación dará:

$$dq_1 = dx L n y^{0.37} \quad q_0 = L n \int_0^l \left[l - \sqrt{l-x^2} \right]^{0.37} dx \quad (A1.35)$$

De forma numérica se obtiene que: $\int_0^l \left[l - \sqrt{l-x^2} \right]^{0.37} dx = 0.476$ que finalmente arroja:

$$q_0 = 0.476 L n \quad (A1.36)$$

Recordando el desarrollo de Frank, la ecuación (A1.16) nos daba el valor de q_0 con el que podemos igualar y despejar λ :

$$\lambda = \frac{0.476 n}{0.391 \sqrt{h_0}} = 1.22 m C_{qNosedá} \sqrt{2g \cos \alpha} \quad C_{qFrank} = 1.22 C_{qNosedá} \quad (1.72)$$

A.1.7 Ecuación de Castro-Orgaz y Hager (2011)

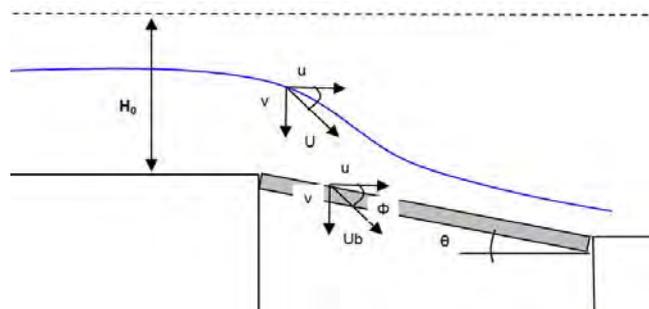


Figura A1.4. Esquema de la reja de fondo.

Partimos de la hipótesis de que la componente de la velocidad en la dirección del flujo principal (eje x), denominada u , equivale al módulo del vector velocidad y se mantiene constante en la vertical de una sección transversal:

$$u = U = \frac{q}{h} \quad (\text{A1.37})$$

Donde U es la velocidad media en una sección vertical y que coincide también con la componente media de la velocidad en la dirección principal del flujo; q es el caudal por unidad de ancho en m^2/s y h es el calado medido en una perpendicular al plano de la reja.

Para calcular el valor de la componente vertical de la velocidad v , integramos en el intervalo entre y y h respecto a una sección vertical la ecuación de continuidad 2D para una reja de fondo con la condición de que la superficie es una línea de corriente en la que se cumple que $v/u = dh/dx$ (ya que en el fondo no tenemos condición de contorno) se obtiene:

$$\int_y^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_y^h \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0 \rightarrow -\int_y^h \frac{\partial u}{\partial x} dy = \int \partial v \quad (\text{A1.38})$$

Sustituyendo la ec. (A1.37) en el primer término de la ec. de continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q}{h} \right) = \frac{1}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{q}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{U}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A1.39})$$

Introduciendo la ec. (A1.39) en la ec. (A1.38) queda:

$$\int \partial v = -\int_y^h \left(\frac{1}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{U}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \right) dy \quad (\text{A1.40})$$

$$v + C = -\left(\frac{y}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{Uy}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \right)$$

Calculamos el valor de la constante, C , para la condición anterior en $y=h$ donde $v = u \partial h / \partial x$:

$$u \frac{\partial h}{\partial x} + C = -\left(\frac{h}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{Uh}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (\text{A1.41})$$

$$C = -\frac{\partial q}{\partial x}$$

Por lo que la ec. (A1.40) queda:

$$v - \frac{\partial q}{\partial x} = -\left(\frac{y}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{Uy}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (\text{A1.42})$$

$$v = \frac{\partial q}{\partial x} \left(1 - \frac{y}{h} \right) + \frac{Uy}{h} \frac{\partial h}{\partial x}$$

Si ahora adoptamos el valor de dq/dx como la ecuación de un orificio:

$$\frac{dq}{dx} = -C_q m \sqrt{2gh} \quad (\text{A1.43})$$

Y calculamos q'' :

$$q'' = \left(\frac{dq}{dx} \right)' = -C_q m \sqrt{2g} (\sqrt{h})' - \frac{C_q m \sqrt{2g}}{2\sqrt{h}} \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{C_q m \sqrt{2g} \sqrt{h}}{2\sqrt{h} \sqrt{h}} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{q'}{2h} \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$q'' = \frac{q'h'}{2h}$$

(A1.44)

Asumiendo que la distribución de presiones en una sección vertical se expresa como la presión hidrostática más el término ΔP . Tomamos ahora la ec. de conservación de momentum de Navier-Stokes promediada de Reynolds (RANS) en la dirección vertical para el flujo espacialmente variado, y despreciando en ésta el término de viscosidad, y sustituimos en ella la ec. de continuidad con la intención de calcular el citado término ΔP de desviación respecto a la presión hidrostática:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \cos \theta$$

(A1.45 y A1.46)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Así, substituyendo la (A1.46), en la ec. (A1.45 y A1.46) en la de momentum nos queda:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \cos \theta$$

(A1.47)

$$\rho u^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{u} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \gamma \cos \theta$$

Si integramos ahora respecto a la sección vertical en los límites entre y y h :

$$\int_y^h \rho u^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{u} \right) dy = -\int_y^h \frac{\partial p}{\partial y} - \int_y^h \gamma \cos \theta dy \rightarrow$$

$$-\int_y^h \partial \gamma (h-y) \cos \theta dy - \int_y^h \gamma \cos \theta dy = -\gamma (h-y) \cos \theta \Big|_y^h - \gamma y \Big|_y^h \cos \theta + \Delta p$$

(A1.48)

$$+ (h-y) \cos \theta - (h-y) \cos \theta + \Delta p \rightarrow \int_y^h \rho u^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{u} \right) dy = \Delta p$$

Para el cálculo del valor de Δp calcularemos a continuación v/u de las ecs. (A1.37) y (A1.46):

$$\frac{v}{u} = \frac{hq'}{q} \left(1 - \frac{y}{h} \right) + \frac{q}{h} \frac{y}{h} \frac{h'}{q} = \frac{hq'}{q} \left(1 - \frac{y}{h} \right) + \frac{y}{h} h'$$

(A1.49)

A continuación calculamos la derivada respecto a x de la ec. (A1.49):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{u} \right) = \underbrace{\left(h'' - \frac{h'^2}{h} \right)}_a \frac{y}{h} - \underbrace{\frac{q'^2 h}{q^2}}_b \left(1 - \frac{y}{h} \right) + \underbrace{\frac{q'h'}{q}}_c \left(1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{y}{h} \right) \right) + \underbrace{\left(\frac{h'}{h} - \frac{q'}{q} \right)}_d \frac{\partial y}{\partial x}$$

(A1.50)

Con lo que ya podemos calcular el valor de Δp :

$$\Delta p = \int_y^h \frac{u^2}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v}{u} \right) dy = \frac{U^2}{g} \left[\int_y^h \frac{a}{h} y dy - \int_y^h b \left(1 - \frac{y}{h} \right) dy + \int_y^h c \left(1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{y}{h} \right) \right) dy + \int_y^h d \frac{\partial y}{\partial x} dy \right] \quad (\text{A1.51})$$

Si calculamos aparte la integral:

$$\int_y^h d \frac{\partial y}{\partial x} dy = d \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_y^h y dy - y \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_y^h \right) = d \left(h \frac{\partial h}{\partial x} - y \frac{\partial y}{\partial x} - \left(h \frac{\partial h}{\partial x} - y \frac{\partial y}{\partial x} \right) \right) = 0 \quad (\text{A1.52})$$

Por lo que nos queda:

$$\Delta p = \frac{U^2}{g} \left[\frac{a}{2h} (h^2 - y^2) - b \left(h - y - \frac{h^2}{2h} + \frac{y^2}{2h} \right) + c \left(h - y + \frac{1}{2} (h - y) - \left(\frac{h^2}{2h} - \frac{y^2}{2h} \right) \right) + \right]$$

$$\Delta p = \frac{U^2}{2g} (hh'' - h'^2) \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) + \frac{U^2}{g} \left[- \left(\frac{q'h}{q} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h} + \frac{y^2}{2h^2} \right) \right] + \frac{U^2}{g} \left[\frac{q'hh'}{q} \left(\frac{5}{4} - \frac{3y}{2h} + \frac{y^2}{4h^2} \right) \right] \quad (1.82)$$

A.1.8 Ecuación de Nakagawa (1968) para la reja de fondo

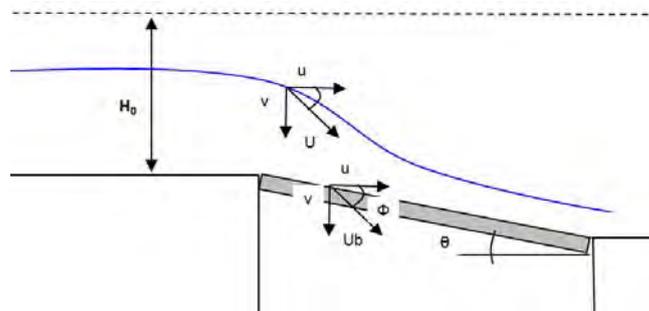


Figura A1.5. Esquema de la reja de fondo

Partimos de la hipótesis de que la componente de la velocidad en la dirección del flujo principal (eje x), denominada u , equivale al módulo del vector velocidad, U , por una función que varía según la posición en la vertical de una sección transversal y que se mantiene constante a lo largo de x :

$$u = U f'(z/h) = (q/h) f'(m) \quad (\text{A1.53})$$

Donde, q es el caudal de paso por dicha sección.

Para calcular el valor de la componente vertical de la velocidad v , integramos en el intervalo entre y y h respecto a una sección vertical la ecuación de continuidad 2D para una reja de fondo con la condición de que la superficie es una línea de corriente en la que se cumple que $v/u = dh/dx$ (ya que en el fondo no tenemos condición de contorno) se obtiene:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \rightarrow \int_y^h \partial v = - \int_y^h \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (A1.54)$$

Sustituyendo la ec. (A1.53) en el primer término de la ec. de continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x} \frac{f'(m)}{h} - \frac{1}{h^2} q f'(m) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (A1.55)$$

Sustituimos ahora la ec. (A1.55) en la ec. (A1.54) Además, hacemos un cambio de variable cambiando y por m , sabiendo que $m=y/h$, $dy=hdm$ y que $\partial f'(m)/\partial x = 0$ nos queda:

$$\int \partial v = - \int_y^h \frac{\partial q}{\partial x} \frac{f'(m)}{h} dy + \int_y^h \frac{1}{h^2} q f'(m) \frac{\partial h}{\partial x} dy = - \int_m^1 \frac{\partial q}{\partial x} \frac{1}{h} f'(m) h dm + \int_m^1 \frac{q}{h^2} f'(m) \frac{\partial h}{\partial x} h dm \rightarrow$$

$$v + Cte = \frac{\partial q}{\partial x} (-f(1) + f(m)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q}{h} (f(1) - f(m)) \quad (A1.56)$$

Para $y=h \rightarrow m=1 \rightarrow v/u = \partial h/\partial x \rightarrow v = u \partial h/\partial x = q/h f'(m) \partial h/\partial x$

Sustituyendo en la ec. anterior para la superficie tenemos:

$$q/h f'(m) \partial h/\partial x + Cte = \frac{\partial q}{\partial x} (-f(1) + f(1)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q}{h} (f(1) - f(1)) = 0 + 0 \quad (A1.57)$$

$$Cte = - \frac{q}{h} f'(m) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (A1.58)$$

Por lo que nos queda:

$$v = \frac{\partial q}{\partial x} (-f(1) + f(m)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q}{h} (f(1) - f(m)) + \frac{q}{h} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m) =$$

$$= \frac{\partial q}{\partial x} (-f(1) + f(m)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q}{h} (f(1) - f(m) + f'(m)) \quad (A1.59)$$

Si desarrollamos la derivada de la función $f(m)$ entre los límites de integración de v , 1 y m , se obtiene:

$$f'(m) = \frac{f(1) - f(m)}{1 - m} \rightarrow f(1) - f(m) = (1 - m) f'(m) \quad (A1.60)$$

Sustituyen la ec. (A1.60) en la ec. (A1.59) anterior queda:

$$v = \frac{\partial q}{\partial x} (-f(1) + f(m)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q}{h} ((1 - m) f'(m) + f'(m)) =$$

$$= \frac{\partial q}{\partial x} (-f(1) + f(m)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q(2 - m)}{h} f'(m) = q'(-f(1) + f(m)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q(2 - m)}{h} f'(m) \quad (A1.61)$$

A continuación se muestra la ec. de Euler en la dirección y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \cos \theta \quad (A1.62)$$

A partir de la ec. (A1.60), calculamos la derivada respecto a x de:

$$\frac{\partial(f(1)-f(m))}{\partial x} = \frac{\partial((1-m)f'(m))}{\partial x} = -f'(m) \frac{\partial m}{\partial x} = -f'(m) \left(\frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{y}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (\text{A1.63})$$

Calculamos ahora la derivada respecto a x de la componente v de la velocidad, ec. (A1.61):

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} = & -\frac{\partial q'}{\partial x} (f(1)-f(m)) + q' f'(m) \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{q(2-m)}{h} f'(m) + \\ & + q' \frac{\partial h}{\partial x} \frac{(2-m)}{h} f'(m) + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \frac{q(2-m)}{h^2} f'(m) - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q}{h} f'(m) \frac{\partial m}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A1.64})$$

Se adopta la ecuación de tipo orificio para el caudal captado por la reja siguiente que relaciona el caudal saliente por la reja con el calado sobre ésta:

$$\frac{dq}{dx} = q' = -C_{qh} m \sqrt{2gh} \quad (\text{A1.65})$$

Para un valor de C_{qh} constante. La derivada de q' resulta en:

$$\begin{aligned} q'' = \left(\frac{dq}{dx} \right)' & = -C_{qh} m \sqrt{2g} (\sqrt{h})' - \frac{C_{qh} m \sqrt{2g}}{2\sqrt{h}} \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{C_{qh} m \sqrt{2g} \sqrt{h}}{2\sqrt{h} \sqrt{h}} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{q'}{2h} \frac{\partial h}{\partial x} \\ q'' & = \frac{q'h'}{2h} \end{aligned} \quad (\text{A1.66})$$

Multiplicamos ahora la ec. (A1.64) anterior por la componente horizontal de la velocidad, u , y sustituyendo la ec (A1.66) en los términos $\partial q'/\partial x$ queda:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial v}{\partial x} = & -\frac{q}{h} f'(m) \frac{\partial q'}{\partial x} (f(1)-f(m)) + \frac{q}{h} q' f'(m)^2 \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{q}{h} f'(m) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{q(2-m)}{h} f'(m) + \\ & + \frac{q}{h} f'(m) q' \frac{\partial h}{\partial x} \frac{(2-m)}{h} f'(m) + \frac{q}{h} f'(m) \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \frac{q(2-m)}{h^2} f'(m) - \frac{q}{h} f'(m) \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q}{h} f'(m) \frac{\partial m}{\partial x} = \\ = & -\frac{qq'h'}{2h^2} f'(m) (f(1)-f(m)) + \frac{qq'}{h} f'(m)^2 \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{q^2(2-m)}{h^2} f'(m)^2 + \frac{qq'(2-m)}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m)^2 - \\ & - \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \frac{q^2(2-m)}{h^3} f'(m)^2 - \frac{q^2}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m)^2 \frac{\partial m}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A1.67})$$

Calculamos ahora la derivada de la componente vertical de la velocidad respecto a y :

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{q'}{h} f'(m) + \frac{q}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m) \quad (\text{A1.68})$$

Multiplicando ahora la ec. (A1.61) por la ec. (A1.68):

$$\begin{aligned}
 v \frac{\partial v}{\partial y} &= \left(-q'(f(1) - f(m)) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{q(2-m)}{h} f'(m) \right) \left(-\frac{q'}{h} f'(m) + \frac{q}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m) \right) = \\
 &= \frac{q'^2}{h} f'(m)(f(1) - f(m)) - \frac{qq'}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m)(f(1) - f(m)) - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{qq'(2-m)}{h^2} f'(m)^2 + \frac{q^2(2-m)}{h^3} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 f'(m)^2
 \end{aligned} \tag{A1.69}$$

Sustituyendo las ecs. (A1.67) y (A1.69) en la ec. (A1.62):

$$\begin{aligned}
 &\overbrace{-\frac{qq'}{2h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m)(f(1) - f(m)) + \frac{qq'}{h} f'(m)^2 \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{q^2(2-m)}{h^2} f'(m)^2 + \frac{qq'(2-m)}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m)^2 - \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \frac{q^2(2-m)}{h^3} f'(m)^2 - \frac{q^2}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m)^2 \frac{\partial m}{\partial x}}^{\frac{u}{\partial x}} \\
 &\overbrace{\frac{q'^2}{h} f'(m)(f(1) - f(m)) - \frac{qq'}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} f'(m)(f(1) - f(m)) - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{qq'(2-m)}{h^2} f'(m)^2 + \frac{q^2(2-m)}{h^3} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 f'(m)^2}^{\frac{v}{\partial y}} = \\
 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \cos \theta
 \end{aligned} \tag{A1.70}$$

Dado que hemos partido de la hipótesis de que la componente en la dirección principal, u , se puede expresar como proporcional a la componente media, U , se aceptan como válidas las siguientes simplificaciones:

$$du/dz = 0; f'(m) = 1; f(m) = m; f(1) = 1; f''(m) = 0 \tag{A1.71}$$

Además sustituimos ahora el valor de $\partial m / \partial x$ calculado en la ec. (A1.63). Se despeja el término de presión y se integra respecto a la coordenada y obteniendo:

$$\begin{aligned}
 -\int_y^h \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} dy &= \int_y^h \cos \theta dy - \frac{qq'}{2gh^2} \frac{\partial h}{\partial x} \int_y^h \left(1 - \frac{y}{h} \right) dy + \frac{qq'}{gh} \int_y^h \left(\frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{y}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} \right) dy + \\
 &+ \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{q^2}{gh^2} \int_y^h \left(2 - \frac{y}{h} \right) dy - \frac{q^2}{gh^2} \frac{\partial h}{\partial x} \int_y^h \left(\frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{y}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} \right) dy + \frac{q'^2}{gh} \int_y^h \left(1 - \frac{y}{h} \right) dy - \\
 &-\frac{1}{g} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{qq'}{h^2} \int_y^h \left(1 - \frac{y}{h} \right) dy
 \end{aligned} \tag{A1.72}$$

Resolviendo dichas integrales se tiene:

$$\begin{aligned}
 (h-y) \cos \theta + \Delta p &= \cos \theta (h-y) - \frac{qq'h'}{4gh^3} (h-y)^2 - \frac{qq'h'}{2gh^3} (h-y)(h+y) + \\
 &+ \frac{q^2 h''}{2gh^3} (3h^2 - 4hy + y^2) + \frac{q^2 h'^2}{2gh^4} (h-y)(h+y) + \frac{q'^2}{2gh^2} (h-y)^2 - \\
 &-\frac{h'qq'}{2gh^3} (h-y)^2
 \end{aligned} \tag{A1.73}$$

Donde Δp se corresponde con la desviación de la presión respecto a la presión hidrostática medida en metros. A continuación se detalla cada una de las integrales anteriores:

$$\begin{aligned}
 \int_y^h \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial y} dy &= -\frac{1}{\gamma} \int_y^h \partial \gamma (h-y) \cos \theta dy = -\frac{\gamma}{\gamma} (h-y) \cos \theta \Big|_y^h + \Delta P = \\
 &= (h-y) \cos \theta + \Delta P = P = P_{hidrostática} + \Delta P \\
 \int_y^h \left(1 - \frac{y}{h}\right) dy &= y \Big|_y^h - \frac{y^2}{2h} \Big|_y^h = h - y - \left(\frac{h^2}{2h} - \frac{y^2}{2h}\right) = \frac{h}{2} - y + \frac{y^2}{2h} = \frac{1}{2h} (h^2 - 2yh + y^2) = \frac{1}{2h} (h-y)^2 \\
 \int_y^h \left(\frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial x}\right) dy &= \frac{1}{h} \left[\frac{\partial}{\partial x} \int_y^h y dy - \frac{\partial y}{\partial x} y \Big|_y^h \right] = \frac{1}{h} \left[h \frac{\partial h}{\partial x} - y \frac{\partial y}{\partial x} - h \frac{\partial h}{\partial x} + y \frac{\partial y}{\partial x} \right] = 0 \\
 \int_y^h -\frac{y}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} dy &= -\frac{\partial h}{\partial x} \frac{1}{h^2} \left[\frac{y^2}{2} \right]_y^h = -\frac{1}{2h^2} \frac{\partial h}{\partial x} (h-y)(h+y) \\
 \int_y^h \left(2 - \frac{y}{h}\right) dy &= 2y \Big|_y^h - \frac{y^2}{2h} \Big|_y^h = 2h - 2y - \frac{h^2}{2h} + \frac{y^2}{2h} = \frac{3h}{2} - 2y + \frac{y^2}{2h} = \frac{1}{2h} [3h^2 - 4yh + y^2]
 \end{aligned}$$

(A1.74)

APÉNDICE 2

A continuación se miden varios caudales mediante el caudalímetro electromagnético y se utilizan para ajustar el coeficiente de descarga del vertedero triangular. Así, a partir de la ecuación (2.44) se ajusta una curva como la que aparece en la figura 2.18 para cada uno de los caudales, $Q_{electromagnético}$, así como los calados sobre el vertedero, h .

Tabla A2.1. Mediciones realizadas con caudalímetro electromagnético

1ª Medición		4ª Medición		7ª Medición	
h (m)	0.32	h (m)	0.18	h (m)	0.38
Q(m ³ /h)	127.50	Q(m ³ /h)	29.60	Q(m ³ /h)	191.00
Calibración fórmula					
w (m)	0.205	w (m)	0.205	w (m)	0.205
B(m)	0.500	B(m)	0.500	B(m)	0.500
h (m)	0.320	h (m)	0.177	h (m)	0.375
μ	0.625	μ	0.638	μ	0.630
Q (l/s)	35.417	Q (l/s)	8.222	Q (l/s)	53.056
2ª Medición		5ª Medición		8ª Medición	
h (m)	0.27	h (m)	0.12	h (m)	0.34
Q(m ³ /h)	86.40	Q(m ³ /h)	11.85	Q(m ³ /h)	148.30
Calibración fórmula					
w (m)	0.205	w (m)	0.205	w (m)	0.205
B(m)	0.500	B(m)	0.500	B(m)	0.500
h (m)	0.273	h (m)	0.121	h (m)	0.337
μ	0.630	μ	0.661	μ	0.639
Q (l/s)	24.000	Q (l/s)	3.292	Q (l/s)	41.194
3ª Medición		6ª Medición		9ª Medición	
h (m)	0.22	h (m)	0.09	h (m)	0.36
Q(m ³ /h)	51.80	Q(m ³ /h)	5.97	Q(m ³ /h)	170.00
Calibración fórmula					
w (m)	0.205	w (m)	0.205	w (m)	0.205
B(m)	0.500	B(m)	0.500	B(m)	0.500
h (m)	0.222	h (m)	0.092	h (m)	0.355
μ	0.633	μ	0.660	μ	0.643
Q (l/s)	14.389	Q (l/s)	1.659	Q (l/s)	47.222

Para tener un contraste de las mediciones del caudalímetro electromagnético también se utilizó una sonda de velocidad ADV (Acoustic Doppler Velocimeter) de 25 MHz (Nortek As Inc.) La medición se llevó a cabo en las tres direcciones con una resolución de 0.01 cm/s y una precisión de $\pm 1\%$ del rango de velocidad (± 100 cm/s) en un volumen de control de 6 mm. Para ello se ha dividido la sección transversal del canal en tres zonas: Margen izquierdo, Centro y Margen derecho. En estas zonas se ha colocado la sonda a 0.15-0.25-0.35 m respectivamente medido en horizontal y desde el cajero del canal de desagüe. Se han repetido las mediciones con la sonda ADV a distintas distancias aguas arriba del vertedero y manteniendo fijos el resto de parámetros con el fin de perturbar el flujo lo menos posible.

A la hora de ubicar el medidor doppler y obtener datos de velocidad con la distribución más uniforme posible se ha probado con dos distancias aguas arriba del vertedero, 0.63 y 1.15 m. En las tablas A2.2 y A2.3 se presentan los valores obtenidos.

Tabla A2.2. Mediciones de velocidad realizadas a 0.63 m del vertedero

Datos Caudalímetro			
Q(m ³ /h)	127.5		
Q (l/s)	35.42		
w (m)	0.205		
h (m)	0.32		
d (m)	1.15		
h (m)	0.15	0.25	0.40
0.420	8.60	16.34	18.74
0.400	8.61	15.16	20.28
0.300	11.65	8.49	15.62
0.200	13.24	8.87	12.01
0.100	11.03	10.88	10.81
0.060	10.50	13.63	13.00
0.020	10.11	14.09	14.82
0.000	0.00	0.00	0.00

Tabla A2.3. Mediciones de velocidad realizadas a 1.15 m de distancia del vertedero

Datos Caudalímetro			
Q(m ³ /h)	127.5		
Q (l/s)	35.42		
w (m)	0.205		
h (m)	0.32		
d (m)	0.65		
h (m)	0.15	0.25	0.40
0.420	11.56	13.12	18.71
0.400	11.78	14.50	19.30
0.300	11.82	14.16	18.39
0.200	10.52	11.15	15.94
0.100	10.72	11.20	13.79
0.060	10.94	12.13	13.13
0.020	10.23	12.56	12.37
0.000	0.00	0.00	0.00

A la vista de los resultados y las mediciones obtenidas con la sonda ADV se observa una mayor calidad de la medida a una distancia de 0.63 m hacia aguas arriba del vertedero triangular. Es decir más cercana al vertedero y alejada del cuenco dissipador de la energía del flujo tras la caída por la reja. Esto es debido a que el vertido del agua no captada por la reja llega con una enorme turbulencia que no se elimina del todo.

Una vez seleccionada la situación de cada una de las zonas se procedió a medir las velocidades en donde se llegaron a obtener alrededor de 7 puntos de medición en cada vertical. En las siguientes tablas y graficas se presentan los resultados mediante los cuales, se calcula la velocidad media de toda la sección ocupada por el agua y se compara con la media calculada con el caudal medido por el caudalímetro electromagnético. Se muestran algunos ejemplos:

Tabla A2.4. Mediciones de velocidad realizadas para el caudal de 11.85 m³/h.

Datos con Caudalímetro			
Q(m ³ /h)	11.85		
Q (l/s)	3.291		
d(m)	0.63		
w (m)	0.205		
h (m)	0.121		
V(cm/s)	2.019		
Datos con ADV			
5ª Medición	x (Posición en m)		
h (m)	0.15	0.25	0.40
0.326	1.656	1.944	2.181
0.250	1.610	1.890	2.120
0.190	1.820	2.040	2.120
0.060	2.470	2.260	2.500
0.000	0.000	0.000	0.000

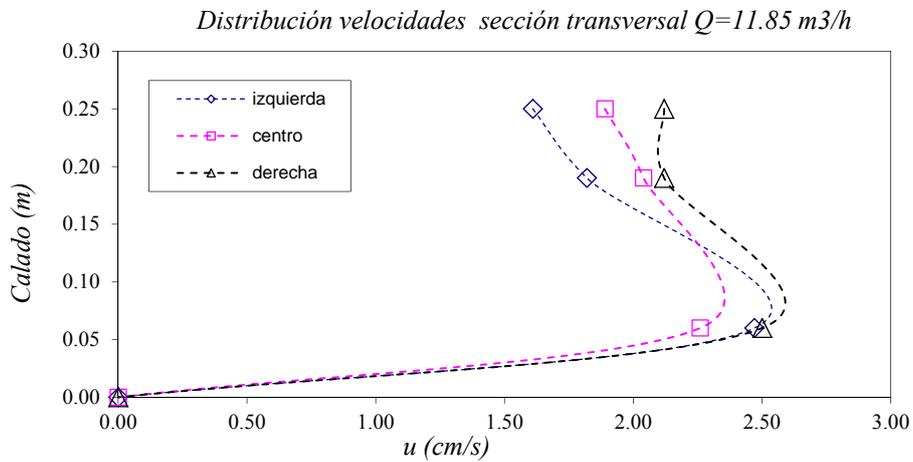


Figura A2.1. Distribución de velocidades medida con doppler en las tres partes en que se divide la sección para el caudal de 11.85 m³/h

Tabla A2.5. Comparativa de caudales calculados con equipo doppler y medido por caudalímetro electromagnético.

h (m)	0.1			0.25			0.4			vm x hm		
	v (cm/s)	vm (cm/s)	hm (m)	v (cm/s)	vm (cm/s)	hm (m)	v (cm/s)	vm (cm/s)	hm (m)			
0.33	1.66	1.63	0.08	1.94	1.92	0.08	2.18	2.15	0.08	0.13	0.15	0.17
0.25	1.61	1.72	0.06	1.89	1.97	0.06	2.12	2.12	0.06	0.11	0.12	0.13
0.19	1.82	2.15	0.13	2.04	2.15	0.13	2.12	2.31	0.13	0.29	0.29	0.31
0.06	2.47	1.24	0.06	2.26	1.13	0.06	2.50	1.25	0.06	0.08	0.07	0.08
0.00	0.00	-	-	0	-	-	0	-	-	-		
											$\sum v_m = V$ (cm/s)	1.90
											Q (l/s)	3.09
											Q (m ³ /h)	11.14
											Qc/Qm	5.99%

Para un caudal de 11.85 m³/h el porcentaje de error se estima en un 5.99 %.

Tabla A2.6. Mediciones de velocidad realizadas para el caudal 5.97 m³/h.

Datos con Caudalímetro	
Q(m ³ /h)	5.97
Q (l/s)	1.658
d(m)	0.63
w (m)	0.205
h (m)	0.092
V(cm/s)	1.11
Datos con ADV	
6ª Medición	x (Posición en m)
h (m)	0.15 0.25 0.40
0.297	1.059 1.214 1.121
0.220	1.030 1.180 1.090
0.170	0.980 1.210 1.180
0.050	1.340 1.120 1.240
0.000	0.000 0.000 0.000

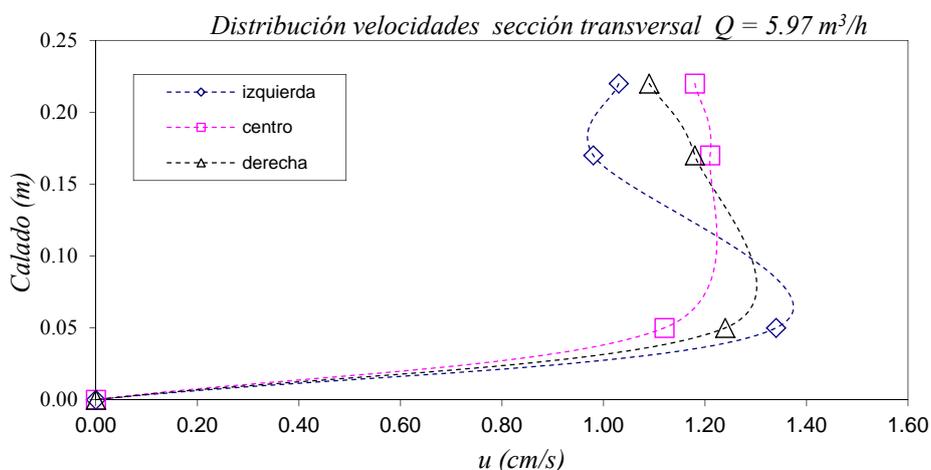


Figura A2.2. Distribución de velocidades medida con doppler en las tres partes en que se divide la sección para el caudal de 5.97 m³/h

Tabla A2.7. Comparativa de caudales calculados con velocidades doppler y medido por caudalímetro electromagnético.

h (m)	0.1			0.25			0.4			vm x hm		
	v (cm/s)	vm (cm/s)	hm (m)	v (cm/s)	vm (cm/s)	hm (m)	v (cm/s)	vm (cm/s)	hm (m)			
0.30	1.06	1.04	0.09	1.21	1.20	0.09	1.12	1.11	0.09	0.09	0.10	0.10
0.22	1.03	1.01	0.06	1.18	1.20	0.06	1.09	1.14	0.06	0.06	0.07	0.06
0.17	0.98	1.16	0.13	1.21	1.17	0.13	1.18	1.21	0.13	0.16	0.16	0.16
0.05	1.34	0.67	0.06	1.12	0.56	0.06	1.24	0.62	0.06	0.04	0.03	0.03
0	0	-	-	0	-	-	0	-	-	-	∑ vm= V (cm/s)	1.06
											Q (l/s)	1.57
											Q (m3/h)	5.65
											Qc/Qm	5.41%

Para un caudal de 5.97 m³/h el porcentaje de error se estima en un 5.41 %.

En la siguiente Tabla resumen se muestran los resultados obtenidos que difieren en su mayoría en un porcentaje por debajo del 5% de los medidos con respecto a los valores registrados con el caudalímetro electromagnético.

Tabla A2.8. Resumen de caudales calculados con velocidades doppler y medidos mediante caudalímetro electromagnético expresados en l/s.

Medición	Qmedido	Qcalculado	Error (%)
7 ^a	53.06	51.86	2.26%
9 ^a	47.22	47.80	-1.23%
8 ^a	41.19	41.63	-1.06%
1 ^a	35.42	35.10	0.88%
2 ^a	24.00	21.22	11.57%
3 ^a	14.39	13.46	6.46%
4 ^a	8.22	7.89	4.09%
5 ^a	3.29	3.09	5.99%
6 ^a	1.66	1.57	5.41%

Ahora podemos representar la curva de gasto del vertedero calibrado mediante el caudalímetro electromagnético y mediante el medidor ADV:

Tabla A2.9. Alturas registradas para cada caudal expresando en l/s.

h	Q _{electromag}	Q _{ADV}
0.375	53.056	51.858
0.355	47.222	47.804
0.337	41.194	41.630
0.320	35.417	35.105
0.273	24.000	21.962
0.222	14.389	13.459
0.177	8.222	7.886
0.121	3.292	3.095
0.092	1.659	1.569

APÉNDICE 3

A lo largo de la tesis se presentan diversas ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (ecs. (1.4), (1.43), (3.5), (3.25) y 3.26)). Para resolver dichas ecuaciones se ha utilizado el algoritmo numérico de Runge-Kutta de cuarto orden (Kutta, 1901; Shampine y Gordon, 1975; Hildebrand, 1976).

Si expresamos una ecuación diferencial ordinaria de primer orden con una condición inicial de la forma:

$$\begin{aligned} y' &= f(x, y) \\ y(x_0) &= y_0 \end{aligned} \tag{A3.1}$$

Donde x_0, y_0 son las coordenadas del punto inicial. Elijiendo un paso de cálculo Δx tenemos:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x \tag{A3.2}$$

El desarrollo en serie de Taylor de dicha ecuación diferencial se puede expresar de la forma:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x f_i(x, y) + \frac{\Delta x^2}{2!} f_i'(x, y) + \frac{\Delta x^3}{3!} f_i''(x, y) + \frac{\Delta x^4}{4!} f_i'''(x, y) + O(h^5) \tag{A3.3}$$

C. Runge y M. W. Kutta. (Kutta, 1901; Shampine y Gordon, 1975; Hildebrand, 1976) proponen una solución de la ecuación del tipo:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x \sum_{i=1}^4 a_i k_i + O(h^5) \tag{A3.4}$$

$$k_i = f \left(x_i + \chi_i \Delta x, y_i + \Delta x \sum_{j=1}^4 \vartheta_{ij} k_j \right) \tag{A3.5}$$

Donde a_i son los coeficientes de cada una de las funciones k_i ; k_i representan los valores de la función $f(x,y)$ en varios puntos dentro del intervalo $(x_i, x_i + \Delta x)$ que se utilizan para aproximar la solución. Estos puntos son el inicio y final del intervalo así como varios en el interior de éste, como se recoge en los valores adoptados por las constantes χ y ϑ (tabla A3.1).

Tabla A3.1. Valores adoptados por los coeficientes χ_i y ϑ_{ij} .

χ_i	ϑ_{ij}
$\chi_1=0$	$\vartheta_{21}=1/2$
$\chi_2=1/2$	$\vartheta_{32}=1/2$
$\chi_3=1/2$	$\vartheta_{43}=1$
$\chi_4=1$	

Sustituyendo la ec. (A3.5) en la (A3.4) e igualando con la ec. (A3.3) obtenemos los valores de los coeficientes a_i y la ecuación (A3.4) quedara de la forma:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} \Delta x (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{A3.6}$$

$$\begin{cases} k_1 = f(x_i, y_i) \\ k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}\Delta x, y_i + k_1\Delta x\right) \\ k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}\Delta x, y_i + \frac{1}{2}k_2\Delta x\right) \\ k_4 = f(x_i + \Delta x, y_i + k_3\Delta x) \end{cases} \quad (\text{A3.7})$$

El método de Runge-Kutta es de cuarto orden lo cual significa que el error por paso es del orden de $O(\Delta x^5)$, mientras que el error total acumulado tiene el orden $O(\Delta x^4)$.

BIBLIOGRAFÍA

Adrian, R.J., Westerweel, J. (2010). Particle Image Velocimetry, Cambridge University Press. December. ISBN: 9780521440080.

Ahmad, Z., y Kumar S. (2010). Estimation of trapped sediment load into a trench weir, 11th International Symposium on River Sedimentation, University of Stellenbosch, South Africa, pp. 1-9.

Aisenbrey Jr., Hayes, R. B., Warren, H. J., Winsett, D. L., Young, R. B. (1978). Design of Small Canal Structures. United States Department of the Interior. Bureau of Reclamation, Denver, Colorado.

Ahmad, Z. y Mittal, M.K. (2003). Hydraulic design of trench weir on Dabka river. Water and Energy International vol 60 part 4 pp. 28-37.

Bos, M.G. (2003). Discharge Measurement Structures, 3rd edition, International Institute for Land Reclamation and Improvement, Publication 20, Wageningen, The Netherlands.

Bouvard, M. (1953). Debit d'une grille par en dessous. La Houille Blanche, number 2, pp. 290-291, may. Doi: <http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1953027>

Bouvard, M., Kuntzmann, J. (1954) Étude théorique des grilles de prises d'eau du type "En dessous". La Houille Blanche, number 5, pp. 569-574, September-october. Doi: <http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1954049>

Bouvard, M. (1992). Mobile Barrages and Intakes on Sediment Transporting Rivers. IAHR Monograph Series by A. A. Balkema, PO Box 1675, 3000 BR Rotterdam, The Netherlands.

Brunella, S., Hager, W. y Minor, H. (2003). Hydraulics of Bottom Rack Intake. Journal of Hydraulic Engineering, Volume 129, Issue 1, 2-10. Doi: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2003\)129:1\(2\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2003)129:1(2))

Buckingham, E. (1914). On physically similar systems. Illustrations of the use of dimensional equations. Physical Review 4, 345-376.

Castillo, L., Santos, F., Ojeda, J., Calderón, P., Medina, J.M. (2000). Estimación de los coeficientes de resistencia, transporte de sedimentos y caudal dominante en el diseño de un encauzamiento con flujo hiperconcentrado. V Jornadas sobre encauzamientos fluviales, CEDEX, Madrid.

Castillo, L. (2004). Estimation of sediment transport and dominant flow in a hyperconcentrated flow. The 6th International Conference (ICHE), Brisbane, Australia.

Castillo, L. G. (2008). Validation of instantaneous velocities measurements with ADV equipment in turbulent high two-phase flows. The Eight International Conference on Hydro-Science and Engineering (ICHE), Nagoya, Japan.

Castillo, L. y Marín, M.D. (2009). Modelización hidrológica e hidráulica y sistemas de captación en cauces efímeros. I Jornadas de Ingeniería del Agua, Madrid 27 y 28 de octubre.

Castillo, L. y Lima, P. (2010). Análisis del dimensionamiento de la longitud de reja en una captación de fondo. XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Punta del Este, Uruguay, noviembre.

Castillo, L.G., and Carrillo, J.M. (2012). Numerical simulation and validation of intake systems with CFD methodology. Proc. 2nd IAHR European Congress.

Castillo, L.G., Carrillo, J.M., and García, J.T. (2013a). Comparison of clear water flow and sediment flow through bottom racks using some lab measurements and CFD methodology. Proc. Seven River Basin Management, Wessex Institute of Technology.

Castillo, L.G., Carrillo, J.M., and García, J.T. (2013b). Flow and sediment transport through bottom racks. CFD application and verification with experimental measurements. Proc. 35th IAHR Congress.

Castillo, L.G., Carrillo, J.M., and García, J.T. (2013c). Comparativa del flujo de agua limpia y con sedimentos a través de sistemas de captación de fondo utilizando datos de laboratorio y un modelo CFD. Proc. III Jornadas de Ingeniería del Agua.

Castillo, L.G.; García, J.T., and Carrillo, J.M. (2014). Experimental measurements of flow and sediment transport through bottom racks. Influence of graves sizes on the rack. Proc. International Conference on Fluvial Hydraulics (RIVER FLOW), Lausanne, Switzerland, 3-5 September.

Castillo, L.G.; García, J.T., and Carrillo, J.M. (2015). Intake systems in ephemeral rivers. Proc. Eight River Basin Management, Wessex Institute of Technology, 117-128.

Castillo, L.G.; García, J.T.; Carrillo, J.M. (2016). Experimental and Numerical Study of Bottom Rack Occlusion by Flow with Gravel-Sized Sediment. Application to Ephemeral Streams in Semi-Arid Regions. *Water*, 8, 166.

Castro, M. (1982). Traducción al castellano del manual: "Diseño de sistema de captación de fondo en ríos de montaña". Escuela Politécnica Nacional. Facultad de Ingeniería Civil, Departamento de Hidráulica, 31 páginas.

Castro-Orgaz, O., W. H. Hager. (2011). Spatially-varied open channel flow equations with vertical inertia. *Journal of Hydraulic Research*, 49:5, 667-675. Doi: 10.1080/00221686.2011.588774

Chaguinov, G. N. (1937). *Prise d'eau du type tyrolien*. Thèse, Moscú.

Chow, V.T. (1959). "Open Channel Hydraulics." McGraw-Hill, New York, USA.

Comisión europea de Medio Ambiente, (2015). Gestión de Recursos Hídricos. http://ec.europa.eu/environment/basics/green-economy/water-resources/index_es.htm

Dagan G. (1963). Notes sur le calcul hydraulique des grilles par-dessous. *Houille Blanche*, 1, pp. 59-65.

De Marchi, G. (1947). Profili longitudinali della superficie libera delle correnti permanenti lineari con portata progressivamente crescente o progressivamente decrescente entro canali di sezione costante. *Ricerca scientifica e ricostruzione*. Febrero-marzo, pp. 203-208.

- Drobir, H. (1981). Entwurf von Wasserfassungen im Hochgebirge, In, Österreichische Wasserwirtschaft 1981, 11(12), pp. 243-253.
- Drobir H., Kienberger, V. and Krouzecky, N. (1999). The wetted rack length of the Tyrolean weir. IAHR-28th Congress, Graz, Austria.
- Frank, J. (1959). Fortschritte in der hydraulik des Sohlenrechens. Der Bauingenieur, 34, pp. 12-18.
- Frank, J., Von Obering., Erlangen. (1956). Hydraulische Untersuchungen für das Tiroler Wehr. Der Bauingenieur, 31, Helf 3. 96-101.
- Fawer, C. (1937). Étude de quelques écoulements permanents a filets curves. Thèse Imprimerie La Concorde, Lausanne Switzerland.
- Forchheimer, P.(1930). Hydraulik. Leipzig : B. G. Teubner.
- Garot, F. (1939). De Watervang met liggend rooster. De Ingenieur in Nederlandsch Indie. Volume 6, number 7, 115-132.
- Guéguéla, T.G. (1943). L'analyse de la prise d'eau Tyrolienne. Tbilissi.
- Gherardelli, (1956). Sul calcolo idraulico delle griglie di fondo. Energia Elettrica, S. 1347.
- Ghosh, S. y Ahmad, Z. (2006). Characteristics of flow over bottom racks. Water and Energy International vol 63 parte 2, 47-55.
- Gómez, M., Russo, B. (2011). Methodology to estimate hydraulic efficiency of drain inlets. Water Management 164(2):81-90, February.
- Gómez, M., Macchione, F. y B. Russo (2006). Inlet systems and risk criteria associated to street runoff. Application to urban drainage catchments. 27° corso di aggiornamento in tecniche per la difesa dall'inquinamento Guardia Piemonte Terme (CS), 21-24, giugno.
- Hager, W., (2009). Discussion of Experimental Study of the Flow Field over Bottom Intake Racks Righetti and Lanzoni,S. Journal of Hydraulic Engineering, January 2008. Vol. 135, Number 10, 865-865, October.
- Hager, W. H., Hutter, K. (1984). Approximate Treatment of Plane Channel Flow. Acta Mechanica, 51, 31-48, Zurich, Switzerland.
- Hall, Jim W., Shawn A. Boyce, Yueling Wang, Richard J. Dawson, Stefano Tarantola, y Andrea Saltelli (2009). Sensitivity Analysis for Hydraulic models, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 135, Number 11, pp. 959-969, November. doi: 10.1061/ASCEHY.1943-7900.0000098
- Hildebrand, F. B. (1976). Advanced Calculus for Applications. Second edition, Prentice-Hall, Inc., Englewood, Cliffs, New Jersey.
- Khatchatrian (1955). Analyse de prise d'eau de montagne à grille du type en dessous. Thèse, Erévan.
- Kirschmer, O. (1926). Untersuchungen über den Gefällsverlust an Rechen, vol. 1. Mitteilungen des hydraulischen Instituts der TH München, Munich, Germany.
- Krochin, Sviatoslav.(1978). Diseño Hidráulico, 2da edición, pp. 97-106, EPN, Ecuador, Quito.

Kumar, S., Ahmad, Z., Kothiyari, Umesh C., Mittal, M.K. (2010). Discharge characteristics of a trench weir. *Flow Measurement and Instrumentation* Volume 21, Issue 2, June, 80-87. doi:10.1016/j.flowmeasinst.2010.01.002

Kutta, M. W. (1901). *Z. für. Math. u. Phys.* 46, 435.

Lima, P. (2010). Estado del arte de una rejilla de captación de fondo. Trabajo Final curso de doctorado, *Obras Hidráulicas Avanzadas*. Universidad Politécnica de Cartagena, pp. 1-48, mayo.

Manual transmisor de presión Rosemount 2051. Emmerson, Manual de consulta 00809-0109-4101, Rev AA Julio de 2008.

<http://www2.emersonprocess.com/siteadmincenter/pm%20rosemount%20documents/00809-0109-4101.pdf>

Marín, M.D. (2011). Suficiencia investigadora, Programa de doctorado: Minería Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible, Grupo I+D+i en Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente HIDR@M, páginas 49, Cartagena.

Martín Vide, J.P. (2002). *Ingeniería de ríos*. Ediciones UPC. Barcelona.

Melik-Nubarow, S. G. (1939). Type perfectionnè de prise d'eau à grille horizontale, *Revue*, N10-11.

Montes, S. (1998). *Hydraulics of open canal flow*, American Society of Civil Engineers, ISBN: 0.7844-0357-0.

Motskow, M. (1957). Sur le calcul des grilles de prise d'eau. *La Houille Blanche*, vol. 4, pp. 569-576.

Naciones Unidas. *Integrated Water Resources Management in Action*. WWAP, DHI Water Policy, PNUMA-DHI Centro para el Agua y el Medio Ambiente. 2009. <http://www.un.org/spanish/waterforlifedecade/iwrm.shtml>

Nakagawa, H. (1969). On Hydraulic performance of bottom diversion Works. *Bulletin of Disaster Prevention Research Institute*, Kyoto University.

Nasser, M. S., Venkataraman, P. y Ramamurthy, A. S. (1980): Flow in a channel with a slot in the bed. *Journal of Hydraulic Research*, 18:4, 359-367.

Nasser, M. S., Venkataraman, P. y Ramamurthy, A. S. (1980). Curvature corrections in open canal flow. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 7(3): 421-431.

Naudascher, E. (2010). *Hidráulica de Canales. Diseño de Estructuras*. Limusa.

Navarro, F. (1991). *El sistema Hidrográfico del Guadalentín*. Consejería de Política Territorial, Obras Públicas y Medio Ambiente. Cuaderno Técnico nº 6. ISBN: 84-87138-09-8.

Nortek AS, (2000). *Nortek 10 MHz Velocimeter. Operations Manual*.

Nosedá, G. (1956a), Correnti permanenti con portata progressivamente decrescente, defluenti su griglie di fondo. *L'Energia Elettrica*, pp. 41-51.

Noseda, G. (1956b), Correnti permanenti con portata progressivamente decrescente, defluenti su griglie di fondo. *L'Energia Elettrica*, pp. 565-584.

Oscar Jiménez R. y Omar Vargas, V. (2006). Some experiences in the Performance of bottom intakes. *International Symposium on Hydraulic Structures*, Ciudad Guayana, Venezuela, octubre.

Orth, J., Chardonnet, E., and Meynardi, G. (1954). Étude de grilles pour prises d'eau du type 'en-dessous'. *Houille Blanche*, 3, pp. 343–351.

Patiño (2000). *Notas del Curso de Diseño Hidráulico*. U.C.E. Ecuador.

Plataforma de Investigación de Recursos Hídricos, PIRHZE, (2011). Plan de Ciencia, Tecnología e Innovación Región de Murcia 2011-2014.

http://www.plandeciencia.com/servlet/s.SI?sit=c,745,m,2777&r=Portal2-3713-DETALLE_CENTRO

Prandtl, L. & Tietjens, O.G. (1934) *Applied Hydro & Aeromechanics*, Dover Publications, Inc. Ed.

Ract-Madoux, M., Bouvard, M., Molbert, J., and Zumstein, J. (1955). Quelques réalisations récentes de prises en-dessous à haute altitude en Savoie, *La Houille Blanche*, 6, 852-878.

Raffel, M., Willert, C.E., Wereley, S., Kompenhans, J., (2007). *Particle Image Velocimetry. A practical Guide*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg DOI: 10.1007/978-3-540-72308-0.

Ranga Raju, K.G., Asawa, G.L., Seetharamaiah, R. (1977). Analysis of flow through bottom racks in open channels. 6th Australian Hydraulics and Fluid Mechanics Conference, Adelaide, Australia, 5-9 december.

Raudkivi, A.J. (1993). *Hydraulic structures design manual*, IAHR, pp. 92-105.

Ramamurthy, A. and Satish, M. (1986). Discharge Characteristics of Flow Past a Floor Slot. *J. Irrig. Drain Eng.* Vol. 112, No. 1, pp. 20-27.

Righetti, M., Rigon, R., and Lanzoni, S. (2000). Indagine sperimentale del deflusso attraverso una griglia di fondo a barre longitudinali." *Proc., XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Vol. 3, pp. 112–119, Genova, Italy.

Righetti, M., Lanzoni, S. (2008). Experimental Study of the Flow Field over Bottom Intake Racks, *Journal of Hydraulic Engineering*. January 2008, Vol. 134, No 1, pp. 15-22.

ONU-Agua, GWP., (2007). *Roadmapping for Advancing Integrated Water Resources Management (IWRM) Processes*, 6 pp.

ONU-Agua. (2008). *Status Report on Integrated Water Resources Management and Water Efficiency Plans*.

Rouse, H. (1938). *Fluid hydraulics for mechanics engineers*, Dover publications, New York.

Serre, F. (1953) Contribution à l'étude des écoulements permanents et variables dans les canaux. *La Houille Blanche*, Number 3, pp. 374 – 388, Juin-Juillet . Doi: <http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1953034>.

- Shampine, L. F., and M. K. Gordon, (1975). *Computer Solution of Ordinary Differential Equation: the Initial Value Problem*, W. H. Freeman and Company, San Francisco.
- Simmler, H. (1978). *Konstruktiver Wasserbau*, Technische Universität Graz, Institut für Wasserwirtschaft und konstruktiven Wasserbau.
- Sommer, N. (1980). *Untersuchungen über die Geschiebe- und Schwebstoffführung und den transport von gelösten Stoffen in Gebirgsbächen*. Interpraevent.
- Sotelo, G. (1997). *Hidráulica General. Volumen I. Fundamentos*, Limusa Noriega Editores, México D.F.
- Sotelo, G. (2002). *Hidráulica de Canales*. Facultad de Ingeniería. División de Ingeniería Civil, Departamento de Hidráulica. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Subramanya, K. (1990). Trench weir intake for mini hydro projects. *Proc. Hydromech and Water Resources Conf. IISc, Banglore*, pp. 33-41.
- Thielicke, W. and Stamhuis, E. J. (2014): PIVlab - Time-Resolved Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB (version: 1.4). <http://dx.doi.org/10.6084/m9.figshare.1092508>
- TIWAG-Tiroler Wasserkraft AG. (2016) “Expansion of hydropower. Case of expansion of the Schwarzach power plant”. <https://wasserkraftausbau.tiwag.at/en/our-power-station-projects/>
- TYPSA-3G (2000). “Proyecto de la presa de La Viña. Isla de La Palma”. Servicio Hidráulico de Santa Cruz de Tenerife.
- Vargas, V. (1998). Tomas de fondo. XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Oaxaca, Méjico, octubre.
- Venkataraman, P. (1977). Discharge Characteristics of an Idealised Bottom Intake, *J. of the Institution of Civil Engineers (India)*, Vol. 58, pt. CI 2 & 3, Sept. Nov., pp. 99-104.
- Wahl, T. (2003). Design guidance for coanda-effect screens. U.S. Bureau of Reclamation,
- Wan, Z. Wang, Z. (1994). *Hyperconcentrated Flow*. I.A.H.R. Monograph Series, A.A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- White, F. M. (1999). *Fluid mechanics*. Boston, Mass: WCB/McGraw-Hill.
- White, J.K., Charlton, J.A., and Ramsay, C.A.W (1972) “On the design of bottom intakes for diverting stream flows”. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, London*, 51, pp. 337-45.
- Zingg, T. (1935). Beitrag Zur Schotteranalyse, *Schweiz. Mineralog. und Petrog. Mitt.*, Bd., 15, pp. 39-140.