



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



# SUFICIENCIA INVESTIGADORA

**PROGRAMA DE DOCTORADO:  
MINERÍA, MEDIO AMBIENTE Y DESARROLLO  
SOSTENIBLE**

**2007-2009**

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA**

**Departamento:** Ingeniería Civil

**Grupo de Investigación:** Grupo de Investigación en  
Ingeniería Hidráulica Marítima y Medioambiental, Hidr@m

**Doctorando:** Francisco Javier Pérez de la Cruz

**Tutor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié



## ÍNDICE

1. DATOS DEL DOCTORANDO .....	3
2. DATOS DEL PROGRAMA DE DOCTORADO .....	3
3. PERIODO DE DOCENCIA (2008-2009): ASIGNATURAS CURSADAS.....	4
4. PERIODO DE INVESTIGACIÓN (2008-2009): ASIGNATURAS CURSADAS .....	7
5. SUFICIENCIA INVESTIGADORA. ESTADO DEL ARTE.....	8
5.1. Introducción y objetivos .....	8
5.2. Geometría de la lámina vertiente.....	10
5.2.1. Perfil teórico.....	10
5.2.2. Trayectoria de un vertido libre por coronación en presas .....	18
5.3. Características de la lámina vertiente .....	25
5.3.1. Geometría de la difusión.....	27
5.3.2. Longitud de rotura.....	32
5.3.3. Relación entre flujos de aire y agua .....	37
5.4. Características del chorro incidente en el colchón .....	41
5.5. Entrada de aire en el punto de impacto.....	50
5.5.1. Caracterización de la zona de impacto.....	52
5.5.2. Mecanismos de entrada de aire .....	55
5.5.3. Cuantificación de la entrada de aire .....	62
5.5.4. Distribución del aire en el cuenco de disipación.....	67
5.5.5. Caracterización de las burbujas en el interior del colchón.....	70
5.6. Velocidad del chorro en el cuenco.....	80
5.6.1. Velocidad de impacto del chorro .....	80
5.6.2. Variación de velocidad del chorro en el cuenco .....	82
5.7. Disipación de energía en el cuenco y caracterización del colchón.....	87
5.7.1. Disipación de energía.....	87
5.7.2. Caracterización del colchón.....	95
5.8. Presiones dinámicas medias en el cuenco de disipación .....	101
5.8.1. Distribución de presiones en la solera del cuenco .....	101
5.8.2. Coeficiente de presión dinámica media .....	109
5.8.3. Distribución de presiones en los cajeros del cuenco.....	117
5.8.4. Influencia de la aireación en las presiones.....	120
5.9. Fluctuaciones de presión.....	124
5.9.1. Análisis de las fluctuaciones .....	124

5.9.2.	Coeficiente de presión dinámica fluctuante .....	129
5.9.3.	Coeficientes de presión dinámica extrema.....	134
5.9.4.	Fluctuación de presiones en los cajeros del cuenco .....	137
5.10.	Análisis dimensional de variables .....	140
5.10.1.	Teorema de Buckingham o teorema $\Pi$ .....	140
5.10.2.	Longitud de rotura .....	140
5.10.3.	Espesor de aire arrastrado en el contorno exterior del chorro .....	142
5.10.4.	Distancia del punto de impacto .....	144
5.10.5.	Espesor del chorro en el impacto .....	145
5.10.6.	Caudal de entrada de aire .....	148
5.10.7.	Velocidad del chorro en el cuenco .....	150
5.10.8.	Presiones.....	152
5.10.9.	Resumen de parámetros adimensionales obtenidos .....	155
5.11.	Bibliografía .....	156
6.	PRODUCCIÓN CIENTÍFICA .....	166
6.1.	Contribuciones a congresos .....	166
6.2.	Publicaciones .....	166
6.3.	Otras actividades desarrolladas (proyectos y seminarios) .....	166
7.	PLANTEAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL.....	168
	ANEXO: PARTICIPACIONES EN CONGRESOS Y PUBLICACIONES .....	169

## 1. DATOS DEL DOCTORANDO

**Nombre** Francisco Javier Pérez de la Cruz  
**Lugar de nacimiento** Toledo, 9 de septiembre de 1975  
**DNI** 03874585-M  
**Titulación** Ingeniero de Caminos Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Madrid

## 2. DATOS DEL PROGRAMA DE DOCTORADO

**Programa** **Minería, Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible (2007-2009)**  
**Departamentos** Ciencia y Tecnología Agraria  
Ingeniería Minera, Geología y Cartografía  
Ingeniería Química (Universidad del Norte -Chile)  
**Coordinador** **Angel Faz Cano**  
**Tutor** **Luis Gerardo Castillo Elsitdié.**  
Grupo de Investigación en Ingeniería Hidráulica Marítima y Medioambiental, Hidr@m.  
*Dpto. de Ingeniería Civil.*  
*Universidad Politécnica de Cartagena.*

### 3. PERIODO DE DOCENCIA (2008-2009): ASIGNATURAS CURSADAS

#### **Análisis Avanzado de Proyectos de Obras Hidráulicas. Estudios de caso**

**Código:** 31891017

**Tipo Asignatura:** Fundamental

**Número de créditos:** 5

**Calificación:** Notable (8)

**Profesor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié

**Programa:**

Presentación de proyectos de carácter singular y que han dado lugar a diferentes publicaciones en congresos y revistas nacionales e internacionales: aliviaderos laterales, disipadores de energía, obras de captación en cauces con gran cantidad de transporte de sedimentos, problemas de clasificación de presas en función del riesgo potencial, planes de emergencia por hipotética rotura de presas convencionales y no convencionales (presas de residuos mineros), problemas de flujos hiperconcentrados-macrorrugosos, flujo plástico de Bingham, etc.

**Aplicación de los conocimientos adquiridos:**

Conocimiento de las diversas soluciones que se pueden adoptar en diferentes estudios y proyectos de obras hidráulicas singulares.

#### **Economía del agua**

**Código:** 31891018

**Tipo Asignatura:** Fundamental

**Número de créditos:** 5

**Calificación:** Notable (7)

**Profesor:** Dr. Juan Patricio Castro Valdivia

**Programa:**

- Relación del recurso agua y el capital natural
- Valorización de los bienes de un ecosistema
- Problemática económica y social del uso del agua en climas áridos y semiáridos
- Legislación sobre vertidos a cauces y alcantarillado

**Aplicación de los conocimientos adquiridos:**

Se han desarrollado habilidades para otorgar valor de mercado al recurso del agua en el contexto de su utilización sostenible con especial incidencia en climas áridos y semiáridos.

Se han adquirido herramientas para la búsqueda bibliográfica de la legislación más sobresaliente relativa a recursos hídricos, contaminación de acuíferos, cauces y ecosistemas en general, además de elementos críticos para el análisis y valoración de dicha legislación.

**Hidroecología**

**Código:** 31891016

**Tipo Asignatura:** Fundamental

**Número de créditos:** 5

**Calificación:** Sobresaliente (9)

**Profesor:** Dr. Javier Gilavert Cervera

**Programa:**

- Fundamentos de la ecología
- Ecosistemas terrestres
- Ecosistemas acuáticos
- Interacciones física-biología en sistemas acuáticos
- Ecosistemas de aguas superficiales:
  - o Ecohidrología en ríos
  - o Ecohidrología en lagos
  - o Ecohidrología de ambientes áridos y semiáridos
- Ecohidrología en zonas costeras
  - o Dependencia hidrodinámica de los procesos biológicos marinos.
  - o Lagunas costeras
  - o Gestión integrada del litoral
- Procesos e interacciones hidroecológicas en las interfases tierra-agua:
  - o Gestión hidroecológica del paisaje
  - o Hidroecología en las directivas europeas

**Aplicación de los conocimientos adquiridos:**

Adquisición de herramientas para la caracterización de la interacción del recurso agua con el suelo, la vegetación y la fauna.

Aplicación de conceptos teóricos y análisis de casos específicos como el estudio de las posibles afecciones al medio natural que ocasionaría el trasvase del Ebro.

**Valoración económica de los recursos naturales****Código:** 31891019**Tipo de Asignatura:** Fundamental**Número de Créditos:** 5**Calificación:** Notable (7)**Profesor:** Dr. Juan Patricio Castro Valdivia**Programa:**

- Relación de los recursos y el capital natural
- Valorización de los recursos naturales
  - o Técnicas directa
  - o Técnicas indirectas
- Problemática económica y social del uso de los recursos naturales
- Legislación sobre minería extractiva
- Legislación sobre conservación de recursos naturales.

**Aplicación de los conocimientos adquiridos:**

Aplicación de los conceptos teóricos y las metodologías de análisis en la valoración económica/ambiental del agua como recurso natural.



#### **4. PERIODO DE INVESTIGACIÓN (2008-2009): ASIGNATURAS CURSADAS**

##### **Modelización y simulación en ingeniería hidráulica**

**Código:** 31895034

**Tipo Asignatura:** Trabajo de investigación

**Número de créditos:** 6

**Calificación:** Sobresaliente (9)

**Profesor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié

##### **Disipadores de energía hidráulica**

**Código:** 31895035

**Tipo Asignatura:** Trabajo de investigación

**Número de créditos:** 6

**Calificación:** Sobresaliente (9)

**Profesor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié

## 5. SUFICIENCIA INVESTIGADORA. ESTADO DEL ARTE

### 5.1. Introducción y objetivos

En muchas presas, el desagüe de los caudales sobrantes se realiza mediante el vertido libre por coronación, que consiste en permitir que en unas ciertas secciones de la presa (aliviaderos) el agua supere la cota de coronación y vierta creando una lámina libre sensiblemente vertical. Esta lámina chocará con el volumen de agua existente aguas abajo de la presa disipándose, en su trayecto por la atmósfera y en su incorporación al cauce, una parte importante de su energía.



Figura 5.1. Vertido por coronación en la presa del Atazar (Madrid) ([www.diegosalvador.com](http://www.diegosalvador.com))

Este vertido puede ocasionar problemas tanto en la cimentación como en los estribos de la presa, sobre todo si el vertido se realiza directamente sobre el cauce del río.

Un ejemplo de estas afecciones lo tenemos en la presa de Kariba (Zimbabue). Esta presa bóveda de 130 m de altura fue construida en 1959 sobre el río Zambeze con un aliviadero de seis tramos (8,8 x 9,1 m cada uno) y capacidad de diseño de 8.400 m<sup>3</sup>/s que desagua a través de la presa, impactando sobre el cauce del río que está formado por gneiss de gran dureza. El funcionamiento de este aliviadero ocasionó que, en 1967, la erosión aguas abajo de la presa alcanzara una profundidad de 48 m, con un volumen total de 380.000 m<sup>3</sup> de roca arrastrada aguas abajo. En 1981 se produjo la mayor avenida recogida en la presa, lo que ocasionó una descarga máxima de 9.400 m<sup>3</sup>/s, alcanzándose una profundidad de erosión de 80 m, con la consiguiente preocupación por la potencial inestabilidad de la cimentación. Las sucesivas obras de reparación consiguieron detener la erosión que, actualmente, es objeto de controles continuos (FERC, 1999; Tumbare, 2008; Hoffmans, 2009).

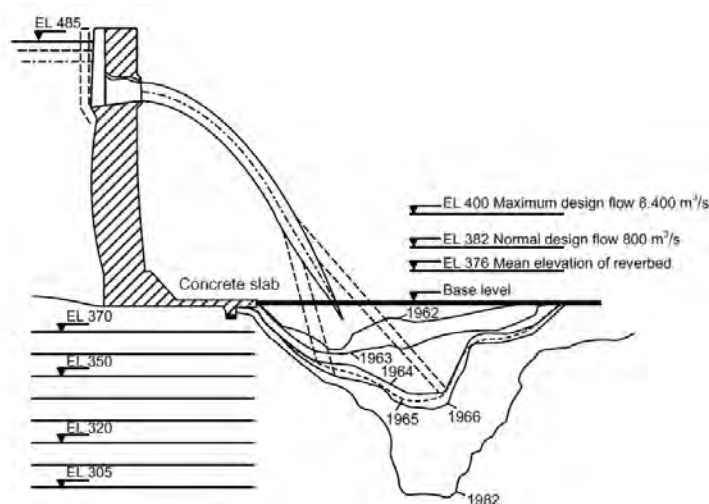


Figura 5.2. Erosiones producidas por el vertido aguas abajo de la presa de Kariba (Annandale, 2006)

Sin embargo, lo más habitual es proteger la zona de impacto del vertido con una losa de hormigón, y favorecer así la disipación de la energía mediante la creación de un colchón de agua situando un pequeño azud o contrapresa aguas abajo de la losa (Vallarino, 2000).

Al conjunto de la losa, la contrapresa y el colchón de agua creado se le denomina cuenco de disipación de energía o cuenco amortiguador.

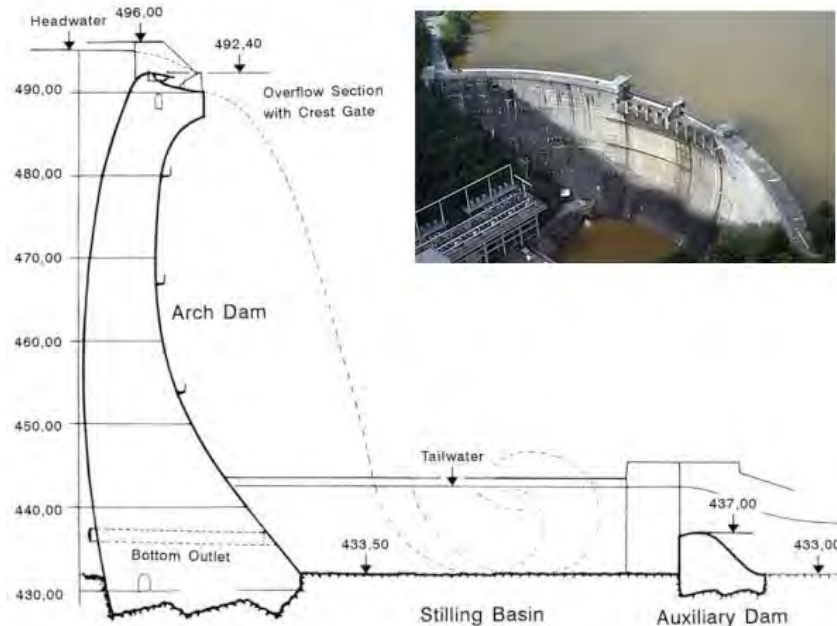


Figura 5.3. Presa de Ottenstein (Austria) y su cuenco de disipación de energía ([www.diepresse.com](http://www.diepresse.com))

El objetivo de este trabajo consiste en la revisión y estudio del conocimiento existente acerca del vertido por coronación en presas sobre el cuenco de disipación de energía para lo cual se considerarán, en los sucesivos epígrafes, diferentes aspectos relacionados con el fenómeno como son:

- a) Geometría de la lámina vertiente
- b) Características de la lámina vertiente
- c) Características del chorro incidente en el colchón
- d) Entrada de aire en el punto de impacto
- e) Velocidad del chorro en el cuenco
- f) Disipación de energía en el cuenco y caracterización del colchón
- g) Presiones medias en el cuenco de disipación
- h) Fluctuaciones de presión

## 5.2. Geometría de la lámina vertiente

### 5.2.1. Perfil teórico

Desde que Muller (1908) sugiriese que la geometría de los aliviaderos de perfil estricto quedaba definida por la cara inferior de la lámina de agua que circula sobre un vertedero de pared delgada<sup>1</sup> se han sucedido los intentos de definir con precisión esta forma ideal de lámina vertiente.

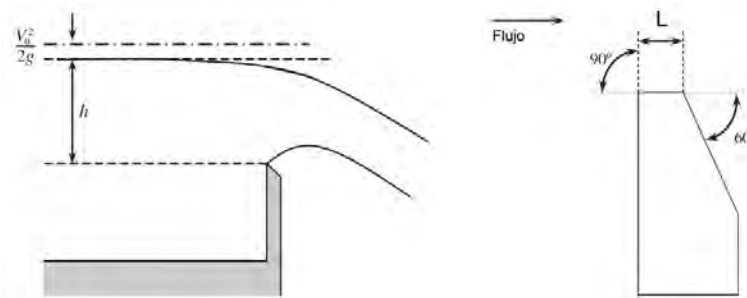


Figura 5.4. Esquema de lámina vertiente en vertedero de pared delgada (izqda.) y sección del vertedero (Bos, 1989)

Muller definió un perfil de vertido sobre los experimentos llevados a cabo inicialmente por Bazin (1890) realizándose al hilo de este punto de partida diferentes determinaciones de la geometría de vertido dando lugar a las propuestas de Morrison y Brodie (1916), Creager (1917), de Marchi (1928), Scimemi (1930), Randolph (1938), USBR (1932, 1948), Kandaswamy y Rouse (1957), Kindsvater y Carter (1957). También se desarrollaron soluciones numéricas al problema, entre las que se encuentran las obtenidas por Rouse y Reid (1935), McNown, Hsu y Yih (1953), Hay y Marckland (1958) y Strelkoff (1964) que presentaban diferencias con los perfiles obtenidos experimentalmente, especialmente cerca de la coronación del aliviadero.

Dentro de las diferentes propuestas planteadas, destaca la de Scimemi (1930) que, partiendo del planteamiento realizado por Bazin (1890) es la más empleada y verificada desde su publicación. Scimemi (1930) realizó el estudio experimental del perfil de la lámina vertiente sobre un vertedero de pared delgada sin contracciones laterales, obteniendo la siguiente caracterización geométrica del tramo inicial, siendo  $H$  la energía específica y  $h$  la altura de carga sobre el aliviadero<sup>2</sup>.

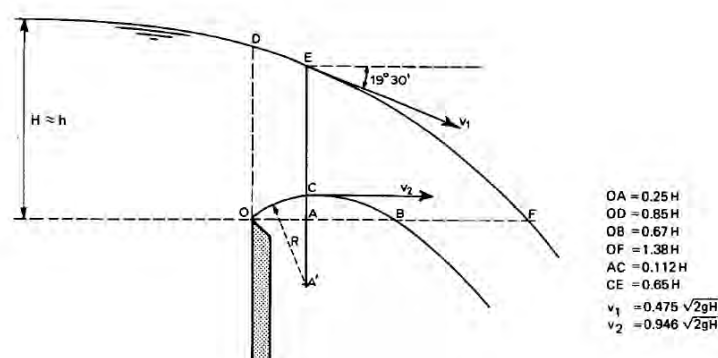


Figura 5.5. Descripción de la lámina vertiente según Bazin y Scimemi (Bos, 1989)

<sup>1</sup> Se denominan vertederos de pared delgada aquellos que presentan una longitud de labio en la dirección del flujo ( $L$ ) suficientemente pequeña como para no influir en la relación calado-caudal del vertedero ( $H/L \geq 15$ ) siendo  $H$  la energía específica ( $H = h + v_0^2/2g$ ) aguas arriba del punto de vertido (Bos, 1989).

<sup>2</sup> Bos (1989) indica que, en el caso de vertederos rectangulares, la altura de velocidad ( $v^2/2g$ ) es despreciable, por lo que se asume que  $H \approx h$ .

La línea inferior del chorro presenta una ligera ascensión tras la que se produce el descenso hacia el cuenco; la cota ganada por la línea inferior desde coronación queda definida en la Figura 5.5 por el tramo AC ( $= 0,112H$ ), mientras que la distancia horizontal desde la arista del aliviadero hasta el punto en que se alcanza el máximo corresponde al tramo OA ( $= 0,25H$ ). Estos valores obtenidos por Scimemi (1930) coinciden con los indicados en la descripción de dicho tramo por otros autores como Morrison y Brodie (1916) y Creager (1917).

Para la definición de la geometría de la lámina vertiente, el autor toma como origen de coordenadas la arista del vertedero representando la trayectoria en función de las variables adimensionales  $x/H$  e  $y/H$ .

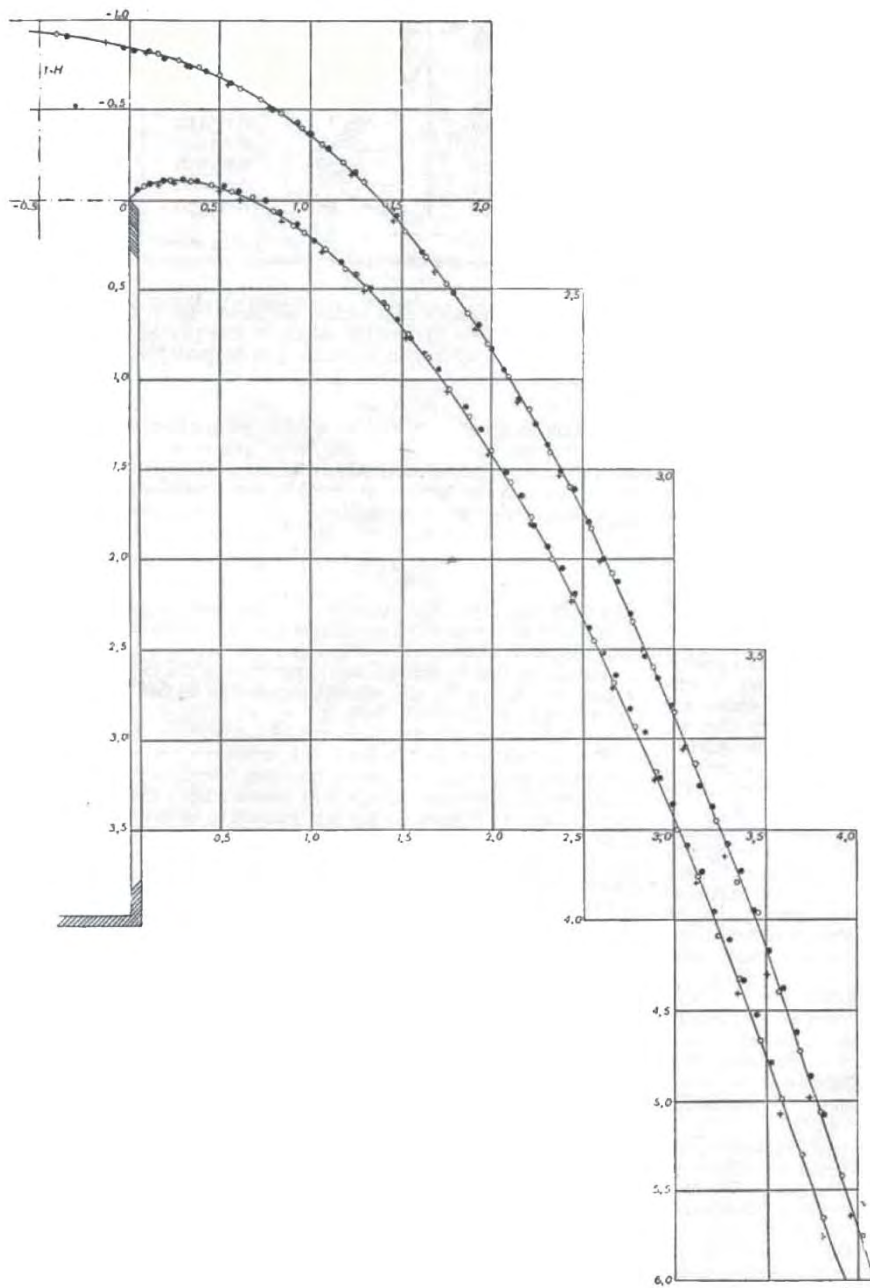


Figura 5.6. Perfil de la lámina vertiente obtenido experimentalmente por Scimemi (1930)

Scimemi (1930) define analíticamente la trayectoria de la línea media (5.1) y las líneas inferior (5.2) y superior (5.3), cuyas formas son tales que representan la contracción de la lámina a medida que ésta gana velocidad.

$$\text{Línea media} \quad \frac{y}{H} = \left( \frac{(x/H) + 1}{2,155} \right)^{2,33} - 1 \quad x/H > 1 \quad (5.1)$$

$$\text{Línea inferior} \quad \frac{y}{H} = \left( \frac{(x/H) - 0,10}{1,550} \right)^2 + 0,062 \frac{x}{H} - 0,186 \quad x/H > 0,50 \quad (5.2)$$

$$\text{Línea superior} \quad \frac{y}{H} = \left( \frac{(x/H) - 0,70}{1,420} \right)^2 \quad x/H > 1,40 \quad (5.3)$$

Estas expresiones sólo son válidas a partir de determinados valores de  $x/H$ , por lo que Scimemi (1930) define analíticamente el tramo inicial de las ramas superior e inferior de la trayectoria del vertido mediante dos espirales hiperbólicas de la forma  $r\theta = a$ , siendo  $r$  la distancia al centro de giro,  $\theta$  el ángulo girado y  $a$  una constante.

$$\text{Línea inferior} \quad r\theta = 1,43 \quad (5.4)$$

$$\text{Línea superior} \quad r\theta = 5 \quad (5.5)$$

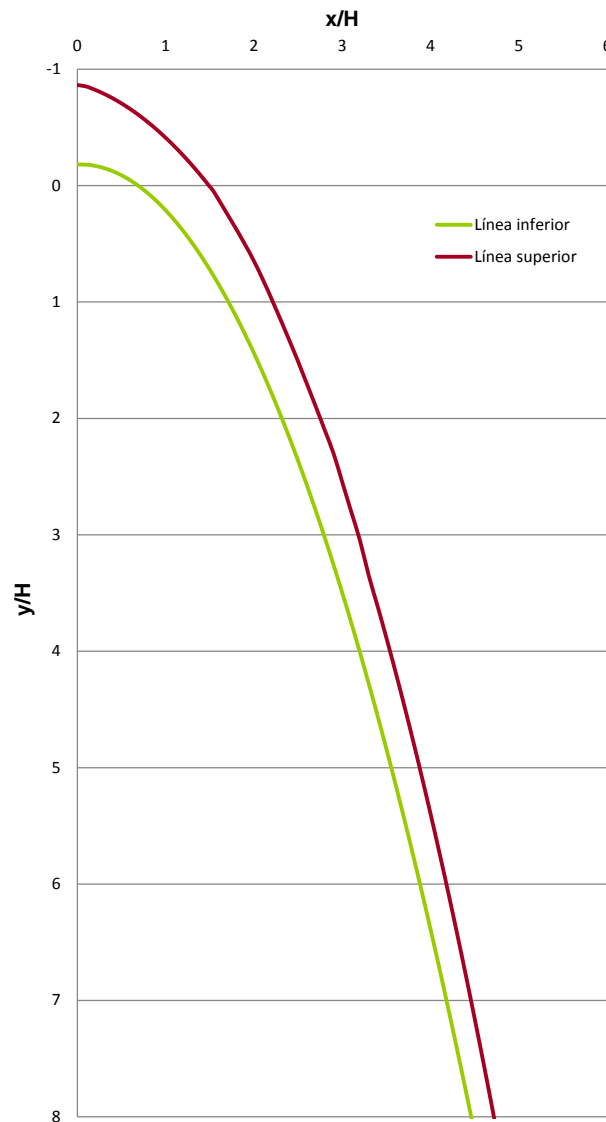


Figura 5.7. Perfil de la lámina vertiente definido por las líneas inferior y superior (Scimemi, 1930)

Posteriormente, la forma del tramo ascendente del vertido ha sido modelizada mediante dos arcos de circunferencia en el método definido en la publicación *Design of Small Dams (United States Bureau of Reclamation, 1987)*.

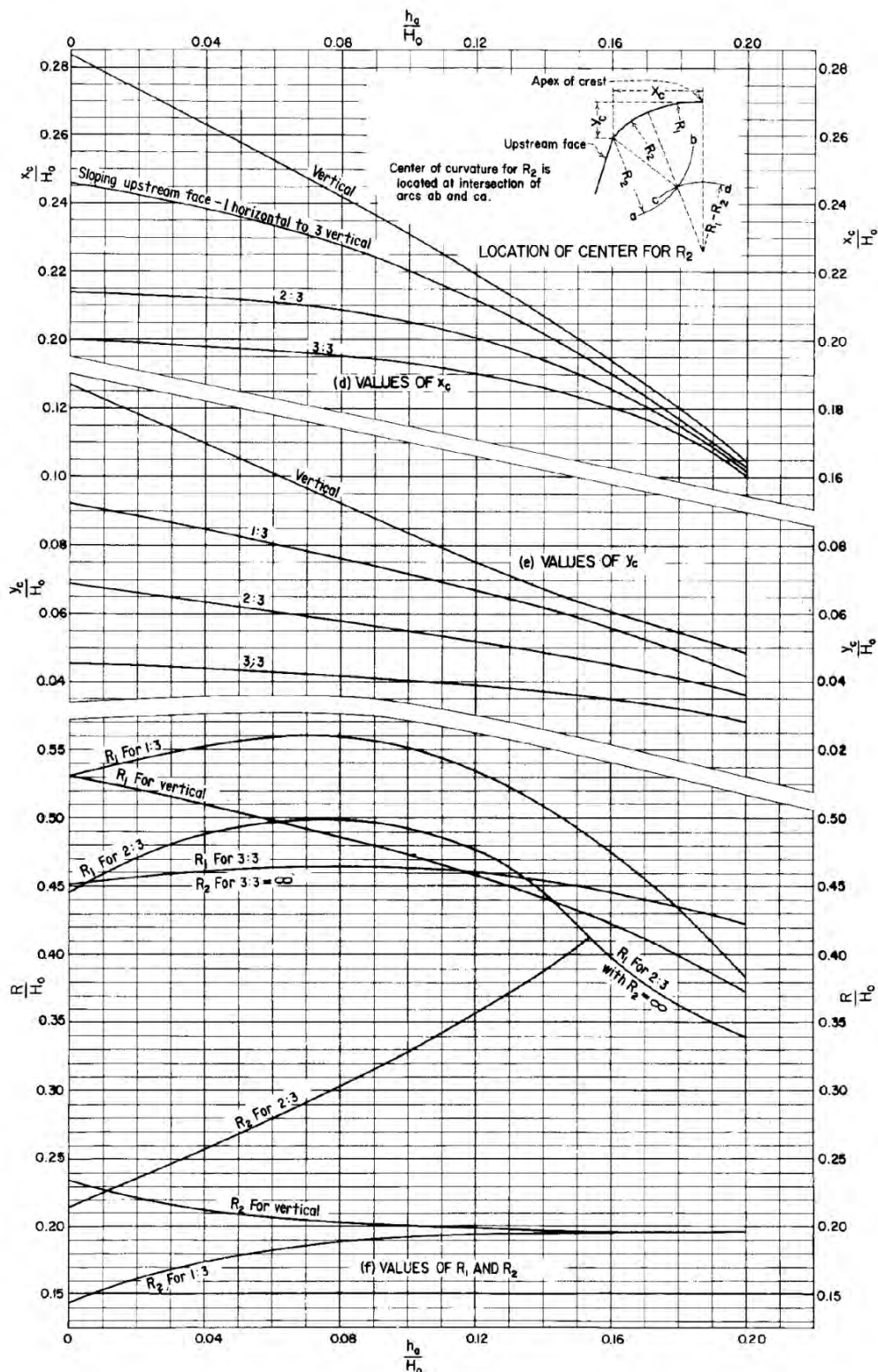


Figura 5.8. Parámetros que definen la curva ascendente de la línea inferior del chorro (USBR, 1987)

En la mencionada publicación, los valores de  $x_c$  (OA) e  $y_c$  (AC) corresponden aproximadamente a los estimados por Scimemi (1930) y Creager (1917), si bien el parámetro que determina su valor no es ahora  $H$  sino  $h_a/H_0$ , es decir, la relación entre la energía cinética  $h_a = v_0^2/2g$  (siendo  $v_0$  la

velocidad de aproximación) y la energía específica  $H_0$  ( $H$ ) en el vertido. Este mismo parámetro es el que marca los valores de  $R_1$  y  $R_2$ , según los ábacos recogidos en la Figura 5.8.

Más recientemente Khan y Steffler (1996) definen las líneas superior e inferior del flujo en un vertedero de pared delgada con la cara de aguas arriba en pendiente utilizando un modelo de elementos finitos bidimensional. Para pendientes de hasta  $27^\circ$  con la horizontal obtienen resultados coincidentes con datos testados previamente por el USBR (1948), sin embargo, para valores superiores se producen problemas de inestabilidad numérica.

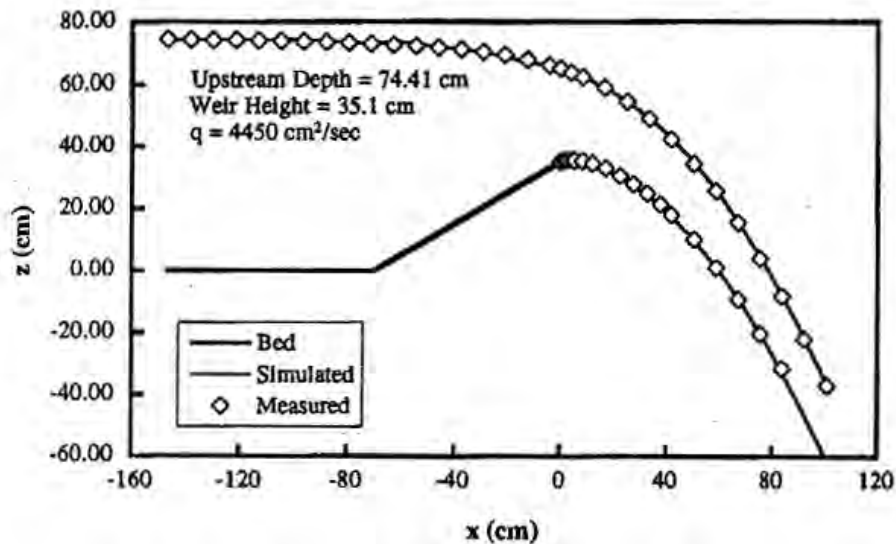


Figura 5.9. Flujo sobre vertedero de pared delgada con pendiente 2H:1V aguas arriba (Khan y Steffler, 1996)

Qu et al. (2009) realizan un estudio completo del vertido de pared delgada mediante una simulación numérica con un modelo de turbulencia de tipo k- $\epsilon$  obteniendo parámetros como la distribución de presiones, velocidades y perfil de la lámina, validando los resultados obtenidos con datos experimentales previos.

En el caso de los perfiles de la lámina, se puede apreciar en la siguiente figura como los valores obtenidos coinciden con los datos experimentales de Rajaratnam y Muralidhar (1971) realizándose dos simulaciones para valores de  $h/p$  de 0,625 y 6, siendo  $p$  la altura del vertedero.

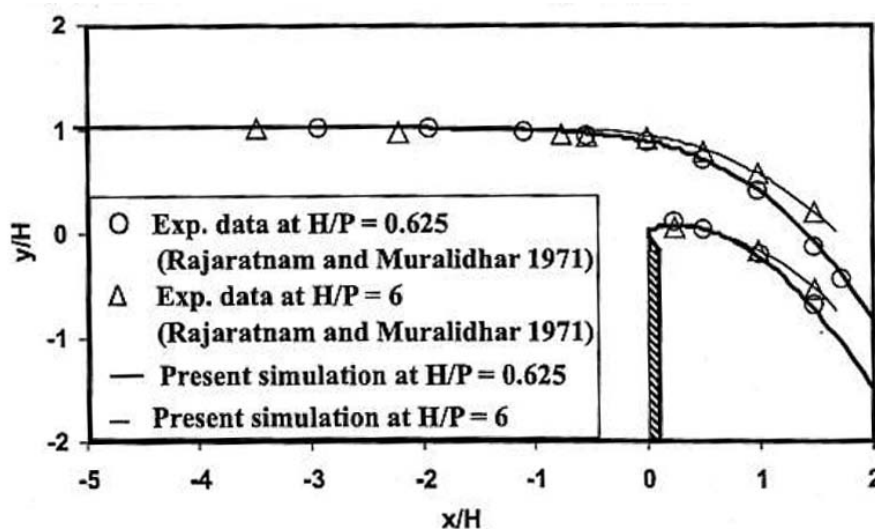


Figura 5.10. Comparación de resultados en la obtención de los perfiles de la lámina en un vertido de pared delgada (Qu et al., 2009)



Bagheri y Heidarpour (2009) realizaron una serie de experimentos en laboratorio con el fin de verificar las ecuaciones que definen las líneas superior e inferior del flujo (en su tramo inicial) en un vertedero de pared delgada sin contracciones laterales, realizando un ajuste mediante polinomios de segundo y tercer grado.

$$\text{Línea superior} \quad \frac{y}{h} = -0,251 \left( \frac{x}{h} \right)^2 - 0,239 \left( \frac{x}{h} \right) + 0,846 \quad (5.6)$$

$$\text{Línea inferior} \quad \frac{y}{h} = 1,318 \left( \frac{x}{h} \right)^3 - 2,205 \left( \frac{x}{h} \right)^2 + 0,865 \left( \frac{x}{h} \right) + 0,013 \quad (5.7)$$

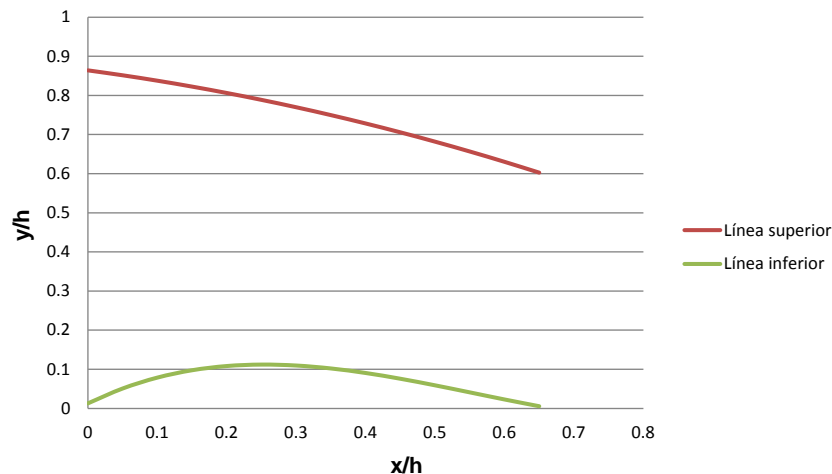


Figura 5.11. Línea superior e inferior de un vertido sobre pared delgada sin contracción lateral (Bagheri y Heidarpour, 2009)

Mediante estas ecuaciones, podemos definir las dimensiones geométricas de la lámina vertiente, de acuerdo con la terminología definida en la Figura 5.5, obteniendo los siguientes valores que, como se puede comprobar, coinciden con los definidos por Scimemi (1930).

	<b>Bagheri (2010)</b>	<b>Scimemi (1930)</b>
OB	0,667h	0,67h
AC	0,112h	0,112h
CE	0,65h	0,65h

Tabla 5.1. Comparación de la geometría de la lámina vertiente (Bagheri - Scimemi)<sup>3</sup>

Los valores experimentales obtenidos por Scimemi (1930) han servido de base para modelos numéricos como el SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) (Ferrari, 2010) resolviendo el vertido mediante un nuevo método numérico basado en las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos débilmente compresibles y teniendo en cuenta el efecto del impacto del chorro aguas abajo del vertedero.

En la Figura 5.12 se incluye el esquema del flujo sobre el vertedero, junto con los valores de referencia obtenidos en la simulación, realizándose una comparación gráfica entre los datos experimentales (línea roja) y la solución obtenida mediante el SPH, definiéndose las líneas de

<sup>3</sup> Dado que Bagheri (2009) emplea como parámetro de referencia la altura de carga ( $h$ ) y según lo comentado en la nota 2, los valores obtenidos por Scimemi (1930) se han expresado en la tabla en función de la mencionada altura de carga ( $h$ )

corriente del vertido (líneas negras) así como la magnitud del campo de velocidades (escala de grises), verificándose el ajuste entre ambas.

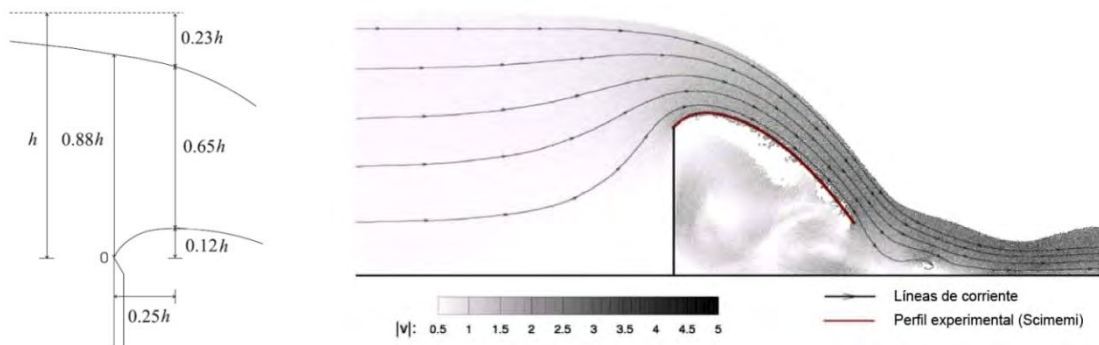


Figura 5.12. Esquema de flujo sobre vertedero (izqda.) y comparación gráfica entre los resultados obtenidos mediante SPH y los valores experimentales de Scimemi (dcha.) (Ferrari, 2010)

	SPH (2010)	Scimemi (1930)
h	0,55	0,55
0,12h	0,07	0,07
0,65h	0,36	0,35
0,23h	0,13	0,13
0,25h	0,14	0,15

Tabla 5.2. Comparación entre los valores obtenidos mediante SPH y los valores experimentales de Scimemi para  $h = 0,55$  m (Ferrari, 2010)

En el caso de los vertederos de pared delgada, objeto de nuestro estudio, la ecuación de descarga viene dada por la expresión:

$$Q = \frac{2}{3} C_d b h \sqrt{2gh} \quad (5.8)$$

siendo  $b$  el ancho del vertedero,  $h$  la altura de carga sobre el aliviadero y  $C_d$  un coeficiente de descarga.

Diferentes autores han propuesto formulaciones para dicho coeficiente, siendo el de Swamee (1988) el válido para un rango más amplio de relaciones entre la altura de carga sobre aliviadero ( $h$ ) y la altura del vertedero ( $w$ ):

$$C_d = 1,06 \left[ \left( \frac{14,14w}{8,15w + h} \right)^{10} + \left( \frac{h}{h + w} \right)^{15} \right]^{-0,1} \quad (5.9)$$

Llegados a este punto es importante señalar los posibles efectos de escala asociados al estudio de la geometría de la lámina vertiente en modelos reducidos. Ghetti (1966) subrayó algo que ya había sido percibido por Scimemi (1930) y es que para vertidos con una altura de carga inferior a 4 cm la trayectoria del chorro presenta desviaciones por efecto de la tensión superficial y la viscosidad.

Sin embargo, D'Alpaos (1987), avanzando en lo ya expuesto por Sarginson (1972), realiza una serie de mediciones que corrigen esta hipótesis, verificando que dichas desviaciones se deben únicamente a la tensión superficial, siendo la influencia de la viscosidad despreciable para alturas de carga superiores a 1,2 cm.

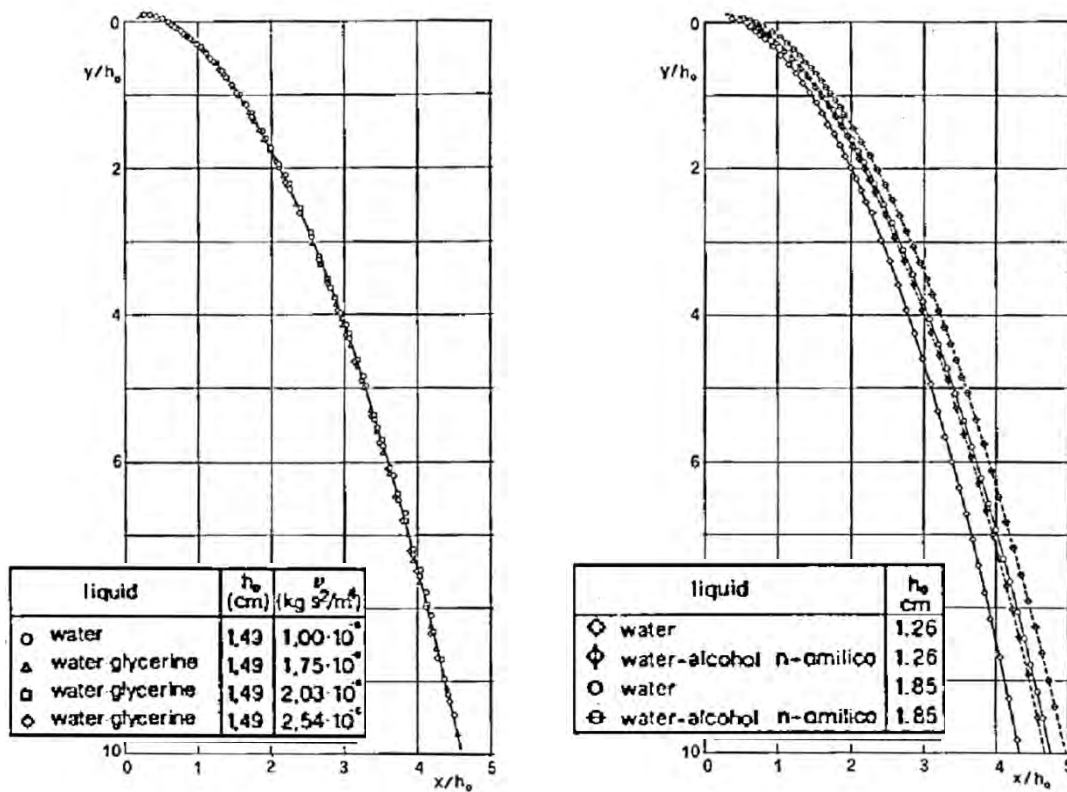


Figura 5.13. Efecto de la viscosidad (izqda.) y de la tensión superficial (dcha.) en la línea inferior del chorro en vertederos de pared delgada (D'Alpaos, 1987)

Si se representa de forma adimensional la coordenada horizontal del punto más elevado de la línea inferior de la lámina vertiente ( $x/h$ ) obtenida experimentalmente por Sarginson (1972) frente al número de Weber<sup>4</sup> ( $We$ ) los resultados coinciden con los valores obtenidos por Bazin (1890), sin embargo, la coordenada vertical de dicho punto ( $y/h$ ) disminuye gradualmente con el número de Weber debido a la mencionada influencia de la tensión superficial (D'Alpaos, 1987).

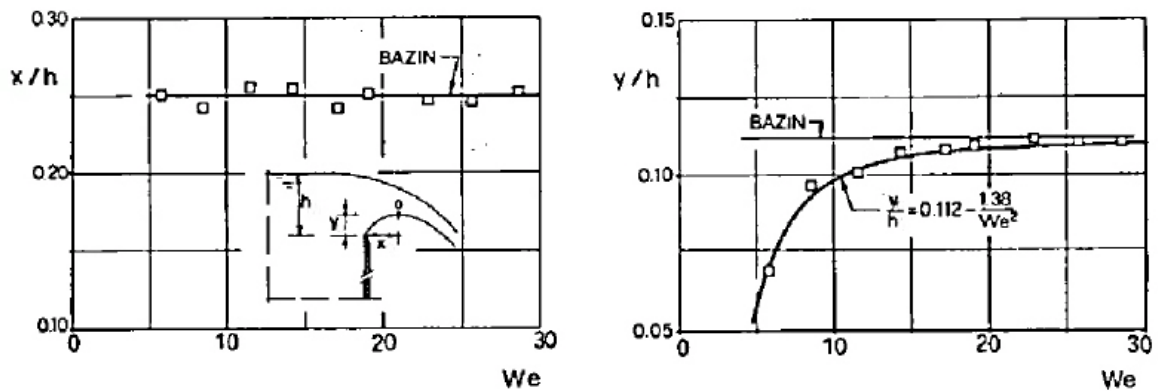


Figura 5.14. Efectos de la tensión superficial en las coordenadas de la línea inferior de la lámina vertiente (D'Alpaos, 1987)

<sup>4</sup> El número de Weber es un número adimensional que mide la importancia relativa de la inercia del fluido comparada con su tensión superficial:

$$We = \frac{\rho v^2 L}{\sigma}$$

siendo  $\rho$  la densidad,  $v$  la velocidad,  $L$  la longitud característica y  $\sigma$  la tensión superficial.

D'Alpaos y Ghetti (1984) miden el efecto de la tensión superficial sobre la contracción lateral, observando que se reduce drásticamente si el perfil del aliviadero no es estrictamente delgado sino que tiene cierto desarrollo (como es el caso habitual de los perfiles estrictos truncados) y, sobre todo, cierta rugosidad. En cualquier caso, la cota de 4 cm de altura de vertido parece garantía suficiente para asegurar la no existencia de efectos de escala debidos a la tensión superficial que pueden alterar la lámina vertiente.

Las dimensiones de la parte compacta de la lámina de agua en el momento de su incidencia en el colchón definen, como se verá en siguientes apartados, el efecto sobre éste; así pues, es importante evitar los efectos de escala en la medida de lo posible, y muy en particular los asociados a la tensión superficial.

### 5.2.2. Trayectoria de un vertido libre por coronación en presas

La lámina de agua en un vertido libre por coronación en una presa adopta la forma descrita en las expresiones indicadas en el apartado anterior, excepto al inicio del vertido. Ello es debido a que el vertedero normalmente está formado por un perfil estricto truncado (de pequeña longitud) que sólo coincidirá con la forma de la lámina libre en el caso de que el caudal de vertido coincida con el de proyecto del perfil estricto. No obstante, dada la poca longitud del perfil estricto y las notables alturas de caída, puede suponerse que la influencia de dicho perfil en la geometría de la lámina se circunscribe a las zonas próximas a coronación.

Lencastre (1961) realiza una serie de ensayos con vertederos de distintas formas con el fin de caracterizar la trayectoria del chorro para diferentes caudales (incluso distintos del caudal de proyecto) y considerando la posible existencia de compuertas. Utiliza 27 aliviaderos diferentes con los perfiles propuestos por el *U. S. Corps of Engineers* y el *U.S. Bureau of Reclamation*, que se pueden agrupar en los tres tipos mostrados en la siguiente figura:

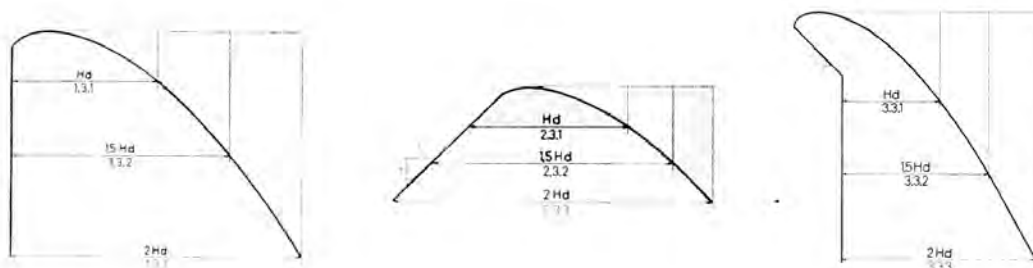


Figura 5.15. Aliviaderos ensayados por Lencastre: perfil con paramento vertical aguas arriba (izqda.), perfil con paramento de pendiente 1:1 aguas arriba (centro) y perfil con paramento en contrapendiente 1:1 aguas arriba (1961)

Para definir la trayectoria de la lámina inferior del chorro, Lencastre (1961) adopta el sistema de coordenadas indicado en la Figura 5.16, siendo  $V_0$  la velocidad en el punto de vertido y  $\theta$  el ángulo con la horizontal.

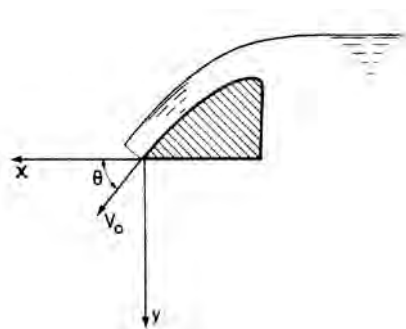


Figura 5.16. Eje de coordenadas definido por Lencastre (1961)

La trayectoria de la lámina inferior del choro vendrá dada por la expresión:

$$\frac{y}{H_d} = \frac{x}{H_d} \operatorname{tg} \theta + \frac{S H_d}{2} \left( \frac{x}{H_d} \right)^2 \tag{5.10}$$

siendo  $H_d$  la carga de diseño sobre el aliviadero y  $S = g / (V_0^2 \cdot \cos^2 \theta)$

Lencastre (1961) propone una serie de gráficas en las que, según la forma y dimensiones del aliviadero se obtiene el valor de  $S$  en función de la carga a estudiar  $H$  y la carga de diseño  $H_d$  adoptadas. El autor indica que las diferencias entre modelo y prototipo generan errores no despreciables.

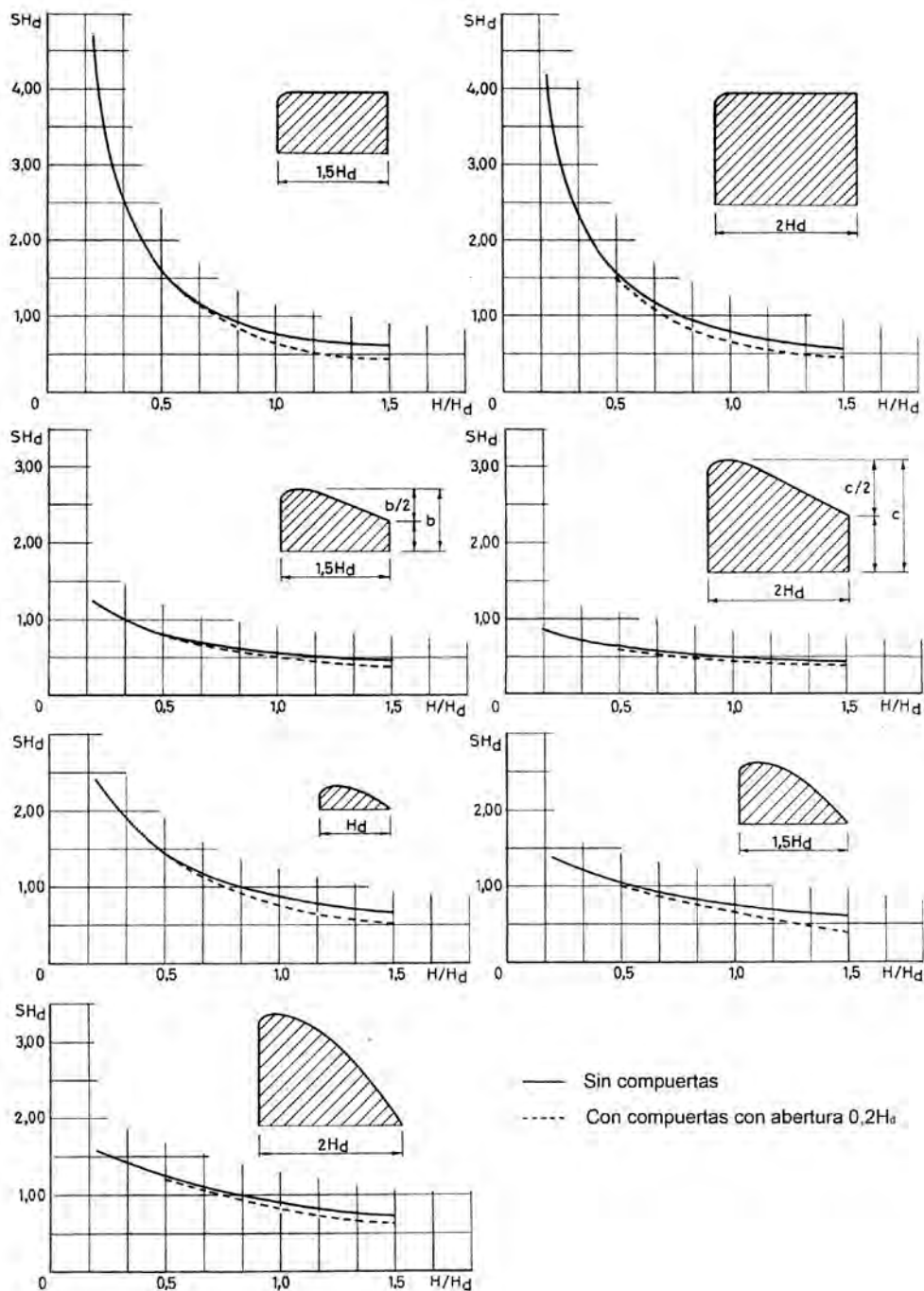


Figura 5.17. Valores de  $S$  para aliviaderos de paramento vertical aguas arriba (Lencastre, 1961)

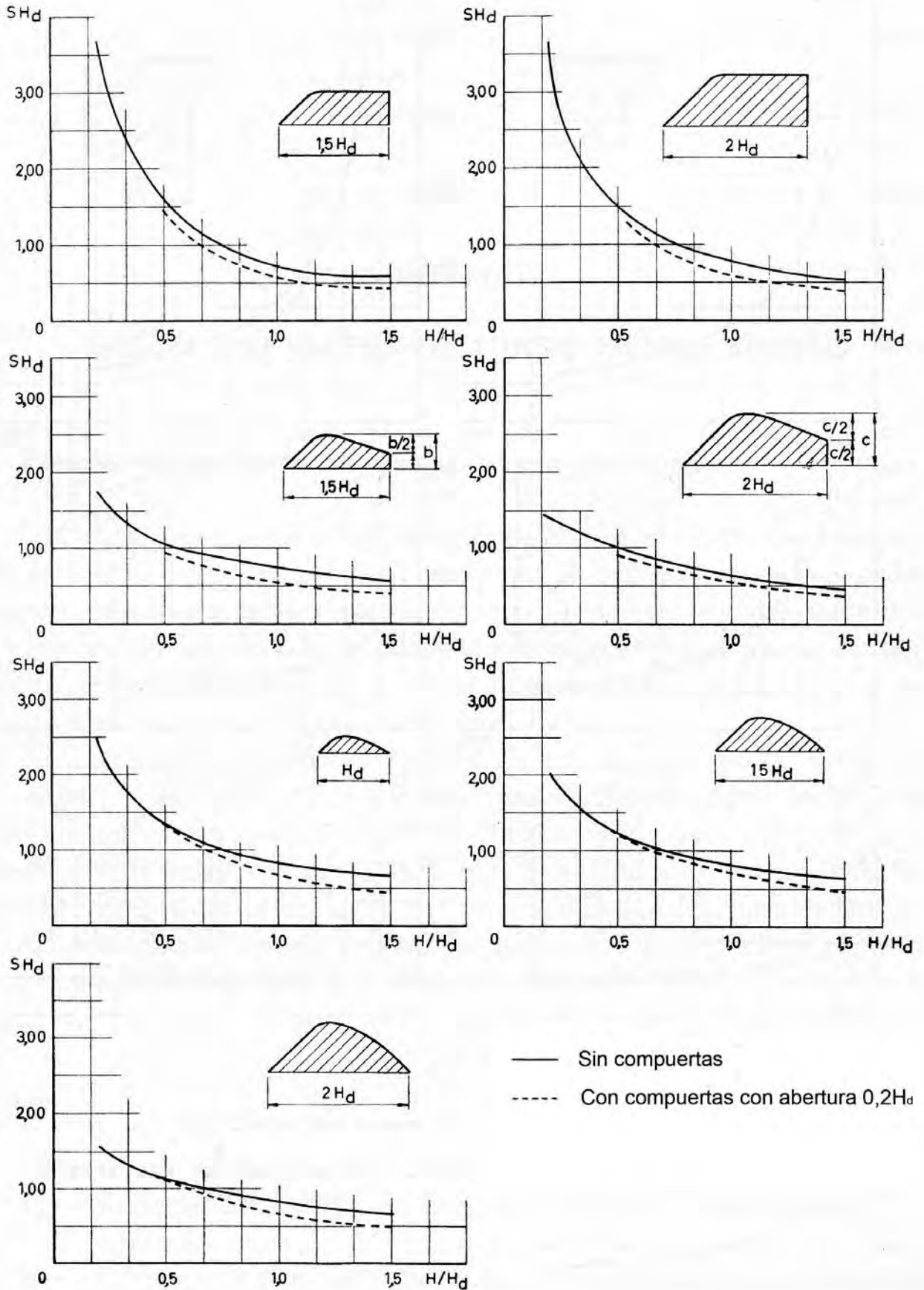


Figura 5.18. Valores de  $S$  para aliviaderos de paramento con pendiente 1:1 aguas arriba (Lencastre, 1961)

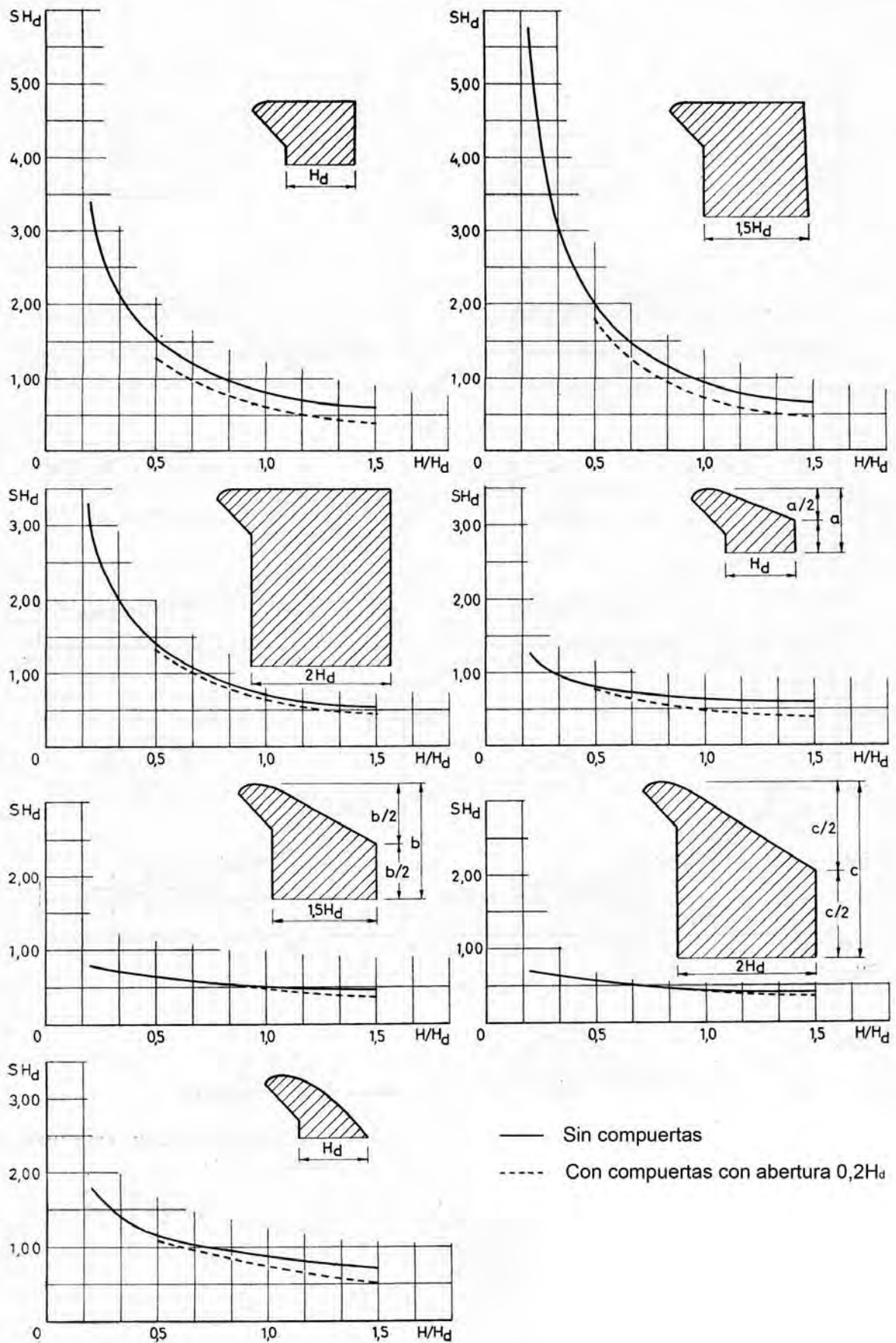


Figura 5.19. Valores de  $S$  para aliviaderos de paramento en contrapendiente 1:1aguas arriba (Lencastre, 1961)



Para obtener la trayectoria del chorro en el caso de un vertido libre por coronación en presas, Wahl et al. (2008) parten del sistema de coordenadas definido en la Figura 5.20 indicando que la trayectoria inferior del chorro vendría dada por la expresión:

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} \quad (5.11)$$

siendo  $x$  e  $y$  las coordenadas de la línea inferior del chorro,  $\theta_0$  el ángulo inicial del chorro respecto de la horizontal y  $v_0$  la velocidad de salida del chorro.

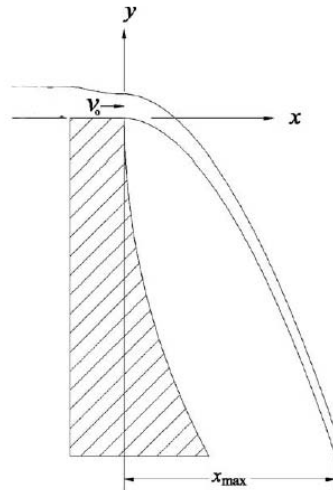


Figura 5.20. Definición de ejes para la ecuación de la trayectoria del chorro (Wahl et al., 2008)

La ecuación (5.11) se puede expresar en función de la altura de velocidad ( $h_v = v_0^2/2g$ ) de la siguiente forma<sup>5</sup>:

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{x^2}{4h_v \cos^2 \theta_0} \quad (5.12)$$

Wahl et al. (2008) señalan que una ecuación similar se recoge en la publicación *Design of small dams* (1<sup>st</sup> ed, 1960) del U. S. Bureau of Reclamation siendo  $d$  el espesor inicial del chorro:

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{x^2}{4K(d + h_v) \cos^2 \theta_0} \quad (5.13)$$

adoptándose normalmente para la constante  $K$  incluida en la expresión valores inferiores a 1 (0,75 – 0,9 son los más empleados) para obtener la trayectoria real del chorro. La ecuación (5.13) también se cita en las publicaciones del USBR *Design of gravity dams* (1976) y *Design of arch dams* (1977) y aparece mencionada en el libro *Scour technology* (Annandale, 2006) donde se indica su uso para el cálculo de la trayectoria del chorro en vertido libre sobre presas.

Sin embargo, Wahl et al. (2008) señalan que las ecuaciones (5.12) y (5.13) no son equivalentes ni siquiera en el caso de  $K = 1$ . La existencia de un término adicional  $d$  en la ecuación (5.13) genera trayectorias de chorro más planas que las realmente producidas, con variaciones de entre el 10% y el

<sup>5</sup> Esta expresión ya había sido utilizada previamente para definir la trayectoria del chorro en el estudio sobre erosión realizado por Whittaker y Schleiss (1984).



70% cuando el número de Froude inicial del chorro está entre 1 y 4 (valores habituales en los vertidos por coronación en presas) generando errores en el cálculo. La ecuación (5.13) sería correcta si toda la carga sobre vertedero se transformase en altura de velocidad sin embargo, hasta que el chorro abandona el vertedero, una parte de la energía está en forma de altura de presión (presión hidrostática en el flujo).

Los autores realizan una comparación de las expresiones de las trayectorias recogidas en las ecuaciones (5.12) y (5.13) con los datos reales medidos en una presa sobre vertedero de perfil estricto (*ogee crest profile*) obteniendo los resultados que se muestran en la siguiente figura, verificándose que la ecuación (5.12) es la que mejor ajusta a los datos medidos.

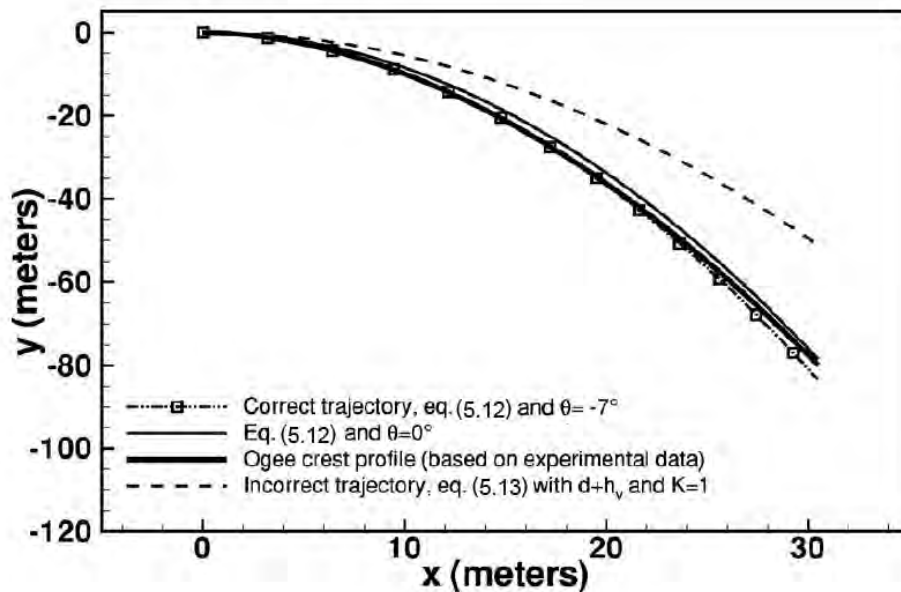


Figura 5.21. Comparación de las trayectorias calculadas y la obtenida experimentalmente (Wahl et al., 2008)

Falvey (2009) hace notar que la consideración de la turbulencia en el cálculo de la trayectoria del chorro, ya señalada por Ervine y Falvey (1987) para chorros verticales, también es aplicable en el caso de vertido libre desde aliviaderos, considerando las componentes horizontal y vertical de la turbulencia, como se muestra en la Figura 5.22, lo que permitirá una mejor caracterización de la trayectoria del chorro.

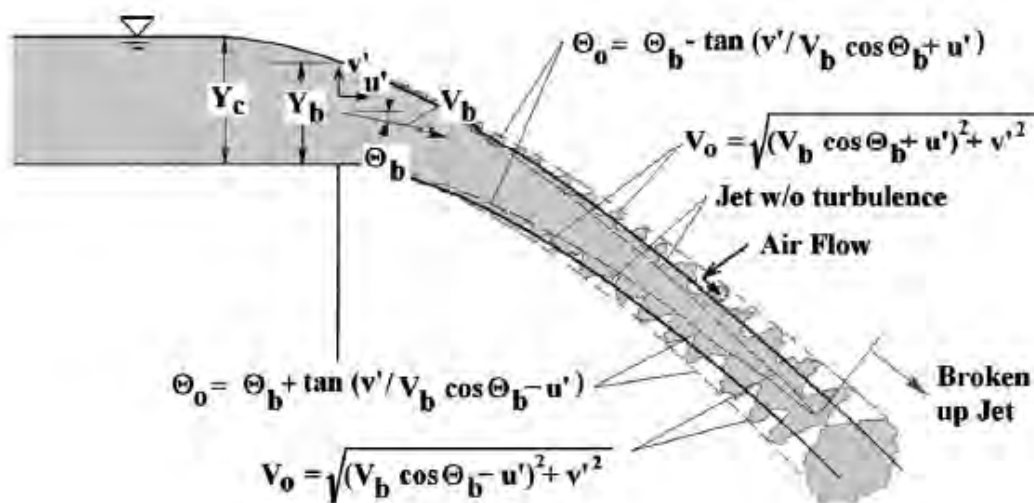


Figura 5.22. Vertido libre con turbulencia (Falvey, 2009)

Heller y Pfister (2009) matizan la formulación de Wahl indicando la diferencia existente entre el ángulo inicial del chorro  $\theta_0$  y el ángulo de deflexión final de la estructura  $\beta$  debido a la redistribución de las presiones en la sección de despegue (Dey, 2002). Es más, señalan la importancia de diferenciar entre los ángulos de las trayectorias superior ( $\theta_U$ ) e inferior del chorro ( $\theta_L$ ) siendo éste último, en valores promedio, un 12% inferior al ángulo  $\theta_U$ .

En la figura siguiente se muestran los resultados obtenidos por Heller et al. (2005) en una campaña de medición y su comparación, primero con los valores calculados considerando  $\theta_U = \theta_L = \beta$  y posteriormente con el ajuste teórico de la parábola de la trayectoria utilizando diferentes valores de  $\theta_U$  y  $\theta_L$ .

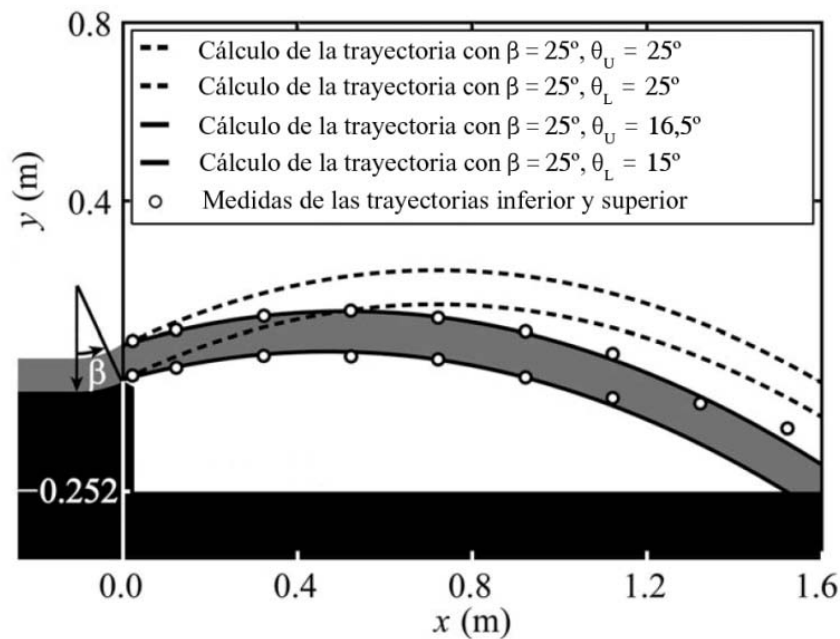


Figura 5.23. Comparación de las trayectorias de chorro para  $\beta = 25^\circ$ ,  $v = 4,35$  m/s y  $F = 5$  en el caso (-) de ángulo superior  $\theta_U = 16,5^\circ$  e inferior  $\theta_L = 15^\circ$  que ajusten con los datos medidos (o) y en el caso (--) de ángulos  $\beta = \theta_U = \theta_L = 25^\circ$  (Heller et al., 2005)

Se comprueba, por tanto, que la trayectoria del chorro calculada con un valor de  $\theta_0 = \beta$  produce una sobreestimación de la distancia de proyección del chorro, estando ésta más ajustada mediante la utilización de los valores adecuados de  $\theta_U$  y  $\theta_L$ .

### 5.3. Características de la lámina vertiente

A la hora de definir las características de un vertido por coronación de una presa, podemos diferenciar tres zonas: la zona inicial o de vertido, la zona de lámina vertiente y la zona de impacto en el cuenco de disipación de energía.

La siguiente figura muestra el esquema de un vertido, siendo  $D_i$  el espesor del chorro en el punto de vertido,  $\theta$  el ángulo medio en dicho punto,  $V_i$  la velocidad media inicial y  $h$  la altura de carga sobre el vertedero.

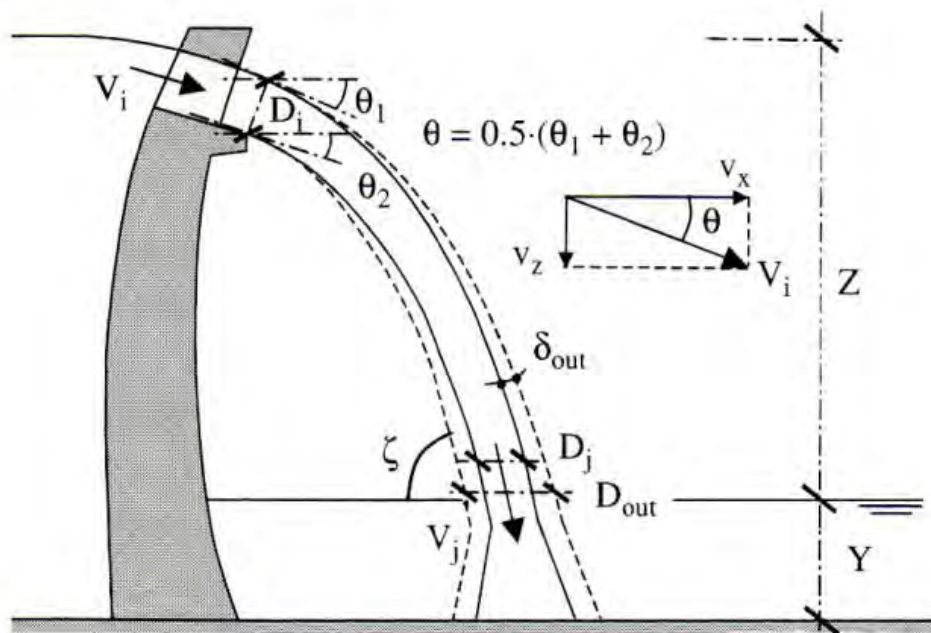


Figura 5.24. Definición de los diferentes parámetros característicos del vertido por coronación de una presa (Bollaert y Schleiss, 2005)

La intensidad de la turbulencia inicial  $T_u$  es una variable de gran importancia, ya que determina las características del chorro y se define como:

$$T_u = \frac{v'}{V_i} \quad (5.14)$$

siendo  $v'$  la media cuadrática de las fluctuaciones de velocidad y  $V_i$  es la velocidad media inicial del chorro.

El perfil teórico de la lámina vertiente se ve afectado en presas de gran altura por fenómenos que afectan a su estabilidad, desvirtuando su forma original. Estos fenómenos son principalmente la aireación y la atomización de la lámina, que tienen su origen en el arrastre del aire. En este fenómeno desempeñan un papel importante la turbulencia del chorro junto a su superficie y la tensión superficial.

Las primeras investigaciones relativas a la estabilidad del chorro se deben a Rayleigh (1892). Posteriormente Weber (1931), Baron (1949), Horeni (1956), Chen y Davis (1964), Hoyt y Taylor (1977) y McKeogh y Ervine (1981) han profundizado en el estudio del fenómeno.

Las fases del vuelo de un chorro turbulento a través de la atmósfera se indican, de forma esquematizada, en la siguiente figura:

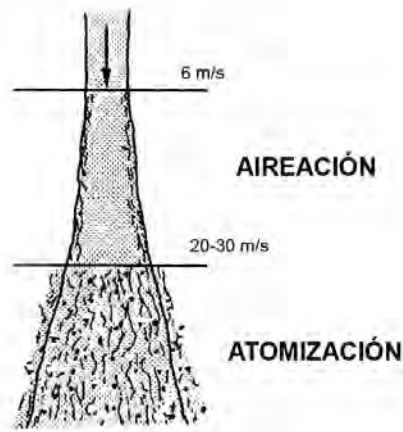


Figura 5.25. Rango de actuación de la aireación y la atomización (Puertas, 1994 adaptada de Castillo, 1989)

La velocidad necesaria en el agua para que se produzca la aireación de la lámina (entrada de partículas de aire) es de 6-7 m/s (Ervine y Falvey, 1987). En estas condiciones, la turbulencia del chorro tiene un efecto superior a la tensión superficial, y se produce la rotura de la superficie, permitiendo la admisión de partículas de aire. Si la aireación prospera y el chorro va ganando velocidad, las partículas de agua cercanas a la superficie se van desprendiendo de la misma, no de un modo esporádico sino sistemático, viajando solas y viéndose frenadas por el aire hasta alcanzar su velocidad de equilibrio. En estas condiciones, cuando una parte importante del chorro se ha desmembrado, se habla de atomización de la lámina.

Evidentemente, la geometría de la lámina atomizada dista de parecerse a la del chorro original. La velocidad a la que comienza la atomización, es del orden de 20-30 m/s (Ervine y Falvey, 1987). A medida que desciende la lámina se incrementan las zonas aireada y atomizada y disminuye la zona compacta que se sitúa en la parte central. Esta zona compacta puede llegar a desaparecer.

En el caso de que, mediante la utilización de métodos artificiales se aumente el nivel de turbulencia en el chorro, se pueden acelerar los procesos de la aireación y de la atomización, favoreciendo la disipación de energía.

Por ejemplo, en el caso de presas bóveda, el método más habitual consiste en colocar bloques (splitters) en el extremo del perfil truncado con objeto de disgregar la lámina y aumentar la turbulencia, favoreciendo así la aireación del chorro (Mason, 1983).

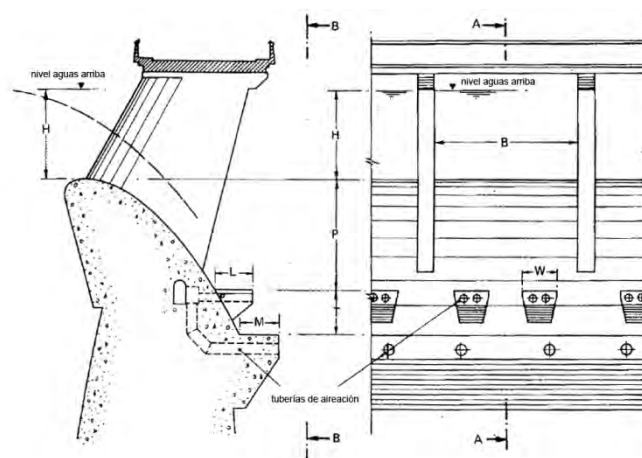


Figura 5.26. Disposición de los splitter en un aliviadero de presa bóveda (Mason, 1983)

La Figura 5.27 representa un esquema del desarrollo del chorro en el que se puede apreciar que el valor del ancho del chorro, cuando todavía existe un núcleo definido, es igual a la suma del ancho de

dicho núcleo ( $B_g$ ) más dos veces la distancia de difusión lateral debida a la aireación ( $\xi$ ) que es aproximadamente igual a la raíz cuadrada de la distancia de caída  $Z$  (Davies, 1972). El valor de  $B_g$  disminuye con la caída debido al efecto de la gravedad.

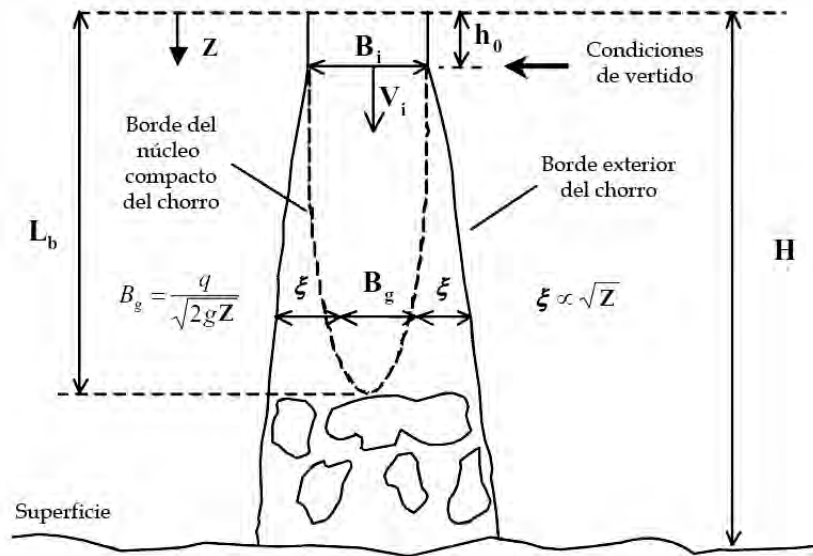


Figura 5.27. Esquema de inestabilidad del chorro (Castillo, 2006 adaptada de Ervine et al., 1997)

### 5.3.1. Geometría de la difusión

Ervine y Falvey (1987) resumen las principales características geométricas de la difusión de la lámina vertiente en su caída:

- La intensidad de turbulencia inicial  $T_u$  (inducida por las condiciones de aproximación del agua del embalse a la presa y la forma del vertedero), determina el ángulo de difusión lateral del chorro. Así, si una partícula de agua en el borde del chorro experimenta una velocidad axial media  $U$ , una velocidad de fluctuación longitudinal  $u'$  y una velocidad de fluctuación lateral  $v'$  entonces el ángulo resultante del movimiento es proporcional a  $\tan(v_f/U)$ , obteniéndose una estimación inicial en función de  $U_0$  (velocidad media longitudinal en el inicio de la aireación) de:

$$\frac{v_f}{U_0} \approx 0,4 - 0,5 \frac{u_f}{U_0} \quad (5.15)$$

siendo:

$$v_f = \sqrt{v'^2} = v_{RMS} \quad (5.16)$$

$$u_f = \sqrt{u'^2} = u_{RMS} \quad (5.17)$$

- Si se conoce el ángulo exterior de difusión del chorro en el aire  $\delta_2$  entonces, por continuidad se puede determinar el ángulo interno de disminución del núcleo central del chorro  $\delta_1$ . Este puede ser del orden del 15 - 20% de  $\delta_2$ ; siendo valores típicos de  $\tan \delta_1 = 0,5 - 1\%$ .

- La ley de probabilidad de atomización lateral del chorro viene dada aproximadamente por una distribución gaussiana.

- La aireación de la superficie libre ocurrirá cuando la raíz cuadrática media de las velocidades de fluctuación longitudinal en el borde del chorro sea  $u_f > 0,275$  m/s.

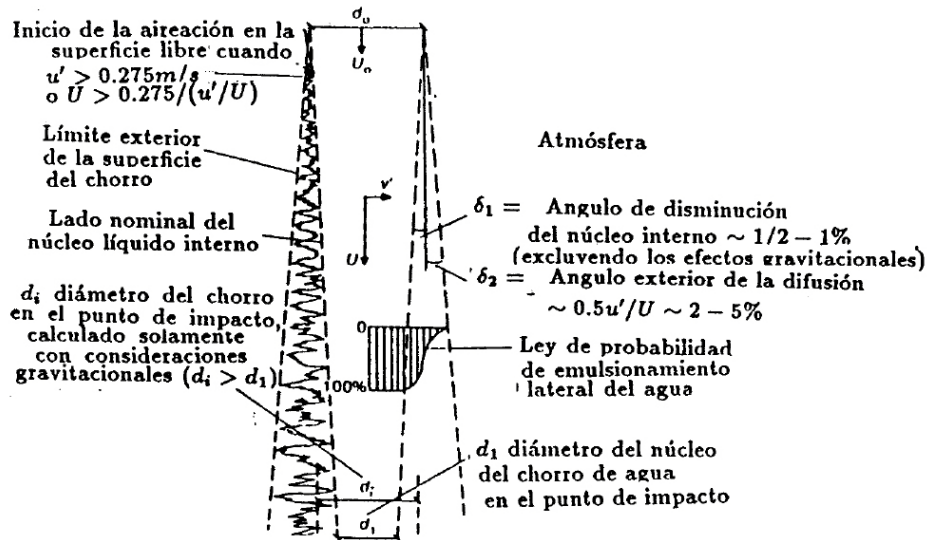


Figura 5.28. Características de un chorro turbulento a través de la atmósfera (Castillo, 1989 adaptada de Ervine y Falvey, 1987)

Ervine y Falvey (1987) establecen para chorros circulares la relación entre el ángulo de la difusión exterior del chorro ( $\delta_2$ ) y la distancia sobre el eje del chorro ( $X$ ) en función de la intensidad de la turbulencia ( $T_u$ ) mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\delta_2}{X} = 0,38T_u \tag{5.18}$$

lo que se traduce en que la expansión de la zona de difusión y la intensidad de la turbulencia en el punto de vertido son directamente proporcionales, como queda recogido en la siguiente gráfica:

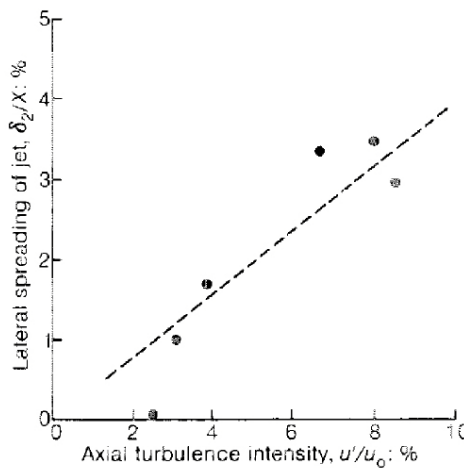


Figura 5.29. Relación entre la difusión lateral del chorro y la intensidad de la turbulencia (Ervine y Falvey, 1987)

$T_u$  puede adoptar valores en torno al 1 - 2% para chorros laminares y de 5 - 8% para chorros turbulentos. Esto implica que la difusión exterior del chorro en el caso de chorros turbulentos es del orden del 3 - 4% (lo que equivale a unos valores angulares entre  $1,7^\circ$  y  $2,3^\circ$ ). Ervine et al. (1997) determinan que el ángulo de la difusión interior del chorro está en torno al 15 - 20% de la difusión exterior, lo que se traduce en valores de  $\delta_1$  entre  $0,3^\circ$  y  $0,6^\circ$ .

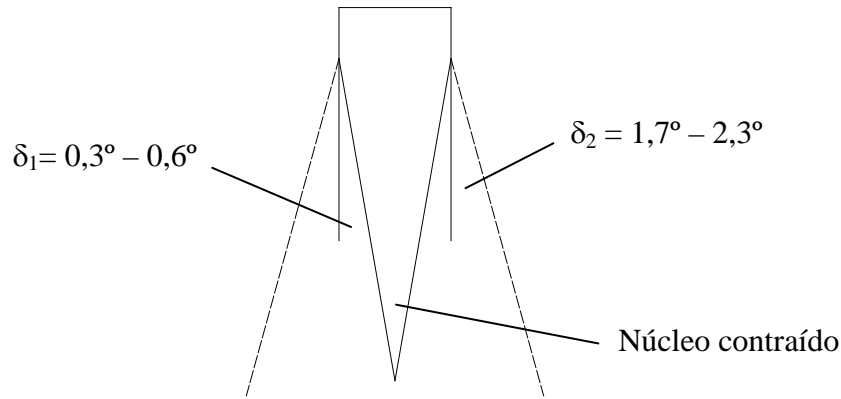


Figura 5.30. Contracción del núcleo del chorro y borde exterior del mismo, con los ángulos exterior e interior de la difusión (Ervine et al., 1997)

Por tanto, el diámetro exterior del chorro ( $D_{out}$ ) antes del impacto puede expresarse de la siguiente forma (Annandale, 2006):

$$D_{out} = D_i + 2 \frac{\delta_2}{X} L_j \quad (5.19)$$

siendo  $D_i$  el diámetro del chorro en el punto de vertido y  $L_j$  la longitud de la trayectoria del chorro. La ecuación (5.19) es equivalente a:

$$D_{out} = D_i + 2 \cdot 0,38 (T_u \cdot L_j) \quad (5.20)$$

Aplicando la ecuación de continuidad para chorros circulares, Ervine et al. (1997) obtienen el valor del diámetro del núcleo del chorro ( $D_j$ ) mediante:

$$D_j = D_i \sqrt{\frac{V_i}{V_j}} \quad (5.21)$$

siendo  $V_j$  la velocidad en el punto de impacto:

$$V_j = \sqrt{V_i^2 + 2gZ} \quad (5.22)$$

De esta forma se puede obtener el valor del diámetro exterior del chorro antes del impacto ( $D_{out}$ ) en función del diámetro del núcleo ( $D_j$ ):

$$D_{out} = D_i \sqrt{\frac{V_i}{V_j}} + 2\varepsilon \quad (5.23)$$

siendo  $\varepsilon$  el valor de la difusión de la lámina vertiente.

$$\varepsilon = \frac{1,14 T_u V_i^2}{g} \left[ \sqrt{\frac{2L_j}{D_i Fr_i^2} + 1} - 1 \right] \quad (5.24)$$

La ecuación (5.23) es aplicable siempre que se cumpla:

$$V_i \geq \frac{0,275}{T_u} \quad (5.25)$$

Castillo (1998, 2006) define la siguiente formulación para calcular el espesor de un chorro rectangular en el punto de impacto. Para ello, parte de lo ya expresado en la Figura 5.27:

$$B_j = B_g + B_s = B_g + 2\xi \quad (5.26)$$

siendo  $B_g$  el espesor por consideraciones gravitatorias,  $B_s$  el espesor por difusión lateral y  $\xi$  la distancia de difusión lateral debida a la aireación.

Castillo hace un desarrollo similar a Ervine et al. (1997) y expresa la difusión lateral como:

$$\xi = kv't = k \left( \frac{v'}{V_i} \right) V_i \frac{V_j - V_i}{g} \quad (5.27)$$

en donde define un nuevo parámetro turbulento  $\varphi = k(v'/V_i) = kT_u^*$  y siendo  $t$  el tiempo de caída del chorro,  $v'$  la componente turbulenta de la velocidad en dirección del flujo,  $V_i$  y  $V_j$  las velocidades medias en el vertido y en el impacto respectivamente.

Operando en la ecuación (5.27) con las velocidades medias obtiene que:

$$\xi = 2\varphi \sqrt{h_0} [\sqrt{H} - \sqrt{h_0}] \quad (5.28)$$

Por tanto el ancho del chorro plano en el impacto se calcula con la siguiente expresión:

$$B_j = \frac{q}{\sqrt{2gH}} + 4\varphi \sqrt{h_0} [\sqrt{H} - \sqrt{h_0}] \quad (5.29)$$

siendo  $H$  la diferencia de cota de agua antes y después del punto de vertido y  $h_0$  aproximadamente el doble de la altura de energía  $h$ .

Para determinar el parámetro turbulento  $\varphi$  en el caso de chorro plano, Castillo (2006) parte de que, en el caso de chorro circular, las fluctuaciones de velocidad en las direcciones transversales al flujo son iguales ( $u' = w'$ ) y de valor  $u' = 0,38v'$  (Ervine y Falvey, 1987).

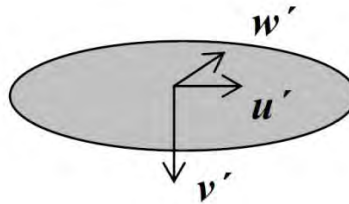


Figura 5.31. Velocidades turbulentas en chorro circular (Castillo, 2006)

Por tanto, la media cuadrática de la componente turbulenta de la velocidad en la dirección del flujo se podrá expresar como:

$$\overline{v'} = \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2} = 1,14v' \quad (5.30)$$

siendo la difusión lateral:



$$\xi = kT_u V_i t = 1,14v' t \quad (5.31)$$

En el caso de chorro plano, Castillo (2006) estima que en el eje del chorro  $w' \ll u'$  y si se acepta que  $u' = 0,38v'$ , entonces la media cuadrática de la componente turbulenta de la velocidad en la dirección del flujo se podrá expresar como:

$$\bar{v}' = \sqrt{(0,38v')^2 + v'^2} = 1,07v' \quad (5.32)$$

siendo la difusión lateral:

$$\xi = kT_u V_i t = 1,07v' t \quad (5.33)$$

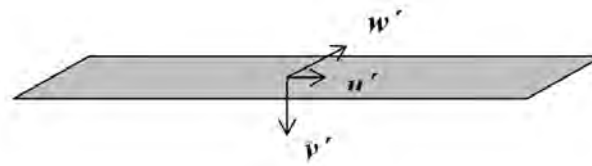


Figura 5.32. Velocidades turbulentas en chorro rectangular (Castillo, 2006)

Por tanto, Castillo (2006) define el valor del parámetro turbulento del chorro en el impacto para chorro plano en función de la intensidad de la turbulencia en condiciones de vertido  $T_u^*$  como:

$$\varphi = k_\varphi T_u^* = 1,07T_u^* \quad (5.34)$$

Castillo y Carrillo (2011) partiendo de un modelo físico y con los datos obtenidos de laboratorio realiza una modelación numérica con un programa CFD<sup>6</sup> (ANSYS CFX). Para ello, miden mediante equipos Doppler la turbulencia aguas arriba del punto de vertido y emplean dichas velocidades turbulentas como dato de entrada en las simulaciones numéricas realizadas. Cabe destacar que los valores de turbulencia que obtienen en el modelo físico son elevados (por ejemplo,  $T_{ux} = 0,163$  para  $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ) indicando los autores la influencia de este fenómeno en las características del chorro.

Los autores señalan que, aunque el flujo llega al vertedero con una elevada intensidad de turbulencia, éste se reduce rápidamente hasta alcanzar un valor constante (ver Figura 5.33). Este hecho es debido a que la aceleración del flujo por efecto de la gravedad es muy superior al incremento de la velocidad turbulenta en la caída.

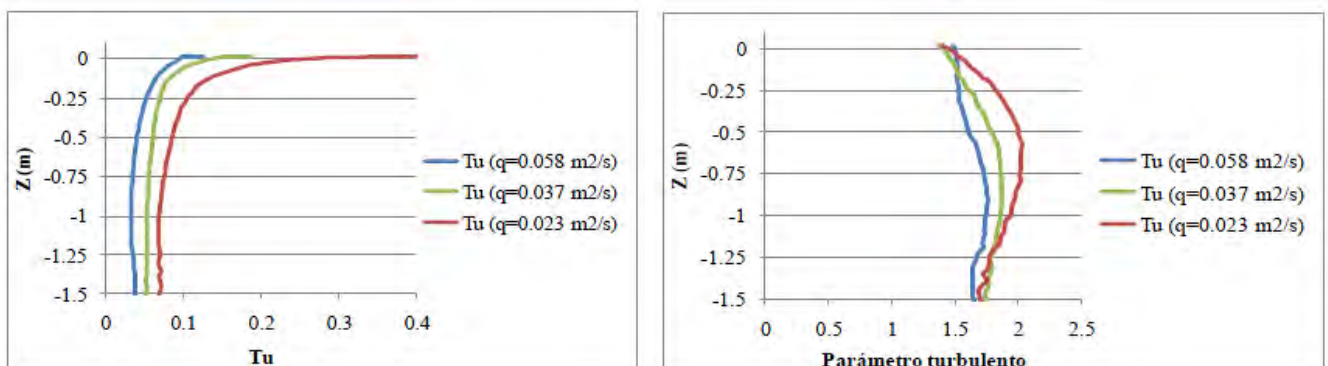


Figura 5.33. Evolución de la intensidad de la turbulencia  $T_u$  y del coeficiente del parámetro turbulento  $k_\varphi$  (Castillo y Carrillo, 2011)

<sup>6</sup> Computational Fluid Dynamics

También observan que en la caída  $k_\phi$  oscila menos a medida que aumenta el caudal específico explicando este fenómeno por el aumento de las diferencias entre las componentes turbulentas a medida que se reduce el ancho del chorro, volviéndose más inestable al reducirse el núcleo compacto del mismo.

De esta forma, los autores obtienen un nuevo valor para el coeficiente del parámetro turbulento de  $k_\phi \approx 1,50$  indicando la necesidad de confirmación de los resultados mediante nuevas simulaciones y mediciones en laboratorio.

Debido a la alta turbulencia medida en el modelo físico, Castillo y Carrillo (2012) consideran necesario conocer cómo afecta la variación de la turbulencia inicial a las soluciones numéricas. De esta forma, para conocer la variación del parámetro turbulento  $k_\phi$  simulan en ANSYS CFX la caída del chorro considerando tres turbulencias distintas ( $T_{ux} = 0,016; 0,05; 0,01$ ).

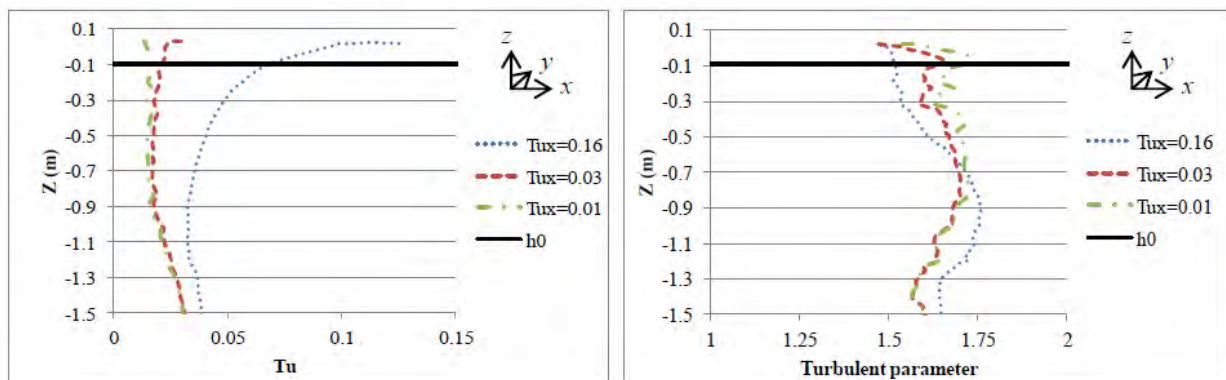


Figura 5.34. Evolución de la turbulencia  $T_u$  y del coeficiente del parámetro turbulento  $k_\phi$  durante la caída del chorro ( $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ) (Castillo y Carrillo, 2011)

En la Figura 5.34 los autores muestran la evolución de  $T_u$  para cada una de las turbulencias iniciales  $T_{ux}$  consideradas, observando que, aunque las turbulencias en la condición inicial son diferentes,  $T_u$  tiende a un valor próximo a 0,03 cuando existe una suficiente distancia de caída. De forma similar, grafican la evolución del parámetro turbulento  $k_\phi$ , donde se observa que para el caudal específico utilizado,  $k_\phi$  se encuentra entre 1,50 (ya indicado en publicaciones anteriores) y 1,75. Los autores vuelven a insistir en la necesidad de confirmación de los resultados.

### 5.3.2. Longitud de rotura

Un parámetro importante a definir es la longitud de rotura del chorro ( $L_b$ ) que es la distancia a partir de la cual el chorro está completamente desarrollado, es decir, no se distingue un núcleo sino que está formado por gotas de agua que se van desintegrando en otras cada vez más pequeñas. Estas gotas se ven frenadas por el aire hasta alcanzar su velocidad de equilibrio, que tiene lugar cuando la resistencia introducida por el aire es igual al peso de las gotas. Esta interacción limita la capacidad erosiva de un chorro completamente desarrollado (Annandale, 2006).

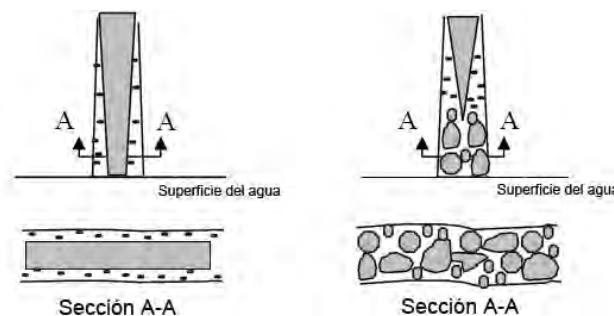


Figura 5.35. Esquema de un chorro no desarrollado (izqda.) y un chorro desarrollado (dcha.) (Castillo, 2007)

La tensión superficial, junto con la turbulencia inicial del chorro tienen, como ya se ha mencionado, una importancia capital en la cuantificación de estos fenómenos. Su determinación, junto con la longitud de rotura del chorro ( $L_b$ ) ha sido objeto de diferentes trabajos.

Van de Sande y Smith (1976) estudian la variación de dicha longitud ( $L_b$ ) en función de la velocidad del chorro ( $V$ ), siendo éste de sección circular. Señalan la existencia de tres zonas:

a) Para bajas velocidades, el chorro es esencialmente laminar y la longitud de rotura se puede obtener mediante la fórmula de Weber:

$$\ln \frac{R}{\delta_0} = \frac{L_b}{V} \left( \frac{\tau}{8\rho_w R^3} \right) \quad (5.35)$$

siendo  $R$  el radio del chorro,  $\delta_0$  la perturbación inicial,  $V$  la velocidad,  $\tau$  la tensión superficial y  $\rho_w$  la densidad del agua. Según Weber  $\ln R/\delta_0$  adopta un valor en torno a 12.

b) Para velocidades intermedias existe una zona de transición en la que es válida la siguiente fórmula en el caso de que la turbulencia esté completamente desarrollada:

$$L_b = 320 V_j D_i^{1.5} \quad (5.36)$$

siendo  $V_j$  la velocidad en el punto de impacto y  $D_i$  el diámetro en el punto de vertido.

c) Para velocidades elevadas, la interacción del aire es importante y presenta un comportamiento complejo con un valor constante del número de Weber.

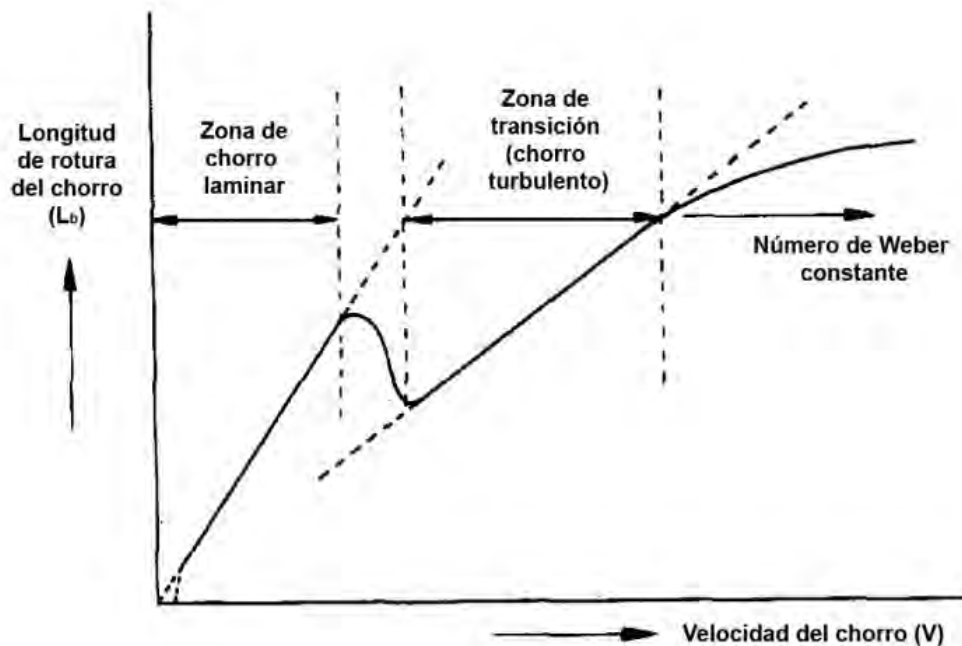


Figura 5.36. Modificación de la longitud de rotura con la velocidad del chorro (Van de Sande, 1976)

Ervine et al. (1980) mediante campañas de medición con cámaras de alta velocidad verificaron la relación existente entre la longitud de rotura y otros parámetros como la turbulencia del chorro, el diámetro en el punto de vertido y la velocidad en dicho punto.

Como resultado de dichas campañas obtuvo la siguiente relación empírica:

$$L_b = C \cdot Q_w^a \quad (5.37)$$

siendo  $Q_w$  el caudal de agua. El valor de las constantes  $C$  y  $a$  varía en función de la turbulencia:

Turbulencia (%)	$C$	$a$
0,3	60	0,39
3	17,4	0,31
8	4,1	0,2

Tabla 5.3. Valor de las constantes  $C$  y  $a$  en función de la turbulencia (Ervine et al., 1980)

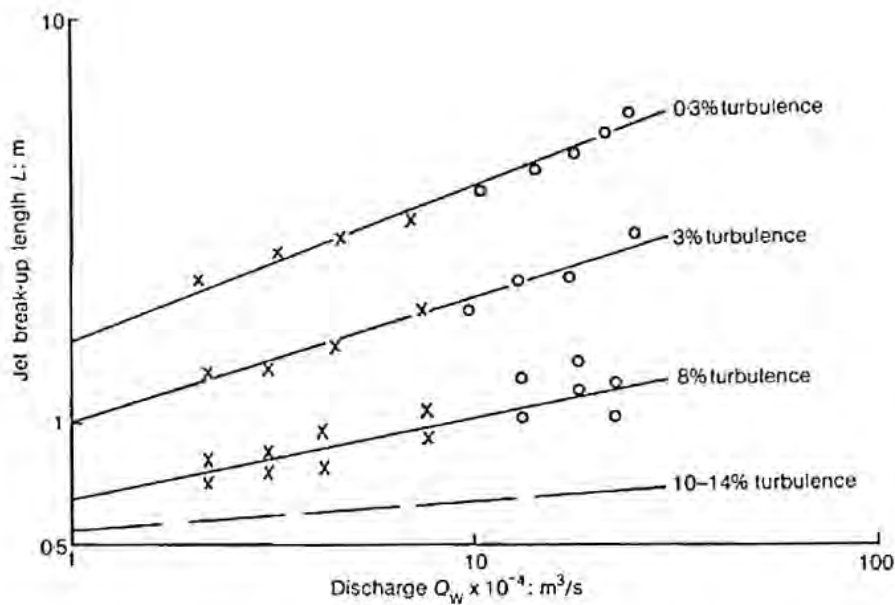


Figura 5.37. Variación de la longitud de rotura de un chorro circular para diferentes valores de turbulencia (Ervine et al., 1980)

Bohrer (1998), partiendo de las relaciones de McKeogh y Ervine (1981), desarrolla una expresión para estimar la longitud de rotura en el caso de chorros circulares en función de la velocidad del chorro en el punto de vertido ( $V_i$ ) y el diámetro en dicho punto ( $d_i$ ):

$$L_b = \left( \frac{C\pi^a}{4^a} \right) V_i^a d_i^{2a} \quad (5.38)$$

El valor de las constantes  $C$  y  $a$  varía en función de la turbulencia, adoptando los valores ya recogidos en la Tabla 5.3.

Ervine et al. (1997) obtienen una ecuación experimental que permite obtener la longitud de rotura del chorro en el caso de un vertido de sección circular:

$$\frac{L_b}{D_i F_i^2} = \frac{1,05}{C^{0,82}} \quad (5.39)$$

siendo  $D_i$  y  $F_i$  el diámetro del chorro y el número de Froude en las condiciones de vertido respectivamente y  $C$  el parámetro de la turbulencia definido como:

$$C = 1,14 T_u F_i^2 \quad (5.40)$$

siendo  $T_u$  la intensidad de la turbulencia ( $T_u = u'/U_0$ ).

Para el caso de vertido libre (sección rectangular) la primera formulación planteada fue la de Horeni (1956) que calculaba la longitud de rotura del chorro con la siguiente ecuación:

$$L_b = 6q^{0,32} \quad (5.41)$$

siendo  $q$  el caudal específico (caudal por unidad de ancho).

Castillo (2006) partiendo de la ecuación (5.39), considera la siguiente ecuación como la forma general que permite obtener la longitud de rotura del chorro en el caso de chorro de sección rectangular:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{C^{0,82}} \quad (5.42)$$

siendo  $B_i$  el ancho del chorro en la zona de vertido, la ecuación (5.41) de Horeni (1956) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{6q^{0,32} (1,14 T_u F_i^2)^{0,82}}{B_i F_i^2 (1,14 T_u F_i^2)^{0,82}} \quad (5.43)$$

quedando definido el coeficiente  $K$  del siguiente modo:

$$K = \frac{6q^{0,32} (1,14 T_u F_i^2)^{0,82}}{B_i F_i^2} \quad (5.44)$$

Además, la velocidad del chorro en el punto de vertido es  $V_i = (2gh_0)^{1/2}$  siendo  $h_0$  aproximadamente el doble de la altura de energía  $h$ . Dicha altura de energía se expresa en función del caudal específico mediante la siguiente expresión:

$$h = \left( \frac{q}{C_d} \right)^{2/3} \quad (5.45)$$

Partiendo de las ecuaciones (3.31) y (3.32) Castillo (2006) obtiene el valor de la intensidad de la turbulencia en condiciones de vertido ( $T_u^*$ ) y longitud de rotura del chorro ( $L_b$ ), válidos a escala de modelo ( $q \leq 0,25 \text{ m}^2/\text{s}$ ):

$$T_u^* = \frac{q^{0,43}}{IC} \quad (5.46)$$

siendo  $q$  el caudal específico e  $IC$  las condiciones de vertido:

$$IC = \frac{14,95g^{0,50}}{K^{1,22} C_d^{0,19}} \quad (5.47)$$

donde el coeficiente de descarga  $C_d \approx 2,1$ .

Para obtener el valor de  $K$ , Castillo (2006) realiza un análisis de sensibilidad para valores entre 0,44 y 0,95 comparando los resultados medidos del ancho del chorro en el impacto (Castillo, 1989) y los calculados, como se recoge en la figura siguiente:

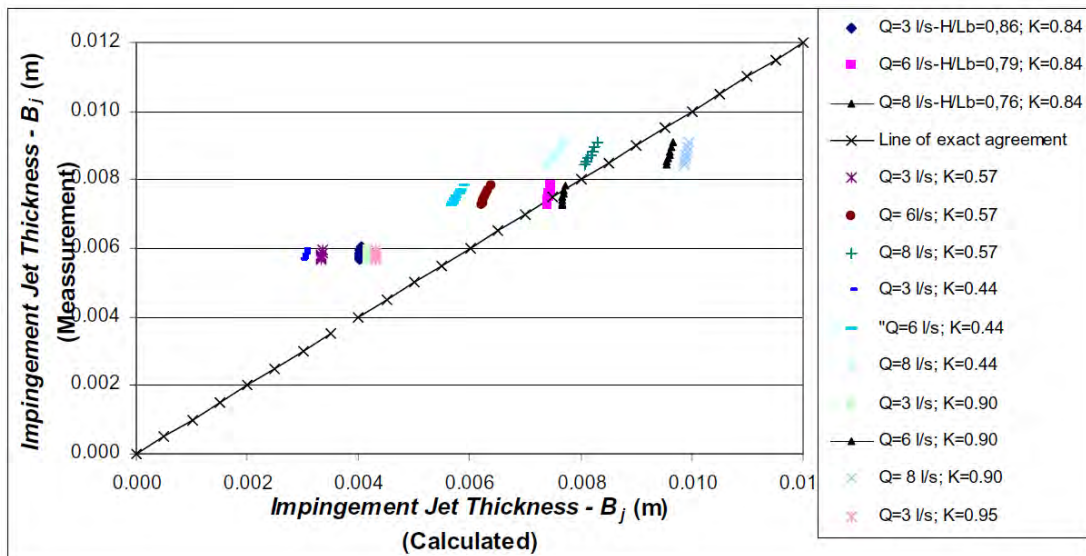


Figura 5.38. Comparación entre valores calculados y medidos del ancho del chorro en el impacto (Castillo, 2006)

De los resultados obtenidos, Castillo (2006) indica que para chorro plano los valores comprendidos entre 0,60 y 0,85 se pueden considerar válidos, adoptando este último valor para estar del lado de la seguridad.

La longitud de rotura del chorro definida por Castillo (2006) se obtiene de la expresión:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{0,85}{(1,07 T_u F_i^2)^{0,82}} \tag{5.48}$$

donde  $B_i$  y  $F_i$  son la anchura del chorro y el número de Froude en condiciones de vertido respectivamente y  $T_u$  es la intensidad inicial de la turbulencia (paso del flujo por el aliviadero) que, en el caso que nos ocupa, está comprendida entre el 0 y el 3%, según lo especificado por Bollaert et al. (2002).

Tipo de vertedero	Tu (%)
Vertido libre	0 - 3
Trampolín	3 - 5
Desagüe intermedio	3 - 8
Desagüe de fondo	3 - 8

Tabla 5.4. Estimación de la intensidad inicial de la turbulencia ( $T_u$ ) en función del tipo de estructura de vertido (Bollaert et al., 2002)

Esta expresión se considera aplicable para caudales específicos ( $q$ ) superiores a los  $0,25 \text{ m}^2/\text{s}$ , siendo válida para caudales inferiores la formulación de Horení (1956).

Si se representan las diferentes formulaciones existentes para la obtención de la longitud de rotura, se comprueba que la longitud de rotura de los chorros circulares (más compactos) es superior a la de los chorros planos. Por ejemplo, para  $T_u = 1\%$  y  $q = 10 \text{ m}^2/\text{s}$ , el valor de  $L_b \approx 120 \text{ m}$  en el caso de chorro circular, mientras que apenas llega a  $L_b = 45 \text{ m}$  en el caso del chorro plano (ver Figura 5.39).

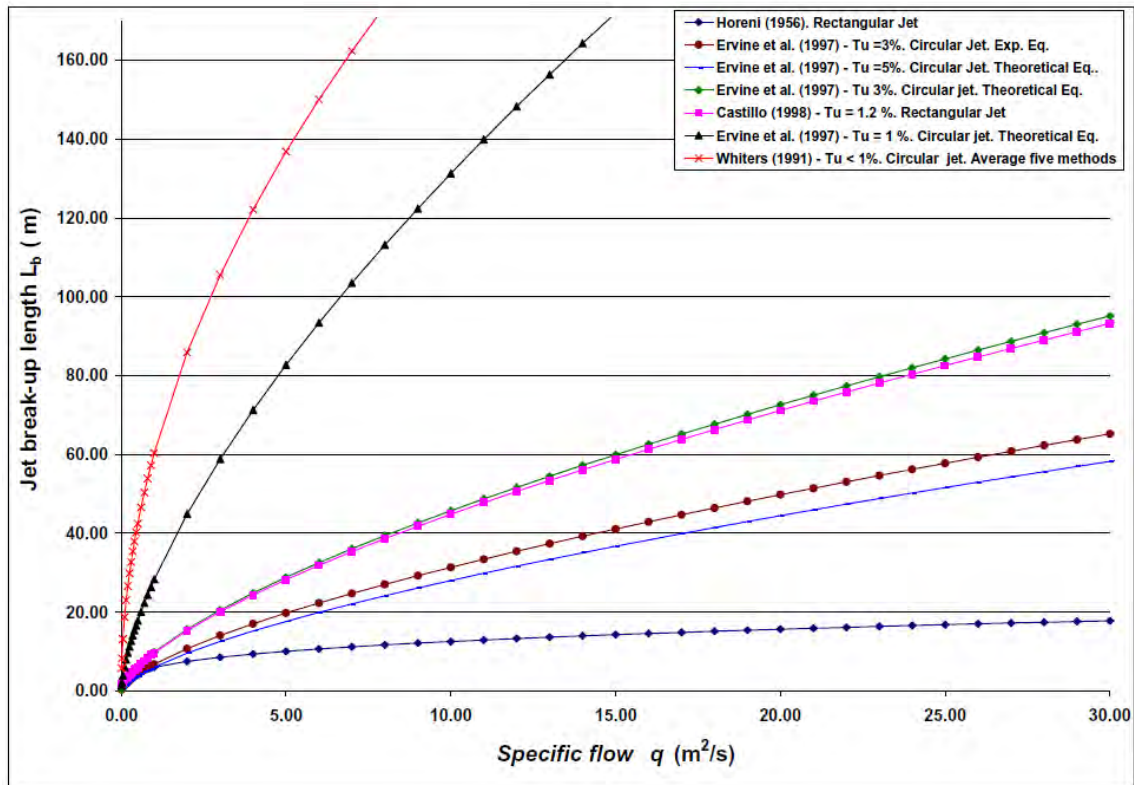


Figura 5.39. Longitud de rotura para chorros circulares y rectangulares (Castillo, 2006)

### 5.3.3. Relación entre flujos de aire y agua

La relación existente entre los flujos de aire y agua es un elemento fundamental a considerar a la hora de caracterizar la lámina vertiente y, sobre todo, en la influencia que este aspecto tendrá en el análisis del campo de presiones en el cuenco de disipación de energía.

Van de Sande y Smith (1973) indican que la cantidad total de aire transportado en el chorro puede expresarse como:

$$\phi_{v\ air} = \phi_{v\ capt.air} + \phi_{v\ air,B.L.} \tag{5.49}$$

siendo  $\phi_{v\ air}$  el caudal total de aire transportado,  $\phi_{v\ capt.air}$  el caudal de aire en el interior del chorro y  $\phi_{v\ air,B.L.}$  el caudal de aire transportado en el contorno exterior del chorro.

El aire transportado en el interior de un chorro de sección circular puede calcularse mediante la siguiente ecuación:

$$\phi_{v\ capt.air} = \frac{\pi v}{4} (D^{*2} - D^2) \tag{5.50}$$

siendo  $v$  la velocidad del chorro,  $D$  diámetro de salida y  $D^*$  el diámetro del chorro a una distancia  $L$  del punto de salida.

Para la obtención de  $\phi_{v\ air,B.L.}$  los autores proponen la utilización de la gráfica recogida en la Figura 5.40. Los valores de los ejes vienen dados por las siguientes expresiones:



$$\text{Eje de abcisas: } \frac{4}{R^*} \sqrt{\frac{\mu_{air} L}{\nu \rho_{air}}} \quad (5.51)$$

$$\text{Eje de ordenadas: } \phi_{v_{air,B.L.}} / \pi R^{*2} \nu \quad (5.52)$$

siendo  $R^* = D^*/2$ ,  $\mu_{air}$  la viscosidad del aire,  $L$  la distancia al punto de salida y  $\rho_{air}$  la densidad del aire.

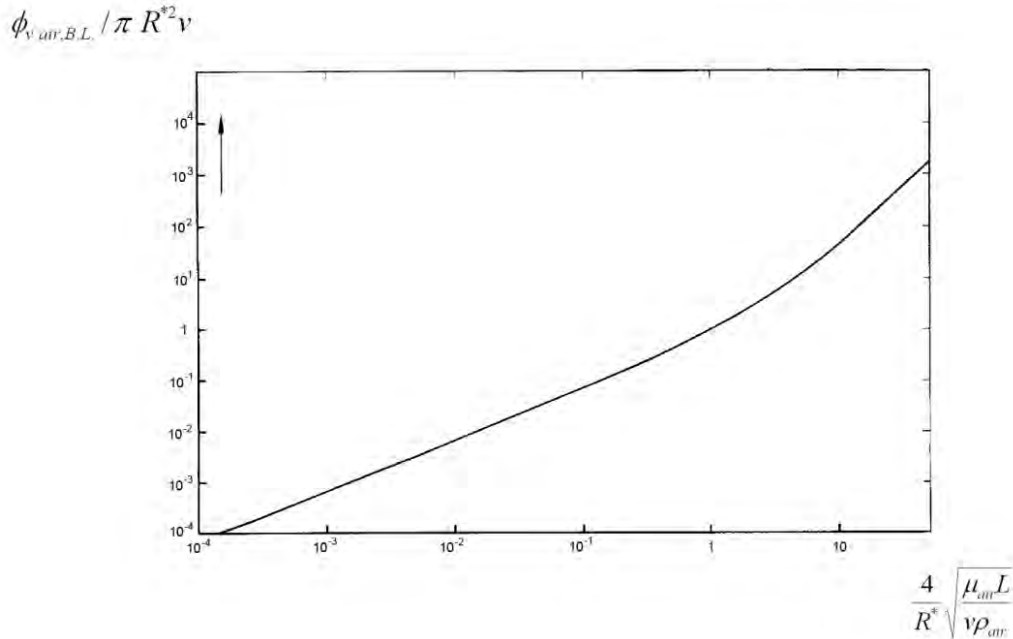


Figura 5.40. Relación teórica que nos permite obtener el valor del aire transportado en la capa exterior del chorro (Van de Sande y Smith, 1973)

Para poder emplear la Figura 5.40 se necesita el valor de  $R^*$  ( $= D^*/2$ ) que se obtiene de la siguiente ecuación:

$$\frac{D^*}{D} = 0,085 \left( We \cdot Re_{length} \right)^{1/6} \quad (5.53)$$

siendo  $D$  el diámetro de salida y  $D^*$  el diámetro del chorro a una distancia  $L$  del punto de salida,  $We$  el número de Weber<sup>7</sup> y  $Re_{length}$  el número de Reynolds<sup>8</sup>.

Los resultados expuestos por Van de Sande y Smith (1973) sólo son válidos para condiciones laminares del chorro.

Ervine et al. (1980) señalan que, para chorros turbulentos, el aire presente puede tener un doble origen: por un lado el aire que rodea la interfaz (espesor  $\delta$ ) y, por otro, el que queda retenido entre las oscilaciones del chorro, siendo éste último el mecanismo principal en el caso de chorros turbulentos.

<sup>7</sup>  $We = \frac{\rho_{air} v^2 D}{\sigma}$  siendo  $\rho_{air}$  la densidad del aire y  $\sigma$  la tensión superficial

<sup>8</sup>  $Re_{length} = \frac{\rho_{air} v L}{\mu_{air}}$  siendo  $L$  la longitud del chorro y  $\mu_{air}$  la viscosidad del aire



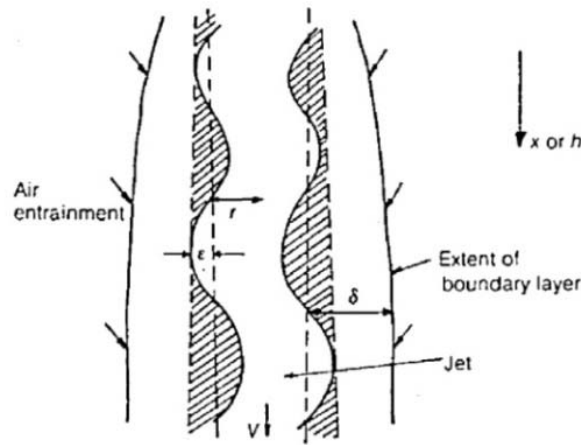


Figura 5.41. Esquema de las oscilaciones de un chorro circular y la entrada de aire (Ervine et al., 1980)

Los autores indican que el espesor de aire arrastrado en la interfaz entre el aire y la superficie del chorro viene dado por la siguiente ecuación:

$$\delta = 4,74 \frac{x}{\text{Re}_x^{1/2}} \tag{5.54}$$

siendo  $x$  la distancia al punto de vertido.

Ervine et al. (1980) estudian la rugosidad superficial del chorro en su caída, para lo cual definen el parámetro  $\epsilon/r$ , siendo  $\epsilon$  la dimensión de la perturbación producida en la superficie del chorro y  $r$  el radio de dicho chorro, verificando que, a medida que aumenta la altura de vertido, se produce un incremento de la rugosidad superficial para los diferentes escenarios de turbulencia.

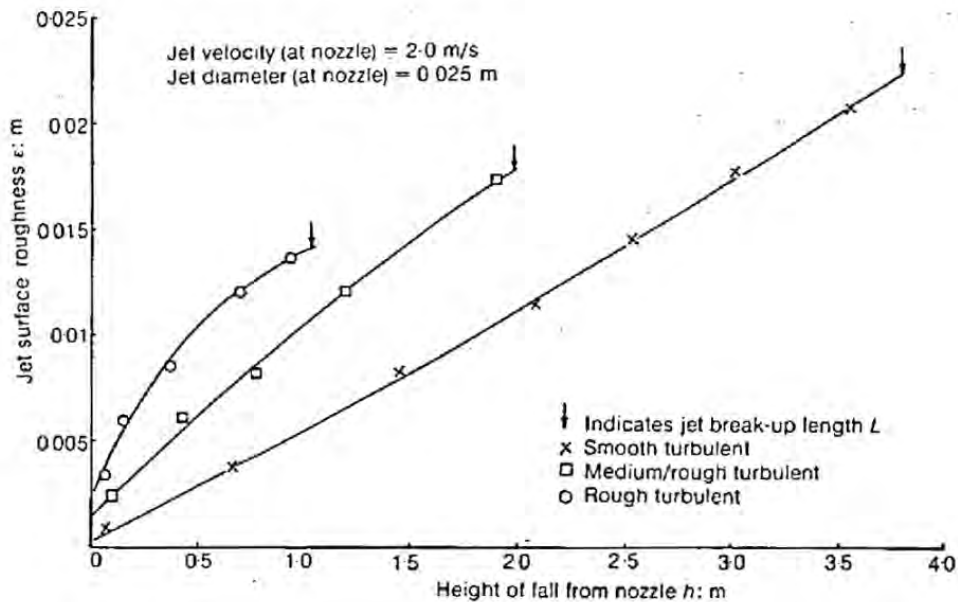


Figura 5.42. Incremento de la rugosidad superficial con la altura de vertido para diferentes valores de la turbulencia (Ervine et al., 1980)

La relación entre los flujos de agua y aire en función de la rugosidad superficial del chorro en su caída queda definida mediante la siguiente expresión:

$$\frac{Q_a}{Q_w} = 1,4 \left[ \left( \frac{\varepsilon}{r} \right)^2 + 2 \left( \frac{\varepsilon}{r} \right) - 0,1 \right]^{0,6} \quad (5.55)$$

Otro aspecto a estudiar en el desarrollo de la lámina vertiente es cómo se produce la separación o arranque de las gotas de agua por efecto del aire. Wallis (1969) propuso, a estos efectos, un número adimensional ( $\pi$ ) definido de la siguiente forma:

$$\pi = \frac{v_r \mu_g}{\sigma} \left( \frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{1/2} \quad (5.56)$$

siendo  $v_r$  la velocidad relativa líquido-gas,  $\mu_g$  la viscosidad del gas,  $\sigma$  la tensión superficial líquido-gas,  $\rho_g$  la densidad del gas y  $\rho_l$  la densidad del líquido.

Wallis (1969) indica que un valor de  $\pi = 2,46 \cdot 10^{-4}$  es crítico para el inicio del arranque de las gotas en condiciones normales; en el caso aire - agua esto supone una velocidad relativa de unos 22 m/s.

## 5.4. Características del chorro incidente en el colchón

El estudio de las características del chorro incidente en un colchón de agua y más concretamente el estudio de su geometría ha sido objeto de ensayos teóricos y experimentación desde la primera mitad del siglo XX, con el fin de definir con exactitud tanto la forma de los contornos como los perfiles de velocidad para cada sección.

Albertson et al. (1948) definen un primer esquema de la difusión de un chorro no confinado continuando con los trabajos iniciados por Tollmien (1926), Ruden (1933), Reichardt (1941), Corssin (1943) y Citrini (1946, 1947). El chorro es rectangular y se considera sumergido, es decir, en ningún momento se encuentra en contacto con la atmósfera.

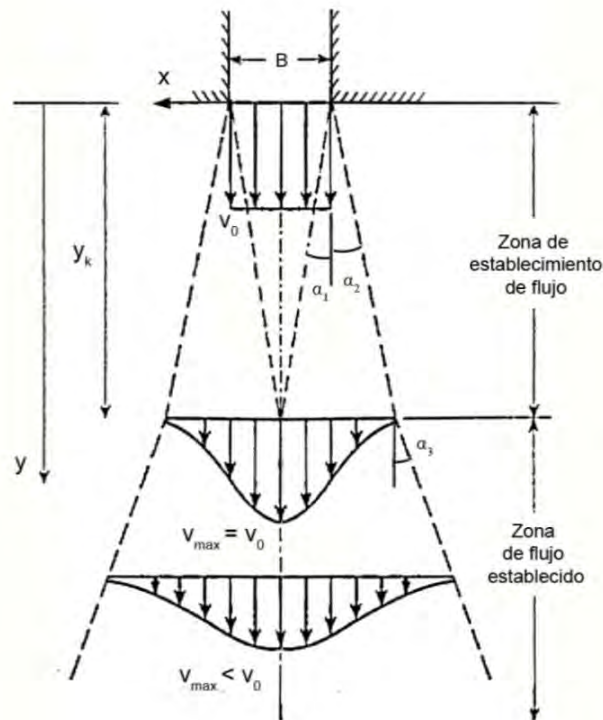


Figura 5.43. Representación esquemática de la difusión de un chorro no confinado (adaptado de Albertson et al., 1948)

Como se observa en la Figura 5.43, existe una primera zona, una vez que el agua ya ha incidido en el colchón, en que la velocidad de una parte central del chorro (núcleo del chorro) es igual a la que tenía previamente a su inmersión. En esta fase, el chorro se va abriendo lentamente ( $\alpha_2$  aumenta) y el núcleo se va estrechando (según  $\alpha_1$ ), a medida que las tensiones entre las zonas de agua estática y agua en movimiento van generando vórtices. Esta fase se conoce como zona de establecimiento del flujo. Una vez que el núcleo del chorro se ha desvanecido (profundidad  $y_k$ ), comienza la zona llamada de flujo desarrollado o establecido. El ángulo exterior ( $\alpha_3$ ) se abre y ya no hay ninguna partícula que conserve la velocidad inicial.

Albertson et al. (1948) partiendo de la premisa de que la viscosidad no influye en el proceso de difusión, plantearon que las características de dicha difusión deberían ser dinámicamente similares en todas las condiciones. Así, una única distribución de velocidades serviría para caracterizar las diferentes secciones dentro de la zona de difusión. Los valores experimentales obtenidos indicaron que esta será una distribución gaussiana<sup>9</sup>, de la forma:

<sup>9</sup> Hipótesis ya recogida por Reichardt (1941) que se asemeja a la integración realizada por Tollmien (1926) a partir de la teoría de Prandtl y a la de Tomotika (1938) realizada a partir de la teoría de Taylor (Lencastre, 1961)

$$\frac{v_y(x)}{v_{\max}} = e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \quad (5.57)$$

El uso de la ecuación (5.57) permite expresar las características del patrón de flujo en función de los dos parámetros que definen la distribución: la velocidad  $v_{\max}$  y la varianza ( $\sigma^2$ ) que, a su vez, se expresa en función del coeficiente  $C_I$ , relación entre la desviación típica y la distancia recorrida ( $\sigma/y$ ).

De esta forma se pueden obtener analíticamente las características del flujo en las diferentes zonas de la difusión, salvo el valor de  $C_I$  que se debe obtener de forma experimental.

Para la zona de establecimiento del flujo ( $y < y_k$ ) fuera del núcleo del chorro, la ecuación obtenida por Albertson et al. (1948) es la siguiente:

$$\frac{v_y}{v_0} = e^{\frac{-\left(x + \sqrt{\pi} C_I \frac{y}{2} \frac{B}{2}\right)^2}{2(C_I y)^2}} \quad (5.58)$$

siendo  $v_0$  la velocidad del agua al penetrar en el colchón y  $B$  la anchura inicial del chorro. En el interior del núcleo del chorro, la velocidad es constante y de valor  $v_0$  (ver Figura 5.43).

Para la zona de flujo establecido ( $y > y_k$ ) la ecuación es la siguiente:

$$\frac{v_y}{v_0} = \sqrt{\frac{B}{\sqrt{\pi} C_I y}} e^{\left(\frac{-x^2}{2C_I^2 y^2}\right)} \quad (5.59)$$

de donde se obtiene:

$$\frac{v_{\max}}{v_0} = \sqrt{\frac{B}{\sqrt{\pi} C_I y}} \quad (5.60)$$

que expresa la ubicación constante del valor máximo de la velocidad ( $v_{\max}$ ) a lo largo del eje central.

Existen expresiones homologas recogidas en la misma referencia y también de carácter teórico, para chorros circulares.

Los mismos autores indican los resultados obtenidos en una campaña experimental en ensayos de tipo bidimensional con aire como fluido, obteniendo un valor de  $C_I = 0,109$ . Entrando con este valor en la ecuación (5.58) se obtiene para la zona de establecimiento del flujo:

$$\log_{10} \frac{v_y}{v_0} = -18,4 \left( 0,096 + \frac{x - (B/2)}{y} \right)^2 \quad (5.61)$$

Para la zona de flujo establecido, entrando con el mismo valor de  $C_I$  en la ecuación (5.59) se obtiene:

$$\log_{10} \frac{v_y}{v_0} \sqrt{\frac{y}{B}} = 0,36 - 1,84 \frac{x^2}{y^2} \quad (5.62)$$

de donde:

$$\frac{v_{\max}}{v_0} \sqrt{\frac{y}{B}} = 2,28 \quad (5.63)$$

De esta última expresión, haciendo  $v_{\max} = v_0$ , se obtiene la longitud de la zona de establecimiento del flujo ( $y_k$ ) como un coeficiente de difusión ( $K_c$ ) por la anchura inicial del chorro ( $B$ ). El valor obtenido en este caso es  $K_c = 5,2$ . Para el caso de chorro circular, los autores proponen un valor de  $K_c = 6,2$ .

Poreh y Hefez (1967) estudiando la erosión producida por un chorro circular sumergido, señalan para el coeficiente de difusión  $K_c$  un valor de 9.

Hartung y Häusler (1973) proponen la siguiente formulación para la zona de establecimiento del flujo ( $y < y_k$ ) en el caso de vertidos rectangulares:

$$\frac{v_y}{v_0} = e^{-\frac{\pi}{8} \left(1 + \frac{2x y_k - y_k}{B y}\right)^2} \quad (5.64)$$

y para la zona de flujo ya establecido ( $y > y_k$ ):

$$\frac{v_y}{v_0} = e^{-\frac{\pi}{8} \left(\frac{2x y_k}{B y}\right)^2} \quad (5.65)$$

Además, citando a Albertson (1948), señalan que el ángulo de disipación del núcleo ( $\alpha_1$ ) está entre 4 y 6 grados, escogiendo los autores el valor  $\text{tg } \alpha_1 = 0,1$  ( $\alpha_1 = 5,7^\circ$ ) considerándolo válido tanto para vertido plano como para chorro circular. Sin embargo, no estudian el ángulo de expansión del chorro, ni sus variaciones según se esté en la zona de establecimiento del flujo ( $\alpha_2$ ) o de flujo establecido ( $\alpha_3$ ).

El valor de  $K_c$  que proponen es igual a 5 también para los dos tipos de chorros y la energía disipada hasta el desvanecimiento es del 30% para el chorro circular y el 20% para el rectangular.

Lencastre (1961) presenta los valores obtenidos por diferentes autores en la caracterización del chorro incidente. Así, Van der Zijnen (1958), citado en Hinze (1959), da para la zona de establecimiento del flujo y chorro circular el valor  $K_c = 6 - 8$  ( $\alpha_1 = 4 - 4,7^\circ$ ), para ensayos con aire; Rouse (1951) experimentando también con aire obtiene el valor  $K_c = 5,2$  en el caso de chorros bidimensionales y  $K_c = 6,2$  si el chorro presenta sección circular. Hom-ma (1959), para chorro circular de agua, obtiene  $K_c = 4,8$ .

McKeogh y Ervine (1981) y posteriormente Ervine y Falvey (1987), experimentando con un chorro circular, ponen de relieve la importancia de considerar la turbulencia del chorro incidente y la entrada de aire en el proceso de difusión y en la caracterización del chorro, factores poco considerados en investigaciones precedentes.

De esta forma, Ervine y Falvey (1987) establecen diferentes valores para los ángulos de difusión, en función de la tipología del chorro y de la intensidad de la turbulencia en el chorro incidente en el colchón, como se recoge en la Tabla 5.5.

Para ello, como se muestra en la Figura 5.44, definen como chorro sumergido (a) aquél que no tiene en ningún momento contacto con la atmósfera; como chorro laminar (b) aquél en que la intensidad de la turbulencia es despreciable y no hay aire en el chorro; se habla de chorro turbulento liso (c) cuando la intensidad de la turbulencia es pequeña, suponiendo el volumen de aire un 2% del total; el chorro es turbulento rugoso (d) cuando el nivel de turbulencia es elevado ( $\sim 5\%$ ), pudiendo alcanzar el aire porcentajes del orden del 40%.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	
Chorro sumergido	4,5°	6°	11°	Albertson et. Al (1948)
Chorro laminar	5°	6° - 7°	10° - 12°	McKeogh y Ervine (1981)
Chorro turbulento liso	7° - 8°	10° - 11°	10° - 12°	McKeogh y Ervine (1981)
Chorro turbulento rugoso	8°	13° - 14°	14° - 15°	Ervine y Falvey (1987)

Tabla 5.5. Valores de los ángulos de difusión del chorro en función de su turbulencia (Ervine y Falvey, 1987)

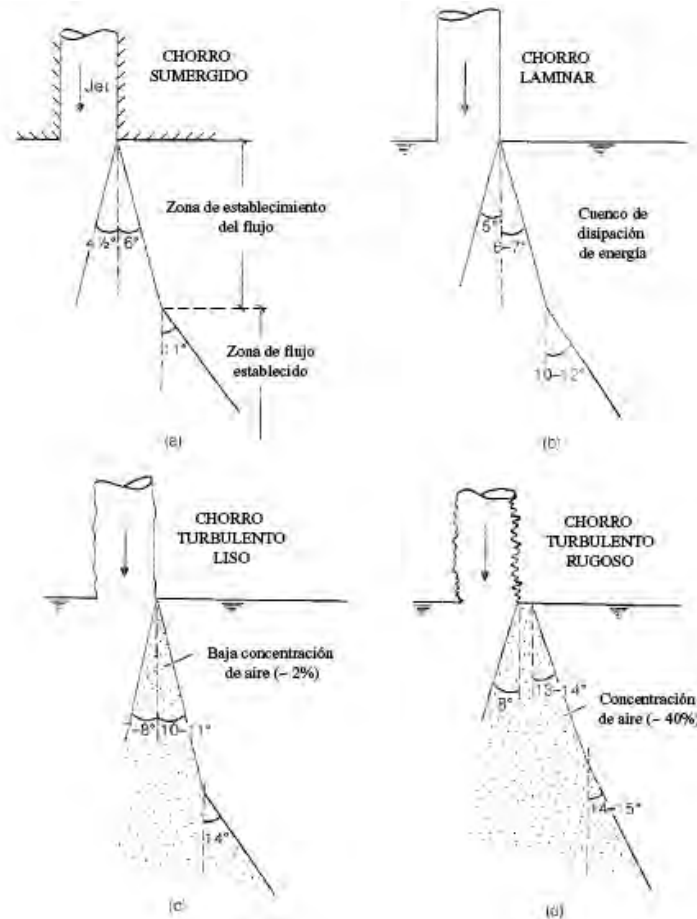


Figura 5.44. Difusión del chorro en colchón ilimitado en función de la turbulencia del chorro incidente (Ervine y Falvey, 1987)

Ervine y Falvey (1987) establecen una relación entre los valores de los ángulos de difusión del chorro y la concentración de aire a la entrada del cuenco aplicando la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento:

Concentración de aire (%) a la entrada del cuenco	$\alpha_2 / \alpha_1$
0	1,33
2	1,37
20	1,50
40	1,72
50	1,88

Tabla 5.6. Relación entre la aireación del chorro y los ángulos de difusión (Ervine y Falvey, 1987)

Ervine y Falvey (1987) señalan valores para el coeficiente  $K_c$ , diferenciando entre chorros sumergidos ( $K_c = 6,2$ ) y chorros incidentes ( $K_c = 4$ ) verificándose para estos últimos un valor inferior de la zona de establecimiento del flujo debido a la aireación y disgregación del chorro.

Los trabajos expuestos hasta ahora tienen como nexo común la existencia de un lecho de agua de altura ilimitada (chorro no confinado). Sin embargo, la existencia de una superficie rígida horizontal en el fondo del cuenco de disipación de energía hace que las expresiones indicadas no tengan una validez completa, salvo en la zona superior del colchón de agua. A medida que el chorro va profundizando, encuentra dificultades para continuar su trayectoria y debe tender a cambiarla pasando de un movimiento en la dirección vertical a uno horizontal. Esto lleva a una transformación de la energía del chorro; la energía cinética del chorro provoca una sobrepresión sobre el fondo del cuenco. Desde el punto de vista de la morfología del chorro, se observa una deflexión del mismo. A la circulación horizontal del chorro una vez se ha visto deflectado se le conoce como chorro de pared.

El comportamiento de un chorro circular sobre un colchón de altura limitada ha sido estudiado inicialmente por Poreh y Cermak (1959), Bradshaw y Love (1961) y Tani y Komatsu (1964). El caso del chorro rectangular ha sido investigado por Mathieu (1959) y Schauer y Eustis (1963).

Cola (1966) plantea la ecuación del movimiento del chorro de pared, considerando la hipótesis de Albertson (1948) de que no existe disipación de energía en la apertura del chorro. El valor de la velocidad máxima de dicho chorro, haciendo la hipótesis de fluido perfecto es, según Cola:

$$v_{x\max} = v_{0,x} \sqrt{\frac{B}{\sqrt{\pi} C_1 h (1 - \eta_A)} \left( 1 - e^{-\frac{1}{4C_1^2 (1 - \eta_A)^2} \left(\frac{x}{h}\right)^2} \right)} \quad (5.66)$$

donde  $C_1$  es la constante de Albertson y  $\eta_A$  la relación entre la cota del punto donde se advierte la deflexión ( $y_A$ ) y la altura total del colchón  $h$ . A raíz de ensayos en laboratorio, se fija el valor de  $\eta_A$  en 0,276 (ver Figura 5.45).

$$\eta_A = \frac{y_A}{h} = 0,276 \quad (5.67)$$

Por tanto, el punto donde se inicia la deflexión del chorro (medido desde la superficie del cuenco) es:

$$y = 0,724 h \quad (5.68)$$

Todo lo anterior es válido para colchones de agua de una altura  $h$  que cumpla:

$$h > 5,2 \frac{B}{(1 - \eta_A)} \quad (5.69)$$

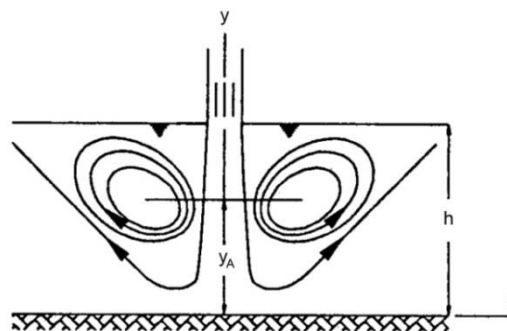


Figura 5.45. Definición de variables en la expresión de Cola (1966)

Beltaos y Rajaratnam (1973) y Beltaos (1976), mediante campañas de medición empleando aire como fluido, proponen la caracterización del comportamiento del chorro en un colchón de altura limitada mediante tres zonas diferentes dentro de la zona de flujo establecido: zona de chorro libre, zona de impacto y zona de chorro de pared.

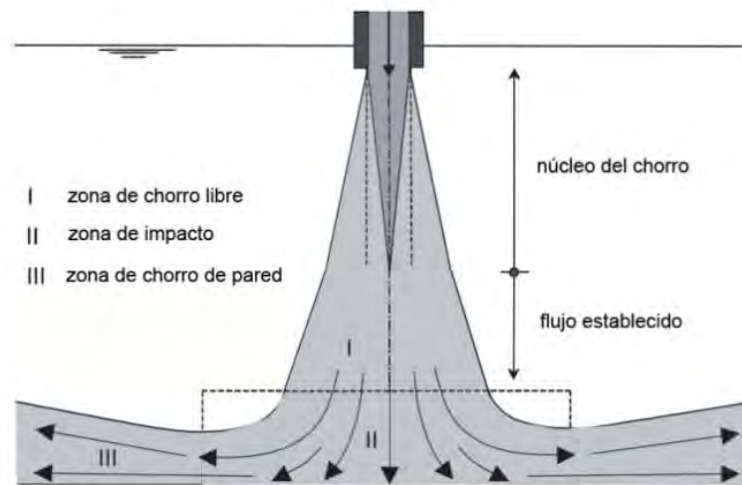


Figura 5.46. Zonificación del chorro en el colchón (Beltaos y Rajaratnam, 1973)

La zona de chorro libre presenta un ensanchamiento aproximadamente lineal, pudiéndose tratar independientemente de la influencia del fondo.

En la zona de impacto las líneas de corriente se deflexan debido a la influencia del fondo, disminuyendo la velocidad. La dispersión del chorro al chocar con el lecho, junto con la mezcla de aire arrastrado produce una turbulencia muy acentuada, dando origen a grandes fluctuaciones de presión junto al fondo. A medida que aumenta el calado aguas abajo se produce una disminución de la alteración superficial creada por la zona de impacto.

Beltaos y Rajaratnam (1973) obtienen, a partir de una campaña de medición con aire, una distribución de velocidades para las zonas de chorro libre y de impacto.

$$\frac{u}{u_m} = e^{-\left(0,834 \frac{y}{b_u}\right)^2} \quad (5.70)$$

siendo  $u_m$  la velocidad en el eje  $x$  y  $b_u$  el valor de la coordenada  $y$  que presenta un valor de la velocidad  $u = u_m/2$  (ver Figura 5.47).

Esta distribución, para valores de  $x/H < 0,875$  ajusta perfectamente con los datos obtenidos en la campaña de medición, presentándose ligeras desviaciones para valores de  $x/H$  superiores.

Los autores también describen la variación de la velocidad a lo largo del eje del chorro ( $u_m$ ) en función de la velocidad de salida del chorro ( $U_0$ ), diferenciando entre la zona de chorro libre y la zona de impacto:

$$\text{Zona de chorro libre} \quad \frac{u_m}{U_0} \sqrt{\frac{H}{2b_0}} = \frac{2,50}{\sqrt{x/H}} \quad (5.71)$$

$$\text{Zona de impacto} \quad \frac{u_m}{U_0} \sqrt{\frac{H}{2b_0}} = 5,50 \sqrt{1-(x/H)} \quad (5.72)$$



De esta forma, igualando ambas expresiones se obtiene el valor  $x/H = 0,70$  que define el punto de separación entre la zona de chorro libre y la de impacto, valor muy similar al obtenido previamente por Cola (1966).

A la hora de definir la longitud de la zona de establecimiento del flujo, los autores obtienen un valor de  $K_c = 8,26$  en el caso de chorro rectangular. Para el caso de chorro circular  $K_c = 5,8 - 7,4$ .

Para describir la velocidad del flujo en la zona del chorro de pared, los autores definen un nuevo sistema de coordenadas  $(x_1, y_1)$  (ver Figura 5.47) mediante el cual expresan la distribución de la velocidad ( $u_{m1}$ ) mediante la siguiente expresión:

$$\frac{u_{m1}}{U_0} = C \left[ \frac{x_1}{2b_0} - 35 \right]^a \quad (5.73)$$

según los resultados obtenidos por los autores, el exponente  $a$  es función del número de Reynolds variando desde  $-0,60$  para  $Re \cong 10.000$  a  $-0,52$  para  $Re \cong 40.000$ , mientras que el valor de  $C$  disminuye desde  $2,7$  cuando  $H/2b_0 = 20$  hasta  $2$  cuando  $H/2b_0 = 70$ .

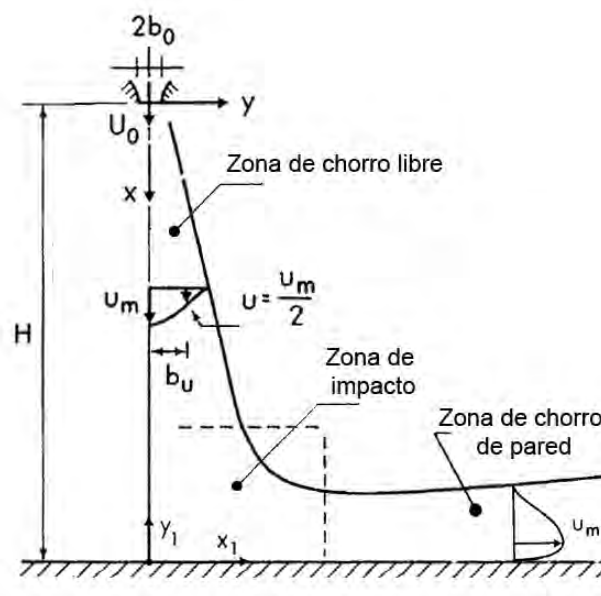


Figura 5.47. Definición de la distribución de velocidades en el chorro (Beltaos y Rajaratnam, 1973)

Chee y Yuen (1985) realizando un estudio acerca de la erosión de un chorro plano incidente sobre un colchón de agua sobre lecho de grava definen un valor de  $K_c = 3,3$ .

Cui Guang Tao (1986) partiendo de los trabajos realizados por Aki (1969) obtiene un valor para el coeficiente  $K_c = 6,35$  para el caso de chorro rectangular.

Franzetti y Tanda (1987) realizan un análisis del fenómeno en el caso de chorro circular, tanto si éste es sumergido como si no (chorro incidente), obteniendo unos valores de  $K_c = 6,03$  para el primer caso y de  $K_c = 4,7$  para el segundo.

La relación entre la velocidad del chorro a lo largo del eje ( $v_{max}$ ) y la velocidad a la entrada del colchón ( $v_0$ ) en el caso de chorro incidente la expresan mediante la siguiente expresión:

$$\frac{v_{max}}{v_0} = 4,7074 \left( \frac{B}{z} \right) \quad (5.74)$$

que se verifica para valores de  $y \geq 8,5B$ .

Bormann y Julien (1991) realizando experimentos sobre la erosionabilidad aguas abajo de una estructura de control, obtienen un valor de  $K_c$  para chorros incidentes rectangulares de valor 3,24.

Melo (1996) en el caso de chorros bidimensionales no aireados confinados por el cuenco, y en coincidencia con los resultados obtenidos por Aksoy (1975), Kraatz (1989) y Amelung (1995), obtiene un valor de  $K_c = 7,3$  señalando el incremento de dicho coeficiente en un 40% respecto a los obtenidos en el caso de chorros no confinados.

Ervine et al. (1997) realizan una campaña de mediciones con chorro incidente circular, considerando esta vez un cuenco limitado por una solera que genera un colchón de agua de altura  $Y$ , obteniendo un valor de  $K_c = 4 - 5$ .

Finalmente, en la Tabla 5.7 se incluye un resumen de los valores obtenidos para el coeficiente  $K_c$  por diferentes autores. La dispersión de valores de  $K_c$  probablemente esté originada por las diferentes condiciones de vertido de los diferentes experimentos.

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b><math>K_c</math></b>	<b>Tipo de chorro</b>
Albertson et al.	1948	5,2	rectangular / sumergido
Albertson et al.	1948	6,2	circular / sumergido
Rouse	1951	5,2	rectangular / sumergido
Rouse	1951	6,2	circular / sumergido
Van der Zijen	1958	6 - 8	circular / sumergido
Hom-ma	1959	4,8	circular / incidente
Cola	1965	7,18	rectangular / sumergido
Poreh y Hefez	1967	9	circular / sumergido
Hartung y Häusler	1973	5	circular / incidente
Hartung y Häusler	1973	5	rectangular / incidente
Beltaos y Rajaratnam	1973	8,26	rectangular / sumergido
Aksoy	1975	7,3	rectangular / sumergido
Chee y Yuen	1985	3,3	circular / incidente
Guang Tao	1986	6,35	rectangular / incidente
Franzetti y Tanda	1987	4,7	circular / incidente
Franzetti y Tanda	1987	6,03	circular / sumergido
Ervine y Falvey	1987	4	circular / incidente
Ervine y Falvey	1987	6,2	circular / sumergido
Kraatz	1989	7,3	rectangular / sumergido
Bormann y Julien	1991	3,24	rectangular / incidente
Amelung	1995	7,3	rectangular / sumergido
Melo	1996	7,3	rectangular / sumergido
Ervine et al.	1997	4-5	circular / incidente

Tabla 5.7. Valores del coeficiente  $K_c$  obtenidos por diferentes autores en el caso de chorros circulares/rectangulares e incidentes/sumergidos

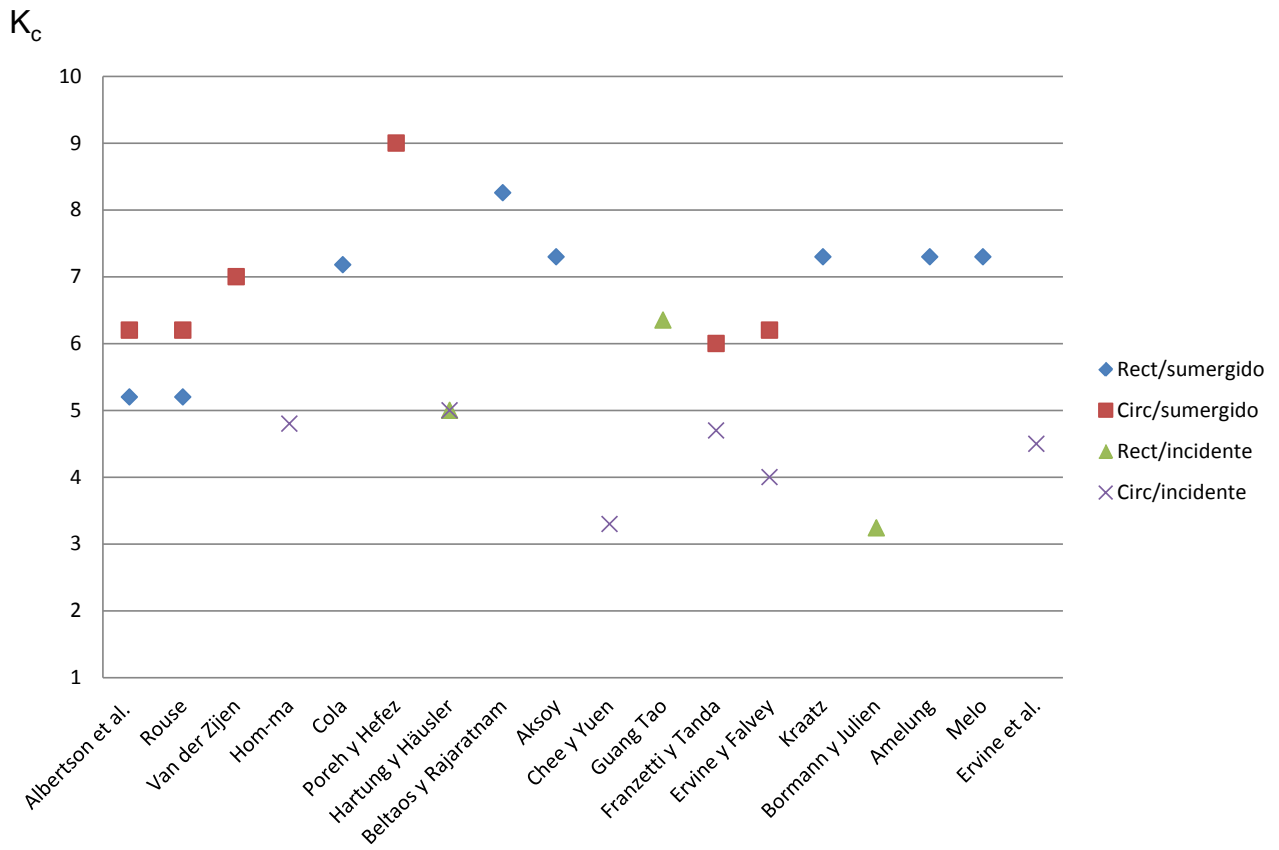


Figura 5.48. Distribución de los valores del coeficiente  $K_c$  obtenidos por diferentes autores en el caso de chorros circulares/rectangulares e incidentes/sumergidos

## 5.5. Entrada de aire en el punto de impacto

De los estudios y observaciones realizados por diferentes autores se deduce que el proceso de entrada de aire debido al impacto de un chorro sobre una superficie es bastante complejo, dependiendo en gran medida de la velocidad del chorro.

McKeogh y Ervine (1981) señalan que la entrada de aire se produce cuando se supera un valor crítico en la velocidad de impacto, indicando un valor de 1 m/s para el caso de chorros circulares turbulentos, estando este parámetro afectado por las alteraciones que se producen en la superficie del chorro. Dicho valor de velocidad corresponde con valores de la intensidad de la turbulencia del orden del 25-30%

Los citados autores sugieren cuatro mecanismos diferentes para la entrada de aire en el caso de chorros circulares turbulentos. Tsang (1987) realizó una adaptación de dicha clasificación para chorros originados en vertederos, recogiendo las investigaciones realizadas sobre el fenómeno (Figura 5.49) y diferenciando entre chorros lisos, rugosos, oscilantes y desintegrados.

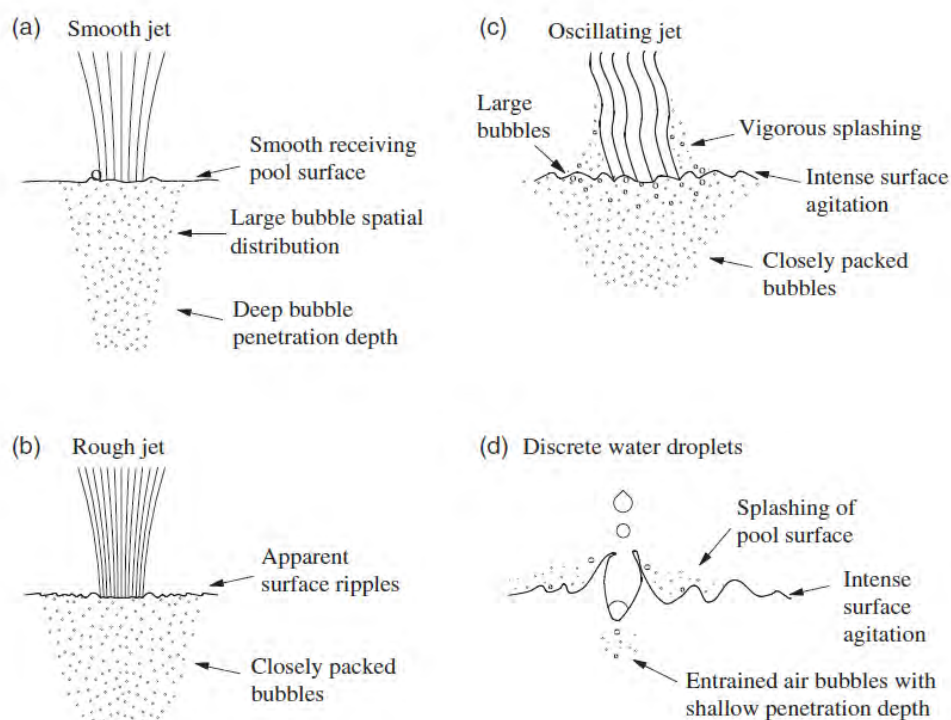


Figura 5.49. Mecanismos de entrada de aire para chorros originados en vertederos según Tsang (1987) (reproducido en Baylar y Bagatur, 2006)

Cuando se produce el impacto de un chorro liso sobre una superficie líquida se genera una depresión de forma abocinada alrededor del punto de impacto (Henderson et al., 1970; Cummings, 1975; Kusabiraki et al., 1990) debido a la capa de aire que rodea al chorro y que impacta sobre la superficie libre. Esta depresión es estable y no se produce entrada de aire hasta que la velocidad del chorro supera un determinado valor. McKeogh y Ervine (1981) definen este mecanismo como de “oscilación anular” indicando que se produce en el caso de chorros laminares.

Sin embargo, es normal que a medida que la altura del chorro aumenta se produzcan alteraciones en su superficie (chorro rugoso que puede llegar a ser oscilante). Cuando estas alteraciones alcanzan la superficie de impacto se produce la deformación de la misma, produciéndose un movimiento transversal de líquido que, mediante el vórtice formado, ocasiona la entrada de aire en forma de burbujas (Van de Sande y Smith, 1974) como queda recogido en la siguiente figura:

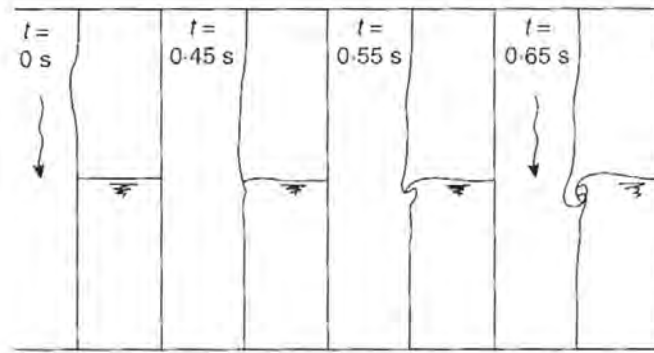


Figura 5.50. Mecanismo de entrada de aire debido a una alteración en el chorro de un líquido de baja viscosidad (Ervine, 1998 adaptado de Oguz, 1992)

Cuando se supera la velocidad límite del chorro antes mencionada, se produce una rotura de la depresión abocinada, (McCarthy et al., 1969; Henderson et al., 1970; Evans, 1996) produciéndose la entrada de aire en el interior del líquido, aunque de una forma más regular que en el caso de las alteraciones indicadas pero siendo, de igual modo, un fenómeno intermitente. Este aire asciende rápidamente formando una columna de burbujas en torno al punto de impacto, generando una recirculación desde dicho punto hacia el exterior (Van de Donk, 1981) lo que impide la formación de la depresión abocinada inicial. McKeogh y Ervine (1981) definen este mecanismo como de “vórtices intermitentes” produciéndose para turbulencias en torno al 1%.

Para chorros de alta velocidad, el aire no sólo rodea el propio chorro y es arrastrado hacia el punto de impacto sino que también existe aire retenido en la superficie del chorro, formando parte de las alteraciones antes descritas. Esto produce una mayor entrada de aire y de una forma más regular (Van de Sande y Smith, 1973; Evans, 1996) incrementándose la rugosidad en la superficie en torno al punto de impacto. McKeogh y Ervine (1981) indican una turbulencia mínima del 2% para que comience manifestarse este mecanismo, al que denominan de “oclusión turbulenta”.

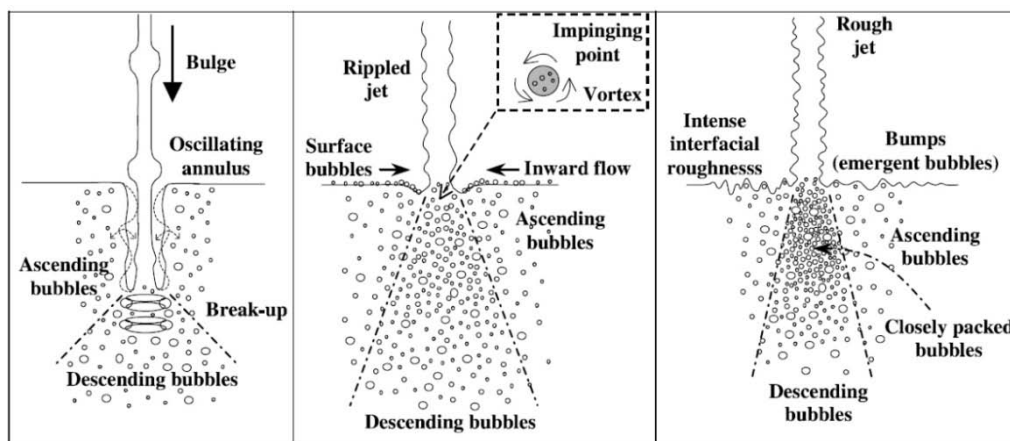


Figura 5.51. Descripción de los diferentes mecanismos de entrada de aire (Davoust et al., 2002)

Cuando los chorros de alta velocidad alcanzan una altura suficiente puede producirse su disgregación debido al rozamiento con el aire (último mecanismo descrito por McKeogh y Ervine, 1981). En este caso, la agitación de la superficie del agua es considerable y el impacto de gotas individuales sobre la superficie puede producir la entrada de aire si su velocidad supera un determinado valor o si se produce el sucesivo impacto de diferentes gotas en el mismo punto (Van de Sande y Smith, 1973; Volkart, 1980; Prosperetti y Ogüz, 1997). Estos chorros disgregados (desarrollados) presentan, frente a los chorros compactos (no desarrollados), una mayor sección, sin embargo, la cantidad de aire que se introduce, así como la profundidad alcanzada por las burbujas es menor, debido a la pérdida de energía sufrida en la caída (Wormleaton y Tsang, 2000).

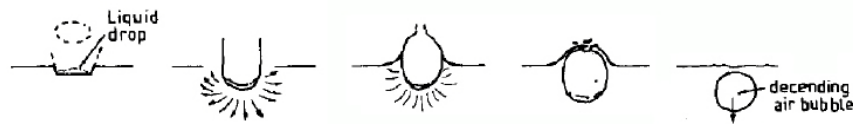


Figura 5.52. Mecanismo de entrada de aire debido al impacto de gotas aisladas (McKeogh y Ervine, 1981)

En el caso de los mencionados chorros de alta velocidad, Thomas et al. (1984) indican otro posible mecanismo de entrada de aire a través de la capa de espuma que se forma sobre la superficie del líquido que recibe el impacto del chorro. El aire entra en los intersticios de la espuma debido al oleaje y las salpicaduras que se producen, entrando en el seno del líquido por la recirculación que se genera. Los autores señalan que la importancia de este mecanismo está en función el ángulo del impacto, ya que a medida que se inclina el chorro, la recirculación aumenta de velocidad, aumentando la cantidad de aire que se introduce.

### 5.5.1. Caracterización de la zona de impacto

Bonetto et al. (1993) estudian la depresión que se produce en un fluido cuando recibe el impacto de un chorro del mismo fluido, sin producirse la entrada de aire.

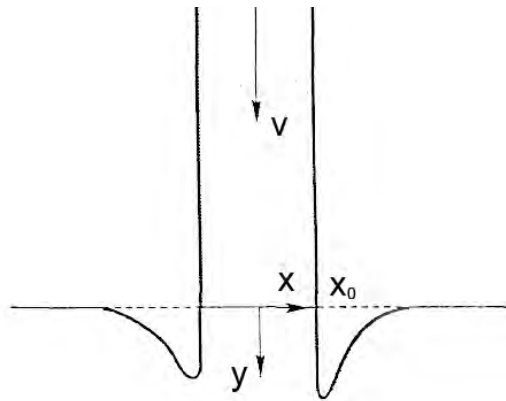


Figura 5.53. Depresión producida en la superficie de un líquido por el impacto de un chorro (Bonetto et al., 1993)

Para ello emplea dos parámetros que caracterizan el problema:

- 1) El número de Weber ( $We$ ), número adimensional que mide la importancia relativa de la inercia del fluido comparada con su tensión superficial.

$$We = \frac{\frac{1}{2} \rho v^2 x_0}{\sigma} \quad (5.75)$$

siendo  $\rho$  la densidad del fluido,  $v$  la velocidad del fluido,  $\sigma$  la tensión superficial y  $x_0$  la mitad del ancho del chorro (ver Figura 5.53).

- 2) El número de Bond ( $Bo$ ) número adimensional que mide la relación entre las fuerzas gravitatorias y la tensión superficial

$$Bo = \frac{\rho g x_0}{\sigma} \quad (5.76)$$

siendo  $\rho$  la densidad del fluido,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $\sigma$  la tensión superficial y  $x_0$  la mitad del ancho del chorro.

En la Figura 5.54 se muestra la relación entre la profundidad de la interfase ( $\eta$ ) y su posición en la horizontal respecto del punto de impacto del chorro ( $x = 1$ ) en el caso de despreciar las fuerzas gravitatorias ( $Bo = 0$ ).

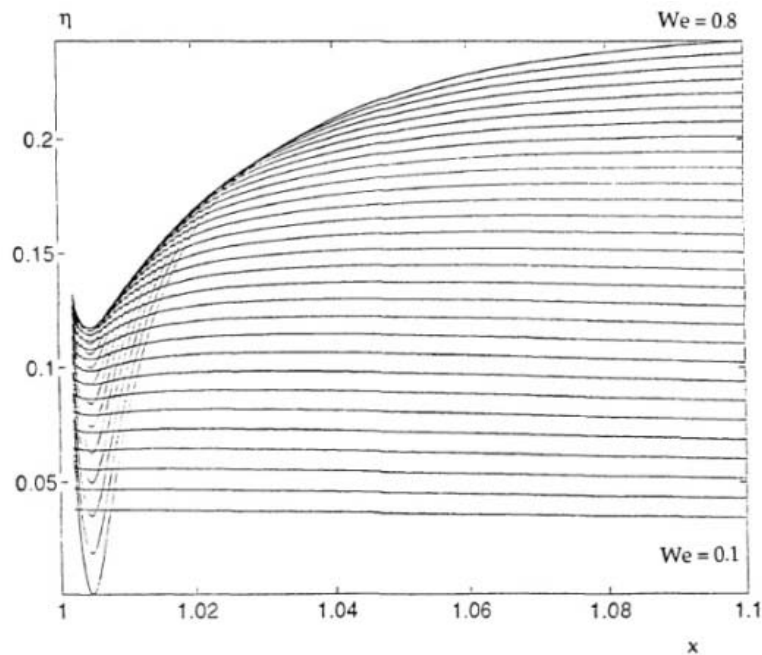


Figura 5.54. Forma de la interfase para diferentes valores de  $We$  ( $Bo = 0$ ) (Bonetto et al., 1993)

Se verifica que para valores de  $We = 0,1$  no se produce depresión, aumentando ésta a medida que el número de Weber aumenta. Esta depresión queda definida por la diferencia entre dos valores, uno máximo ( $max$ ) y otro mínimo ( $min$ ) que se observan a medida que el valor de  $x$  decrece.

$$d = \eta_{\max} - \eta_{\min} \quad (5.77)$$

En la siguiente figura se muestra el valor de dicha depresión ( $d$ ) en función del número de Weber, verificándose que dicha depresión es nula hasta que se alcanza un valor crítico de dicho número ( $We_c$ ) a partir del cual el valor de la depresión crece rápidamente con  $We$ .

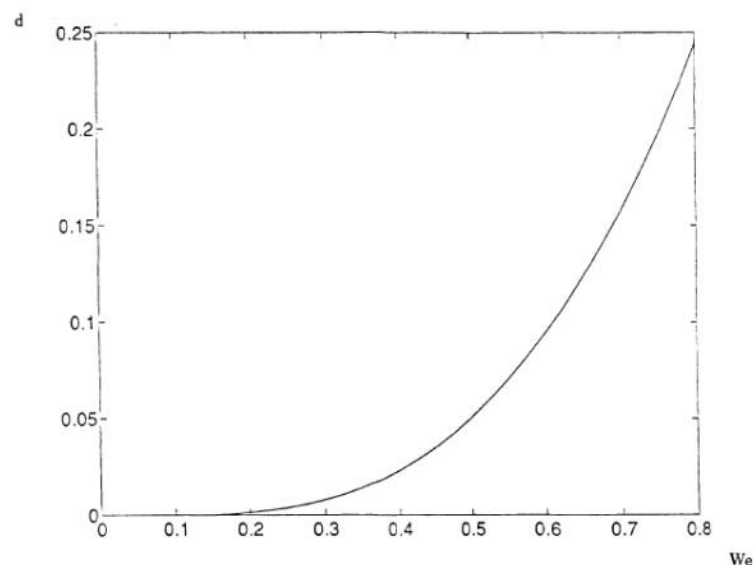


Figura 5.55. Profundidad de la depresión en función de  $We$  ( $Bo = 0$ ) (Bonetto et al., 1993)

Posteriormente, se investiga el efecto de las fuerzas gravitatorias ( $Bo = 1$ ) comprobándose en la Figura 5.56 que, cualitativamente, las formas de la depresión coinciden con el caso anterior, si bien presenta una profundidad de la depresión ( $\approx 1$ ) superior a la observada en la figura anterior ( $\approx 0,13$ ).

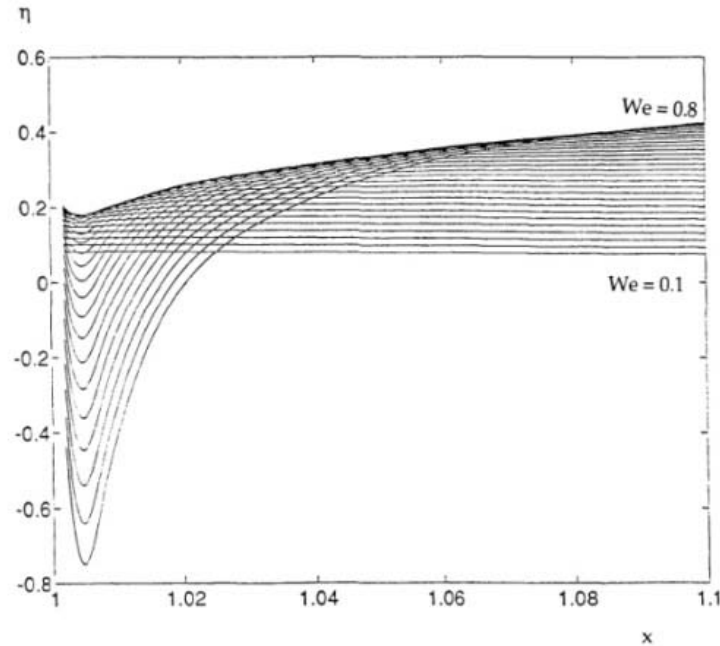


Figura 5.56. Forma de la interfase para diferentes valores de  $We$  ( $Bo = 1$ ) (Bonetto et al., 1993)

Representando el valor de la depresión ( $d$ ) para este caso ( $Bo = 1$ ) en función del número de Weber, se obtienen valores superiores de dicha depresión, pero el valor crítico del número de Weber ( $We_c$ ) es prácticamente el mismo.

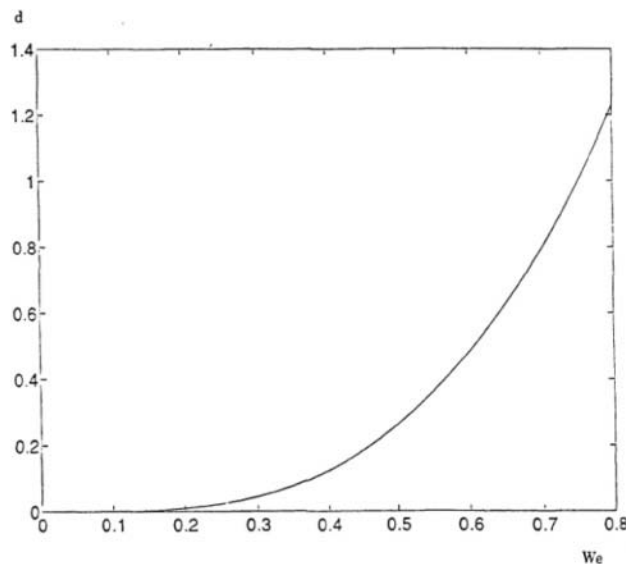


Figura 5.57. Profundidad de la depresión en función de  $We$  ( $Bo = 1$ ) (Bonetto et al., 1993)

El estudio presenta resultados para valores de  $We < 1$  debido a que para valores cercanos a la unidad la tensión superficial no es suficiente para asegurar la estabilidad del sistema, produciéndose la entrada de aire.

Prosperetti y Ogüz (1997) inciden en el estudio del impacto de un chorro plano caracterizando, no sólo la superficie del fluido que lo recibe, sino también la cavidad que se forma.



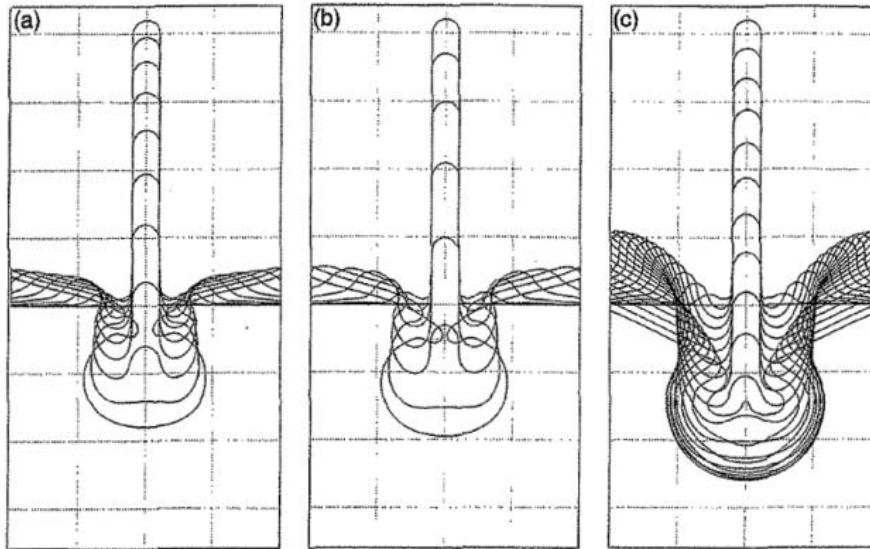


Figura 5.58. Sucesivas configuraciones de la superficie libre de un fluido tras el impacto de un chorro plano. Relación altura y ancho del chorro = 20 y número de Froude 2 (a), 8 (b) y 32 (c) (Prosperetti y Ogiüz, 1997)

Como se aprecia en la Figura 5.58, a medida que aumenta el número de Froude, aumentan las dimensiones de la cavidad que permite la entrada de aire. Los autores definen dos parámetros que caracterizan esta cavidad, la profundidad de cierre de la misma ( $D$ ) y el tiempo de cierre ( $t_c$ ).

$$D = \frac{a}{2} c \sqrt{Fr_e} \quad (5.78)$$

$$t_c = \frac{3}{2} \frac{a}{U_e} c \sqrt{Fr_e} \quad (5.79)$$

siendo  $a$  el ancho del chorro y  $c$  una constante a determinar experimentalmente. La velocidad ( $U_e$ ) y el número de Froude ( $Fr_e$ ) que se emplean en estas fórmulas son los valores en el punto de impacto, que incluyen el efecto ocasionado por la transformación de la energía potencial en energía cinética:

$$U_e = \sqrt{U^2 + \frac{1}{2} gh} \quad (5.80)$$

$$Fr_e = Fr + \frac{h}{2a} \quad (5.81)$$

siendo  $h$  la altura del chorro incidente y  $U$  la velocidad del chorro en el impacto.

El valor de la constante  $c$  que ajusta las ecuaciones (5.78) y (5.79) con los datos obtenidos experimentalmente es de 4,67.

### 5.5.2. Mecanismos de entrada de aire

La entrada de aire en el cuenco se produce justo después de que el chorro de agua entre en contacto con la superficie libre y en un breve espacio de tiempo. Para que se produzca esta entrada de aire la velocidad de impacto del chorro  $V$  debe superar un determinado valor característico  $V_e$  que es función de las propiedades del fluido, longitud del chorro y turbulencia del núcleo.

Lin y Donnelly (1966) realizan una campaña de medición sobre chorros circulares comprobando que

la velocidad mínima que debe presentar el chorro en el impacto para que se produzca la entrada de aire ( $V_e$ ) se ve afectada por el diámetro del chorro en el impacto ( $D_j$ ), la viscosidad del fluido ( $\mu$ ), su densidad ( $\rho_a$ ) y la tensión superficial ( $\sigma$ ), obteniendo la siguiente formulación, sólo válida para régimen laminar:

$$V_e = 6,22 \frac{\sigma^{0,794}}{D_j^{0,206} \rho_a^{0,206} \mu^{0,587}} \quad (5.82)$$

Bonetto et al. (1994) describen el mecanismo de entrada de aire en el cuenco al producirse el impacto en el caso de un chorro circular.

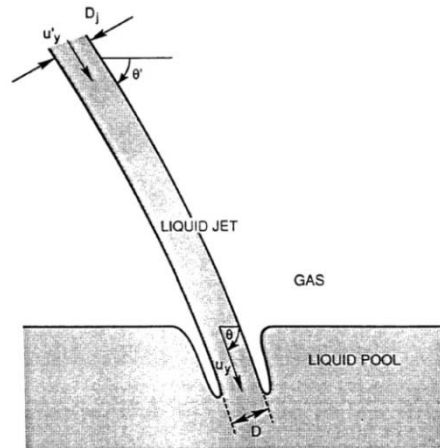


Figura 5.59. Esquema de chorro incidente (Bonetto et al., 1994)

Al producirse el impacto del chorro con el colchón de agua, se genera un menisco en la superficie del líquido debido al aire arrastrado por el chorro. Los autores proponen que el mecanismo de entrada de aire se debe a la inestabilidad de la interfaz gas/líquido (inestabilidad de Helmholtz-Taylor) producida por la velocidad del chorro y el efecto de la gravedad. En la Figura 5.60 se esquematiza la situación, correspondiendo la zona 1 a la mitad de la sección del chorro ( $h_1 = D/2$ ), la zona 2 corresponde al menisco de aire formado ( $h_2 = \delta$ ) y la zona 3 corresponde al colchón de agua ( $h_3 = \infty$ ).

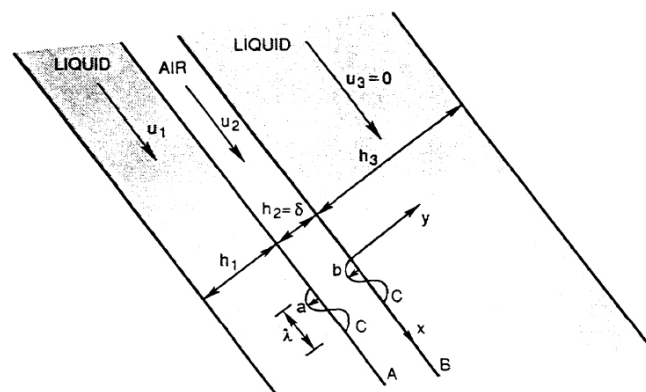


Figura 5.60. Esquema del chorro incidente justo debajo de la superficie del colchón (Bonetto et al., 1994)

Partiendo de la hipótesis de que todos los fluidos implicados (chorro, colchón y aire retenido) son fluidos no viscosos, se considera que las perturbaciones son ondas sinusoidales generadas en la interfaz chorro/aire. Dichas ondas, al incidir en el colchón producen ondas sinusoidales en la interfaz aire/colchón con la misma celeridad  $C$  y mismo número de onda. Cuando estas dos ondas de pequeña

amplitud y longitud de onda  $\lambda_d$  se desplazan, van creciendo hasta que en un determinado punto se tocan, reteniendo un determinado volumen de aire en la zona  $\Lambda$  definida en la figura siguiente:

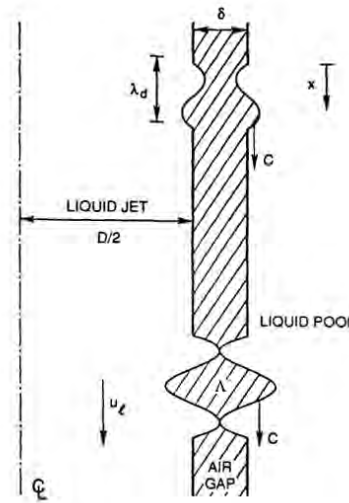


Figura 5.61. Mecanismo de entrada de aire (Bonetto et al., 1994)

El área  $\Lambda$ , el correspondiente volumen retenido  $V$  y el caudal de aire  $Q_a$  se definen como:

$$\Lambda = \delta\lambda_d \tag{5.83}$$

$$V = \pi D\Lambda = \pi\delta D\lambda_d \tag{5.84}$$

$$Q_a = \frac{\Lambda}{\lambda_d} \pi D\lambda_d C = \pi\delta DC \tag{5.85}$$

Considerando este mecanismo y para  $\delta = 0,291$  mm, Bonetto et al., (1994) representan en la Figura 5.62 el caudal de aire en función de la velocidad del chorro y lo comparan con las medidas realizadas por McKeogh y Ervine (1981) para un chorro de diámetro  $D = 0,0051$  m, una turbulencia del 3% y una distancia del punto de vertido al colchón de  $h = 0,03$  m obteniendo un muy buen ajuste, lo que confirma la hipótesis planteada por los autores.

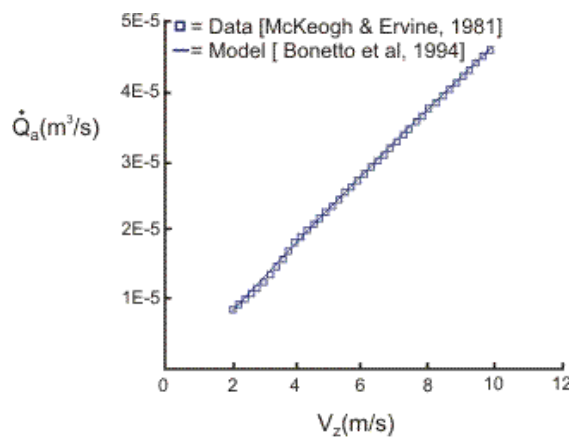


Figura 5.62. Caudal de aire en función de la velocidad del chorro. Comparación de datos (Bonetto et al., 1994)

Evans et al. (1996) describen en profundidad el mecanismo de entrada de aire en el caso de un chorro circular, asumiendo que la cantidad total de aire atrapado ( $Q_e$ ) es igual a la suma del gas retenido en una fina capa de aire que rodea la superficie del chorro ( $Q_f$ ) y la cantidad de aire retenido en el

diámetro efectivo del chorro ( $Q_t$ ).

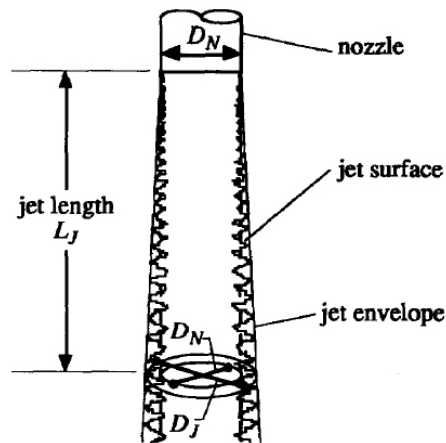


Figura 5.63. Definición del diámetro efectivo  $D_j$  (Evans et al., 1996)

Además, definen un diámetro  $D^*$  que es aquel que delimita la separación entre la zona de aire que queda retenido y la que no en la capa de aire que rodea al chorro en su caída.

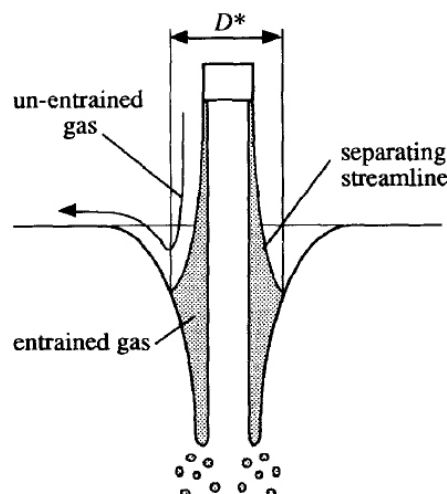


Figura 5.64. Esquema del proceso de entrada de aire (Evans et al., 1996)

Los autores distinguen tres regiones diferentes de entrada de aire, según la longitud del chorro:

a) Región 1. Va desde la salida hasta una distancia de 3 a 5 veces el diámetro del chorro. En esta zona no se produce entrada de aire en el cuerpo del chorro, pero si se retiene en la superficie del mismo, como queda recogido en la siguiente expresión:

$$Q_e = Q_f = \frac{\pi}{4} (D^{*2} - D_j^2) v_f \quad (5.86)$$

siendo  $v_f$  la velocidad media del aire en la capa que rodea el chorro entre el diámetro  $D^*$  y el diámetro efectivo  $D_j$ .

b) Región 2. Se produce para distancias superiores a las 3-5 veces el diámetro del chorro. En esta zona se produce entrada de aire tanto al interior del chorro como en la superficie del mismo, siendo el caso más general:

$$Q_e = Q_f + Q_t = \frac{\pi}{4} (D^{*2} - D_j^2) v_f + \frac{\pi}{4} (D_j^2 - D_1^2) v_n \tag{5.87}$$

siendo  $D_j$  el diámetro efectivo del chorro al final de la región 1 y  $v_n$  la velocidad media del chorro en la salida.

c) *Región 3.* Zona en la cual la superficie de aire que rodea al chorro desaparece y todo el aire es retenido en el interior del chorro, obteniendo:

$$Q_e = Q_t = \frac{\pi}{4} (D_j^2 - D_1^2) v_n \tag{5.88}$$

Chanson y Cummings (1994, 1997) describen el mecanismo de entrada de aire diferenciando entre velocidades altas y bajas. Para velocidades ligeramente superiores al valor característico  $V_e$  (bajas velocidades) la entrada de aire se produce mediante burbujas individuales de tamaño reducido, generadas al interactuar las perturbaciones de la superficie del chorro con la superficie libre del colchón. Este mecanismo de entrada de aire es de carácter intermitente.

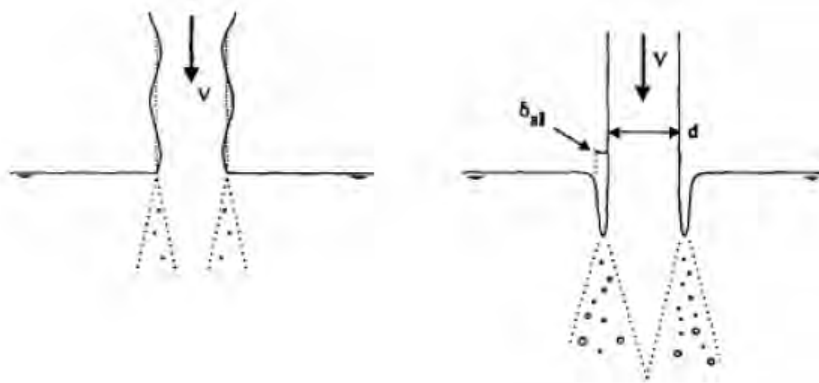


Figura 5.65. Mecanismos de entrada de aire por impacto de un chorro en el caso de bajas velocidades (izqda.) y altas velocidades (Chanson y Cummings, 1994)

En cambio para altas velocidades ( $> 4$  m/s) una fina capa de aire se pone en movimiento debido a esfuerzos cortantes en la superficie del chorro entrando en el seno del fluido en el punto de impacto formando bolsas de aire alargadas de longitud variable, siendo este un proceso de carácter continuo.

Para velocidades entre 4 y 6 m/s Cummings y Chanson (1997) observaron espesores en la capa de aire ( $\delta_{al}$ ) entre 0,5 y 5 mm. La velocidad a partir de la cual aparece esta capa de aire varía inversamente con la turbulencia.

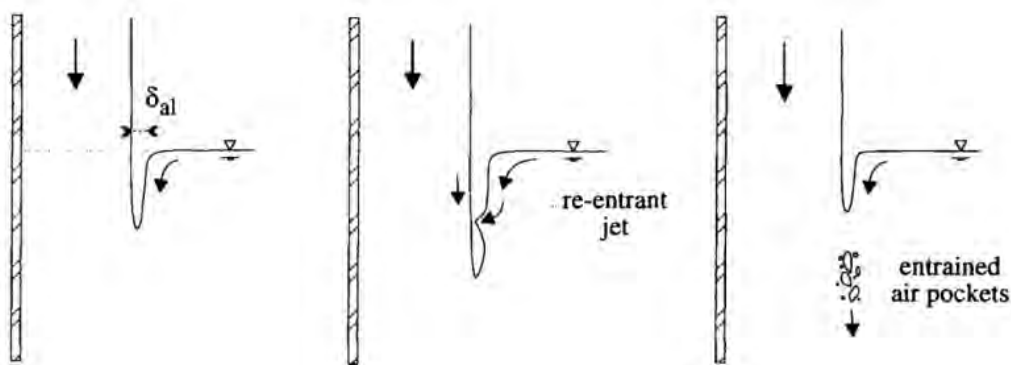


Figura 5.66. Descripción del mecanismo de entrada de aire por impacto de un chorro en el caso de altas velocidades (Chanson y Cummings, 1994)

Después de producirse el arrastre, estas burbujas o bolsas pueden romperse si la combinación de

cortantes y presiones son superiores a la tensión superficial. Posteriormente, algunas burbujas retornan a la superficie formando una espuma que modifica la posición del punto de impacto del chorro (Cummings y Chanson, 1999) pudiendo volver a ser introducidas en el seno del cuenco en un proceso secundario de aireación.

Cummings y Chanson (1999) mediante experimentaciones realizadas con chorro plano apoyado<sup>10</sup> definen la velocidad característica  $V_e$  mediante la siguiente expresión.

$$\frac{V_e \mu}{\sigma} = 0,0109 \left( 1 + 3,375 e^{(-80T_u)} \right) \quad (5.89)$$

siendo  $\mu$  la viscosidad dinámica del agua,  $\sigma$  la tensión superficial y  $T_u$  la intensidad de la turbulencia. En la Figura 5.67 se compara el ajuste entre esta fórmula y los datos obtenidos en ensayos con chorros circulares (Ervine et al., El-Hammoumi, McKeogh), verificándose que  $V_e$  decrece a medida que la intensidad  $T_u$  aumenta.

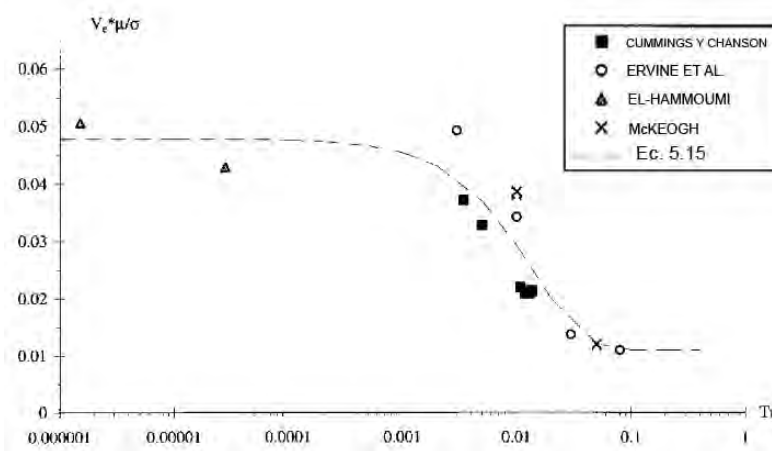


Figura 5.67. Comparación entre la ecuación (5.15) y los datos obtenidos experimentalmente con chorros circulares (Cummings y Chanson, 1999)

Davoust et al. (2002) definen la rugosidad dinámica de la interfaz del chorro ( $\varepsilon$ ), un indicador de la eficiencia de la entrada de aire a través del arrastre del chorro, que cobra más importancia cuando la agitación turbulenta de la superficie libre del cuenco es reducida y no tiene un papel predominante en la aireación. Dicho parámetro se define como:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_e}{V_1} \quad (5.90)$$

siendo  $V_1$  la velocidad del chorro y  $\sigma_e$  la media cuadrática de las fluctuaciones de velocidad.

Los autores realizan una serie de medidas en chorro circular para verificar la relación mencionada entre el parámetro  $\varepsilon$  y la aireación. Para caracterizar la aireación emplean el número de Weber de arrastre ( $We_n$ ) definido como:

$$We_n = \frac{\rho_a V_a^2 d}{\sigma} \quad (5.91)$$

<sup>10</sup> Cummings y Chanson asimilan el soporte de apoyo con el eje de un chorro libre y la zona de difusión como la mitad de dicha zona de un chorro completo

siendo  $\rho_a$  la densidad del aire,  $V_a$  la velocidad del aire,  $d$  el diámetro del chorro y  $\sigma$  la tensión superficial.

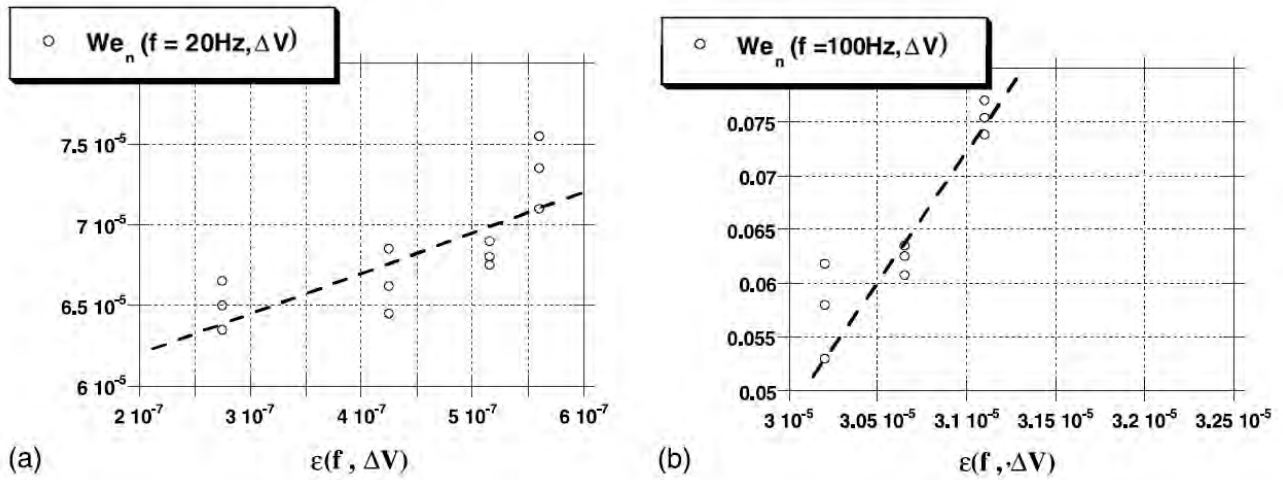


Figura 5.68. Relación entre  $We_n$  y  $\varepsilon$  (Davoust et al., 2002)

Viendo la Figura 5.68 se puede afirmar que, independientemente de la naturaleza del chorro (laminar o turbulento) la entrada de aire ( $We_n$ ) y la rugosidad dinámica ( $\varepsilon$ ) presentan aproximadamente una relación lineal.

López et al. (2010) verifican lo ya expuesto por Chanson y Cummings (1997) respecto a los dos mecanismos de entrada de aire, diferenciando entre chorros turbulentos de baja velocidad ( $\leq 2$  m/s) y de alta velocidad ( $> 2$  m/s). En el primero de ellos, la entrada de aire se produce mediante bolsas de aire que posteriormente se descomponen en burbujas, mientras que en el segundo se forma un menisco de aire en torno al chorro en la superficie del agua que, debido a su gran inestabilidad, se descompone en burbujas que son arrastradas al interior del cuenco.

La utilización de técnicas de captación de imágenes de alta velocidad permite a los autores mostrar imágenes reales de los mecanismos de entrada.

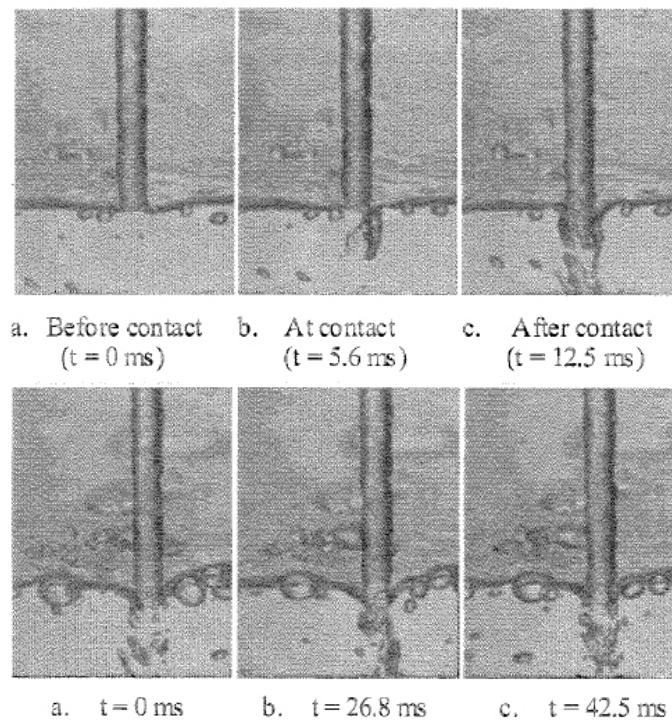




Figura 5.69. Imágenes de los dos procesos de entrada de aire en el cuenco  
(López et al., 2010)

### 5.5.3. Cuantificación de la entrada de aire

Las primeras investigaciones sobre el tema iban orientadas a la obtención de relaciones empíricas entre los diferentes parámetros que intervienen en el proceso.

Henderson et al. (1970) definen  $\beta_0$  en el caso de un chorro circular tras el impacto en el cuenco, que viene dado por la siguiente fórmula:

$$\beta_0 = \frac{Q_a}{Q_w} = \left( \frac{D_j}{D_i} \right)^2 - 1 \quad (5.92)$$

siendo  $D_j$  el diámetro del chorro en el impacto y  $D_i$  el diámetro en el punto de vertido.

Van de Sande y Smith (1973) distinguen entre dos situaciones diferentes para el estudio de la entrada de aire en el impacto de un chorro circular. Si se ha alcanzado como mínimo el 90% de la longitud de rotura del chorro y siendo éste vertical, el caudal de aire viene dado por la siguiente expresión:

$$Q_a = 0,85 \cdot 10^{-5} + 8,25 \cdot 10^{-5} \rho_w D_j^2 V_j^3 \quad (5.93)$$

Para chorros de menor longitud, verticales o inclinados, se emplearía la siguiente expresión:

$$Q_a = 0,021 \frac{D_j^{3/2} V_j^2 L_j^{1/3}}{\text{sen} \alpha} \quad (5.94)$$

siendo  $\rho_w$  la densidad del agua,  $D_j$  el diámetro en el punto de impacto,  $V_j$  la velocidad en el punto de impacto y  $L_j$  la longitud del chorro.

Ervine (1976) realiza una campaña de mediciones con el fin de determinar la entrada de aire en el caso de chorros rectangulares. En la Figura 5.70 se puede apreciar la variación de la entrada de aire en función de la velocidad del chorro y el espesor del mismo.

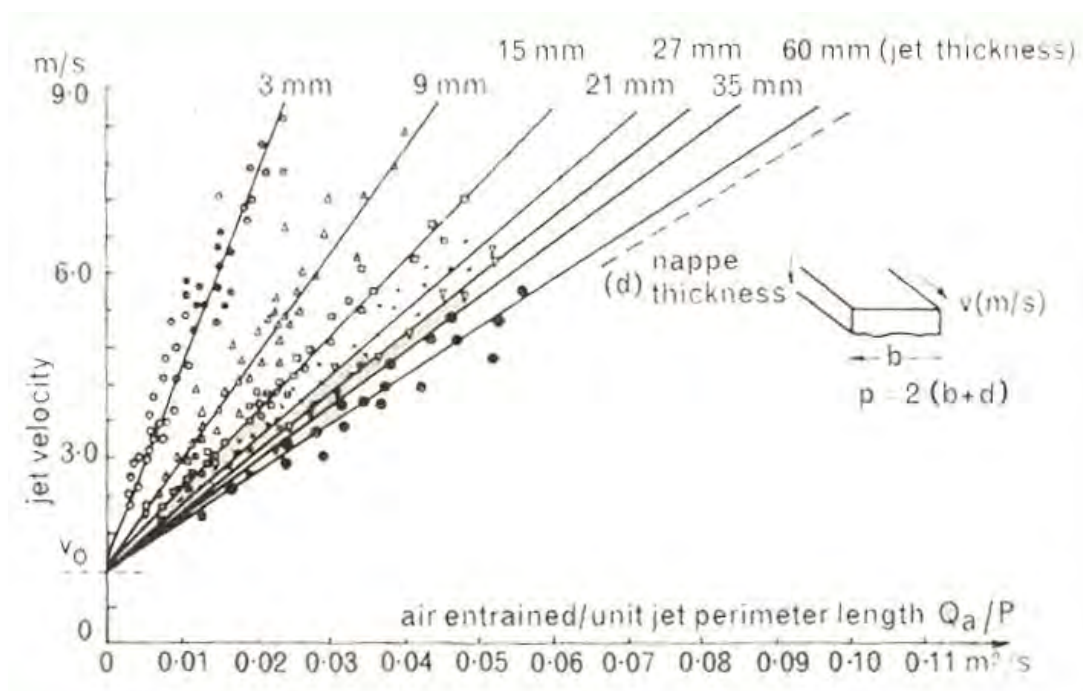




Figura 5.70. Variación de la entrada de aire con la velocidad del chorro (Ervine, 1976)

Ervine (1976) destaca la variación lineal de la cantidad de aire con la velocidad, señalando que es consecuencia de la aceleración que sufre el aire que rodea el chorro al aumentar éste su velocidad. Además, se comprueba que para valores iguales de velocidad, los chorros más gruesos introducen una mayor cantidad de aire, justificándolo el autor por la reducción de la tensión superficial a medida que aumenta el espesor del chorro.

Representando la variación de entrada de aire con la profundidad del chorro, Ervine (1976) obtiene las curvas recogidas en la siguiente figura:

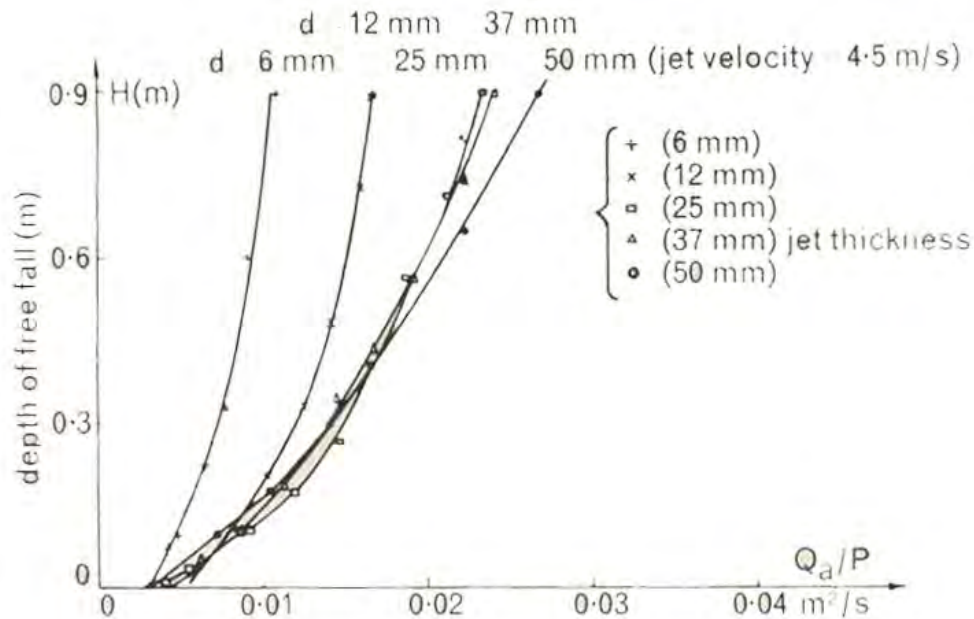


Figura 5.71. Variación de la entrada de aire con la altura del chorro (Ervine, 1976)

Para una profundidad nula se aprecia que existe una cierta entrada de aire, debida a la formación de vórtices en el punto de impacto, lo que confirma que la entrada de aire no sólo se produce por el arrastre del aire existente en torno al chorro (inexistente en este caso) sino también por la formación de vórtices en el punto de impacto.

Finalmente, Ervine (1976) propone una relación empírica entre las diferentes variables que permite cuantificar la relación entre el caudal de aire y el caudal de agua:

$$\beta_0 = \frac{Q_a}{Q_w} = 0,26K \left( \frac{b}{p} \right) \left( \frac{H}{d} \right)^{0,446} \left( 1 - \frac{V_0}{V} \right) \quad (5.95)$$

siendo  $K$  la porción de perímetro expuesto a la atmósfera ( $=1$  para vertido libre),  $b$  el ancho del chorro,  $p$  el perímetro del chorro,  $H$  la altura de vertido y  $d$  el espesor del chorro.

De esta ecuación, suponiendo  $d \ll b$ , Ervine y Elsawi (1976) proponen la siguiente ecuación para obtener el valor de  $\beta_0$  en el caso de chorros bidimensionales:

$$\beta_0 = \frac{Q_a}{Q_w} = 0,13 \left( \frac{H}{b_j} \right)^{0,446} \left( 1 - \frac{V_e}{V_j} \right) \quad (5.96)$$

siendo  $H$  la altura de caída del chorro,  $b_j$  el espesor del chorro en el punto de impacto,  $V_e$  la velocidad mínima en la sección de impacto para que se produzca la aireación y  $V_j$  la velocidad media en el punto de impacto.

De acuerdo con Ervine (1976) y en función de datos experimentales, se puede estimar un valor de  $V_e = 1 - 1,1$  m/s.<sup>11</sup>

Ervine et al. (1980) llevan a cabo una campaña de mediciones con chorros circulares en la que verifican que, a medida que aumenta la altura de vertido, aumenta la cantidad de aire que entra hasta que se alcanza la longitud de rotura del chorro ( $L_b$ ) que es el punto a partir del cual este valor disminuye.

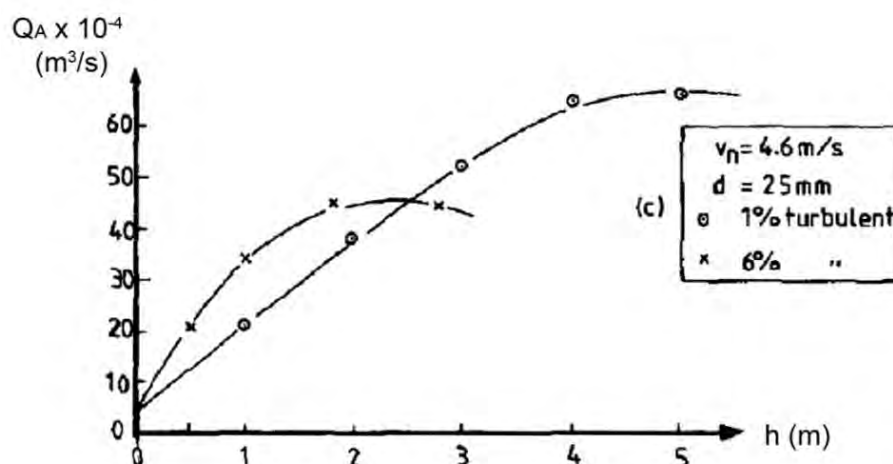
En el caso de la velocidad en el punto de vertido, su incremento produce un aumento de la aireación. Los autores definen un valor mínimo de la velocidad ( $V_{min}$ ) por debajo del cual la entrada de aire se produce de forma intermitente y que es función de la turbulencia, ya que a medida que esta aumenta, se reduce la velocidad mínima.

Turbulencia (%)	Velocidad (m/s)
0,3	3,6
1,5	2,5
3	1,0
8	0,8

Tabla 5.8. Velocidad mínima para la entrada de aire (Ervine et al., 1980)

McKeogh y Ervine (1981) comprueban que, para alturas de vertido reducidas, cuanto mayor es la turbulencia del chorro, mayor es la cantidad de aire que entra. Sin embargo, a medida que aumenta la altura de vertido, chorros con menor turbulencia generan una mayor entrada de aire (ver Figura 5.72).

Es de destacar la inclusión por parte de los autores de la turbulencia como uno de los parámetros que afectan a la aireación y que, en estudios precedentes, no se había tenido en cuenta, pudiendo ser esta una de las razones por las que existe tanta disparidad de criterios en los trabajos iniciales sobre el fenómeno.



<sup>11</sup> Ervine (1976) señala que para poder modelizar de forma adecuada la entrada de aire en estructuras hidráulicas es necesario tener en cuenta la siguiente relación entre modelo y prototipo:

$$\frac{\beta_{mod}}{\beta_{prot}} = \frac{(1 - V_0 / V)_{mod}}{(1 - V_0 / V)_{prot}}$$

Figura 5.72. Variación del flujo de aire entrante en función de la altura de vertido para diferentes valores de turbulencia (McKeogh y Ervine, 1981)

Bin (1984) expresa la relación entre los caudales de aire y agua en función del número de Froude en el impacto ( $Fr_j$ ) y la relación  $H/d_j$  entre la altura del vertido y el diámetro del chorro en el impacto:

$$\beta_0 = \frac{Q_a}{Q_w} = 0,05 \cdot Fr_j^{0,56} \cdot \left( \frac{H}{d_j} \right)^{0,4} \quad (5.97)$$

Ervine y Falvey (1987) proponen otra ecuación para estimar la relación entre los caudales de aire y agua ( $\beta_0$ ) en la que se incluye un coeficiente empírico  $K$  que considera la influencia de la intensidad de la turbulencia en el proceso:

$$\beta_0 = \frac{Q_a}{Q_w} = K \sqrt{\frac{H}{d_j}} \quad (5.98)$$

siendo  $d_j$  el diámetro o espesor del chorro en el impacto y  $H$  la longitud del chorro desde el punto de vertido hasta el punto de impacto. Los valores de  $K$  se resumen en la siguiente tabla:

	<b>Chorro circular</b>	<b>Chorro rectangular</b>	<b>Rango de validez</b>
Turbulencia elevada	0,4	0,2	$H/d_j \leq 50$
Turbulencia moderada	0,3	0,15	$H/d_j \leq 100$
Turbulencia baja	0,2	0,1	$H/d_j \leq 200$

Tabla 5.9. Valores de  $K$  para la ecuación (5.98) (Ervine y Falvey, 1987)

Ervine et al. (1997) proponen una modificación de la ecuación (5.98) con un término incluido en la ecuación (5.96) de Ervine y Elsaywy (1976):

$$\beta_0 = \frac{Q_a}{Q_w} = K \sqrt{\frac{H}{d_j}} \left( 1 - \frac{V_e}{V_j} \right) \quad (5.99)$$

Tanto la ecuación (5.96) como la (5.98) se aplican en el caso de chorros no desarrollados o parcialmente desarrollados (caracterizados por la existencia de un núcleo compacto en la zona central del chorro).

El valor de la concentración de aire en el punto de impacto vendrá definido por la siguiente expresión (Ervine et al., 1997):

$$C_0 = \frac{\beta_0}{1 + \beta_0} \quad (5.100)$$

Bohrer y Abt (1997) desarrollan unas expresiones que permiten definir para chorros desarrollados (parcial o totalmente) la cantidad de aire entrante en el cuenco, obtenidas de forma experimental:

$$C_0 = 0,123 \ln \left( \frac{V_i^2 H}{g b_i l_i} \right) + 0,175 \quad \text{para chorros parcialmente desarrollados} \quad (5.101)$$

$$C_0 = 0,095 \ln \left( \frac{V_i^2 H}{g b_i l_i} \right) + 0,393 \quad \text{para chorros totalmente desarrollados} \quad (5.102)$$

siendo  $C_0$  la concentración inicial de aire en la sección de impacto,  $V_i$  la velocidad media en el punto de vertido,  $H$  la altura de caída del chorro,  $b_i$  el espesor del chorro en el punto de vertido,  $l_i$  el ancho del chorro en el punto de vertido y  $g$  la aceleración de la gravedad.

Bollaert y Schleiss (2002) inciden en la importancia de la intensidad inicial de la turbulencia ( $T_u$ ) como parámetro del que depende la aireación en el punto de impacto, señalando que la mayoría de las expresiones definidas para la obtención de  $\beta_0$  se han realizado para rangos de velocidad bajos (< 10 m/s). Por ello, junto con una comparación entre diferentes expresiones definidas para chorro circular (Van de Sande y Smith, 1975; Bin, 1984; Ervine et al., 1987; Ervine, 1998), realiza una ampliación de los resultados obtenidos para altas velocidades, comprobando que la presencia de aire aumenta con la velocidad del chorro, obteniendo para  $V_j = 10$  m/s valores de 25 – 35% y para  $V_j = 35$  m/s valores de 40 – 55%

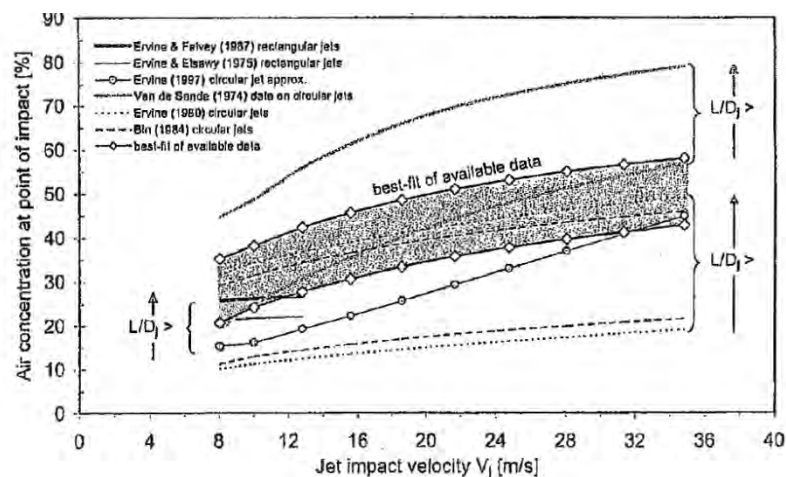


Figura 5.73. Resumen de diferentes formulaciones empleadas en la obtención de  $\beta_0$  para chorros circulares y planos (Bollaert y Schleiss, 2002)

Baylar y Emiroglu (2002) realizan un estudio comparativo de la influencia de la forma de un vertedero de pared delgada en el caudal de aire que se introduce en el cuenco en el punto de impacto. De este estudio se destaca que, en general, la aireación crece a medida que aumenta la altura de vertido y el caudal de descarga. Baylar y Bagatur (2006) indican que esto se debe a un incremento del *momentum* del flujo del chorro y al incremento de la rugosidad superficial del chorro debido a la expansión del chorro.

Baylar y Emiroglu (2002) también comprueban que, en el caso particular de vertederos rectangulares (que no son los que producen una mayor aireación), a mayor anchura de vertedero, la aireación disminuye (excepto en el caudal de 1 l/s) como se verifica en la siguiente figura:

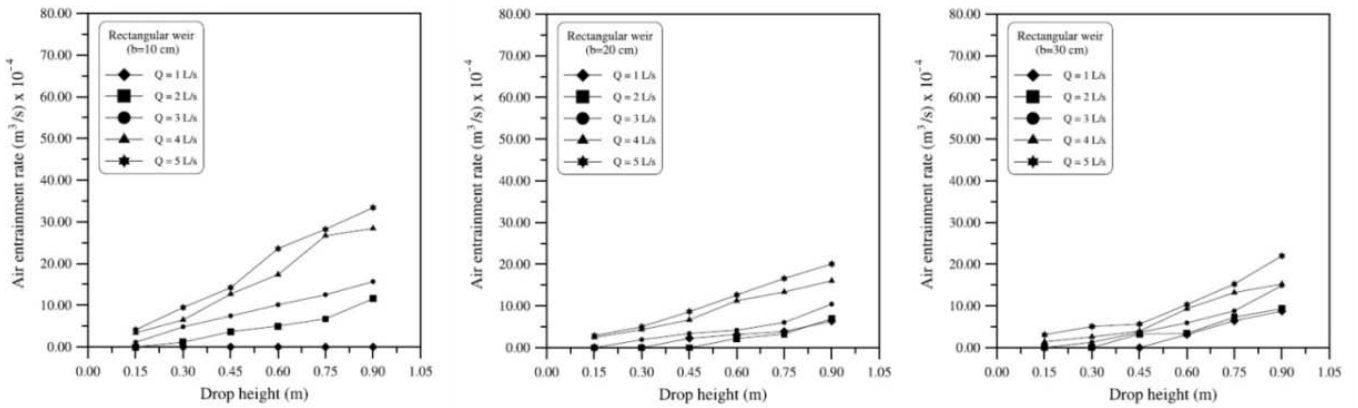


Figura 5.74. Variación de la entrada de aire con la altura de vertido para diferentes anchuras de vertedero rectangular (Baylar y Emiroglu, 2002)

Danciu et al. (2009) realizan, en el caso de chorros circulares, un estudio del aire entrante en la zona de impacto del chorro mediante grabaciones de vídeo y técnicas de tratamiento de imagen verificando que la entrada de aire depende de la velocidad del chorro y de la altura del mismo.

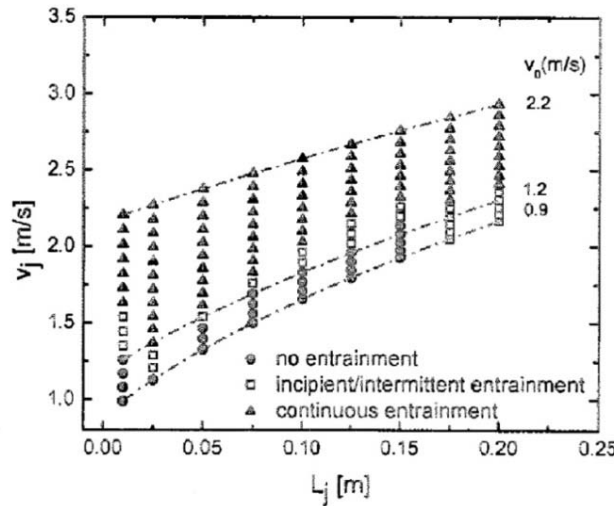


Figura 5.75. Entrada de aire en función de la velocidad de impacto ( $v_j$ ) y la altura del chorro ( $L_j$ ) (Danciu et al., 2009)

**5.5.4. Distribución del aire en el cuenco de disipación**

Cuando el chorro impacta sobre la superficie del agua, el aire arrastrado se distribuye en una zona limitada dentro del cuenco. La composición y distribución de esta zona dependerá, como ya se ha visto, de variables como la altura de vertido, la turbulencia, el diámetro de salida y la velocidad en dicho punto.

Kobus et al. (1979) indica que los dos parámetros más importantes que influyen en la cantidad de aire que se introduce en el cuenco son la cantidad de movimiento del chorro en el impacto, que influye en la mayor o menor profundidad que alcanza el aire y la flotación que contrarresta la energía de las burbujas, limitando su penetración.

Amelung (1995) establece, siguiendo la metodología expuesta por Ervine y Falvey (1987) para chorros circulares, la relación  $\beta_y$  entre los caudales de aire y agua a una profundidad y para el caso de chorros planos.

Para ello parte de la ecuación definida por Hartung y Häusler (1973) que obtiene, para chorros planos, la variación de caudal de agua con la profundidad y:

$$\frac{Q_{w,y}}{Q_{w,0}} = \sqrt{\frac{2y}{y_c}} = \sqrt{\frac{2y}{C_d b_0}} > 1 \quad (5.103)$$

siendo  $Q_w$  el caudal de agua,  $y_c$  la longitud del núcleo,  $b_0$  el ancho del chorro en el impacto y  $C_d$  el coeficiente de difusión.

El caudal de aire  $Q_a$  disminuye al aumentar la profundidad y hasta alcanzar un valor  $y_p$  a partir del cual no existirá caudal de aire. Ervine y Falvey (1987) indican que esta reducción sigue una tendencia lineal expresada en la siguiente ecuación:

$$\frac{Q_{a,y}}{Q_{a,0}} = 1 - \frac{y}{y_p} \quad (5.104)$$

Para obtener el valor de  $y_p$ , Ervine y Falvey (1987) proponen la siguiente expresión:

$$y_p = 1,5 \frac{V_j}{v_a} b_0 \quad (5.105)$$

siendo  $V_j$  la velocidad media en el punto de impacto,  $b_0$  el espesor del chorro en el impacto y  $v_a$  la velocidad ascensional de las burbujas que, según Ervine y Falvey (1987) puede considerarse constante e igual a 0,25 m/s.

Mediante las ecuaciones (5.103), (5.104) y (5.105) obtienen el valor de  $\beta_y$  en la zona de difusión del chorro, más allá del punto de establecimiento del flujo ( $y > y_c$ ) mediante la siguiente expresión:

$$\beta_y = \frac{Q_{a,y}}{Q_{w,y}} = \beta_0 \sqrt{\frac{C_d}{2}} \left( \sqrt{\frac{b_0}{y}} - \sqrt{\frac{y}{b_0}} \frac{v_a}{1,5 V_0} \right) \quad (5.106)$$

siendo  $\beta_0$  la relación entre los caudales de aire y agua en el punto de impacto ( $y = 0$ ).

Chanson (1995) representa, en el caso de chorro bidimensional apoyado, la distribución de la concentración de aire en el cuenco:

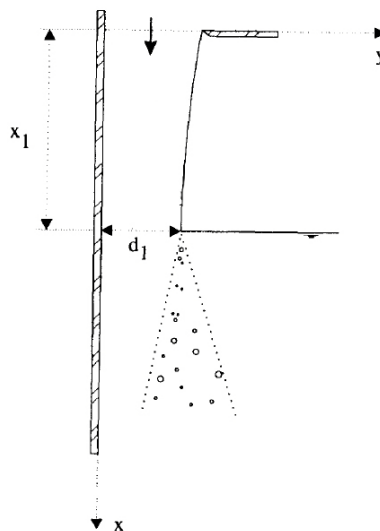


Figura 5.76. Esquema del chorro bidimensional apoyado (Chanson, 1995)

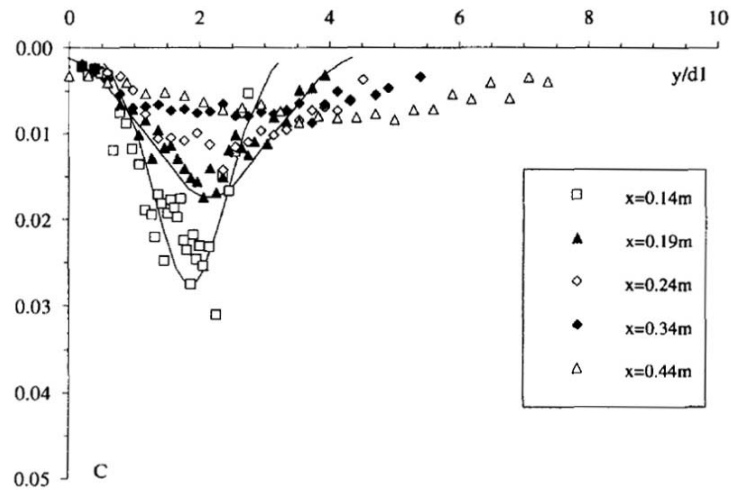


Figura 5.77. Distribución de la concentración de aire en el caso de chorro apoyado para una  $x_1 = 9$  cm,  $v = 2,36$  m/s y semiancho  $d_1 = 10,2$  mm (Chanson, 1995)

Se comprueba que la distribución obtenida es casi simétrica, desplazándose hacia el exterior del soporte a medida que la altura de vertido aumenta. Esta distribución es similar a la obtenida con chorros circulares por Van de Donk (1981) y Bonetto y Lahey (1993).

Cummings y Chanson (1997) para definir la distribución de la concentración de aire en el cuenco obtienen una solución analítica de la ecuación de la difusión de un chorro vertical apoyado:

$$C = \frac{Q_{air}}{Q_w} \frac{1}{\sqrt{4\pi D^* \frac{x-x_1}{d_1}}} \left( \exp \left( -\frac{1}{4D^*} \frac{\left(\frac{y}{d_1} - 1\right)^2}{\frac{x-x_1}{d_1}} \right) + \exp \left( -\frac{1}{4D^*} \frac{\left(\frac{y}{d_1} + 1\right)^2}{\frac{x-x_1}{d_1}} \right) \right) \quad (5.107)$$

siendo  $C$  la concentración de aire, definida como volumen de aire por unidad de volumen de aire y agua,  $Q_{air}$  el flujo de aire y  $Q_w$  el flujo de agua. La definición geométrica del chorro viene dada por la Figura 5.76, siendo  $x$  la coordenada longitudinal del chorro,  $x_1$  la ubicación del punto de impacto, y la coordenada normal  $y$  y  $d_1$  el espesor del chorro en el impacto. Finalmente  $D^*$  expresa la difusividad definida como  $D_1/V_1 d_1$  ( $V_1$  es la velocidad media del chorro y  $D_1$  el coeficiente de difusividad convectiva que promedia los efectos de la dispersión turbulenta y el gradiente de velocidades)

Brattberg y Chanson (1998) empleando la misma infraestructura que Cummings y Chanson (1997) verifican que la entrada de aire en el cuenco, aumenta cuando aumenta la velocidad en el punto de impacto, para una altura de vertido constante.

Bollaert et al. (2006) realizan una campaña de mediciones en el caso de chorro circular utilizando una sonda doble de fibra óptica con el fin de determinar las concentraciones de aire en determinados puntos de un cuenco de disipación de energía de fondo plano, presentando los resultados en función de la velocidad en el punto de vertido.

Como se aprecia en la Figura 5.78, la concentración de aire en el punto de estancamiento varía entre el 2 y el 8%, independientemente de la velocidad y el tiempo de adquisición. Fuera del punto de estancamiento y de manera radial, la concentración de aire sí varía con la velocidad de vertido, alcanzando valores de hasta un 40%. Cuando las velocidades son reducidas ( $V < 10$  m/s) la concentración de aire es similar en el punto de estancamiento y sus alrededores, mientras que para altas velocidades ( $V > 20$  m/s) la concentración en el punto de estancamiento puede llegar a ser 5 o 6 veces inferior a la obtenida en la zona exterior al mismo.

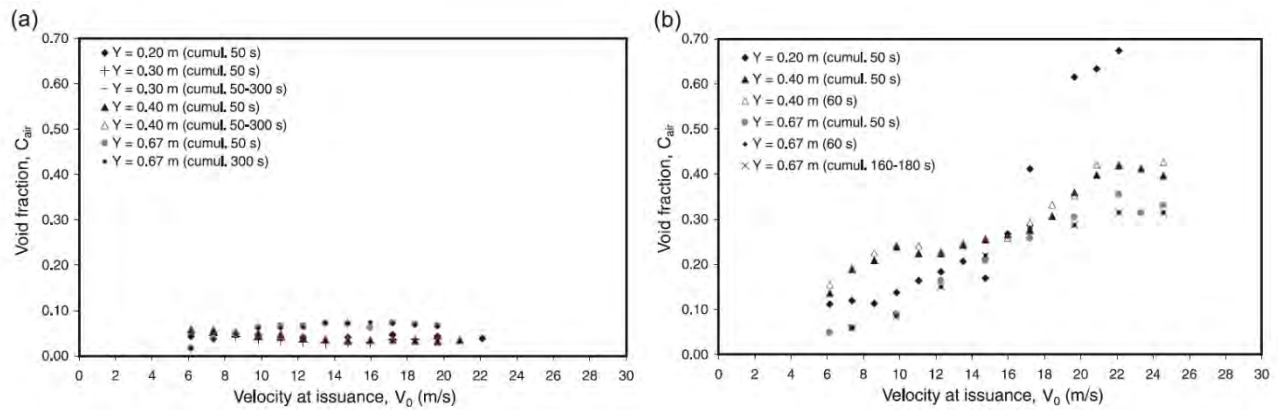


Figura 5.78. Concentración de aire medida para diferentes alturas de colchón ( $2,8 < Y/D < 9,3$ ) y diferentes tiempos de adquisición. a) Valores registrados en el punto de estancamiento. b) Valores registrados en la zona de chorro de pared (Bollaert et al., 2006)

Realizado el experimento para el caso de chorros desarrollados ( $Y/D > 9,3$ ) los autores comparan las concentraciones de aire que se obtienen para diferentes velocidades en distintos puntos del cuenco:

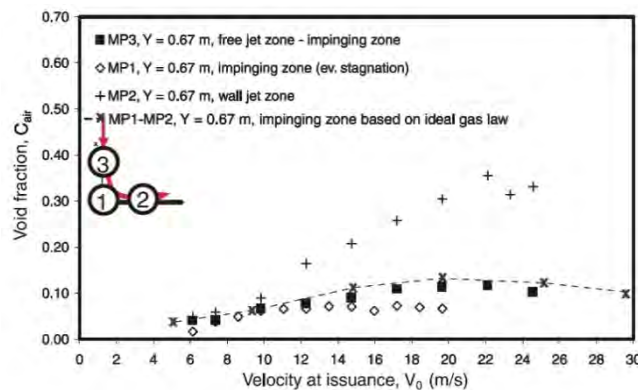


Figura 5.79. Medidas de la concentración de aire en función de la velocidad de vertido del chorro en tres puntos del cuenco ( $Y/D = 9,3$ ) (Bollaert et al., 2006)

Para bajas velocidades ( $V < 10$  m/s) todos los puntos presentan unas concentraciones similares, mientras que para altas velocidades ( $V > 20$  m/s) la zona de la solera del cuenco situada fuera del punto de estancamiento es la que registra una mayor concentración, seguida del punto ubicado por encima del punto de estancamiento. En el mencionado punto de estancamiento es donde se registran las concentraciones de aire más bajas.

Como señalan también Bollaert (2002) y Manso et al. (2007) otros fenómenos que influyen en la concentración de aire cerca del punto de estancamiento son la migración de burbujas a zonas de presiones inferiores o la disolución del aire en el agua.

### 5.5.5. Caracterización de las burbujas en el interior del colchón

Likewise y Cabelka (1955), Spurr (1985) y Rahmeyer (1990) describen el comportamiento de las burbujas en el cuenco, señalando que, una vez en el interior del mismo, descienden empujadas por la cantidad de movimiento del chorro hasta que alcanzan una determinada profundidad, en la que las fuerzas de flotabilidad son superiores y obligan a las burbujas a ascender por la zona exterior del chorro, donde la velocidad de éste es menor. Al ascender se encuentran con los remolinos laterales existentes, que modifican su trayectoria introduciéndolas de nuevo en la zona de difusión del chorro. Al existir diferentes velocidades entre la fase líquida y la fase gaseosa se produce un incremento de la turbulencia y, por lo tanto, un incremento de la disipación de la energía, produciéndose unos ángulos de difusión superiores a los que se producirían en chorros no aireados.



Lin y Donnelly (1966) indican que el factor principal que afecta al tamaño de las burbujas formadas y a su frecuencia es la velocidad de impacto del chorro. Para valores crecientes de dicha velocidad (y siempre por encima de  $V_c$ ), disminuye el tamaño medio de las burbujas, aumentando su frecuencia.

Ciborowsky y Bin (1972) señalan que la profundidad de penetración de las burbujas se determina mediante la cantidad de movimiento del chorro. Sin embargo, Van de Sande y Smith (1976) corrigen esta afirmación señalando que un chorro con igual *momentum* que otro (es decir, mismo diámetro y velocidad) pero que tenga una longitud mayor, tendrá una mayor entrada de aire, con lo cual, aumenta la resistencia y la flotabilidad del conjunto de burbujas, verificándose una mayor dispersión con una profundidad inferior. De ahí que los autores indiquen la necesidad de introducir más parámetros que caractericen este fenómeno.

De esta forma, Van de Sande y Smith (1975) obtienen de forma empírica la relación de diferentes parámetros con la profundidad de penetración de las burbujas en el cuenco ( $H$ ) de un chorro circular vertical:

$$H = 0,42 \frac{v_j^{4/3} D_j}{\phi_a^{1/4}} \quad (5.108)$$

siendo  $\phi_a$  el caudal de aire que entra en el cuenco,  $v_j$  la velocidad del chorro en el impacto y  $D_j$  el diámetro en el mismo punto.

McKeogh y Ervine (1981) definen la forma en que este aire se distribuye en el cuenco en el caso de un chorro circular.

Así, para chorros de baja turbulencia ( $\leq 1\%$ ) el patrón de entrada de aire se puede describir como un núcleo cónico de burbujas descendentes, rodeado por un volumen cilíndrico de burbujas ascendentes. La profundidad de penetración ( $D_p$ ) de las burbujas es superior a 40 veces del diámetro del chorro incidente y la concentración de aire (en volumen) en el interior del núcleo cónico varía desde un 2% en la zona superior a un 0,8% en la parte inferior. En la zona de burbujas ascendentes, la concentración de aire es prácticamente constante en torno al 0,5%.

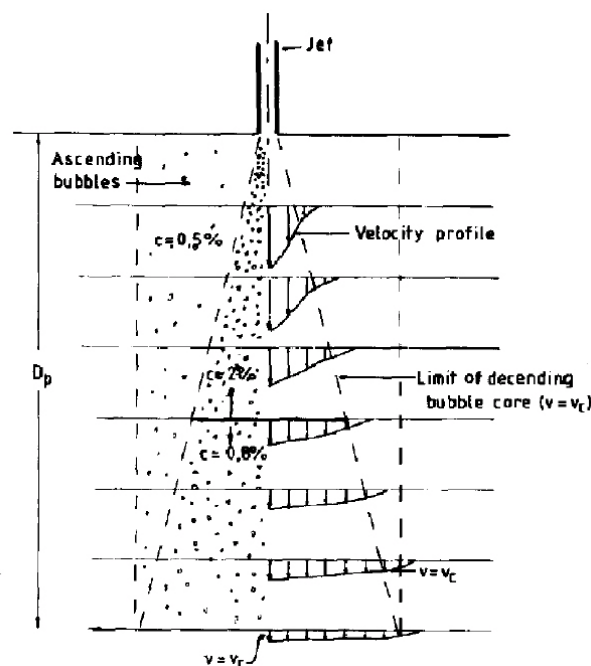


Figura 5.80. Definición de la zona de aireación en el interior del cuenco (McKeogh y Ervine, 1981)

Los autores señalan un valor ya mencionado por Haberman y Morton (1953) de 0,26 m/s como el límite de la velocidad del chorro en el cuenco para que las burbujas se mantengan en el cono de descenso. Para valores inferiores de velocidad del chorro, las burbujas ascenderán hacia la superficie.

Por otra parte, para valores elevados de turbulencia el patrón de distribución cambia completamente (ya no se identifica un núcleo en forma de cono). La profundidad de penetración ( $D_p$ ) de las burbujas se reduce respecto del caso anterior, siendo función del diámetro del chorro en el punto de vertido ( $d_n$ ) y de la velocidad en dicho punto ( $V_n$ ):

$$D_p = 2,6 (V_n \cdot d_n)^{0,7} \quad (5.109)$$

Esta distribución propuesta por McKeogh y Ervine (1981) es más ajustada que la lineal obtenida por Suciú y Smegelshi (1976).

La extensión radial (o lateral) de la zona bifásica ( $r_b$ ) a diferentes profundidades es función de  $D_p$  como lo demuestran los resultados obtenidos por McKeogh y Ervine (1981):

<b>Profundidad</b>	<b>Extensión radial</b>
0,25 $D_p$ - 0,5 $D_p$	0,22 $D_p$
0,75 $D_p$	0,17 $D_p$
$D_p$	0,1 $D_p$

Tabla 5.10. Valores de  $r_p$  en función de  $D_p$  (McKeogh y Ervine, 1981)

La definición de la concentración de aire (que en este caso es mayor que en el caso de chorros de baja turbulencia), según los resultados de McKeogh y Ervine (1981) se puede dividir en dos zonas claramente diferenciadas:

a) Zona superior (hasta una profundidad de  $D_p/2$ ), en la que se verifica la siguiente expresión:

$$\frac{c}{c_c} = \frac{1}{1 + 5\left(\frac{r}{r_b}\right)^2 + 10\left(\frac{r}{r_b}\right)^3} \quad (5.110)$$

siendo  $c$  la concentración de aire a determinar,  $c_c$  la concentración de aire en el eje del chorro a una profundidad dada,  $r$  la distancia al eje del chorro en la que se quiere conocer el valor de  $c$  para dicha profundidad y  $r_b$  el valor máximo de la extensión radial de la zona bifásica para cualquier valor de la profundidad.

b) Zona inferior (profundidades  $> D_p/2$ ), en la que se verifica la siguiente expresión:

$$\frac{c}{c_c} = 1 - \left(\frac{r}{r_b}\right) \quad (5.111)$$

Cabe destacar que estos resultados también son aplicables en el caso de chorros totalmente desarrollados.

Ervin y Falvey (1987) proponen una ecuación para la obtención de la profundidad de penetración de las burbujas ( $y_p$ ) en función de la velocidad del chorro ( $U_i$ ) y el ángulo de difusión ( $\alpha_2$ ):

$$\frac{U_i}{u_b} = 3,12 \left[ \frac{d_i}{y_p} + 4 \tan \alpha_2 + \left(\frac{4y_p}{d_i}\right) \tan^2 \alpha_2 \right] \quad (5.112)$$

como se ha mencionado previamente, se adoptará un valor de 0,26 m/s como el límite de la velocidad del chorro en el cuenco ( $u_b$ ) para que las burbujas se mantengan en el cono de descenso.

Bonetto et al. (1993) realizan una campaña de medición con el fin de caracterizar la zona bifásica generada por el impacto de un chorro circular en el cuenco (distribución de los tamaños de burbuja, velocidades de burbujas y velocidades turbulentas del flujo).

En consonancia con los datos de McKeogh y Ervine (1981) las características de la zona bifásica del chorro en el cuenco son diferentes, en función de la intensidad de la turbulencia de dicho chorro. Para chorros con una turbulencia inferior al 0,8% (chorros laminares) los diámetros de las burbujas generadas son del orden de 15-300  $\mu\text{m}$ , mientras que para turbulencias por encima del 3% (chorros turbulentos) los diámetros de las burbujas se encuentran en el rango de 1 a 3 mm.

Bonetto et al. (1993) representan en un histograma el resultado de las medidas de diámetros de burbujas en el caso de chorro laminar, observándose un máximo correspondiente con un diámetro en torno a 120  $\mu\text{m}$  (burbujas de tamaño muy reducido) y un pico muy importante para valores de diámetros muy pequeños que corresponden, en parte, con los trazadores empleados en la medición y en su mayoría con burbujas de tamaño inferior a 20  $\mu\text{m}$ . Estas pequeñas burbujas son el resultado de la ruptura de burbujas de mayor tamaño debido a los esfuerzos cortantes a los que se ven sometidas por la acción del chorro.

Los autores verifican que la velocidad turbulenta de la fase líquida ( $u'_L$ ) correspondiente al valor máximo antes indicado es de 1,18 m/s (para las mismas condiciones de ensayo) y señalan que dicho valor es aproximadamente igual al obtenido para un chorro monofásico (medido también en las mismas condiciones de ensayo) lo que indica que la turbulencia generada por la presencia de burbujas en el caso de chorro laminar es muy reducida.

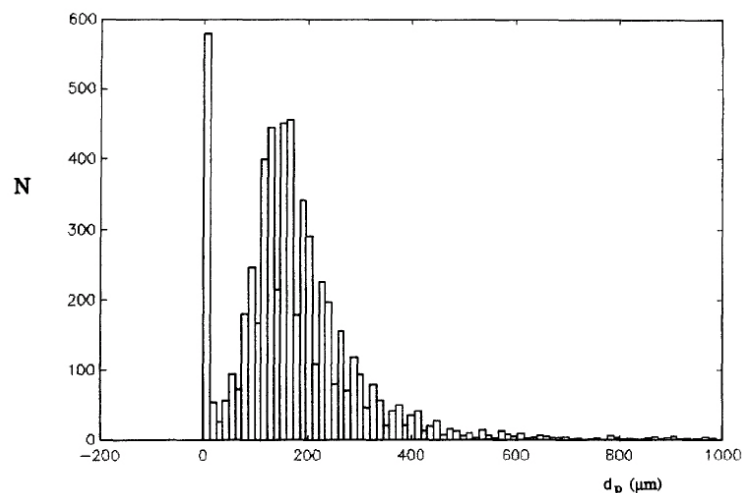


Figura 5.81. Histograma correspondiente al diámetro de burbujas en el caso de chorro laminar para  $z = 35,1 \text{ mm}$ ,  $w_L = 0,143 \text{ kg/s}$  y  $h = 9 \text{ mm}$  (Bonetto et al., 1993)

Por tanto, los autores afirman que en el caso de chorros laminares con burbujas pequeñas la relación de velocidad entre ambas fases (*slip ratio*) está en torno a la unidad, disminuyendo a medida que aumenta el tamaño de las burbujas debido al efecto de la flotabilidad de las mismas. Como tamaño límite, los autores indican el valor ya señalado de 20  $\mu\text{m}$ .

Por el contrario, para el caso de chorro turbulento, las burbujas presentan mayores diámetros (en torno a 2 mm) y la relación de velocidad entre las fases presenta valores inferiores a 1 debido a la resistencia que ofrecen las burbujas de mayor tamaño, como se puede apreciar en la siguiente figura:

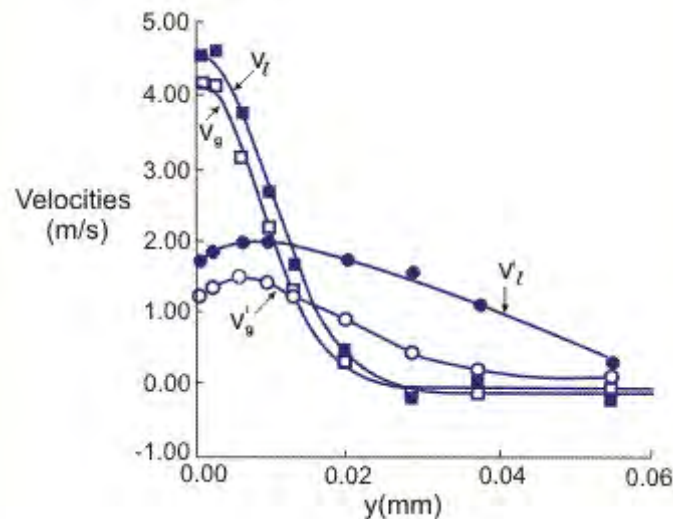


Figura 5.82. Velocidades medias de líquido (marcas oscuras) y gas (marcas claras) en función de la distancia radial para  $z$  (profundidad de medida) = 31 mm,  $w_L$  (flujo másico del aire) = 1,8 kg/s y  $h$  (altura de vertido) = 8,5 mm (Bonetto et al., 1993)

En la Figura 5.82 podemos apreciar como en el borde la zona de difusión del chorro se presentan valores negativos en la velocidad del gas, siendo esto debido a la flotabilidad inducida por los remolinos presentes en la zona.

Los autores verifican que, en el caso del chorro bifásico, se aprecia un aumento de la turbulencia respecto del caso de chorro no aireado, siendo debido este aumento de la turbulencia a la generada por las burbujas, que estiman en un 30% de la turbulencia total.

En el caso de chorro plano, Bonetto et al. (1993) verifican que también se produce la entrada de aire en la zona perimetral del chorro, como se puede comprobar en la curva a) de la Figura 5.83 donde la fracción de aire tiene un máximo a una distancia de unos 3 mm del eje. Una vez que se ha producido la entrada de aire, se produce la difusión de la fase gaseosa a medida que aumenta la profundidad en el cuenco, como se puede apreciar en las curvas b) y c) lo que supone una reducción y desplazamiento del máximo, así como el aumento de la fracción de aire en el eje del chorro.

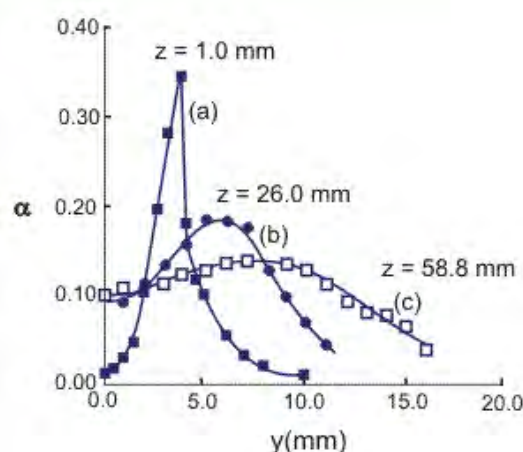


Figura 5.83. Fracción de aire en función de la distancia al eje del chorro para diferentes profundidades con  $w_L$  (flujo másico del aire) = 1,8 kg/s y  $h$  (altura de vertido) = 8,5 mm (Bonetto et al., 1993)

Bonetto y Lahey (1994) indican que en el caso de chorro rugoso la turbulencia generada es debida a dos componentes que presentan el mismo orden de magnitud, el cortante generado por la viscosidad del chorro y la turbulencia inducida por las burbujas existentes.

Clanet y Lasheras (1997) definen un modelo de funcionamiento en el caso de chorro circular en el cuenco de la siguiente forma:

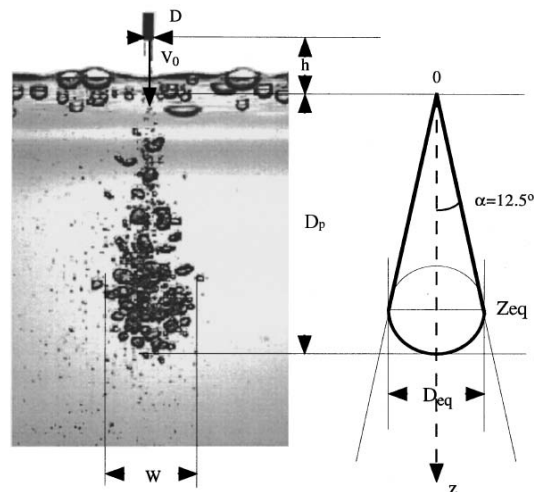


Figura 5.84. Modelo de comportamiento de las burbujas en el interior del cuenco (Clanet y Lasheras, 1997)

Los autores verifican que, una vez alcanzada la profundidad de penetración, gran parte de las burbujas ascienden pero, además, una pequeña parte de las burbujas (de tamaño muy pequeño) continúan su avance hacia el interior del cuenco. Esta profundidad de penetración  $D_p$  viene dada por el punto en el que la velocidad del chorro se iguala con la velocidad terminal de las burbujas situadas en su interior, siendo esta velocidad, para todos los casos ensayados, de 0,22 m/s.

La dispersión de las burbujas en el cuenco se realiza de forma cónica (de acuerdo con McKeogh y Ervine, 1981) con un ángulo constante de 12,5°.

La profundidad de penetración  $D_p$  y el ancho máximo de la zona de burbujas  $W$  pueden definirse mediante las siguientes ecuaciones, verificándose en la Figura 5.85 su ajuste con los datos experimentales recogidos.

$$\frac{D_p}{D} = \frac{1 + \tan \alpha}{2 \tan \alpha} \frac{V_0}{U_T} \quad (5.113)$$

$$\frac{W}{D} = \frac{V_0}{U_T} \quad (5.114)$$

siendo  $V_0$  la velocidad de salida,  $D$  el diámetro del chorro en el punto de vertido,  $\alpha$  el semiángulo de la zona de difusión de las burbujas y  $U_T$  el valor de la velocidad terminal de las burbujas.

En cuanto al tamaño de las burbujas, Chanson y Cummings (1994) lo determinan mediante el balance entre las fuerzas de tensión superficial y las fuerzas de inercia causadas por los cambios de velocidad en distancias del orden del tamaño de las burbujas, obteniendo para chorros verticales las siguientes expresiones:

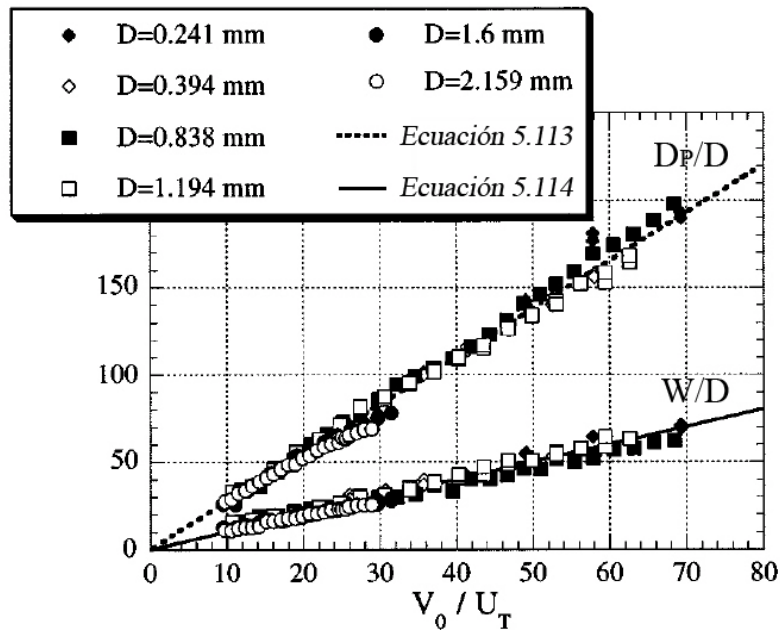


Figura 5.85. Profundidad de penetración y ancho de la zona de difusión para diferentes valores de  $V_0$  (Clanet y Lasheras, 1997)

- 1) Tamaño máximo de burbuja ( $d_m$ ) en el caso de chorros de baja velocidad:

$$d_m = K_1 \frac{We_c}{v^2} \quad (5.115)$$

siendo  $We_c$  el número de Weber crítico para la rotura de las burbujas (valor muy cercano a la unidad),  $v$  la velocidad del chorro en el punto de impacto,  $K_1 = 2,11 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$  para chorros planos bidimensionales y  $K_1 = 2,74 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}^2$  para chorros circulares (ambas constantes para una temperatura de 20°C y presión atmosférica).

- 2) Tamaño máximo de burbuja ( $d_m$ ) en el caso de chorros de alta velocidad:

$$d_m = K_2 \sqrt[3]{We_c} \left( \frac{\delta_{al}}{v} \right)^{2/3} \quad (5.116)$$

siendo  $\delta_{al}$  el espesor de la capa de aire,  $K_2 = 0,0595 \text{ s}^{-2/3}$  para chorros planos bidimensionales y  $K_2 = 0,0649 \text{ s}^{-2/3}$  para chorros circulares.

Brattberg y Chanson (1998) señalan que, por debajo del punto de impacto del chorro en la superficie del cuenco, el flujo se caracteriza por la enorme afección que sufre debido a la retención y difusión de las burbujas. Los autores diferencian dos zonas por debajo de dicho punto: zona de "flujo muy cercano" y zona de "flujo cercano".

En la zona de "flujo muy cercano" (que es donde se produce la depresión abocinada,  $(x-x_1)/d_1 < 5$ ) aunque la distribución de aire y la velocidad media presentan formas suaves y similares a las del flujo monofásico, el flujo es inestable y turbulento. En esta zona, las burbujas que se forman sufren un proceso de advección-difusión y cuando llegan a la zona de "flujo cercano", aunque sigue produciéndose la difusión, se rompen debido a la turbulencia existente, sobre todo en la capa cortante. Ambas capas, la de difusión de aire y la cortante, son dos capas diferenciadas como demuestran estudios previos realizados por los autores (Chanson, 1995; Cummings y Chanson, 1997; Brattberg y Chanson, 1998).

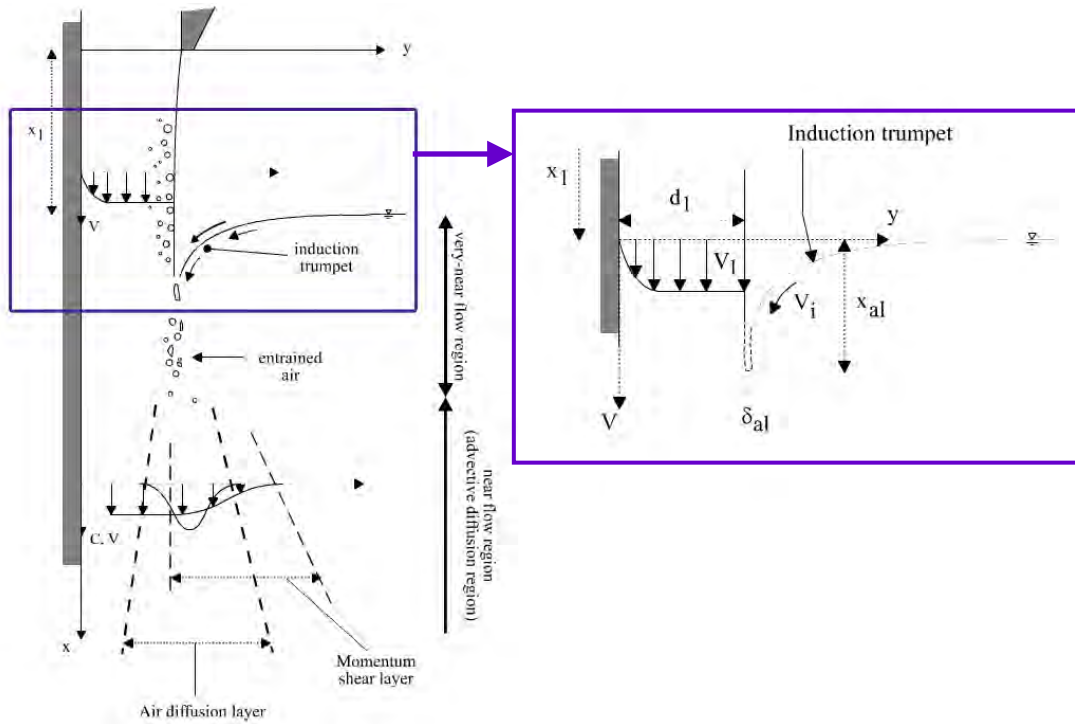


Figura 5.86. Esquema de la región de impacto (Brattberg y Chanson, 1998)

En el estudio de la rotura de las burbujas para chorros lentos, Cummings y Chanson (1999) emplean la fotografía y el vídeo de alta velocidad para comparar los volúmenes de las burbujas antes y después de la fractura, obteniendo un 74,7% de conservación, valor aceptable teniendo en cuenta las dificultades de dicha evaluación con imágenes en dos dimensiones.

Además, se verifica que el proceso de rotura es función del tamaño de las burbujas. Burbujas pequeñas ( $d < 5,5$  mm) adoptan una forma de riñón antes de romperse en dos partes de tamaño similar, mientras que burbujas de mayor tamaño adoptan formas más alargadas antes de la rotura, que puede producirse en más de dos partes.

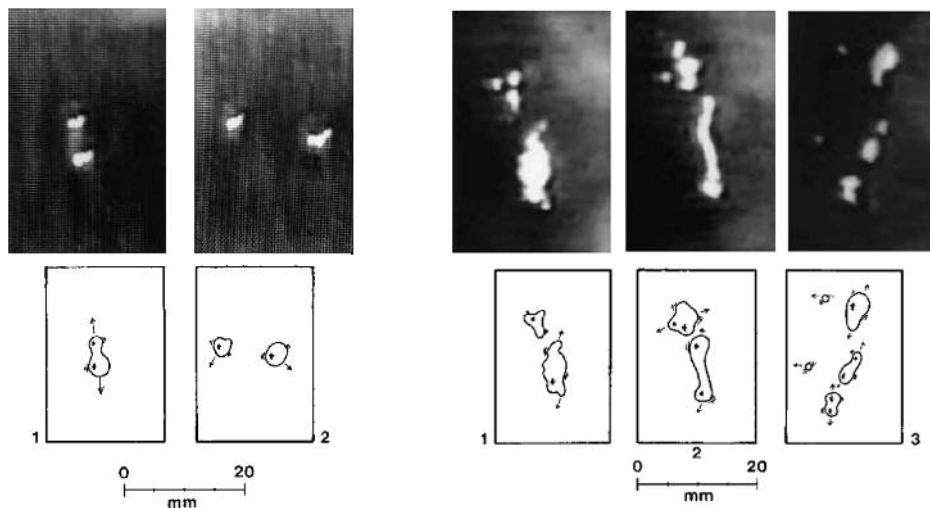


Figura 5.87. Rotura de burbujas en chorros lentos en el caso de tamaños pequeños (izqda.) y grandes (Cummings y Chanson, 1999)

Emiroglu (2010) realiza, para el caso de chorro rectangular y vertedero de pared delgada, una caracterización del vertido y de la zona de entrada de aire en el cuenco mediante los parámetros distancia al punto de impacto del chorro ( $b_u$ ), anchura del chorro en el impacto ( $J_e$ ), longitud de la



zona de burbujas ( $L_b$ ) y profundidad de penetración de las burbujas ( $D_p$ ).

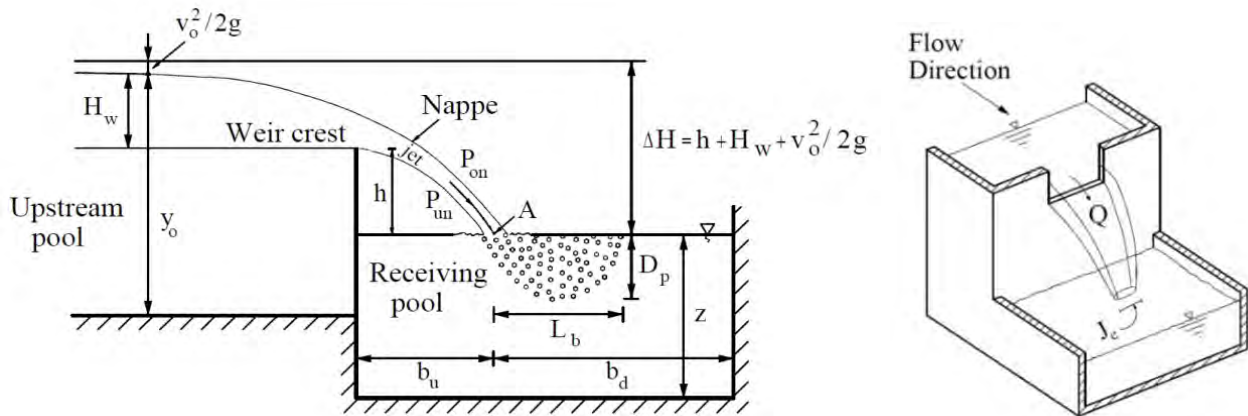


Figura 5.88. Esquema de definición de los parámetros estudiados por Emiroglu (2010)

Para ello define una serie de relaciones empíricas en función de  $\Delta H$ , el número de Reynolds en el punto de impacto ( $Re_j$ ) y el número de Froude en el punto de impacto ( $F_j$ ):

$$\frac{D_p}{\Delta H} = 4,369 \left[ \ln(68,90 \cdot Re_j^{-0,264} \cdot F_j^{-0,583}) \right]^{1,523} \quad (5.117)$$

$$\frac{L_b}{\Delta H} = Re_j^{0,304} \left[ \ln(1,580 \cdot Re_j^{-0,03} \cdot F_j^{-0,061}) \right] \quad (5.118)$$

$$\frac{J_e}{\Delta H} = 16,608 \left[ \ln(2,101 \cdot Re_j^{0,028} \cdot F_j^{0,086}) \right]^{-28,998} \quad (5.119)$$

$$\frac{b_u}{\Delta H} = 1,42 \left[ \ln(3,961 \cdot Re_j^{-0,03} \cdot F_j^{0,12}) \right]^{-4,6} \quad (5.120)$$

Danciu et al. (2009) en su estudio mediante grabaciones de vídeo y técnicas de tratamiento de imagen de chorros circulares comprueban que no se cumple lo establecido por la ecuación dada por Bin (1993) para calcular la profundidad de penetración de las burbujas (5.121)

$$h_p = 2,1 v_j^{0,775} d_0^{0,67} \quad (5.121)$$

Según esta ecuación, para cada velocidad de impacto en la superficie del cuenco ( $v_j$ ) existe un único valor de la profundidad de penetración ( $h_p$ ). Sin embargo, los resultados obtenidos por Danciu et al. (2009) señalan que, aunque los valores de penetración obtenidos están en el rango definido por Bin (1993), se obtienen valores diferentes de penetración para una misma velocidad de impacto, cuando se modifica la altura del chorro y su velocidad inicial. Esto se debe a que, a medida que aumenta la altura del chorro, se fracciona más la cantidad de aire que penetra en el cuenco, contrarrestándose la energía del chorro con la mayor fricción existente.



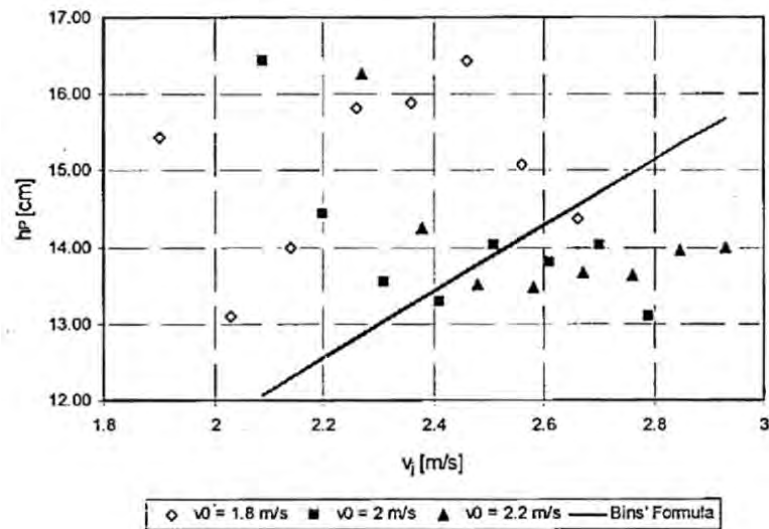


Figura 5.89. Variación de la profundidad de penetración ( $h_p$ ) para diferentes velocidades iniciales ( $v_0$ ) y longitudes de chorro comprendidas entre 0,025 y 0,2 m (Danciu et al., 2009)

Danciu et al. (2009) también estudian la distribución del tamaño de burbujas, obteniendo en la zona de burbujas ascendentes un DMS<sup>12</sup> de 3 - 4 mm (coincidente con los valores indicados por Bin (1993)). Las burbujas más pequeñas oscilan entre 0,3 mm y 1,5 mm, mientras que las más grandes alcanzan diámetros de 7 mm.

<sup>12</sup> DMS (Diámetro Medio Sauter) es el diámetro de una gota que tenga la misma relación entre su volumen y su área superficial que el total del volumen de todas las gotas y la superficie total de las mismas.

## 5.6. Velocidad del chorro en el cuenco

A la hora de hablar de la velocidad del chorro en el cuenco de disipación de energía, vamos a diferenciar dos conceptos: la velocidad de impacto del chorro sobre la superficie del agua y la disminución de su velocidad en el seno del colchón de agua.

### 5.6.1. Velocidad de impacto del chorro

Como ya se explicó en el apartado 5.5.3, el chorro al impactar sobre la superficie del agua puede estar completamente desarrollado (no se distingue un núcleo sino que el chorro está formado por gotas de agua que se van desintegrando en otras cada vez más pequeñas) o puede no estar desarrollado (cuando aún conserva el núcleo no disgregado).

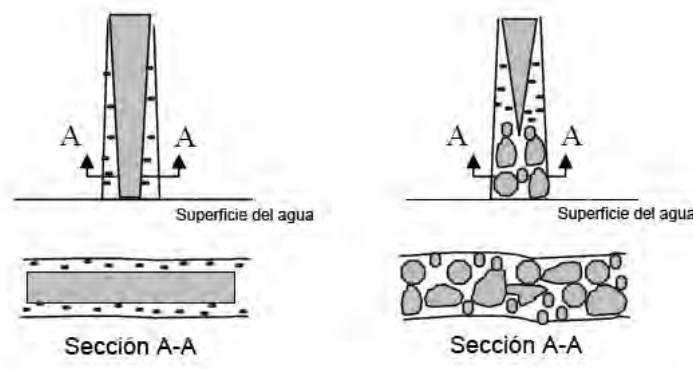


Figura 5.90. Esquema de un chorro no desarrollado (izqda.) y un chorro desarrollado (dcha.) (Castillo, 2007)

Ervine y Falvey (1987) obtienen una ecuación para calcular la velocidad de impacto de un chorro no desarrollado:

$$V_j = \sqrt{V_0^2 + 2gH} \quad (5.122)$$

siendo  $V_j$  la velocidad del chorro al impactar con la superficie del colchón de agua,  $V_0$  la velocidad del chorro en el punto de descarga,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $H$  la altura entre el punto de descarga y la superficie del colchón.

Lewis et al. (1999) desarrollan un método teórico para obtener la velocidad de impacto en el caso de chorros desarrollados: el DIMET (*Dimensional Equation Technique*) que consiste en añadir a la expresión de Ervine y Falvey (1987) (ecuación 5.122) un término  $f$  que tiene en cuenta el arrastre aerodinámico que se produce en la zona de chorro desarrollado. Dicho término se obtiene mediante el análisis dimensional de las fuerzas actuantes sobre una partícula discreta de agua y es función de la distancia recorrida, tamaño de la partícula y la resistencia generada por el arrastre.

$$V_j = \sqrt{V_0^2 + 2gH - f} \quad (5.123)$$

Sobre una partícula de agua, en su descenso después del vertido, actúan dos fuerzas principales: la gravitatoria y una fuerza de arrastre aerodinámico, de sentido contrario a la dirección del movimiento. Dicha fuerza de arrastre puede expresarse de la siguiente forma:

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho_a V^2 A \quad (5.124)$$

siendo  $F_d$  la fuerza de arrastre ( $ML/T^2$ ),  $C_d$  el coeficiente de arrastre (adimensional),  $\rho_a$  la densidad del aire ( $M/L^3$ ),  $V$  la velocidad ( $L/T$ ) y  $A$  la sección de la partícula ( $L^2$ ).

Por coherencia dimensional,  $f$  debe expresarse en términos de L/T, proponiendo los autores una posible solución mediante la siguiente expresión:

$$f = \sqrt{\frac{F_d \cdot H}{\rho_w \cdot V_p}} \quad (5.125)$$

siendo  $\rho_w$  la densidad del agua (M/L<sup>3</sup>) y  $V_p$  el volumen de una partícula discreta de agua (L<sup>3</sup>)

Sustituyendo la ecuación (5.124) en la expresión anterior se obtiene:

$$f = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2} C_d \rho_a V^2 A\right) \cdot H}{\rho_w \cdot V_p}} \quad (5.126)$$

sustituyendo en la expresión anterior la sección y el volumen de la partícula discreta, obtenidos a partir del parámetro  $d$  (diámetro de una esfera con el mismo volumen que una partícula de agua) los autores obtienen la expresión desarrollada del término  $f$ . Sustituyendo dicha expresión en la ecuación (5.123) obtienen:

$$V_j = \sqrt{V_0^2 + 2gH} - \sqrt{3C_d \left(\frac{\rho_a}{\rho_w}\right) \left(\frac{H_d}{d}\right) V_0^2} \quad (5.127)$$

El coeficiente de arrastre  $C_d$  se calcula con la gráfica de la Figura 5.91 en función del número de Reynolds en la descarga ( $R_0$ ) que se define como:

$$R_0 = \frac{V_0 d}{\nu_w} \quad (5.128)$$

siendo  $\nu_w$  la viscosidad cinemática del agua.

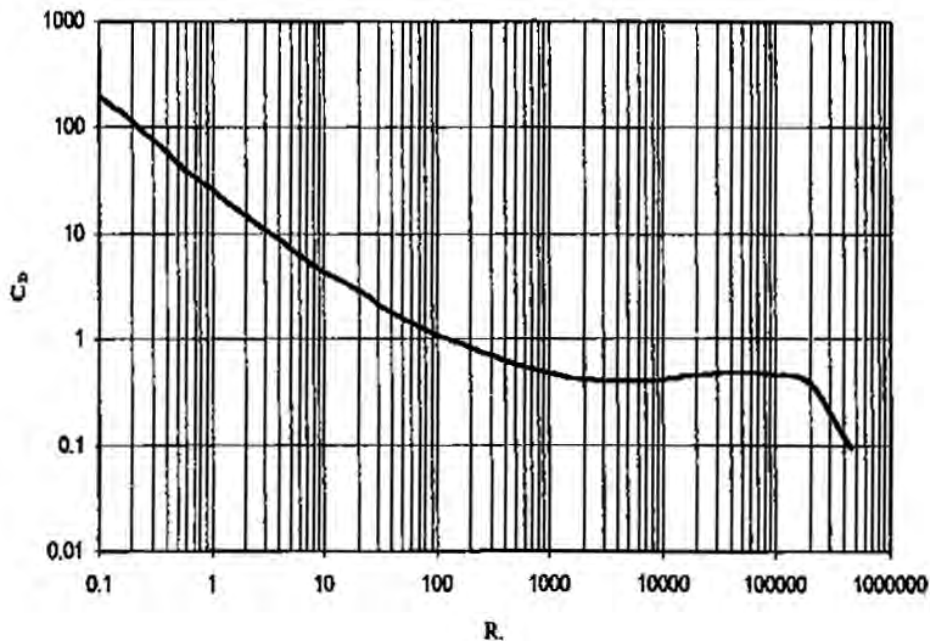


Figura 5.91. Coeficiente de arrastre para esferas (Binder, 1962)

Para verificar la validez del método Lewis et al. (1999) realizaron una campaña de mediciones en un modelo físico en el que se reproducía la zona desarrollada del chorro.

Comparando los valores medidos con los obtenidos mediante las formulaciones de Ervine y Falvey (1987) y el DIMET (1999) se observa que los valores obtenidos mediante éste último método son más ajustados, con un error de  $\pm 4\%$ . En el caso de la formulación de Ervine y Falvey (1987), la falta de ajuste es justificada ya que, como hemos comentado, es una formulación realizada para chorros no desarrollados y además no considera las pérdidas de energía en el aire.

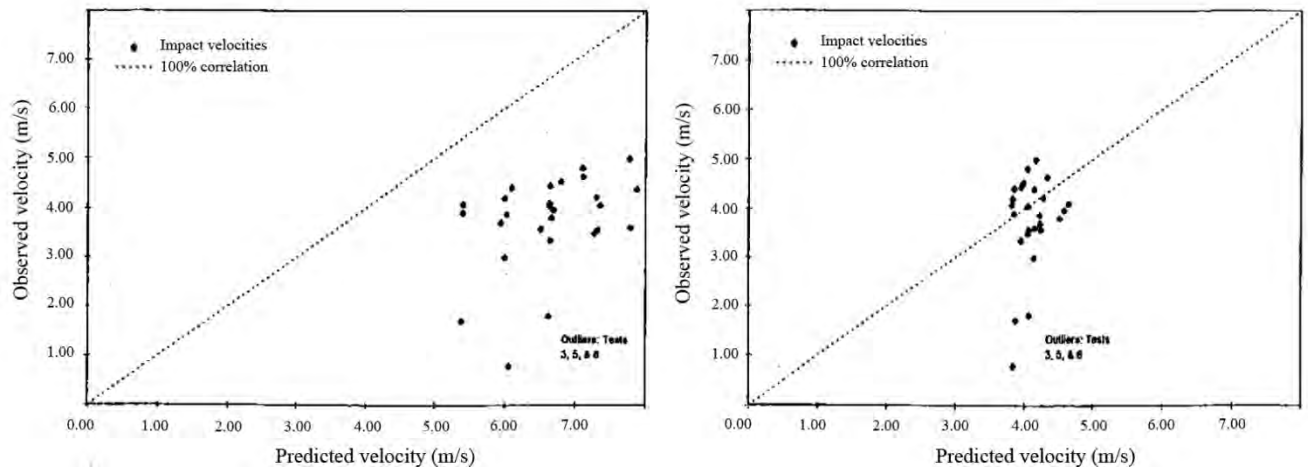


Figura 5.92. Gráficos de correlación para Ervine y Falvey (izqda.) y Lewis (dcha.) (Lewis et al., 1999)

### 5.6.2. Variación de velocidad del chorro en el cuenco

Uno de los factores que influyen en la capacidad erosiva del chorro en un vertido por coronación es su velocidad en el cuenco de disipación de energía.

Albertson et al. (1948) describen la disminución de la velocidad de un chorro circular dentro del cuenco, obteniendo la siguiente expresión:

$$\frac{V_m}{V_j} = 6,2 \frac{d_i}{x} \quad (5.129)$$

siendo  $V_m$  la velocidad en el eje del chorro,  $V_j$  la velocidad en el punto de impacto,  $d_i$  el diámetro del chorro en dicho punto y  $x$  la distancia al punto de impacto.

Es de destacar que los resultados obtenidos se corresponden con medidas realizadas utilizando aire como fluido, por lo que la deceleración obtenida será inferior que la producida empleando agua, debido a la menor turbulencia que se genera en el proceso.

Rajaratnam (1976) recoge diferentes expresiones que calculan la distribución transversal de la velocidad media de un chorro plano en el cuenco, como son las de Goertler, 1942 (ecuación 5.130) y Zijnen, 1958 (ecuación 5.131):

$$\frac{u}{u_m} = 1 - \tanh^2 \left( 0,881 \frac{y}{b_u} \right) \quad (5.130)$$

$$\frac{u}{u_m} = \exp \left( -\alpha \left( \frac{y}{x} \right)^2 \right) \quad (5.131)$$

siendo  $u$  la velocidad en la coordenada transversal  $y$ ,  $u_m$  la velocidad en el eje  $x$  del chorro,  $b_u$  es el valor de  $y$  para el que la velocidad  $u = u_m/2$  y  $\alpha$  una constante que varía desde 70,7 hasta 75.

Además, propone la siguiente formulación de carácter empírico:

$$\frac{u}{u_m} = \exp\left(-0,693\left(\frac{y}{b_u}\right)^2\right) \quad (5.132)$$

McKeogh y Ervine (1981) caracterizaron el comportamiento de chorros circulares no desarrollados al incidir sobre la superficie del cuenco, obteniendo también una expresión que evalúa la deceleración del chorro:

$$\frac{V_m}{V_j} = 3,3 \left(\frac{d_i}{x}\right)^{1,1} \quad (5.133)$$

siendo  $V_m$  la velocidad en el eje del chorro,  $V_j$  la velocidad en el punto de impacto,  $d_i$  el diámetro del chorro en dicho punto y  $x$  la distancia al punto de impacto.

Ervine y Falvey (1987) realizaron una estimación de la velocidad de un chorro circular no desarrollado en el cuenco de disipación, empleando la velocidad de impacto ( $V_j$ ) como la velocidad existente en la zona de establecimiento del flujo (zona por encima del punto donde el núcleo se deshace completamente).

Por debajo de esta zona de establecimiento del flujo, la velocidad se estima según:

$$V_{\max} \approx \frac{4 \cdot V_j \cdot d_j}{Y} \quad (5.134)$$

siendo  $V_{\max}$  la velocidad máxima del chorro a una determinada profundidad,  $Y$  la profundidad bajo la superficie del agua,  $V_j$  la velocidad del chorro al impactar contra la superficie del agua y  $d_j$  el diámetro del chorro en el impacto.

Las teorías de McKeogh y Ervine (1981) y Ervine y Falvey (1987) no se han desarrollado para el caso de vertido libre o chorro rectangular.

Bohrer et al. (1998) realizaron una serie de ensayos (14) con el fin de obtener expresiones que caracterizasen la disminución de la velocidad en el cuenco, diferenciando entre chorros desarrollados (10 ensayos) y no desarrollados (4 ensayos), con unas alturas de vertido ( $H$ ) entre 0,96 y 1,39 m y unos caudales entre 0,085 y 0,142 m<sup>3</sup>/s.

La limitación de estos ensayos es que el chorro se crea a partir de un orificio rectangular en una tubería y no mediante vertedero.

Para el caso de chorros desarrollados la expresión obtenida es la siguiente:

$$-\ln\left(\frac{V}{V_j}\right) = -0,638 \ln\left[\left(\frac{\rho_j}{\rho_w}\right)\left(\frac{V_j^2}{gY}\right)\right] + 1,848 \quad (5.135)$$

siendo  $V_j$  la velocidad media del chorro al impactar contra la superficie del agua,  $\rho_j$  la densidad media del aire en el chorro al impactar contra la superficie del agua,  $\rho_w$  la densidad del agua e  $Y$  la profundidad alcanzada por el chorro.

Para el caso de chorros no desarrollados la expresión obtenida es la siguiente:

$$\frac{V}{V_j} = 0,0675 \left( \frac{\rho_j}{\rho_w} \right) \left( \frac{V_j^2}{gY} \right) + 0,1903 \quad (5.136)$$

En la figura siguiente se expresan ambas fórmulas para una velocidad de impacto de 5 m/s y una concentración de aire en el impacto del 60%, apreciándose que los dos tipos de chorro presentan una tendencia similar en la reducción de la velocidad, pero el chorro no desarrollado tiene un mayor potencial erosivo en la zona del cuenco de disipación de energía por su mayor velocidad a igual profundidad.

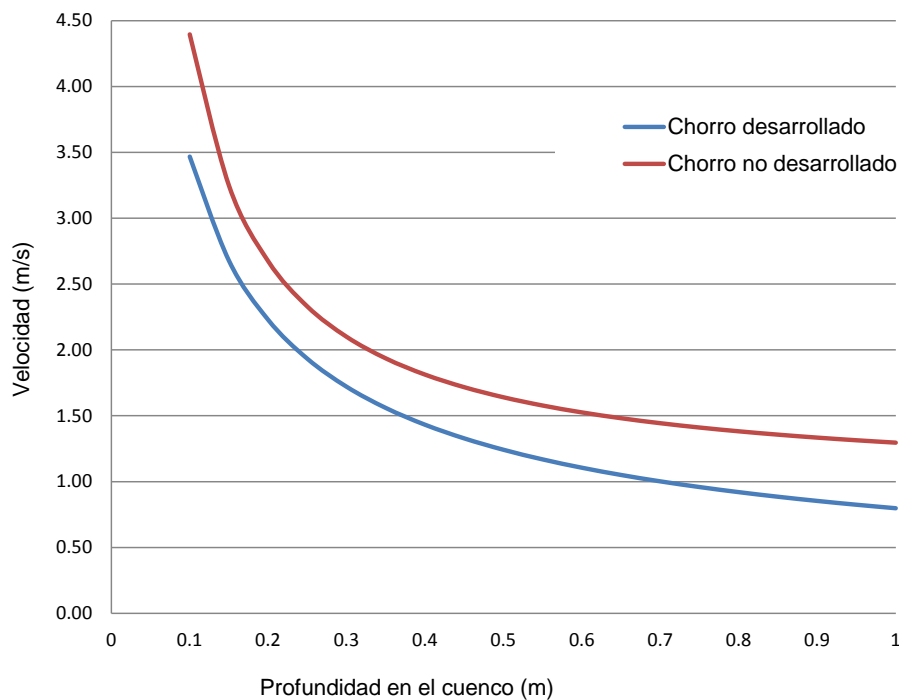


Figura 5.93. Comparación de la disminución de la velocidad entre chorros desarrollados y no desarrollados para una velocidad de impacto de 5 m/s y una concentración de aire en el impacto del 60% (Bohrer et al. 1998)

Liu et al. (1998) realizan una serie de experimentos sobre un modelo físico de la presa de Xiluodu realizando la medición de velocidades mediante anemómetro de hilo caliente, con el fin de definir la distribución de velocidades en las zonas definidas por Beltaos y Rajaratnam (1973) como zona de chorro libre (zona I en la Figura 5.94) y zona de chorro de pared (zona III en la Figura 5.94).

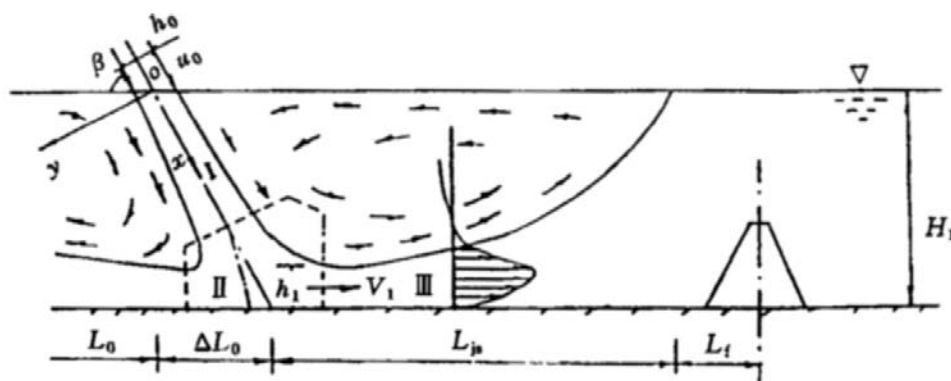


Figura 5.94. Esquema del chorro definido por Liu et al. (1998)

En la zona de chorro libre obtienen unos resultados experimentales que verifican las expresiones de Goetler, 1942 (ecuación 5.137) y Rajaratnam, 1976 (ecuación 5.138):

$$\frac{u}{u_m} = 1 - \tan^2\left(0,881 \frac{y}{b_u}\right) \tag{5.137}$$

$$\frac{u}{u_m} = \exp\left[-0,639 \left(\frac{y}{b_u}\right)^2\right] \tag{5.138}$$

siendo  $u$  la velocidad del chorro en la dirección  $x$ ,  $u_m$  la velocidad media en el eje del chorro y  $b_u$  el semiancho de difusión, definido como el valor de  $y$  para el que se cumple que  $u = 0,5u_m$ .

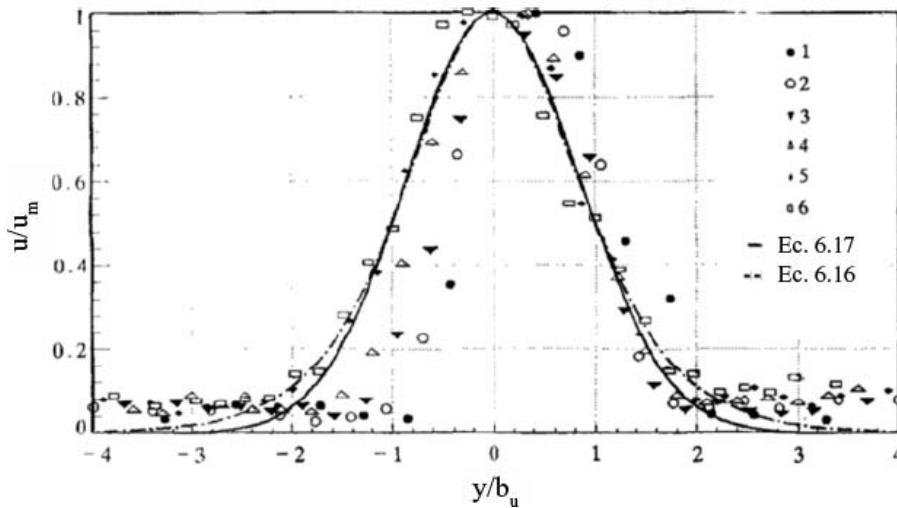


Figura 5.95. Distribución de velocidad media en la zona de chorro libre obtenida para diferentes valores de  $x/h_0$  siendo  $h_0$  el espesor del chorro en el vertido (Liu et al., 1998). Los diferentes valores corresponden con 1 ( $x/h_0=1,519$ ), 2 ( $x/h_0=3,447$ ), 3 ( $x/h_0=5,581$ ), 4 ( $x/h_0=7,305$ ), 5 ( $x/h_0=9,439$ ), 6 ( $x/h_0=11,368$ )

En la zona de chorro de pared la distribución obtenida por los autores viene dada por la expresión:

$$\frac{u}{u_m} = \cos^{1,2}\left(\frac{\pi}{2} \frac{y}{2b_u}\right) \tag{5.139}$$

verificándose en la Figura 5.96 que la velocidad en esta zona (trazo discontinuo, ecuación 5.139) es superior a la velocidad en la zona de chorro libre, (trazo continuo, ecuación 5.138):

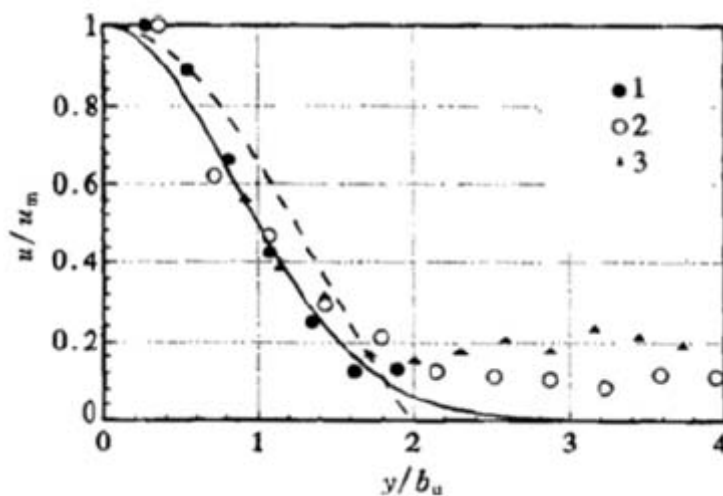


Figura 5.96. Distribución de velocidad media en la zona de chorro de pared (trazo discontinuo) comparada con la distribución en la zona de chorro libre (trazo continuo) (Liu et al., 1998)

Liu et al. (1998) aplican la transformada rápida de Fourier (FFT) a los datos de velocidades instantáneas en cada punto de medida, obteniendo la distribución de la media cuadrática de las fluctuaciones de velocidad en el cuenco, como se muestra en la figura siguiente:

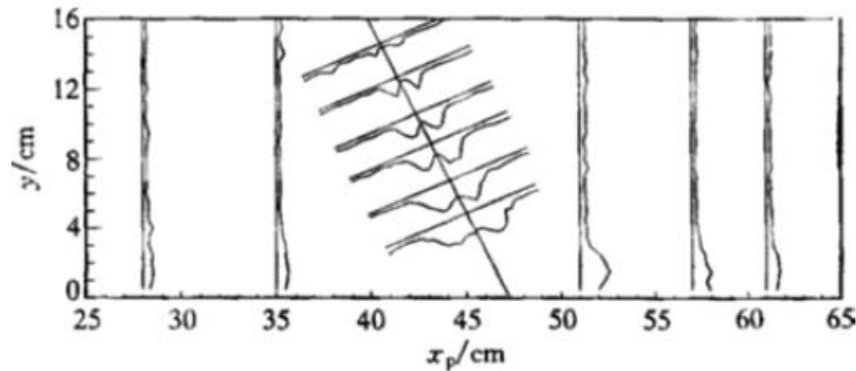


Figura 5.97. Distribución de la media cuadrática de las fluctuaciones de velocidad en el cuenco (Liu et al., 1998)

Los autores señalan que en las zonas de recirculación que se forman a ambos lados del chorro, la fluctuación de velocidad presenta pequeñas amplitudes y bajas frecuencias, con valores en torno al 2-4% de la velocidad de vertido. En la zona más turbulenta la fluctuación de velocidad presenta grandes amplitudes y altas frecuencias, aumentando dichas amplitudes y disminuyendo las frecuencias a medida que nos alejamos de dicha zona, con valores en torno al 6-16% de la velocidad de vertido. Entre esta zona turbulenta y la zona de recirculación la fluctuación de velocidad presenta pequeñas amplitudes y altas frecuencias, con valores en torno al 3-14% de la velocidad de vertido. Finalmente, en la zona del chorro de pared, la fluctuación de velocidad presenta grandes amplitudes y bajas frecuencias. A medida que nos alejamos del punto de impacto la fluctuación de velocidad disminuye.



## 5.7. Disipación de energía en el cuenco y caracterización del colchón

La entrada del chorro de agua en el cuenco y su impacto con el colchón de agua produce una pérdida de energía cuyo valor interesa cuantificar, así como los parámetros que definen dicho colchón.

### 5.7.1. Disipación de energía

Moore (1943) realiza una campaña de ensayos utilizando una estructura de caída (o grada) con colchón nulo, siendo  $h$  la altura del salto,  $q$  el caudal unitario e  $y_c$  el calado crítico.

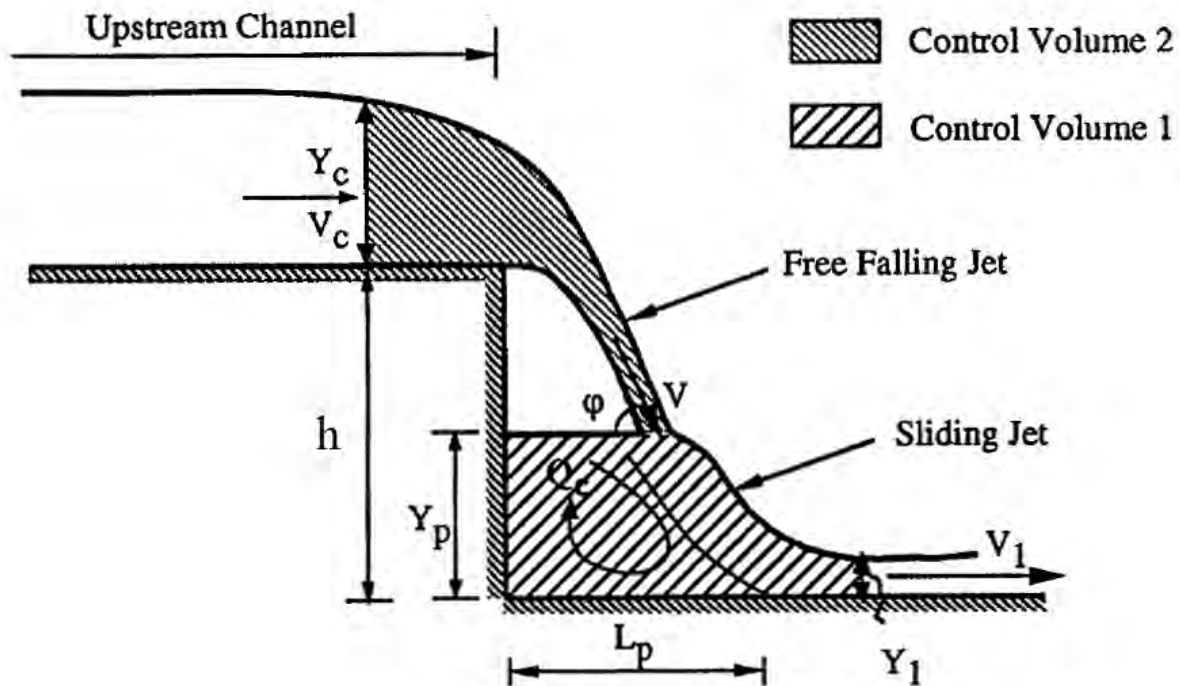


Figura 5.98. Esquema de un vertido en una estructura de caída con colchón nulo (adaptada de Moore, 1943)

$L_p$  es la distancia entre el punto de impacto en el cuenco y la pared ubicada detrás del mismo e  $y_p$  es el calado medio del colchón formado detrás del chorro (pozo de acumulación).

Moore (1943) representa de forma adimensional los resultados experimentales obtenidos para el valor de la energía del chorro en la zona aguas abajo del punto de impacto ( $E_1/y_c$ ) en función de  $h/y_c$  (Figura 5.99. a) comparando esta curva con la energía  $E_1$  obtenida en el caso de despreciar las pérdidas (Figura 5.99. b) y que viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{E_1}{y_c} = \frac{h}{y_c} + \frac{3}{2} \quad (5.140)$$

la diferencia entre ambas curvas (ver Figura 5.99.a) representa el valor de la pérdida de energía dividida por el calado crítico ( $\Delta E/y_c$ ).

Con el fin de mostrar de forma más clara la influencia de la relación  $h/y_c$  en la cuantificación de la pérdida de energía, Moore (1943) representa dicho parámetro (ver Figura 5.99.b) en relación con la pérdida de energía dividida entre la altura del salto ( $\Delta E/h$ ) verificándose que dicha pérdida puede oscilar entre el 20 y el 60% para valores de  $h/y_c$  entre 1 y 12 respectivamente.

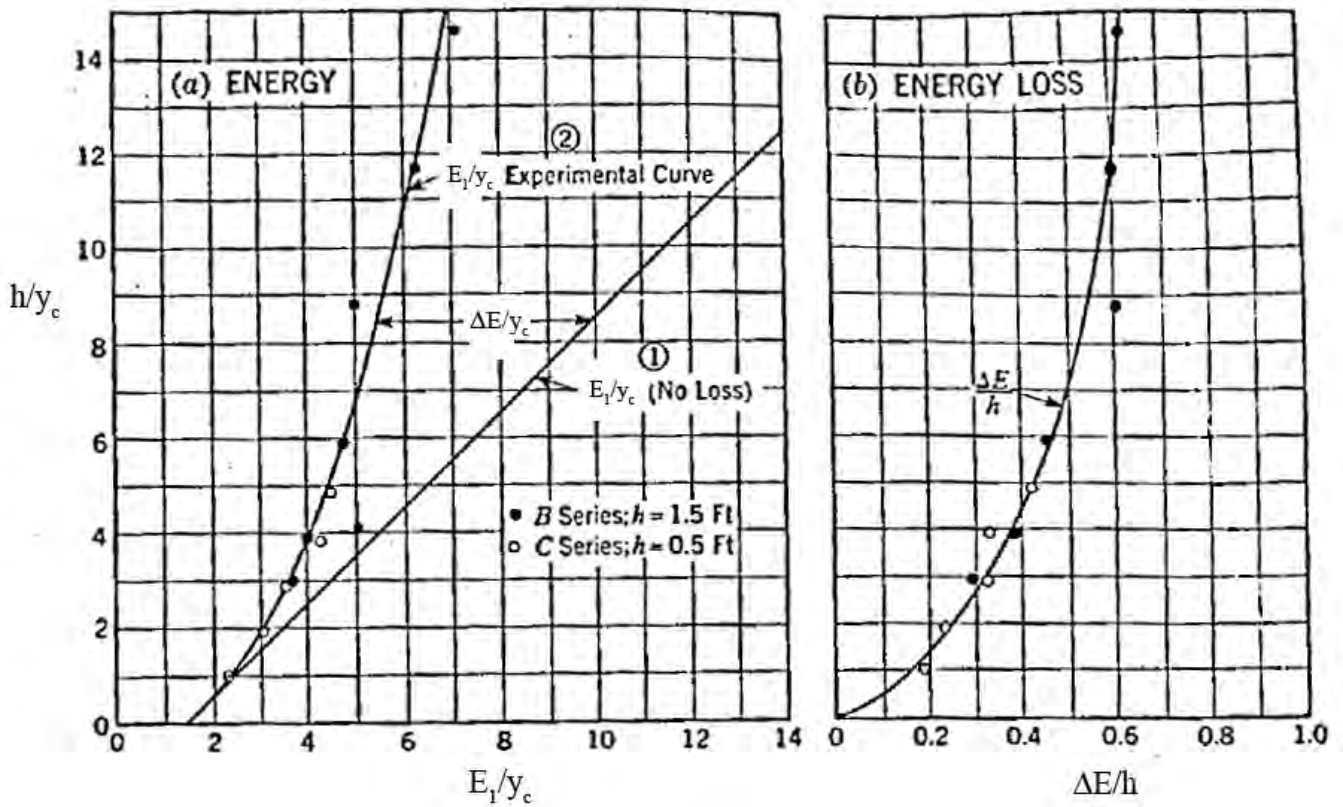


Figura 5.99. Pérdidas de energía en una estructura de caída (Moore, 1943)

Además, Moore (1943) para la obtención de  $y_p$  señala la siguiente ecuación, obtenida aplicando la ecuación del *momentum*:

$$\frac{y_p}{y_c} = \sqrt{\left(\frac{y_1}{y_c}\right)^2 + 2\left(\frac{y_c}{y_1}\right)} - 3 \tag{5.141}$$

En respuesta a los planteamientos de Moore (1943), White (1943) desarrolla un método teórico para el cálculo de la pérdida de energía. Para ello, parte de la consideración del comportamiento de un chorro incidente sobre una superficie horizontal:

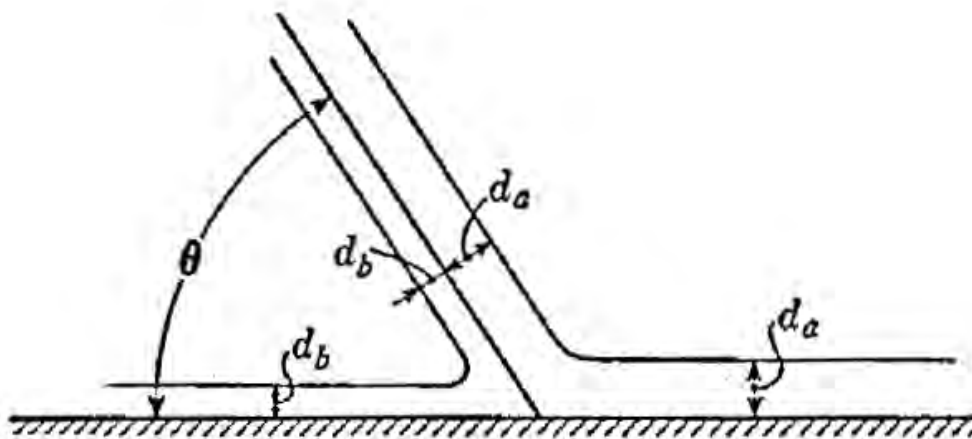


Figura 5.100. Chorro bidimensional incidente en un plano horizontal (White, 1943)

En este caso, el chorro se subdivide en dos partes que producen sendos chorros a ambos lados del punto de impacto, siendo el chorro de la derecha de mayor entidad ( $d_a > d_b$ ), considerando White (1943) despreciable la pérdida de energía que se produce en este caso.

Sin embargo, la presencia de la pared de la estructura de caída (ver Figura 5.98) modifica completamente la situación anterior, ya que el flujo generado a la izquierda del punto de impacto se introduce en la masa de agua formada (pozo de acumulación), generando una circulación en sentido horario que hace que un caudal igual al introducido, sea devuelto al chorro. Este proceso, indica White (1943) es el responsable de la pérdida de energía.

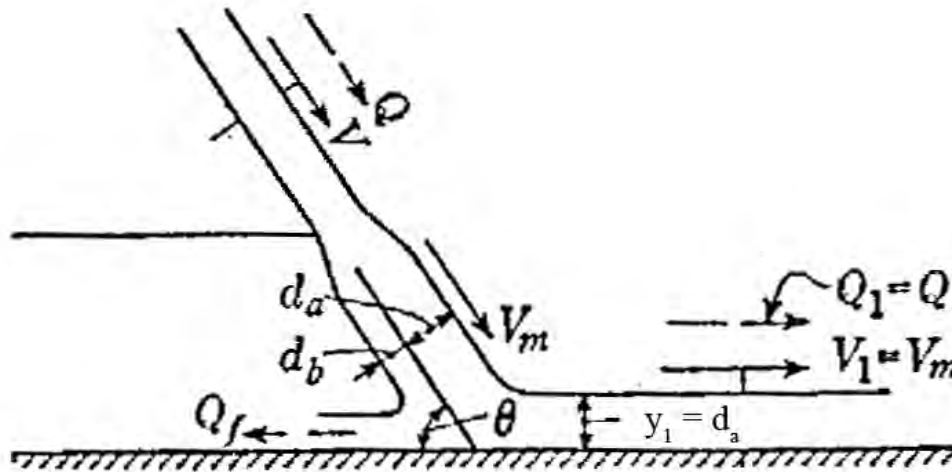


Figura 5.101. Chorro bidimensional incidente en un plano horizontal con colchón formado detrás de dicho chorro (pozo de acumulación) (White, 1943)

En la zona posterior al punto de impacto, el caudal circulante será el mismo que presentaba el chorro antes del impacto, sin embargo se produce un descenso de la velocidad por la incorporación de la mencionada masa de agua proveniente del pozo de acumulación. Aplicando la ecuación del *momentum* el autor obtiene el valor de dicha velocidad:

$$V_1 = V_m = \frac{V}{2}(1 + \cos\theta) \quad (5.142)$$

siendo  $V$  la velocidad del chorro incidente y  $\theta$  el ángulo de impacto del chorro. La profundidad del chorro tras la zona de impacto viene dada por la siguiente expresión:

$$y_1 = Q/V_1 \quad (5.143)$$

Partiendo de la Figura 5.102, White (1943) señala que el  $\cos\theta$  se obtiene como el cociente de la componente horizontal de la velocidad y el valor de dicha velocidad:

$$\cos\theta = V_x/V \quad (5.144)$$

Para obtener el valor de  $V_x$  el autor iguala las fuerzas horizontales en la sección crítica (antes del vertido) con la variación de la cantidad de movimiento entre dicho punto y un punto cualquiera del chorro. Teniendo en cuenta que:

$$Q = V_c \cdot y_c \quad (5.145)$$

$$V_c = \sqrt{g \cdot y_c} \quad (5.146)$$

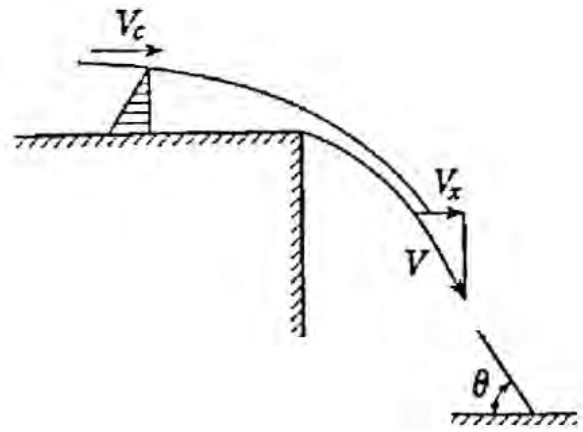


Figura 5.102. Determinación de  $V_x$  (White, 1943)

White (1943) obtiene la siguiente expresión:

$$V_x = \frac{3}{2}V_c \quad (5.147)$$

La velocidad  $V$  de caída del chorro se define mediante:

$$V = \sqrt{2g\left(h + \frac{3}{2}y_c\right)} \quad (5.148)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.147) y (5.148) en la ecuación (5.144) el autor obtiene la siguiente expresión:

$$\cos\theta = \frac{1,5V_c}{\sqrt{2g\left(h + \frac{3}{2}y_c\right)}} = \frac{1,06}{\sqrt{\frac{h}{y_c} + \frac{3}{2}}} \quad (5.149)$$

Finalmente, operando en la ecuación (5.143) White (1943) obtiene:

$$\frac{y_1}{y_c} = \frac{\sqrt{2}}{1,06 + \sqrt{h/y_c + 1,5}} \quad (5.150)$$

La energía aguas abajo del punto de impacto viene dada por la siguiente expresión:

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (5.151)$$

Por tanto, White (1943) obtiene la siguiente expresión que relaciona la energía aguas abajo del punto de impacto ( $E_1$ ) con el calado crítico ( $y_c$ ):

$$\frac{E_1}{y_c} = \frac{\sqrt{2}}{1,06 + \sqrt{h/y_c + 1,5}} + \frac{\left(1,06 + \sqrt{h/y_c + 1,5}\right)^2}{4} \quad (5.152)$$

El autor representa los resultados obtenidos de forma teórica, comparándolos con los resultados obtenidos previamente por Moore (1943) de forma experimental.

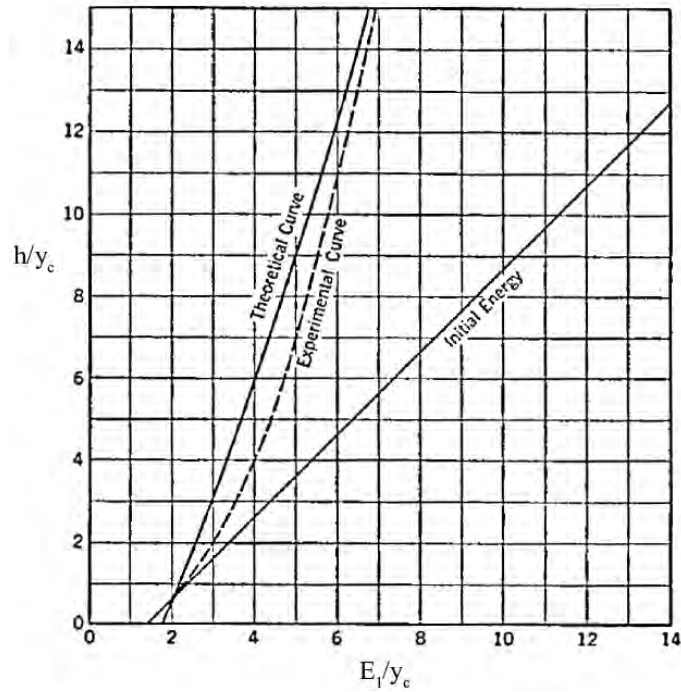


Figura 5.103. Energía aguas abajo del punto de impacto comparando los resultados teóricos obtenidos por White (1943) con los resultados experimentales obtenidos por Moore (1943) (White, 1943)

Rand (1955) realiza una serie de estudios experimentales que le permiten desarrollar una serie de ecuaciones empíricas sobre las características del salto, considerando  $y_2$  como el calado conjugado de  $y_1$ , siendo el primero en obtener una expresión que relaciona  $L_p$  con la altura  $h$ .

$$\frac{y_1}{h} = 0,54 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{1,275} \quad (5.153)$$

$$\frac{y_2}{h} = 1,66 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0,81} \quad (5.154)$$

$$\frac{y_p}{h} = \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0,66} \quad (5.155)$$

$$\frac{L_p}{h} = 1,98 \sqrt{\frac{y_c}{h} \left( 1 + 0,357 \cdot \frac{y_c}{h} \right)} \quad (5.156)$$

Este valor de  $L_p$  puede servir, en fase de predimensionamiento, para obtener la longitud del cuenco de disipación de energía sumándole la longitud del resalto hidráulico libre  $L_r$  (Castillo, 1989):

$$L_r = 6,9 (y_2 - y_1) \quad (5.157)$$

Rajaratnam y Chamani (1995) estudian las características del salto, despreciando los efectos de la entrada de aire y aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento al volumen de control 1 (ver Figura 5.98), obteniendo las ecuaciones:

$$\frac{\Delta E}{E_c} = 0,896 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{-0,766} \quad (5.158)$$

$$\frac{y_p}{h} = 1,107 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0,719} \quad (5.159)$$

siendo  $\Delta E$  la pérdida de energía ( $= E_c - E_1$ ):

$$E_c = (h + 1,5 \cdot y_c) \quad (5.160)$$

$$E_1 = (y_1 + v_1^2 / 2g) \quad (5.161)$$

Musavi et al. (2004), con el fin de minimizar los efectos del aire entrante que provoca errores en las medidas de calado, realizan una campaña de ensayos con el fin de desarrollar un modelo estadístico que, empleando los calados conjugados  $y_1$  e  $y_2$  presentes antes y después del resalto respectivamente, proporcione la pérdida de energía producida por el salto.

En dicho estudio se concluye que, de los trabajos anteriores, el de Moore (1943) y el de Rajaratnam y Chamani (1995) son los que obtienen un resultado más ajustado, obteniendo White (1943) una sobreestimación de la pérdida de energía. Además, se señala la importancia del pozo de acumulación como elemento de disipación de energía.

Las conclusiones de Musavi et al. (2004) son ratificadas por Moghaddam (2005) que, a su vez, obtiene las siguientes relaciones:

$$\frac{y_p}{h} = 1,026 \left( \frac{y_c}{h} - 0,03 \right)^{0,598} \quad (5.162)$$

$$\cos \theta = 0,99 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0,466} \quad (5.163)$$

$$\frac{\Delta E}{E_c} = 0,077 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{-0,813} \quad (5.164)$$

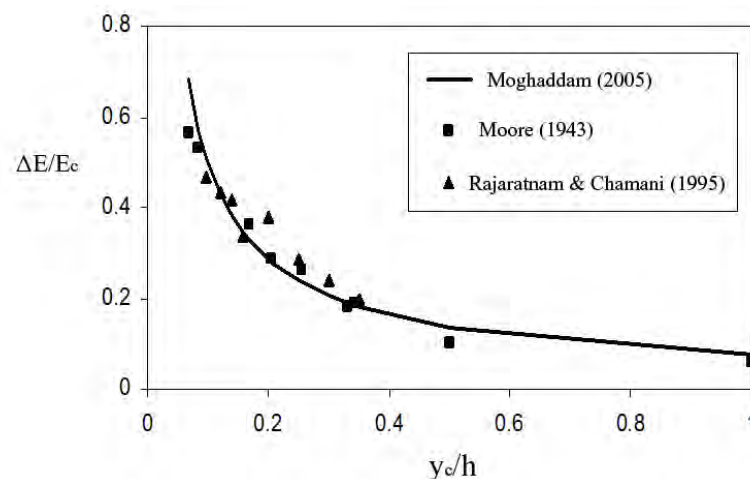


Figura 5.104. Formulación para la pérdida de energía comparada con Moore y Rajaratnam (Moghaddam, 2005)

En los trabajos mencionados hasta ahora, el vertido se realizaba a través de una estructura de caída con colchón nulo. Chen (2008) realiza una serie de experimentos con el fin de contrastar dichos resultados con los obtenidos en el caso de utilizar un vertedero de labio fino. Para ello, emplea un número adimensional ya utilizado por Rand (1955) y denominado número de caída (*drop number*) que se define como:

$$D = \frac{q^2}{g \cdot h^3} = \left( \frac{y_c}{h} \right)^3 \quad (5.165)$$

siendo  $q$  el caudal específico,  $g$  la aceleración de la gravedad e  $y_c$  el calado crítico.

La relación obtenida por Chen (2008) entre la altura del salto ( $h$ ), la distancia al punto de impacto ( $L_p$ ) y el número de caída ( $D$ ) viene dada por:

$$\frac{L_p}{h} = 1,82 D^{0,17} = 1,82 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0,51} \quad (5.166)$$

En su trabajo, Chen (2008) realiza una comparación entre los valores obtenidos en su campaña y la formulación de Rand (1955), definiendo la distancia al punto de impacto mediante la siguiente ecuación, suponiendo que  $L_d \approx L_p$ .

$$\frac{L_d}{h} = 4,30 D^{0,27} = 4,30 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0,81} \quad (5.167)$$

Según señala el propio Rand (1955) la utilización de la ecuación (5.167), con la suposición realizada, sólo es válida para valores de  $D \leq 0,002$ , por lo que su uso sólo estaría justificado en saltos elevados. En el caso de saltos de altura reducida, para caracterizar la distancia al punto de impacto de acuerdo a los resultados obtenidos por Rand (1955) se debe emplear la ecuación (5.156) como es el caso que nos ocupa dado que los valores obtenidos en ambas campañas se realizaron con alturas de vertido entre 20 y 40 cm.

La comparación entre los resultados obtenidos por ambos autores viene dada por la siguiente gráfica:

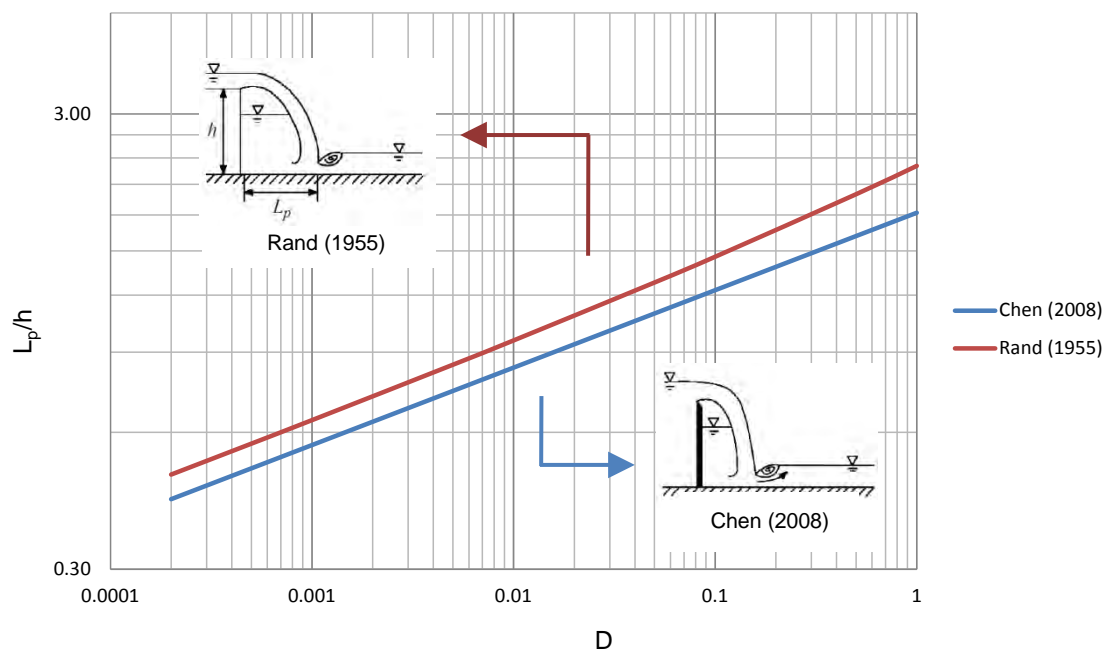


Figura 5.105. Comparación de los valores de  $L_p/h$  en los trabajos de Rand (1955) y Chen (2008)

Como se aprecia en la figura, el valor de la distancia al punto de impacto ( $L_p$ ) obtenida por Rand (1955) es superior a la obtenida por Chen (2008) con una diferencia entre los resultados de ambos autores prácticamente constante a medida que se incrementa el valor del número de caída.

En todos los ensayos que se han expuesto se contaba con una altura nula de colchón de agua;

evidentemente, si contamos con una cierta altura de agua en el cuenco habrá una disipación de energía suplementaria en el tránsito del chorro a través del colchón, debido a la energía disipada en los vórtices.

Liu et al. (1998) señalan que la energía cinética media en la zona de chorro libre va disminuyendo en la dirección principal del chorro debido a la difusión turbulenta que se produce. La mayor parte se transforma en turbulencia, mientras que una pequeña parte se disipa debido al gradiente de velocidad. Con el fin de obtener la eficiencia en la disipación de energía, los autores calculan la energía cinética en cada sección, como queda recogido en la figura siguiente:

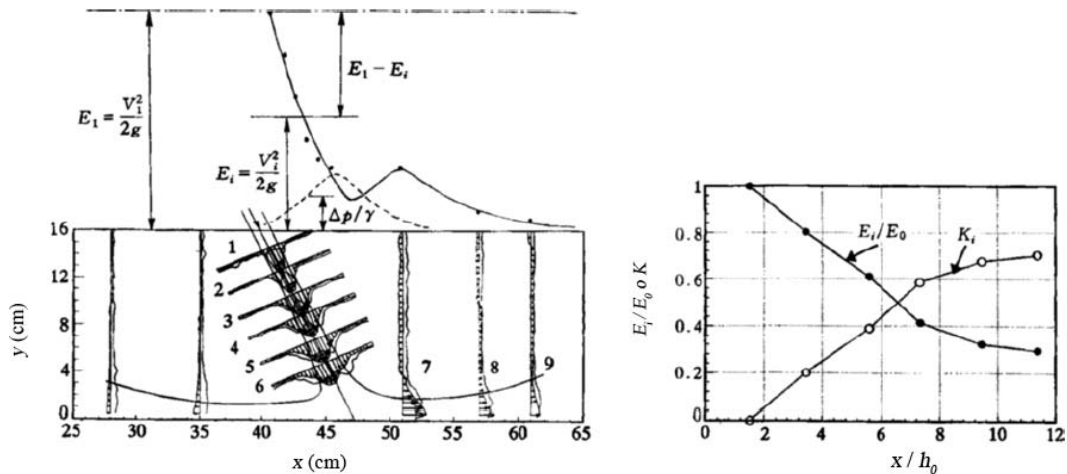


Figura 5.106. Distribución de la energía cinética (izqda.) y del parámetro  $K$  siendo  $h_0$  el espesor del chorro en el vertido (Liu et al., 1998)

Los autores definen el parámetro  $K$  (coeficiente de eficiencia de la disipación de energía) como:

$$K = \frac{E_0 - E_i}{E_0} \quad (5.168)$$

siendo  $E_0$  la energía cinética en el punto de vertido y  $E_i$  la energía cinética en un punto  $i$ . En la Figura 5.106 se aprecia como esta eficiencia en la disipación va aumentando a lo largo de la zona de chorro de pared.

Hoque y Aoki (2008) estudian la disipación de energía que se produce debido al arrastre de aire al interior del cuenco en el caso de chorros circulares. Al introducirse las burbujas en el interior del cuenco se produce un aumento de la energía potencial (por elevación del nivel del agua) y de la energía cinética (que incluye la turbulencia generada) produciéndose, además, la compresión del aire en el interior de las burbujas.

Partiendo de la medida del volumen de aire ( $V_a$ ), el índice de disipación de energía ( $R$ ) se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$R = -2w_r \rho g V_a \quad (5.169)$$

siendo  $w_r$  la velocidad ascensional de las burbujas,  $\rho$  la densidad del aire y  $g$  la aceleración de la gravedad. Como se puede comprobar, para un valor constante de  $w_r$  el ratio de disipación de energía es proporcional al volumen de aire que penetra en el cuenco.

El índice de transporte de energía ( $E_j$ ) se define mediante la siguiente ecuación:



$$E_j = \frac{1}{2} \rho_w Q_w V_1^2 \quad (5.170)$$

siendo  $Q_w$  el caudal del chorro,  $\rho_w$  la densidad del agua y  $V_1$  la velocidad en el punto de impacto.

De esta forma, se define la fracción de energía disipada ( $f_R$ ) debido al arrastre del aire en el cuenco respecto del total de energía disipada como:

$$f_R (\%) = \frac{R}{E_j} \cdot 100 \quad (5.171)$$

En los ensayos de Hoque y Aoki (2008) para chorro circular, la energía disipada debido al arrastre del aire supone únicamente del 4 al 8% de la energía total.

### 5.7.2. Caracterización del colchón

El comportamiento del agua en el cuenco de disipación de energía depende del calado o profundidad del mismo en relación al caudal vertido. Cui Guang Tao et al. (1986) proponen una clasificación de los cuencos en función de este calado:

a) Tipo I. El calado de agua no es suficiente para crear condiciones críticas de resalto ( $Y_d < y_2$ ). En estas condiciones no se forma un verdadero colchón aguas abajo del punto de caída. Aguas arriba de este punto, se forma un colchón de agua de calado ( $Y_u$ , ver Figura 5.107) que crea en la zona de impacto del chorro un calado  $Y_{do}$ , que constituye un colchón de agua eficaz.

b) Tipo II. Cuando el calado aguas abajo es superior al calado de agua obtenida del resalto (condiciones críticas) en la zona de caída del chorro, se forma en toda la extensión un resalto ahogado en forma de colchón de agua, de modo que, tanto aguas arriba como aguas abajo del punto de caída, se obtienen colchones de agua verdaderos. Para obtener este tipo de flujo, Aki (1969) señala la condición recogida en la ecuación (5.162), en la que  $B_j$  es el espesor de la lámina líquida a la entrada del colchón.

$$Y_{do} / B_j < 20 \quad (5.172)$$

c) Tipo III. Cuando se supera la relación definida por la ecuación (5.172), la inclinación de la superficie libre aguas arriba y aguas abajo del punto de caída disminuye rápidamente, y la diferencia entre  $Y_{do}$  e  $Y_d$  tiende a cero.

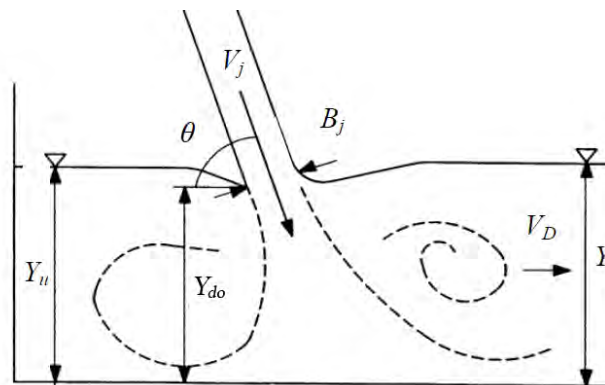


Figura 5.107. Esquema de cálculo de las condiciones en un cuenco de disipación de energía (Castillo y Carrillo, 2012 adaptado de Cui Guang Tao et al., 1986)

Para la definición del calado aguas arriba del punto de impacto ( $Y_u$ ) en función del calado aguas

abajo ( $Y$ ) y su valor efectivo ( $Y_{do}$ ), Cui Guang Tao et al. (1986) proponen la siguiente ecuación aplicable a los cuencos de tipo II y III:

$$\frac{Y_u}{Y} = \sqrt{1 - 2F_D \left[ \left( \frac{V_j}{V_D} \right) \beta \cos \theta_0 - 1 \right]} \quad (5.173)$$

siendo

$$F_D = \frac{V_D^2}{gY} \quad (5.174)$$

$$\beta = 1 - \beta_0 \quad (5.175)$$

donde  $V_D$  es la velocidad en el cuenco aguas abajo del punto de entrada,  $\theta$  es el ángulo de incidencia del chorro (ver Figura 5.107) y  $\beta_0$  es un coeficiente de proporcionalidad que tiene en cuenta las pérdidas producidas en el cuenco y que se obtiene mediante la fórmula (5.173) y datos experimentales de  $h_s$ .

Los valores obtenidos por Cui Guang Tao et al. (1986) para  $\beta$  en función de  $Y/H$  (siendo  $H$  la diferencia de cota entre los niveles de agua antes y después del punto de vertido) se encuentran entre 0,5 y 0,7, considerando los autores un valor medio de 0,6.

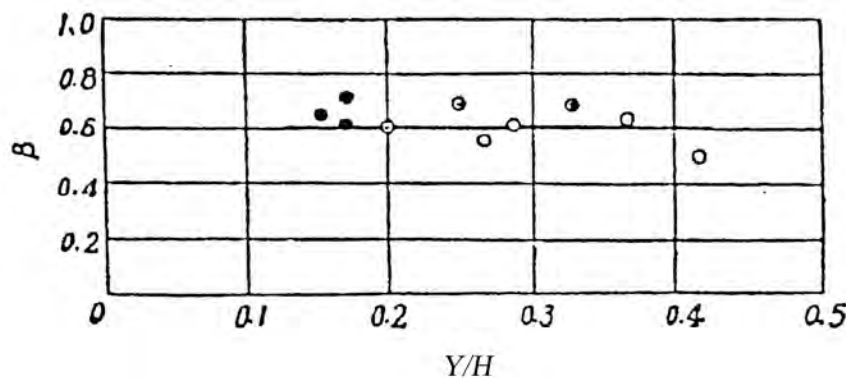


Figura 5.108. Relación entre el parámetro  $\beta$  y  $Y/H$  (Cui Guang Tao et al., 1986)

Mediante la determinación de  $\beta$  se puede obtener el valor de  $Y_u$  para diferentes alturas de colchón, caudales, etc.

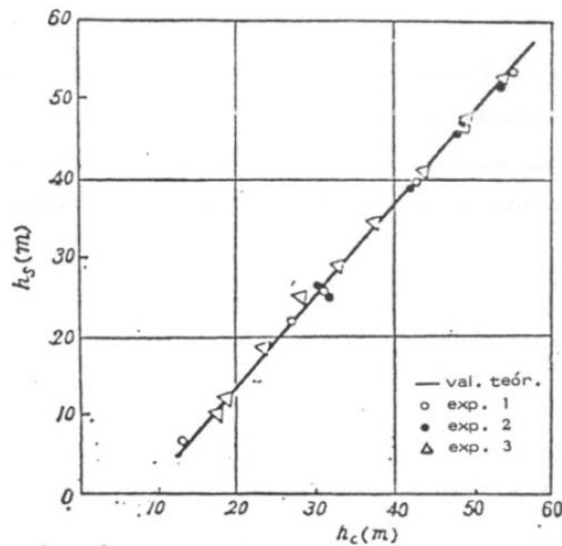


Figura 5.109. Valores teóricos y experimentales de  $Y_u$  (Cui Guang Tao et al., 1986)

Para la definición del calado en la zona de impacto  $Y_{do}$  (ver Figura 5.107), Cui Guang Tao et al. (1986) propone la siguiente ecuación:

$$\frac{Y_{do}}{Y} = \sqrt{1 - 2F_D \left[ \left( \frac{V_j}{V_D} \right) \beta \left( \frac{\alpha}{\beta} + \cos \theta_0 \right) - 1 \right]} \quad (5.176)$$

donde  $\beta$  tiene el mismo sentido que en la expresión (5.173) y  $\alpha$  es un coeficiente que corresponde con la cantidad de movimiento adicional.

El valor de  $Y_{do}$  es mucho más difícil de determinar experimentalmente, ya que  $\alpha$  no se puede determinar de la misma forma que  $\beta$ . La ecuación se ajusta razonablemente a los datos experimentales cuando  $\alpha/\beta=1$  (Cui Guang Tao et al., 1986).

Castillo y Carrillo (2011) realizan una campaña de medidas con el fin de verificar los diferentes fenómenos que se producen en el cuenco de disipación de energía midiendo los valores de  $Y_u$  e  $Y$  (calado medio del colchón aguas arriba y aguas abajo respectivamente).

Representando los valores obtenidos y después de eliminar los correspondientes al Tipo I obtienen la siguiente gráfica:

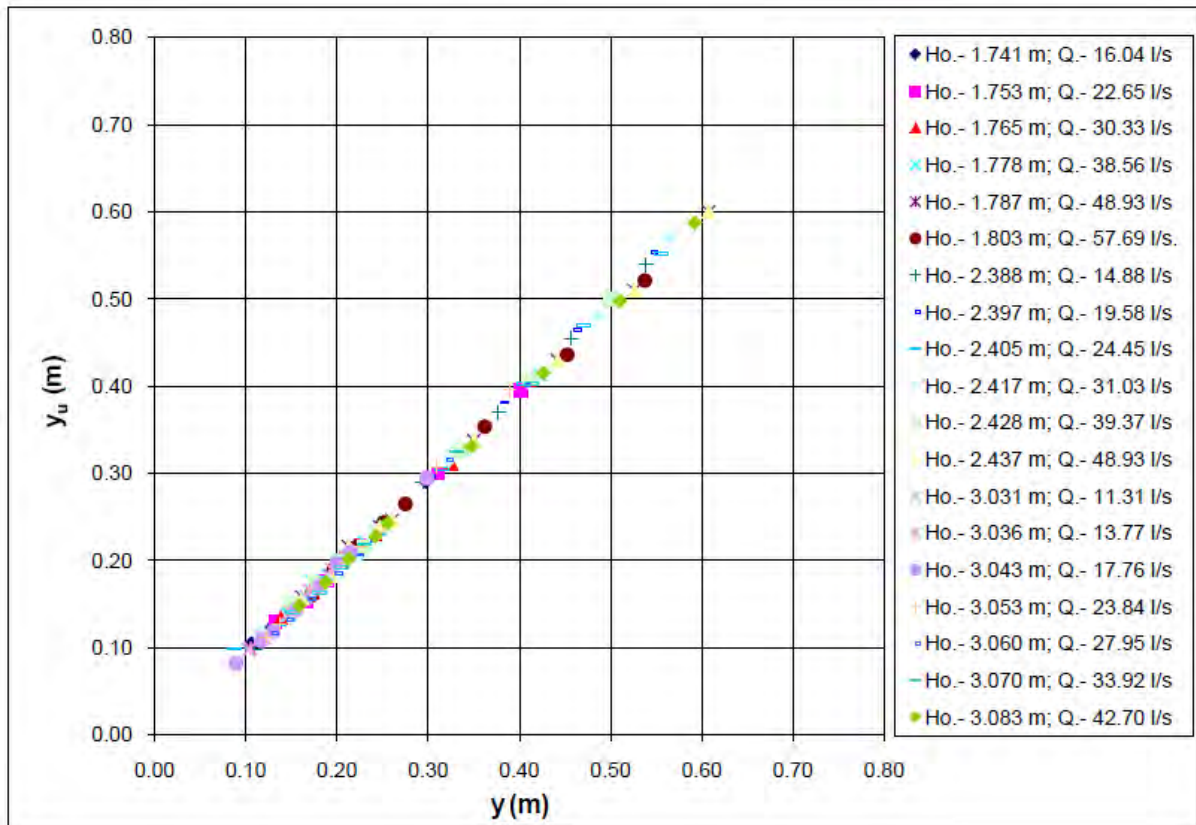


Figura 5.110. Representación del valor medio del calado aguas arriba ( $Y_u$ ) frente al de aguas abajo ( $Y$ ) una vez eliminados los datos pertenecientes a un flujo tipo I (Castillo y Carrillo, 2011)

Con los datos obtenidos de  $Y_u$  e  $Y$ , Castillo y Carrillo (2011) comprueban que el valor de  $\beta = 0,60$  que propone Cui Guang Tao et al. (1986) está sobrestimado, obteniendo un valor de  $\beta = 0,53$ . Este resultado se obtiene después de realizar un análisis y un ajuste debido al empleo de una expresión obtenida con modelos de flujo bidimensional, con los datos del laboratorio (que no cumplen totalmente esta condición).

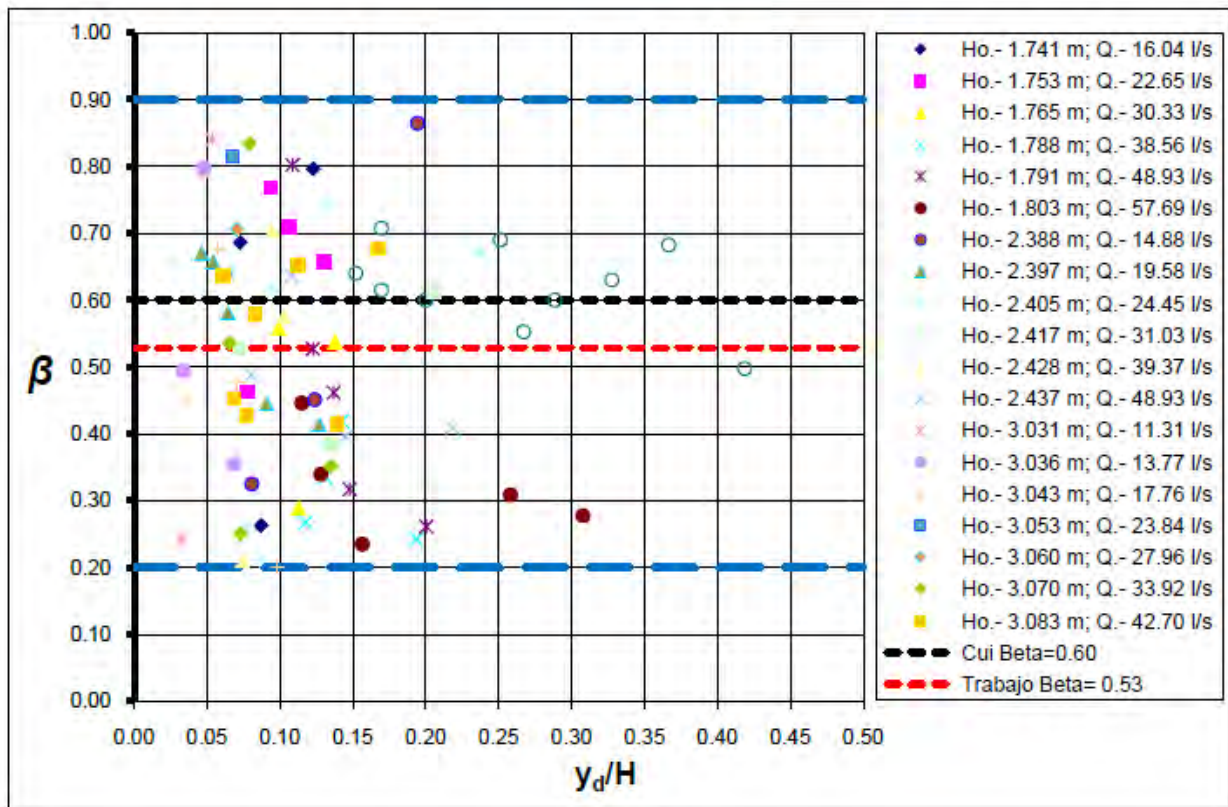


Figura 5.111. Representación de los datos válidos de  $\beta$  calculados para cada colchón y el valor final obtenido por Castillo y Carrillo (2011) frente al propuesto por Cui Guang Tao et al. (1985).

Puertas y Dolz (2005) revisan el límite expuesto por Aki (1969) y recogido en Cui Guang Tao et al. (1986) respecto a la definición de colchón efectivo (distinción entre los tipos de cuenco II y III).

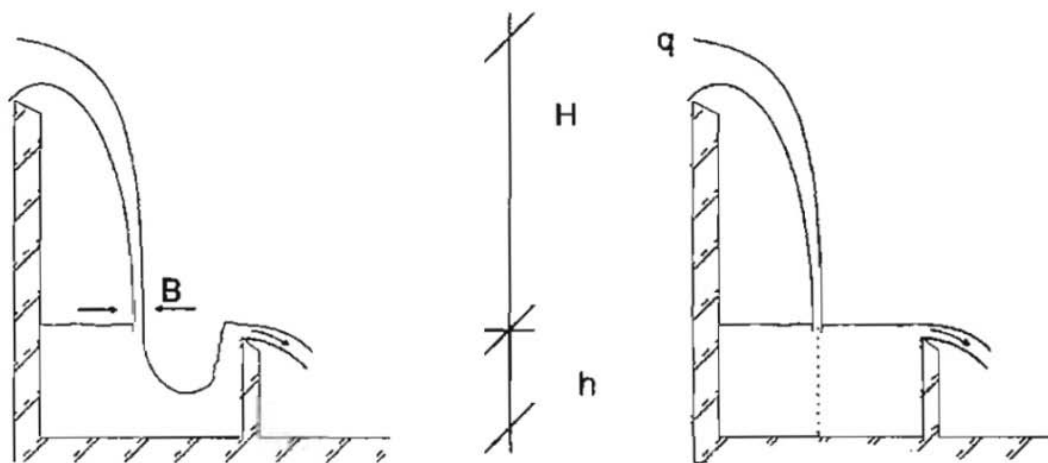


Figura 5.112. Casos 2 y 3 definidos por Aki (1969) (Puertas y Dolz, 2005)

Mientras que Aki (1969) define dicha separación en función de  $h/B$ , siendo  $h$  el calado en el cuenco en la zona de impacto y  $B$  el espesor del chorro incidente, Puertas y Dolz (2005) definen un parámetro  $N$  de la siguiente forma:

$$N = \frac{h^2}{q} \sqrt{\frac{2g}{H}} \tag{5.177}$$

siendo  $q$  el caudal específico,  $h$  la profundidad del cuenco,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $H$  la diferencia de cota entre la lámina de agua en el vertido y en el cuenco. La ventaja de este parámetro es que contiene las variables que influyen en la generación de un resalto ( $H$  y  $q$ ), además de la profundidad del colchón de agua, aunque no tiene en cuenta la turbulencia y los efectos de la aireación.

Representando el valor de  $N$  respecto al cociente entre la presión media y la hidrostática, se obtiene la gráfica recogida en la Figura 5.113 en la que se indica la zona de separación entre los puntos en los cuales hay colchón efectivo y los que no. Puertas y Dolz (2005) señalan el valor de  $N = 0,6$  como el mínimo necesario para que exista colchón efectivo.

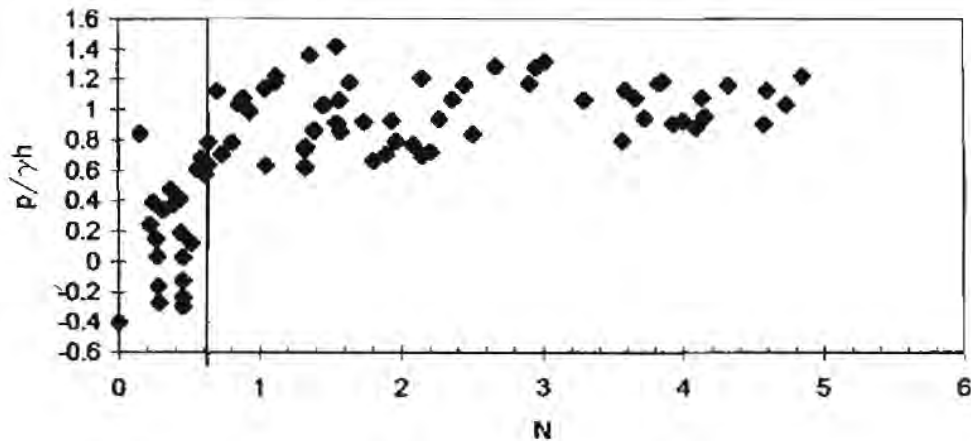


Figura 5.113. Relación existente entre el parámetro  $N$  y el cociente entre la presión media y la presión hidrostática aguas abajo del punto de estancamiento (Puertas y Dolz, 2005)

## 5.8. Presiones dinámicas medias en el cuenco de disipación

La incidencia del chorro y su deflexión provocan un incremento en la presión que soporta la losa que forma la solera del cuenco de disipación de energía. Esta sobrepresión se debe a la variación en la cantidad de movimiento del chorro, que pasa de tener una dirección prácticamente ortogonal a la losa a circular paralelamente a ella.

Al tratarse de un fenómeno esencialmente dinámico, la losa estará sometida a una presión variable con el tiempo: así, se podrá hablar de una presión media temporal ( $\bar{p}$ ) y de una fluctuación de presión respecto de la media ( $p'$ ). Asimismo, dado que el colchón ejerce sobre la losa una presión constante (hidrostática), se puede distinguir entre presión media y presión dinámica media ( $\Delta p$ ), que se obtiene restando a la presión media la componente hidrostática.

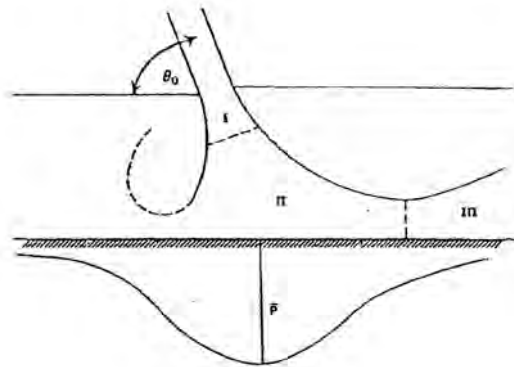


Figura 5.114. Esquema del chorro dentro del colchón de agua (Castillo, 1989)

### 5.8.1. Distribución de presiones en la solera del cuenco

Lencastre (1961) realiza un primer análisis de las presiones medias que se generan en la solera de un cuenco por el vertido de una presa. Para ello, parte del estudio teórico realizado por Leclerc (1950) en el cual se establece la variación de presión generada por un chorro incidente en una placa perpendicular al eje de dicho chorro. Para complementar dicho trabajo Lencastre (1961) realiza una campaña de mediciones con chorros bidimensionales y diferentes alturas de colchón de agua obteniendo la siguiente distribución:

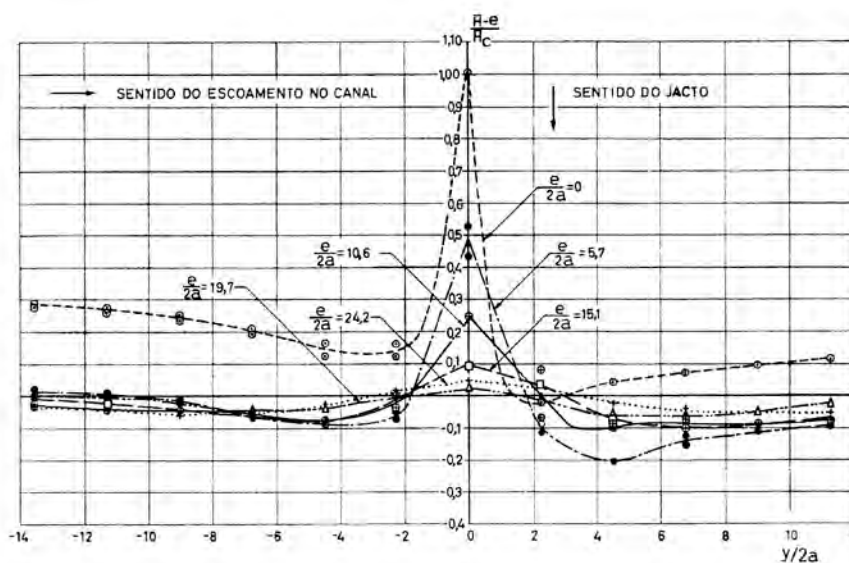


Figura 5.115. Distribución de presiones por impacto de chorro bidimensional ( $2a = 4,4$  cm;  $q = 138$  l/s-m) (Lencastre, 1961)

siendo  $\bar{H}$  la presión media,  $e$  el espesor del colchón,  $\bar{H}_c$  la presión media en el caso de no disponer de colchón y  $2a$  la anchura del chorro.

En la Figura 5.115 se aprecia como para valores bajos o nulos de altura de colchón, la presión decrece rápidamente con la distancia al punto de estancamiento (llegando a alcanzar valores negativos en el caso de colchón nulo) tendiendo posteriormente al valor equivalente a la altura de agua en el cuenco. Esta variación es más moderada a medida que aumenta el colchón.

A partir de este trabajo de Lencastre (1961) se han sucedido los trabajos que proponen diferentes expresiones para el cálculo de la presión dinámica media en el punto de impacto (o punto de estancamiento) y su entorno próximo. Estas leyes son, en general, de tipo simétrico exponencial (gaussianas) lo que supone una buena aproximación, dado que el ángulo del chorro a la entrada del cuenco ( $\theta_0$ , ver Figura 5.114) está muy próximo a  $90^\circ$ .

En la literatura existente, estas expresiones tienen dos formas generales: una en función del ancho de influencia del chorro<sup>13</sup> ( $b$ ) y otra en función de la altura del colchón de agua ( $h$ ). Dado que los autores consideran diferentes valores para la zona de influencia, debido a las diferentes condiciones de contorno establecidas en los distintos ensayos, es preferible emplear la forma general que indica la distribución de presiones dinámicas medias en función de la altura del colchón de agua.

Cola (1966) aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento y no considerando la pérdida de energía debida a la entrada de aire y su emulsión en la zona del impacto, plantea la siguiente expresión teórica para chorros planos:

$$\Delta p = \rho \frac{v_0^2}{2} \frac{B}{h} \frac{1}{(1-\eta_A)} \frac{1}{\sqrt{\pi} C_I} e^{-\frac{1}{4C_I^2(1-\eta_A)^2} \left(\frac{x}{h}\right)^2} \quad (5.178)$$

siendo  $v_0$  la velocidad inicial del chorro,  $B$  la anchura del chorro,  $h$  la altura del colchón y  $x$  la distancia a la intersección del eje del chorro con la solera (punto de impacto o de estancamiento) que es donde se registran las mayores presiones.

Para contrastar el estudio teórico, Cola (1966) realiza una campaña de ensayos con un chorro sumergido (para evitar la entrada de aire) de tipo bidimensional y simétrico. Las variables que definen los ensayos son: anchura del chorro ( $B = 12 - 24$  mm), altura de colchón ( $h = 0,165 - 0,835$  m) y velocidad inicial del chorro ( $v_0 = 1,80 - 4,80$  m/s). En estas condiciones se da siempre la relación  $y > y_k$ , es decir, las condiciones son de flujo desarrollado y se llega a definir la siguiente expresión experimental:

$$\Delta p_{\max} = 7,18 \rho \frac{v_0^2}{2} \frac{B}{h} \quad (5.179)$$

que adopta como constante de Albertson ( $C_I$ ) el valor 0,1085 y ajusta la constante  $\eta_A$  al valor 0,276.

Castillo (1989, 1990) operando con los valores de  $C_I$  y  $\eta_A$  en la ecuación (5.178) obtiene el valor de la presión a lo largo del cuenco, para puntos no ubicados directamente sobre la zona de impacto, será:

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-40,51 (x/h)^2} \quad (5.180)$$

Es importante señalar que la expresión de Cola (1966) sólo es válida en el caso de que el colchón disponible en el cuenco de disipación de energía sea efectivo (Puertas y Dolz, 2002)

<sup>13</sup> Se define el ancho de influencia del chorro como un factor de escala que cuantifica el ancho de influencia de la presión en el punto de estancamiento y se determina como el valor de la abscisa cuando el valor de la presión es igual a la mitad de la presión media en el punto de estancamiento.



Hartung y Häusler (1973), a partir de estudios teóricos, llegan a la siguiente relación, válida para un chorro bidimensional y simétrico en la zona de flujo establecido:

$$\frac{\Delta p_{\max}}{p_0} = \frac{y_k}{y} \quad (5.181)$$

donde  $p_0 = \gamma(v_0^2/2g)$  e  $y_k = 5B$ . Sustituyendo se obtiene:

$$\Delta p_{\max} = 5\rho \frac{v_0^2}{2} \frac{B}{h} \quad (5.182)$$

Hartung y Häusler (1973) postulan la bondad de la distribución normal para describir el campo de presiones alrededor del punto de estancamiento, avalada por estudios previos (Häusler, 1966). Considerando la siguiente expresión teórica, válida para la zona de flujo establecido:

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_{\max}} = e^{-\frac{\pi}{16} \left( \frac{xy_k}{B/2y} \right)^2} \quad (5.183)$$

Castillo (1989, 1990) toma la profundidad mínima propuesta por Hartung y Häusler (1966) para que se produzca el flujo establecido  $y_k = 5B$  y establece, partiendo de la ecuación (5.183) y para  $y = h$  la siguiente expresión:

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-19,6(x/h)^2} \quad (5.184)$$

y señala que esta ecuación se asemejará a la de Cola (1966) si la profundidad  $y_k$  es mayor que el valor propuesto por Hartung y Häusler (1966) ( $y_k = 5B$ ). Un valor de  $y_k = 7,2B$  proporciona la siguiente expresión:

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-40,71(x/h)^2} \quad (5.185)$$

Por lo tanto, el autor indica que valor de  $y_k = 5B$  propuesto por Hartung y Häusler (1966) es inferior en un 30% al valor  $y_k = 7,2B$  necesario para que su ecuación sea equivalente a la de Cola (1966).

Beltaos (1976) realiza una campaña de mediciones empleando aire como medio fluido. A pesar de que usa velocidades de aire dentro del campo incompresible, sólo se podrán simular vertidos sumergidos no existiendo, por tanto, ningún tipo de emulsión.

Las expresiones propuestas son válidas para la zona de flujo establecido ( $y > y_k$ ):

$$\Delta p_{\max} = 8\rho \frac{v_0^2}{2} \frac{B}{h} \quad (5.186)$$

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-42,01(x/h)^2} \quad (5.187)$$

Esta expresión, pese a la dificultad de extrapolar un flujo monofásico (aire en aire) a otro sensiblemente bifásico (agua con aire absorbido en agua), obtiene resultados similares a los obtenidos por Cola (1966) (ver Figura 5.116).

El grupo de autores comentado considera que el chorro no tiene ningún tipo de limitación en su desarrollo posterior después del impacto con la solera del cuenco, sin embargo, este no es el caso del

vertido por coronación en una presa, en que la propia presa impide el desarrollo del flujo de pared hacia aguas arriba existiendo, por tanto, una clara asimetría en el fenómeno. A la hora de considerar trabajos experimentales, nos serán más útiles aquellos basados en el estudio sobre modelos reducidos o sobre estructuras morfológicamente similares.

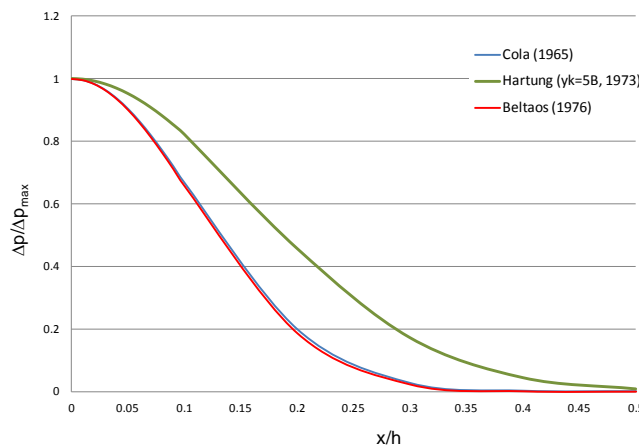


Figura 5.116. Comparación entre las formulaciones de Cola (1966), Hartung y Häusler (1973) y Beltaos (1976) para cálculo de la presión dinámica media en el punto de estancamiento y su entorno próximo

Este es el caso de Franzetti (1980) que ensaya sobre el modelo de una presa bóveda con cuenco de disipación de energía, con una altura de vertido de 1,60 m con objeto de contrastar las teorías de Cola (1965, 1966) expuestas con anterioridad. La lámina vertiente, con espesores comprendidos entre 17 y 63 mm, obtenidos de los datos que aporta el artículo, deja en algún caso a los experimentos expuestos al efecto de la tensión superficial, por lo que se debería esperar un registro de presiones superior al real, al caer el chorro de forma más compacta.

Franzetti (1980) destaca la concordancia cualitativa con los resultados teóricos obtenidos por Cola (1966), tanto en la ubicación del punto de máxima presión como en la forma de la distribución de presiones, sin embargo, los valores teóricos medios de la presión son superiores a los obtenidos de forma experimental por Franzetti (1980) (entre un 30 y un 80%, aumentando a medida que se aumenta el caudal).

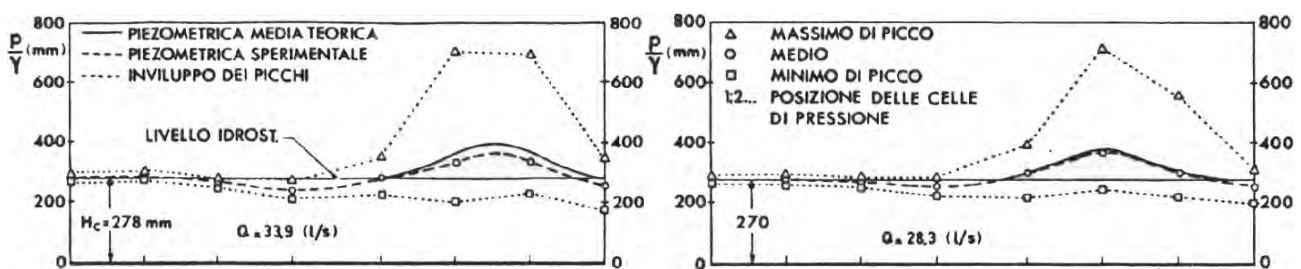


Figura 5.117. Envolventes de presiones máximas, mínimas y presión media para los caudales  $Q=33,9$  l/s y  $28,3$  l/s (Franzetti, 1980)

Duo Ming (1986), estudia el fenómeno utilizando para ello un canal de vidrio con transductores resisitivos en el fondo, sobre el que impacta un chorro bidimensional. En el cálculo de la presión dinámica media en el punto de estancamiento y su entorno próximo obtiene resultados concordantes con Cola (1966) y Beltaos (1976).

Cui Guang Tao et al. (1986) ensayan sobre una estructura que reproduce las condiciones del vertido por coronación de una presa cuyas dimensiones en modelo no se especifican. La base de cálculo es el principio de conservación de la cantidad de movimiento en el interior del colchón, introduciendo pérdidas de energía por fricción y difusión del chorro, a ajustar experimentalmente.

Previamente Aki (1969), citado en la referencia anterior y con un planteamiento similar, obtiene:

$$\Delta p_{\max} = 5,20 \rho \frac{v_0^2}{2} \frac{B}{h} \quad (5.188)$$

El posterior ajuste de Cui Guang Tao (1986) lleva a:

$$\Delta p_{\max} = 6,35 \rho \frac{v_0^2}{2} \frac{B}{h} \quad (5.189)$$

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-12,56(x/h)^2} \quad (5.190)$$

Armengou (1991) realiza una campaña de ensayos con un rango de caudales de hasta 50 l/s y alturas de vertido de 5,5 y 1,8 m, presentando como parámetro representativo de la presión media máxima el valor  $C = 3,19$  y como parámetro representativo de la distribución de presiones el valor  $K = 25$ <sup>14</sup>.

El primero de los dos valores presentados se aproxima al que se puede deducir de las expresiones de Hartung y Häusler (1973) con chorros turbulentos rugosos y a los obtenidos por Franzetti (1980). El segundo parámetro, que presenta una gran dispersión, no responde a lo esperado según el análisis de los ensayos previos realizado, ya que es superior al obtenido por Hartung y Häusler (1973) para chorro compacto, y del orden del doble del obtenido por Cui Guang Tao et al. (1986), cuyos resultados apuntan también a la existencia de un chorro compacto.

Los ensayos de Armengou (1991), al realizarse con caudales pequeños respecto de las alturas de vertido, contaron con una importante presencia de aire, lo que hace que los chorros con los que trabajó fuesen turbulentos rugosos. El limitado número de ensayos realizado, debido a los caudales disponibles, hace que el valor presentado para la distribución de presiones pueda estar sujeto a algún tipo de imprecisión.

Puertas (1994) realiza una extensa campaña sistematizada de ensayos en un modelo bidimensional con similitud de Froude, registrándose las presiones instantáneas  $p$  con transductores de presión piezorresistivos, para diferentes alturas de caída, distintas alturas de colchón de agua y caudal, realizando un tratamiento multivariante de las variables adimensionales más relevantes.

De esta forma, la presión dinámica media en el punto de impacto resulta:

$$\Delta p_{\max} = \frac{3,88 q \gamma \sqrt{H}}{\sqrt{2gh}} \quad (5.191)$$

Esta expresión será válida siempre que se garantice un colchón efectivo en el cuenco disipador de energía. La condición para dicho colchón quedó recogida en el apartado 5.7.2:

$$\frac{h^2 \sqrt{2g}}{q \sqrt{H}} > 0,6 \quad (5.192)$$

Por tanto, el colchón efectivo vendrá dado por la siguiente expresión, siendo  $q$  el caudal específico y  $H$  la diferencia de cota entre la lámina de agua en el vertido y en el cuenco:

$$h_e = 0,368 q^{0,50} H^{0,25} \quad (5.193)$$

<sup>14</sup> La forma general de la distribución de presión en el cuenco viene dada por las ecuaciones (5.198) y (5.199)

Puertas y Dolz (2002) a la hora de establecer la distribución de presiones dinámicas medias en el cuenco de disipación y analizando los datos experimentales obtenidos, plantean que dicha distribución, siendo simétrica respecto de un eje ubicado en el punto de estancamiento, parece no ajustarse con una distribución gaussiana. De esta forma, plantean una distribución de la forma<sup>15</sup>:

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-K(x/h)^\alpha} \quad (5.194)$$

Los autores realizan un conjunto de ajustes (más de 100) del parámetro  $K$  para cada grupo de puntos pertenecientes a ensayos individuales con colchón efectivo, con valores fijos del exponente  $\alpha$  de 2, 1 y 0,5, obteniendo los resultados indicados en la Tabla 5.11:

$\alpha$	$K$	Desviación típica	Coefficiente de variación
2	8,67	14,15	1,63
1	3,02	2,04	0,67
0,5	1,98	1,01	0,51

Tabla 5.11. Valores de ajuste obtenidos por Puertas y Dolz (2002)

Considerando el coeficiente de variación como un parámetro de calidad, los autores señalan la bondad del ajuste cuando el exponente  $\alpha = 0,5$ , siendo peor el ajuste si se opta por una distribución gaussiana ( $\alpha = 2$ ). Con el fin de ajustar el valor del exponente y dado que las variables involucradas están expresadas de forma adimensional, los autores realizan un ajuste para la totalidad del rango de medidas a pesar de que dichas medidas pertenecen a diferentes experimentos. Puertas y Dolz (2002) expresan la ecuación a ajustar de la siguiente forma, considerando la hipótesis de que  $A = 0$  con un nivel de confianza del 90%:

$$\ln\left(\frac{\Delta p}{\Delta p_{\max}}\right) = A - K\left(\frac{x}{h}\right)^\alpha \quad (5.195)$$

Según los resultados indicados en la Tabla 5.12 (donde sólo se incluyen datos obtenidos con colchones efectivos) de los posibles valores, los autores señalan  $\alpha = 0,5$  como el más adecuado ya que consigue un valor de  $K$  próximo al obtenido en el primer ajuste. En cambio, los valores de  $K$  obtenidos en ambos casos para valores de  $\alpha = 2$  son muy diferentes<sup>16</sup>.

$\alpha$	$A$	$K$	$R^2$	$A = 0$ (90%)
1	-0,21	2,6	48	
2	-0,7	1,5	28	
0,5	0,2	2,66	50	$A = 0$
0,4	0,263	2,55	47	
0,6	0,134	2,73	51	$A = 0$
0,3	0,279	2,3	42	
0,7	0,047	2,75	51	$A = 0$

Tabla 5.12. Valores de ajuste obtenidos por Puertas y Dolz (2002)

<sup>15</sup> Nótese que en la ecuación propuesta por Puertas y Dolz (2002) si el exponente  $a$  es igual a 2, se obtendrá la forma general de la distribución propuesta por Cola (1966)

<sup>16</sup> Cabe destacar que los valores de  $R^2$  no son muy elevados, lo que hace indicar a los autores la necesidad de profundizar en el fenómeno

Por tanto, Puertas y Dolz (2002) proponen la siguiente distribución de la presión dinámica media en el cuenco de disipación, en el caso de disponer de colchón efectivo:

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-2,66(x/h)^{0,5}} \quad (5.196)$$

Los autores señalan que cuanto más pequeño es el exponente  $\alpha$  más estrecha es la zona de valores elevados de la relación  $\Delta p/\Delta p_{\max}$  (valores  $> 0,6$ ) de ahí que la distribución obtenida por Puertas y Dolz (2002) presente, respecto de la distribución obtenida por Cola (1966), un área más estrecha en la zona de altas presiones ( $0,5 < 2$ ) debido, fundamentalmente, a la pérdida de compacidad del chorro que reduce la energía del mismo, así como el ancho de la zona de altas presiones.

Por otra parte, la distribución obtenida por Puertas y Dolz (2002) presenta una zona de presiones detectadas (no elevadas, pero si claramente registradas) más ancha que en el caso de Cola (1966) lo que implica que el chorro sufre una difusión debido a la aireación y la existencia de colchón efectivo favorece este tipo de efecto.

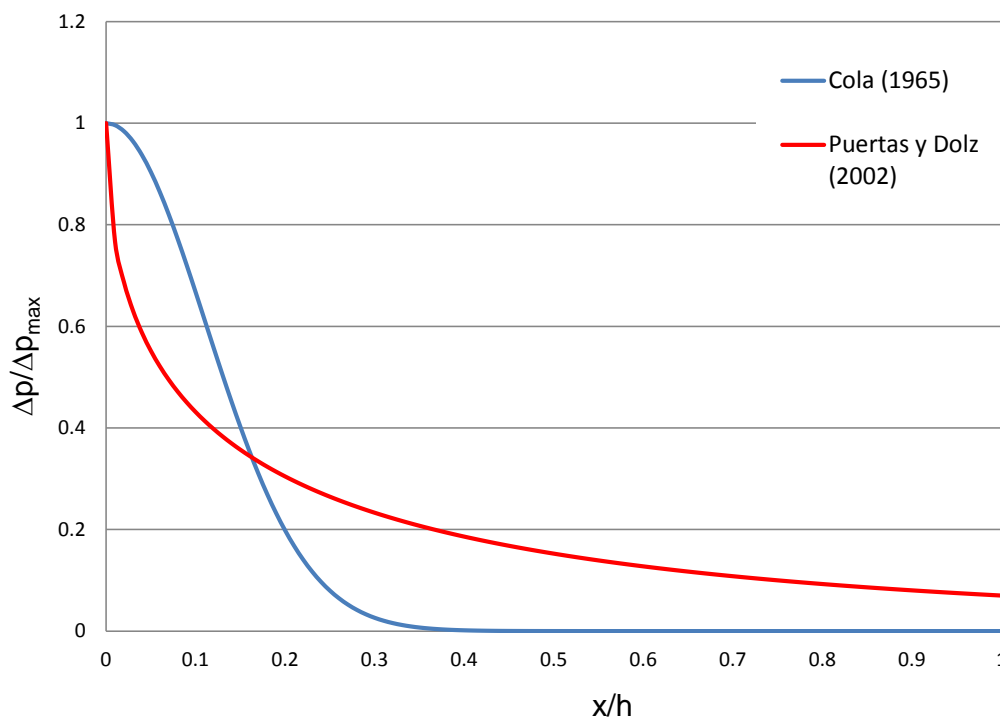


Figura 5.118. Comparación entre las distribuciones propuestas por Cola (1966) y Puertas y Dolz (2002)

En ausencia de colchón efectivo, la altura del colchón ( $h$ ) tiene poca influencia y la presión sobre el cuenco se reducirá únicamente por efecto del rozamiento con el aire en el vuelo. Este efecto de la aireación y disgregación del chorro se hace particularmente patente para el siguiente rango:

$$\frac{q}{\sqrt{2gH^3}} > 0,0011 \quad (5.197)$$

En el caso de no disponer de colchón efectivo, el sensor recibe el impacto no de modo continuo, sino aleatorio, puesto que la oscilación de la lámina y la disgregación de la misma hacen que la presión en la zona de impacto sufra continuas variaciones. De este modo cabe esperar que los resultados relativos a ensayos sin colchón efectivo sean más dispersos. Lencastre (1961), Castillo (1989) y Castillo et al. (1991) ya observaron que las presiones obtenidas en los ensayos sin colchón no correspondían a los máximos, sino a ensayos con pequeños colchones, señalando como causa la

facilidad que un cierto espesor de colchón de agua ofrece al desarrollo de la turbulencia. De todo lo anterior se observa la necesidad de realizar nuevos ensayos que ayuden en la caracterización de las presiones para colchones por debajo del efectivo.

Castillo (2002) resume los resultados obtenidos por distintos autores en la tabla siguiente, donde los coeficientes  $C$  y  $K$  son respectivamente los que ajustan las ecuaciones:

$$\Delta p_{\max} = C\rho \frac{v_0^2}{2} \frac{B}{h} = \frac{Cq\gamma H^2}{\sqrt{2gH^3h}} \quad (5.198)$$

$$\Delta p = \Delta p_{\max} e^{-K(x/h)^2} \quad (5.199)$$

observándose una importante dispersión en los datos, lo que no debe extrañar ya que la naturaleza de los ensayos es distinta.

Autor	Año	C	K	Características del ensayo	Medio	Observaciones
Cola	1966	7,18	40,51	B = 12 - 24 mm h = 0,165 - 0,835 m v <sub>n</sub> = 1,3 - 4,8 m/s	Agua	
					Chorro sumergido (sin aireación)	
					Bidimensional simétrico	
Hartung y Häusler	1973	5	19,6	Teórico. Basado en y <sub>k</sub> =5B, inferido de experiencias anteriores	Agua	Inferior en un 30% a los valores de Cola (1966).
					Chorro de profundidad ilimitada	
Beltaos	1976	8	42	B = 0,224 cm h/B = 45,5 - 68,2	Aire, bidimensional. Distintos ángulos de ataque	Comprueba el ajuste de la expresión teórica de Schauer y Eustis
Guang Tao et al.	1986	5,2 - 6,35	12,56	Modelo sin escala conocida En prototipo:	Agua	No se conocen los posibles efectos de escala en el ensayo. Parte de un valor de C = 5,2 (Aki, 1969)
				Q = 80 m <sup>3</sup> /s. H = 165-187 m h = 32,5 - 54,9 m	Bidimensional no simétrico (modelo reducido de presa bóveda)	
Armengou	1991	3,19	25	H = 1,8 - 5,5 m	Agua	Primeros valores obtenidos en la puesta a punto de una instalación experimental
				Q < 50 l/s	Bidimensional no simétrico	
				h < 1,2m	Chorro aireado	
				v = 6 - 10,4 m/s		
Ervine et al.	1997	38,4(1-C <sub>j</sub> )(D <sub>j</sub> /h) <sup>2</sup>	25 - 30	H = 0,51 - 2,63 m	Agua Chorro circular Chorro aireado	El término D considera la difusión lateral por la turbulencia
				Q < 63 l/s		
				h = 0,10 - 0,5 m		
				V = 4 - 25 m/s		
Puertas y Dolz	2002	3,88	2,66	H = 1,85 - 5,45 m	Agua Bidimensional no simétrico Chorro aireado	El exponente de la ecuación (8.20) es igual a 0,5
				Q < 86 l/s		
				h = 0,08 - 0,80 m		
				V = 6 - 10,4 m/s		
				*H / H <sub>b</sub> = 0,4 - 2,73		

Tabla 5.13. Resumen de los resultados obtenidos por diferentes autores a la hora de evaluar la distribución de presiones en el cuenco de disipación (Castillo, 2002)<sup>17</sup>

<sup>17</sup> H<sub>b</sub> = Longitud de rotura del chorro. \*En el caso de chorro rectangular ver ecuación (5.41) \*\*En el caso de chorro circular ver ecuación (5.39)

C<sub>j</sub> = Concentración de aire en impacto (ver ecuación 5.103)

D<sub>j</sub> = Diámetro del chorro en el impacto (ver ecuación 5.23)

### 5.8.2. Coeficiente de presión dinámica media

En la caracterización de las presiones en la solera del cuenco se utiliza el coeficiente de presión dinámica media ( $C_p$ ) que se define como:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{U_j^2 / (2g)} \quad (5.200)$$

siendo  $H_m$  la carga de presión media registrada en la solera del cuenco,  $Y$  la altura de colchón,  $U_j$  la velocidad de entrada del chorro en el colchón y  $g$  la aceleración de la gravedad. La velocidad de entrada del chorro  $U_j$  se calcula mediante la siguiente formulación:

$$U_j = \sqrt{U_0^2 + 2gL} \quad (5.201)$$

siendo  $U_0$  la velocidad del chorro en la salida y  $L$  la distancia entre dicha salida y la superficie del colchón de agua en el cuenco.

Armengou (1991) representa los valores de  $C_p$  obtenidos de los trabajos realizados por diferentes autores en el caso de chorros planos, en función del parámetro adimensional  $Y/B$  que relaciona la profundidad del colchón ( $Y$ ) con el espesor del chorro en el impacto ( $B$ ) debido únicamente al fenómeno gravitatorio.

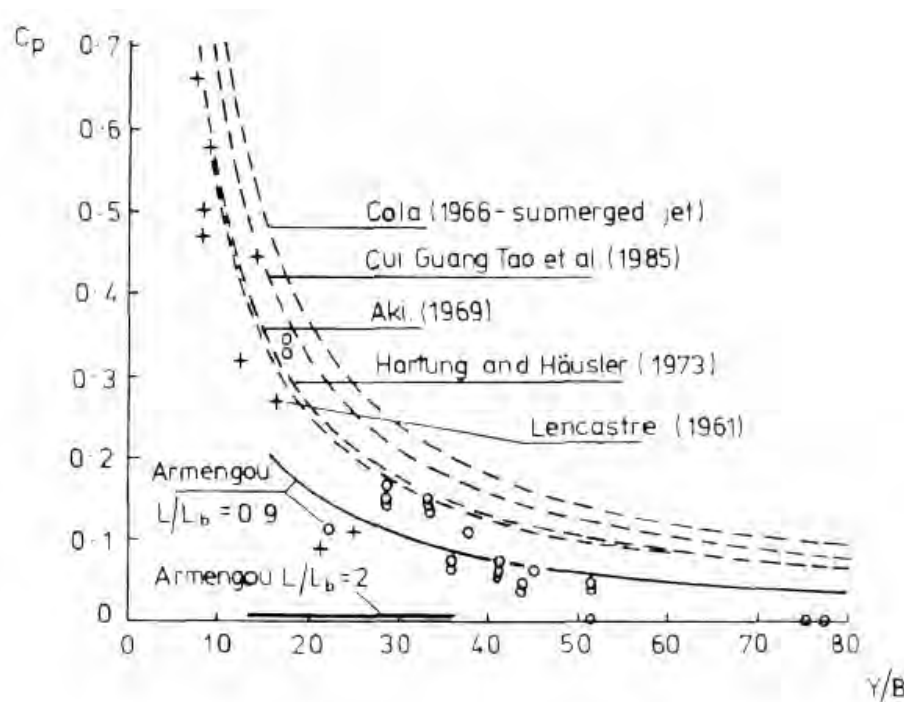


Figura 5.119. Comparación de los valores del coeficiente  $C_d$  para diferentes formulaciones de chorros planos (Armengou, 1991)

En la Figura 5.119 se aprecia como la presión dinámica media disminuye drásticamente cuando la altura de vertido iguala o supera la longitud de rotura del chorro.

Ervine et al. (1997) verifican que, a lo largo del eje del chorro, el coeficiente  $C_p$  varía con la profundidad del colchón de agua en el cuenco, como queda reflejado en la Figura 5.120.

Esta figura es aplicable en los casos en los que la altura de vertido es menor o igual que la mitad de la longitud de rotura (chorros bastante compactos) comprobándose que el valor de  $C_p$  es despreciable para alturas de colchón superiores a veinte veces el diámetro de impacto. Para alturas de colchón

superiores a cuatro veces el diámetro de impacto,  $C_p$  presenta un valor constante.

Este valor constante difiere del obtenido en el caso teórico (no es igual a 1, sino que su valor es de 0,86) debido a la pérdida de energía en el aire y la entrada de aire en el colchón.

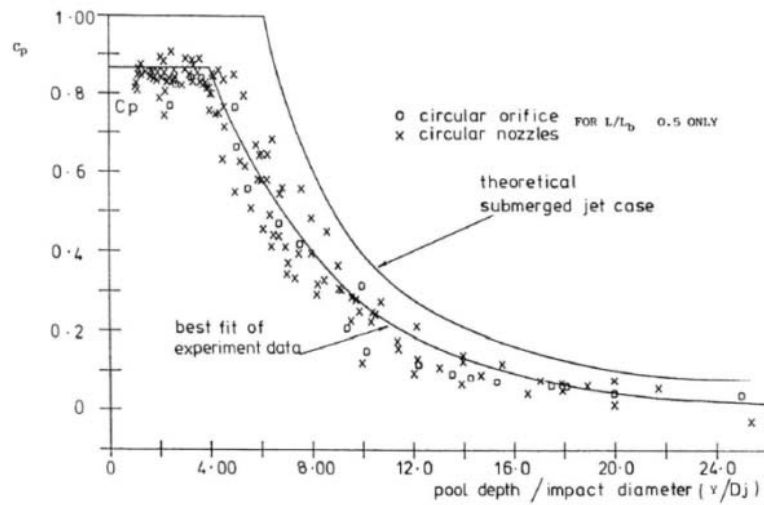


Figura 5.120. Variación del coeficiente de presión media dinámica  $C_p$  con la altura del colchón (Ervine et al., 1997)

Mediante el ajuste de los datos incluidos en la Figura 5.120, Ervine et al. (1997) definen el valor del coeficiente  $C_p$  en función de la concentración de aire  $\alpha_j$  en el punto de impacto con el colchón de agua:

$$C_p = 38,4 (1 - \alpha_j) \left( \frac{D_j}{Y} \right)^2 \quad \text{para } Y/D_j > 4 - 5 \quad (5.202)$$

$$C_p = 0,86 \quad \text{para } Y/D_j < 4 - 5 \quad (5.203)$$

La concentración de aire en el punto de impacto ( $\alpha_j$ ) se define en función de la variable  $\beta$  que relaciona los caudales de aire y agua<sup>18</sup>:

$$\alpha_j = \frac{\beta}{1 + \beta} \quad (5.204)$$

verificándose que las presiones dinámicas medias disminuyen al aumentar el contenido de aire en el cuenco.

Igualmente, Ervine et al. (1997) definen la variación del coeficiente de presión media dinámica en la dirección radial  $C_{pr}$  mediante la siguiente expresión:

$$\frac{C_{pr}}{C_p} = e^{-K_2 \left( \frac{r}{y} \right)^2} \quad (5.205)$$

siendo  $r$  la distancia radial desde el eje del chorro. El parámetro  $K_2$  varía entre 30 y 50 para colchones pequeños o grandes respectivamente (se consideran pequeños aquellos que cumplen que

<sup>18</sup> Ver diferentes expresiones para la obtención de  $\beta$  en el epígrafe 5.5.3



$Y/D_j < 4$ ).

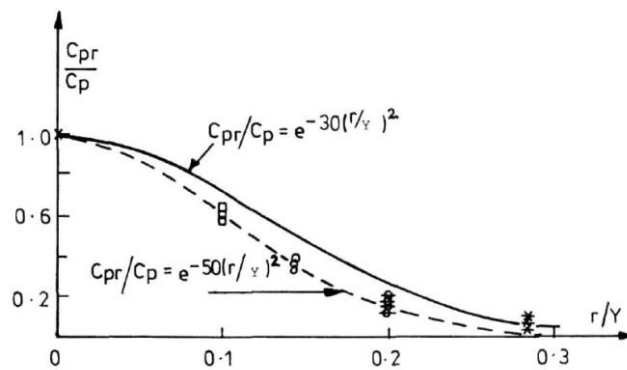


Figura 5.121. Variación del coeficiente de presión media dinámica  $C_p$  con la distancia radial al eje (Ervin et al., 1997)

Bollaert y Schleiss (2003) representan los valores de  $C_p$  asociados a diferentes estudios en función de la relación  $Y/D_j$  (o  $Y/B_j$  en el caso de chorros rectangulares), verificándose las diferencias entre chorros circulares y rectangulares, así como entre incidentes y sumergidos.

Como se puede comprobar en la Figura 5.122, el núcleo del chorro se extiende hasta 4-6 veces el valor de  $D_j$  (o  $B_j$ ) para chorros incidentes y hasta 6-8 veces para chorros sumergidos.

También comprueban que los chorros circulares presentan un descenso del valor de  $C_p$  más pronunciado que en el caso de chorros rectangulares, señalando que la causa puede deberse a la difusión radial de los primeros, frente al carácter unidimensional de los segundos.

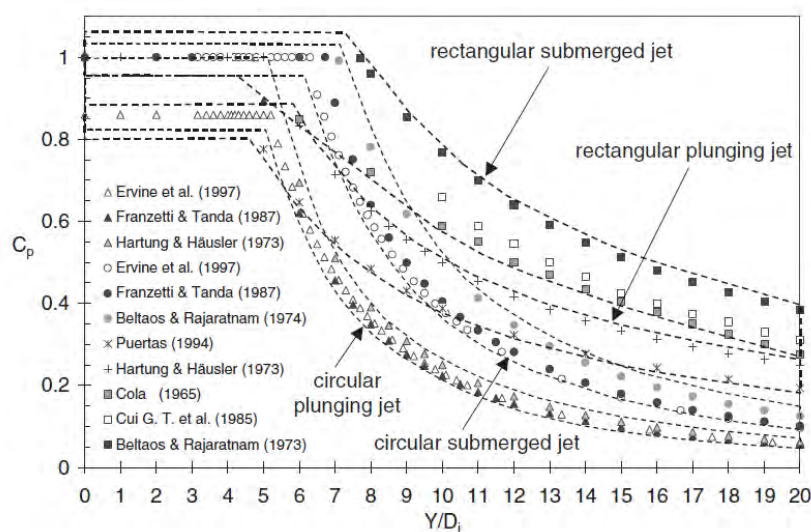


Figura 5.122. Valores de  $C_p$  asociados a diferentes estudios en función de la relación  $Y/D_j$  (o  $Y/B_j$  en el caso de chorros rectangulares) (Bollaert y Schleiss, 2003)

Castillo (1998) realiza un análisis de los registros de presiones obtenidos por Castillo (1989) y Puertas (1994) en el caso de chorro plano. En estas campañas de medida se obtuvieron unos 200 registros por medio de transductores de presión piezorresistivos, con una frecuencia de muestreo de 20 Hz y 2.400 datos en cada registro. Los ensayos corresponden a diferentes alturas de caída ( $H$ ) entre 1,60 m y 5,45 m, alturas de colchón de agua ( $Y$ ) de 0 a 0,80 m y caudales específicos  $q$  desde  $0,0125 \text{ m}^2/\text{s}$  a  $0,150 \text{ m}^2/\text{s}$ .

En la Figura 5.123 se muestran las diferentes configuraciones del chorro estudiadas con los registros de presiones típicos asociados a las mismas. Dichas configuraciones se pueden clasificar en cuatro tipos: en el aire, como chorros no desarrollados (compactos) si  $H < L_b$  y desarrollados si  $H > L_b$  y, en

el cuenco de disipación de energía, como flujos no establecidos (compactos) si  $Y < 4B_j$  y establecidos si  $Y > 4B_j$ .

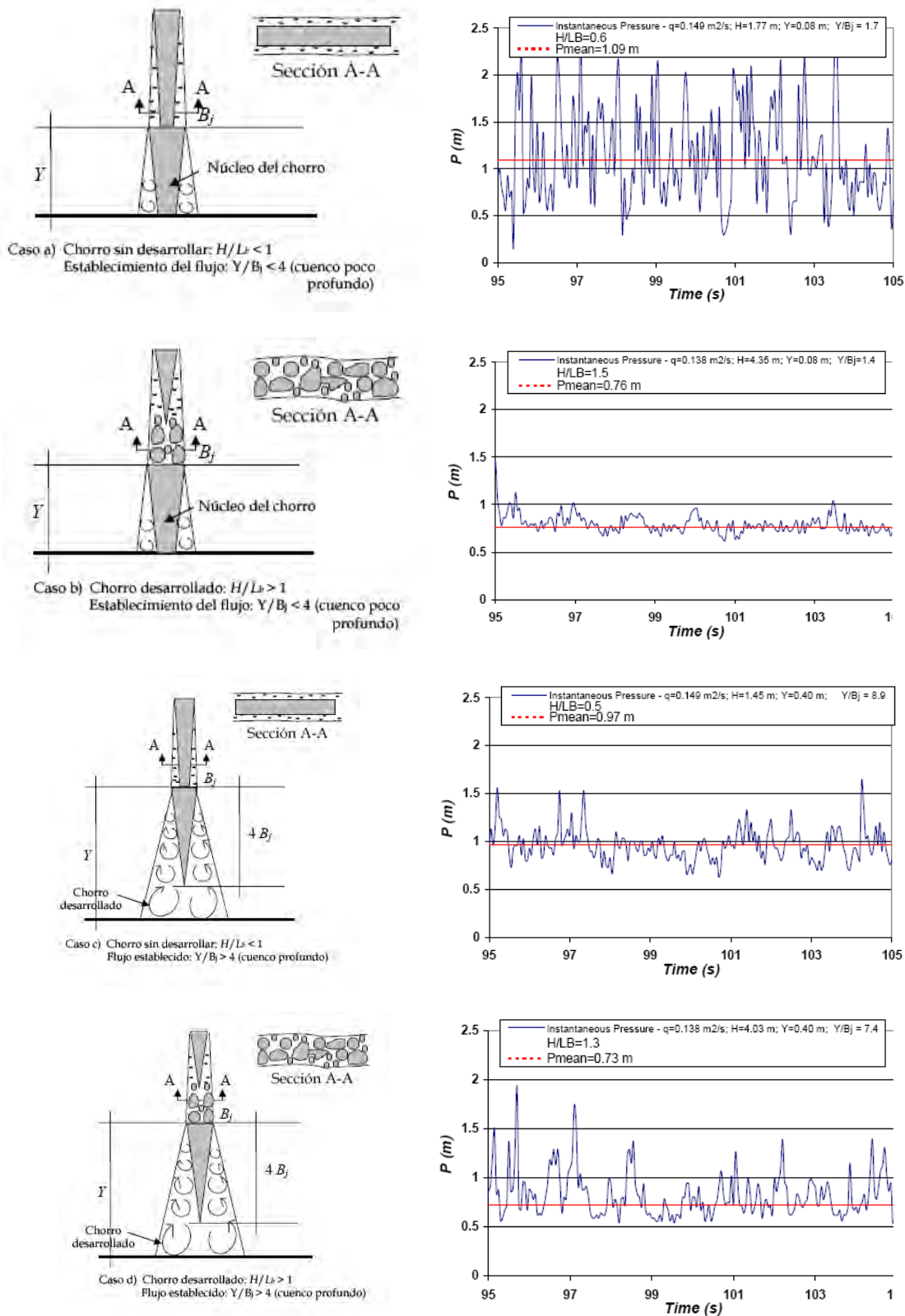


Figura 5.123. Definición de las cuatro tipologías de chorro registradas (Castillo, 2007)

En el caso de chorros no desarrollados ( $H/L_b < 0,6$ ) con colchones de agua poco profundos ( $Y/B_j < 4$ ), los registros muestran un patrón constante con picos de presiones similares por encima y por debajo de la media, que disminuyen a medida que aumenta el colchón de agua en el cuenco. Sólo en

este caso la función de densidad de probabilidad se ajusta a una distribución normal, como se puede verificar en la Figura 5.124.

En el caso de chorros desarrollados ( $H > L_b$ ) se registran presiones más fluctuantes, fenómeno que aumenta con la altura de caída y el colchón de agua.

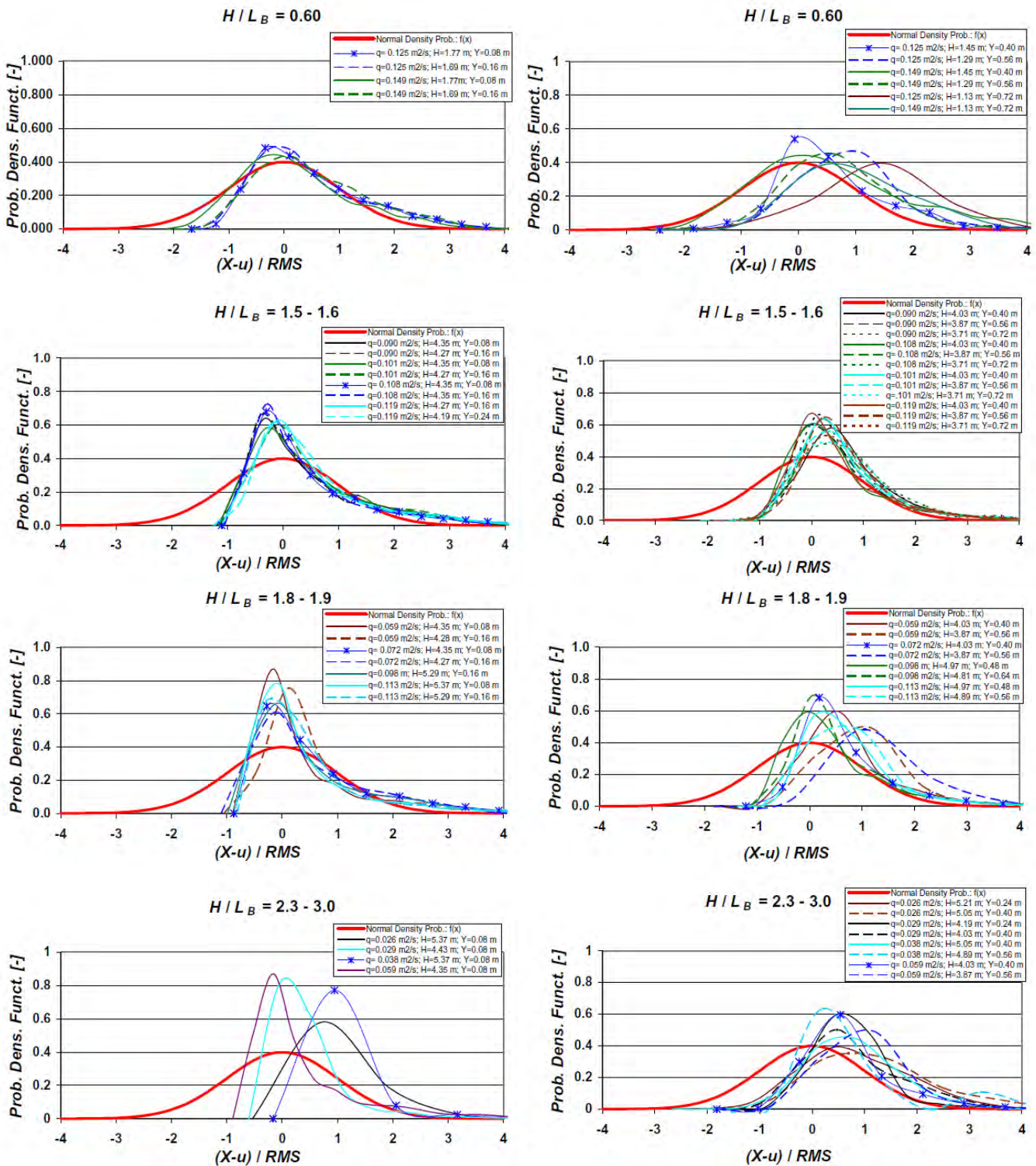


Figura 5.124. Comparación de las diferentes funciones de densidad de probabilidad con la función de distribución normal. A la izquierda, cuenco poco profundo y a la derecha cuenco profundo para chorros desarrollados y no desarrollados (Castillo, 2007)

Castillo (1998) propone formulaciones para la obtención del coeficiente de presión dinámica media



$C_p = f(Y/B_j, H/L_b)$  representándose en la Figura 5.125 dichos resultados comparándolos con los resultados de otros autores, tanto para el caso de chorros aireados y no aireados, como para chorros circulares y rectangulares.

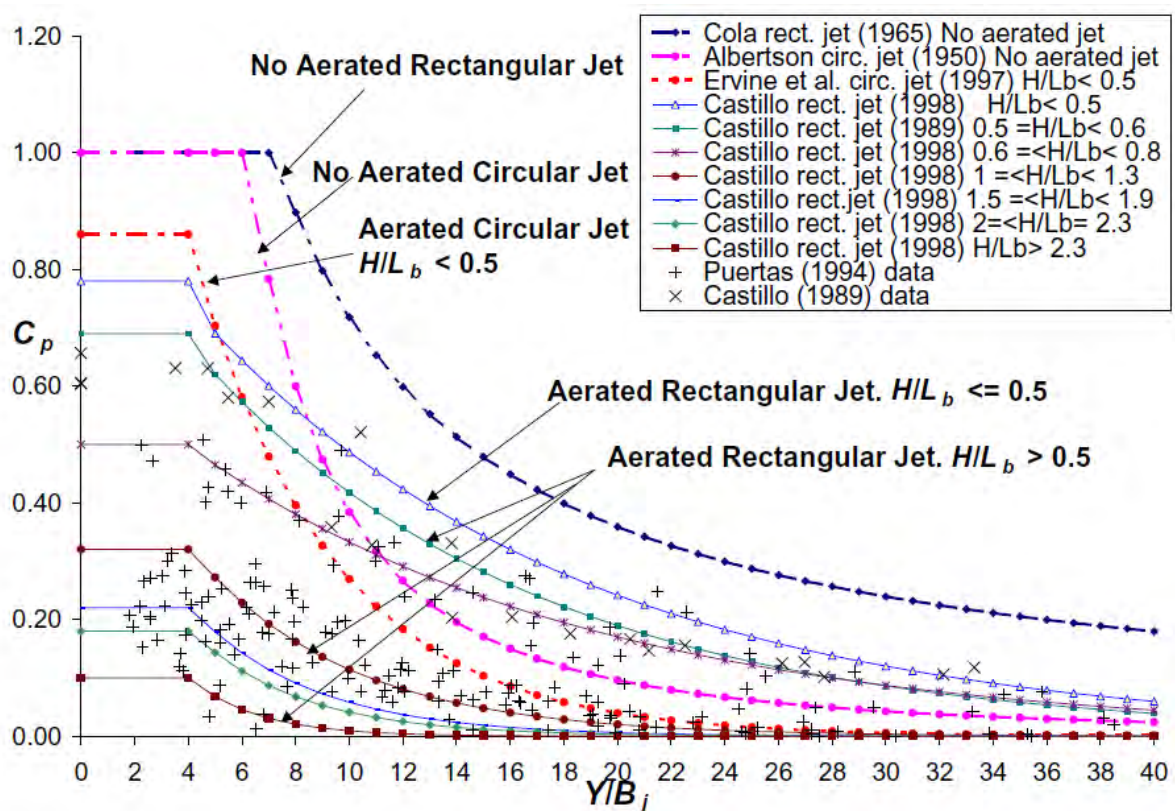


Figura 5.125. Coeficientes de presión dinámica media  $C_p$  (Castillo, 2006)

En la figura se comprueba que, en el caso de chorros no aireados (circulares o planos) el coeficiente  $C_p$  es mayor que en el caso correspondiente de chorros aireados. El valor de  $C_p$  es constante e igual a 1 si el núcleo del chorro impacta con la solera del cuenco (establecimiento del flujo)

Para el caso de chorros aireados, Castillo observa que los chorros rectangulares pierden más energía en el aire que los circulares puesto que el coeficiente de presión dinámica media obtenido ( $C_p = 0,78$ ), es inferior al valor correspondiente al caso de los chorros circulares ( $C_p = 0,86$ ).

Además, la zona de establecimiento del flujo es mayor en el caso de chorros no aireados, con un valor de  $Y/D_j \approx 6,2$  para chorros circulares y de  $Y/B_j \approx 7,8$  para chorros planos. En el caso de chorros aireados, tanto en el caso de chorros circulares como en el caso de chorros planos, se comprueba que la desintegración de la fase sólida del chorro se produce a una profundidad aproximada de cuatro veces la anchura de incidencia ( $Y/B_j \approx 4$ ). A partir de ahí existe una reducción considerable de la presión por difusión, siendo más efectivo en el caso de los chorros circulares.

Castillo (2006), para las condiciones  $Y \leq 4B_j$  y  $H/L_b > 0,5$ , determina con un excelente grado de ajuste ( $R^2 = 0,99$ ) una relación para determinar el coeficiente de presión dinámica media en el caso de chorro rectangular:

$$C_p = 0,36(H/L_b)^{-1,04} \quad (5.206)$$

y la correspondiente relación de disipación de energía en el aire y por la formación del pozo de acumulación:

$$DE_{air} = 1 - 0,36(H/L_b)^{-1,04} \quad (5.207)$$

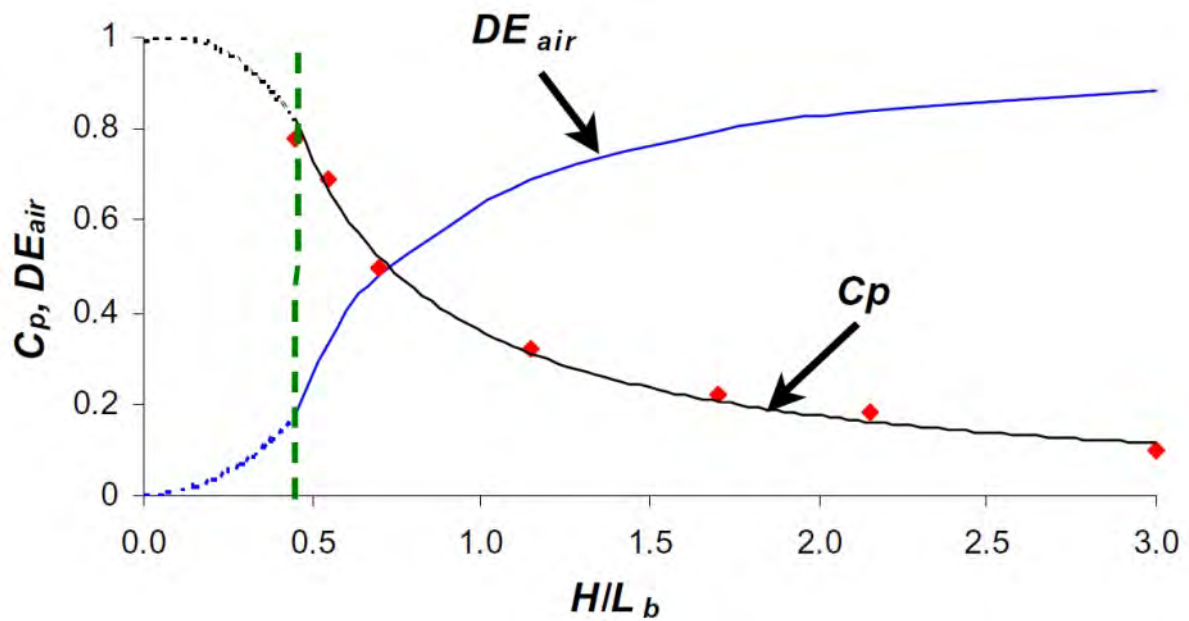


Figura 5.126. Coeficiente de presión dinámica media ( $C_p$ ) y disipación de la energía ( $DE_{air}$ ) en función de  $H/L_b$  para el caso de chorro rectangular (Castillo, 2006)

Para el caso  $Y > 4B_j$  y  $H/L_b > 0,5$  el coeficiente de presión dinámica media se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{V_j^2 / 2g} = ae^{-b(Y/B_j)} \quad (5.208)$$

siendo  $H_m$  la carga de presión media registrada en la solera del cuenco,  $V_j$  y  $B_j$  la velocidad y el ancho del chorro en el impacto e  $Y$  el calado o profundidad de agua en dicho cuenco de disipación. Los valores de  $a$  y  $b$ , así como el valor de  $C_p$ , vienen reflejados en la siguiente tabla:

$H/L_b$	$a$	$b$	$C_p$ ( $Y/B_j > 4$ )
< 0,5	0,98	0,07	0,78
0,5 - 0,6	0,92	0,079	0,69
0,6 - 0,8	0,65	0,067	0,5
1,0 - 1,3	0,65	0,174	0,32
1,5 - 1,9	0,55	0,225	0,22
2,0 - 2,3	0,5	0,25	0,18
> 2,3	0,5	0,4	0,1

Tabla 5.14. Parámetros  $a$  y  $b$  para el cálculo de  $C_p$  (Castillo, 1998)

Borghesi y Zarnani (2008) realizan una campaña de mediciones en modelo reducido con chorros circulares y rectangulares, midiendo las presiones en la solera del cuenco en dos direcciones ortogonales.

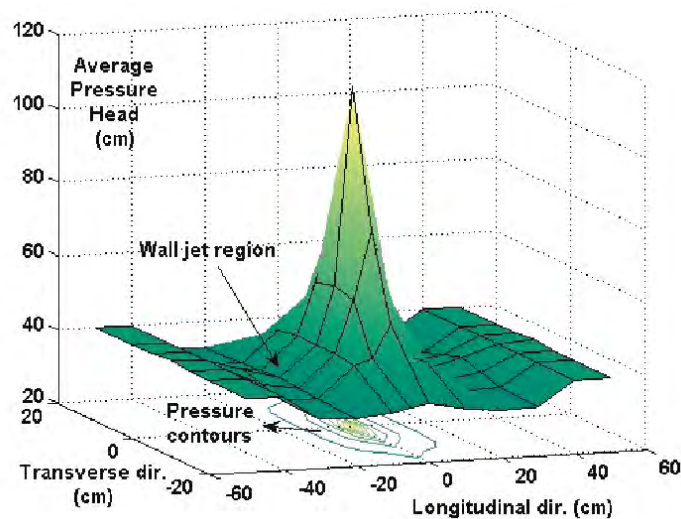


Figura 5.127. Vista tridimensional de la distribución de presiones en el cuenco producidas por un chorro plano para una altura de colchón  $Y = 0,35$  m, velocidad en el impacto  $U_j = 4$  m/s y un ancho de solera en el cuenco  $W = 0,30$  m (Borghei y Zarnani, 2008)

Como se recoge en la Figura 5.128, comparando los resultados obtenidos para las diferentes geometrías de chorro, se comprueba que para las mismas condiciones, las presiones producidas por los chorros rectangulares son superiores a las de los chorros circulares, achacando los autores esto a la difusión no simétrica de los chorros rectangulares, frente a la simetría en el comportamiento de los circulares.

En esta distribución cabe destacar la existencia de un mínimo correspondiente al punto en el que se produce el chorro de pared en la solera del cuenco debido a la elevada velocidad tangencial que se genera y que ocasiona una disminución de la presión. Este valor mínimo se produce en una zona cercana al punto de impacto ( $2 < X/B_j < 3$ ).

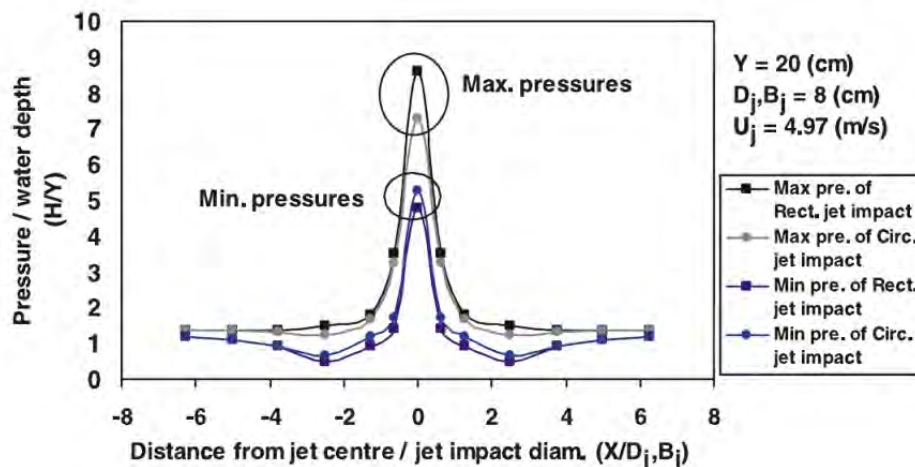


Figura 5.128. Ejemplo de distribución de presiones en el cuenco para diferentes geometrías de chorro (rectangulares y circulares con el mismo valor de  $B_j$  y  $D_j$ ) (Borghei y Zarnani, 2008)

Los autores obtienen los valores del coeficiente de presión dinámica media  $C_p$  para las dos geometrías de chorro, comparándolas con los valores obtenidos por Ervine et al. (1997) y Hartung y Häusler (1973). Aunque los resultados obtenidos presentan una tendencia similar a los valores previos, su valor es inferior a los mismos debido, según los propios autores, a la inestabilidad del chorro a bajas velocidades producida por la instalación.

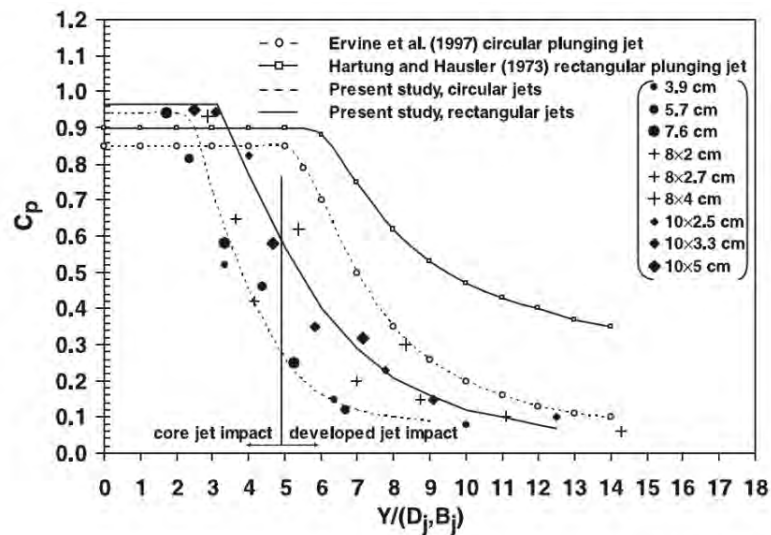


Figura 5.129. Variación del coeficiente de presión media dinámica  $C_p$  con la altura del colchón (Borghei y Zarnani, 2008)

El modelo físico empleado por Borghei y Zarnani (2008) lo simularon Nazari et al. (2009) mediante el método de los volúmenes finitos, con un modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  en el caso de chorros circulares, obteniendo un ajuste adecuado con los datos experimentales previamente obtenidos.

Las dimensiones del cuenco de disipación y su relación con las presiones también ha sido objeto de estudio para Borghei y Zarnani (2008). Los autores comprobaron que modificar el ancho del cuenco de  $6B_j$  a  $3B_j$  (siendo  $B_j$  el ancho del chorro en el impacto) no suponía una modificación significativa de las presiones dinámicas medias o extremas en el fondo de dicho cuenco.

### 5.8.3. Distribución de presiones en los cajeros del cuenco

Además del estudio de las presiones existentes en el fondo, es importante conocer las presiones dinámicas ejercidas en los cajeros del cuenco. Estas presiones se deben a la existencia de remolinos turbulentos, la recirculación existente y el chorro de pared que se produce, especialmente en el caso de chorros no desarrollados con colchones más reducidos.

Borghei y Zarnani (2008) realizaron para los cajeros un análisis de presiones similar al realizado anteriormente en el cuenco, para diferentes anchos del mismo.

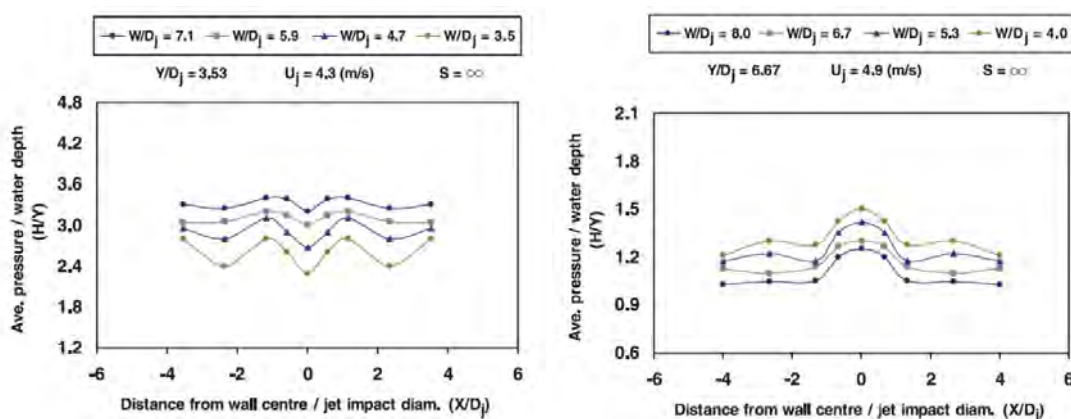


Figura 5.130. Distribución de presión media en los cajeros del cuenco con chorro circular no desarrollado (izqda.) y chorro circular desarrollado (Borghei y Zarnani, 2008)

En el caso de chorros no desarrollados, se comprueba que a menor anchura de cuenco, menor presión dinámica media en los cajeros (tanto para chorros circulares como rectangulares) debido a que el



chorro de pared es más importante y alcanza los cajeros, ocasionando un movimiento tangencial del agua en los mismos, con lo que se origina la reducción de la presión. Por el contrario, para chorros desarrollados la reducción del ancho del cuenco produce un aumento de la presión dinámica media en los cajeros ya que al aumentar la altura de agua, se produce una mayor dispersión del chorro, alcanzando éste a los cajeros sin existir un chorro de pared que disminuya las presiones ejercidas.

En la Figura 5.130 se comprueba que para chorros no desarrollados y debido a la influencia del chorro de pared, la presión en el centro del cajero es mínima, mientras que para chorros desarrollados dicha presión es máxima debido a la mayor difusión del chorro.

Borghai y Zarnani (2008) también caracterizan la presión dinámica media en los cajeros del cuenco mediante el coeficiente  $C_{pw}$  que se define igual que el coeficiente  $C_p$  pero empleando los valores de presión registrados en los cajeros. Los autores realizan mediciones tanto para chorros desarrollados como no desarrollados y para geometrías circulares y rectangulares.

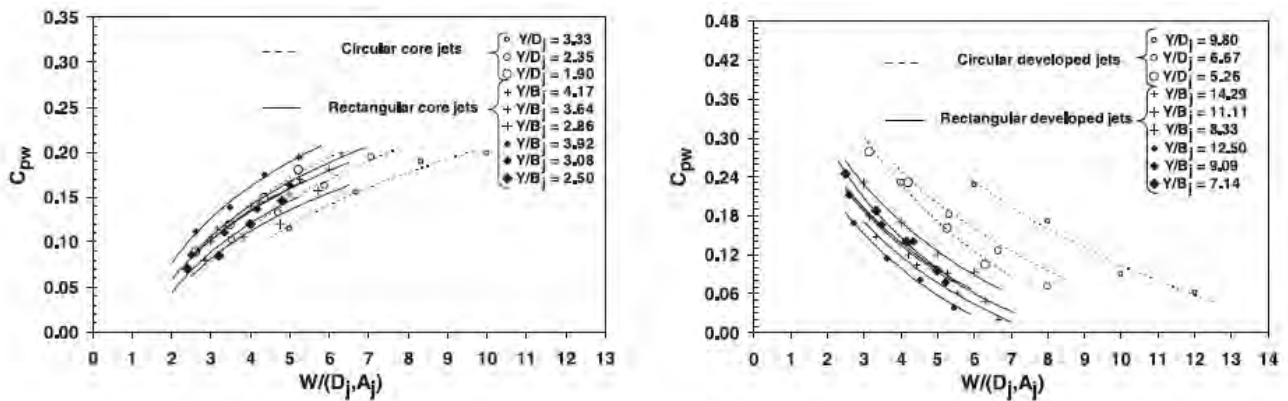


Figura 5.131. Variación del coeficiente de presión media dinámica  $C_{pw}$  en los cajeros con la anchura del cuenco para chorros no desarrollados (izqda.) y para chorros desarrollados (Borghai y Zarnani, 2008)

Para chorros no desarrollados, al aumentar el ancho del cuenco el valor de  $C_{pw}$  aumenta debido al menor efecto del chorro de pared, produciéndose el efecto contrario en el caso de chorros desarrollados. Además, para estos chorros, los valores máximos de  $C_{pw}$  se obtienen para chorros circulares debido a que la difusión se produce en todas las direcciones, produciéndose un mayor efecto en los muros. En el caso de los chorros no desarrollados no existe tanta diferencia debido a las condiciones de elevada turbulencia existente.

Borghai y Zarnani (2008) amplían el estudio de las presiones en los cajeros realizando mediciones en el caso de cajeros inclinados, quedando reflejadas en la siguiente figura:

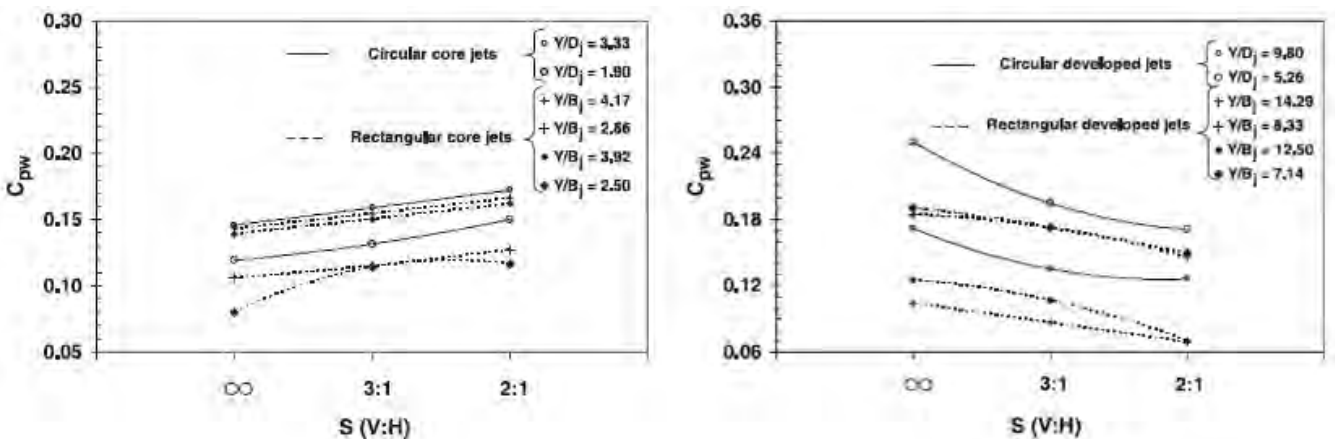


Figura 5.132. Variación del coeficiente de presión media dinámica  $C_{pw}$  en los cajeros con la inclinación de los cajeros para chorros no desarrollados (izqda.) y para chorros desarrollados ( $W = 0,40 \text{ m}$ ) (Borghai y Zarnani, 2008))



Una reducción de la pendiente de los cajeros tiene el mismo efecto que un aumento del ancho del cuenco, es decir, el coeficiente  $C_{pw}$  aumenta en el caso de chorros no desarrollados, ocurriendo lo opuesto en el caso de chorros desarrollados.

Tanto Bollaert (2008) como Schleiss (2008) realizan una serie de matizaciones sobre el trabajo de Borghei y Zarnani (2008) que es necesario tener en cuenta a la hora de analizar los resultados, indicando que debido a los efectos de escala existentes, los ensayos no son capaces de reproducir las fluctuaciones de presión de alta frecuencia que se dan en prototipos y, además, tampoco se reproduce de forma adecuada el proceso de entrada de aire, lo que influye de forma importante en las fluctuaciones de presión registradas. Otro elemento que influye en el registro de presiones es la vibración de la estructura, que no presenta la rigidez adecuada.

Marefat (2011) estudia la influencia del ancho del cuenco en la distribución de presiones dinámicas, tanto en la solera como en los propios cajeros del cuenco para chorro circular.

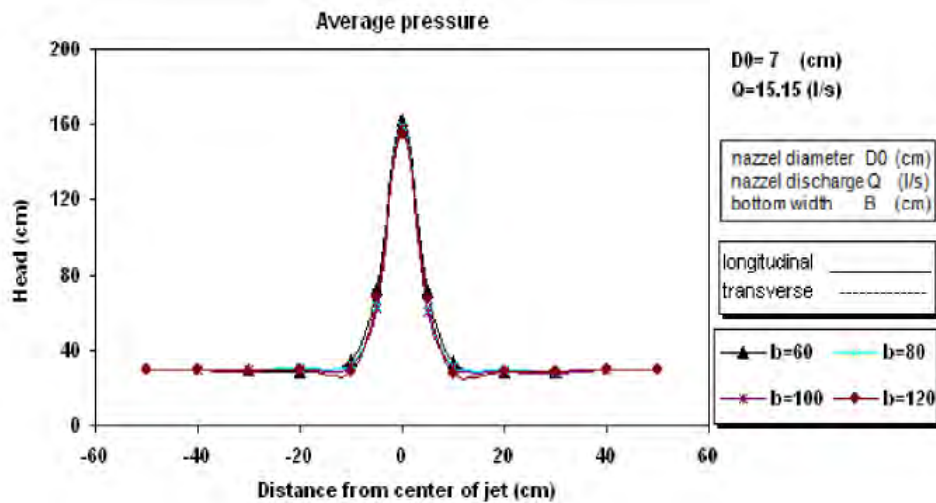


Figura 5.133. Registro de presiones medias para chorro no desarrollado con  $D_0=7\text{cm}$  y  $Q=15,15\text{l/s}$  (Marefat, 2011)

Como se puede apreciar en la Figura 5.133 (y era esperable) los valores máximos se dan en el punto de impacto, decreciendo de forma radial, apreciándose que, antes de disiparse la presión, aparece una zona de presiones negativas debida al efecto del chorro de pared.

Los valores obtenidos por Marefat para el coeficiente  $C_d$  en el caso de chorro no desarrollado son inferiores al ajuste realizado por Ervine et al. (1997) indicando el autor que se debe a la entrada de aire y a ciertas inestabilidades en el chorro producidas por la conducción a bajas velocidades ( $< 15\text{m/s}$ ).

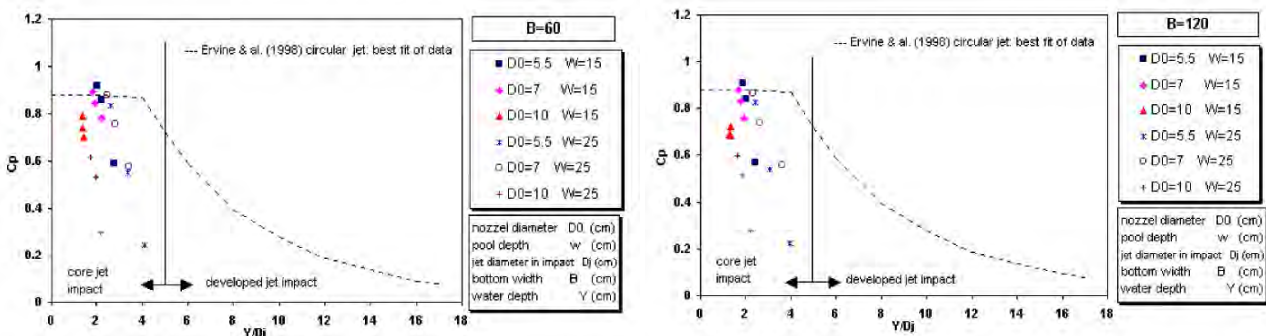


Figura 5.134. Variación del coeficiente  $C_d$  con la altura de colchón para diferentes anchuras del mismo (Marefat, 2011)

En el caso del estudio de la presión en los cajeros del cuenco de disipación de energía, Marefat (2011) verifica que, a medida que se reduce la anchura de dicho cuenco, la presión máxima en los cajeros aumenta y la presión mínima registrada en los mismos disminuye debido al chorro de pared existente y la reducción del tamaño de los remolinos producidos. Esto ocasiona que, a medida que se reduce el ancho del cuenco, la presión dinámica media sea menor.

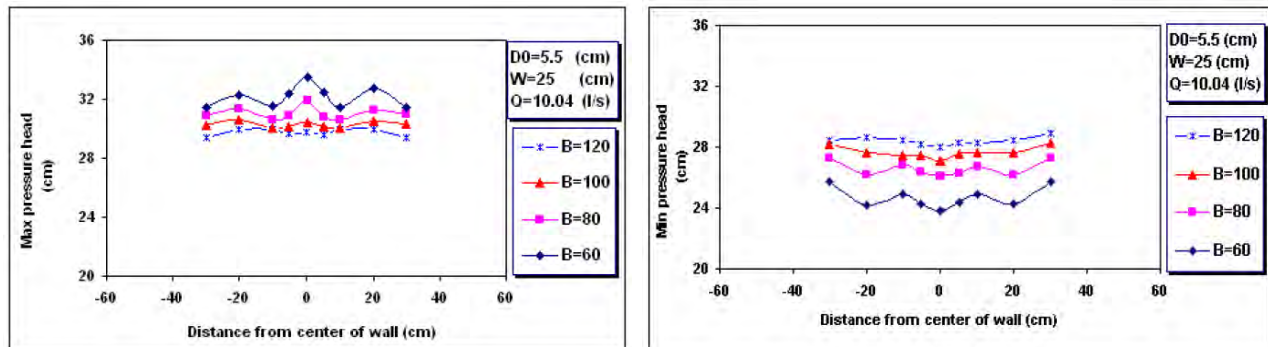


Figura 5.135. Distribución de presiones máximas y mínimas en los cajeros para diferentes anchuras de cuenco (Marefat, 2011)

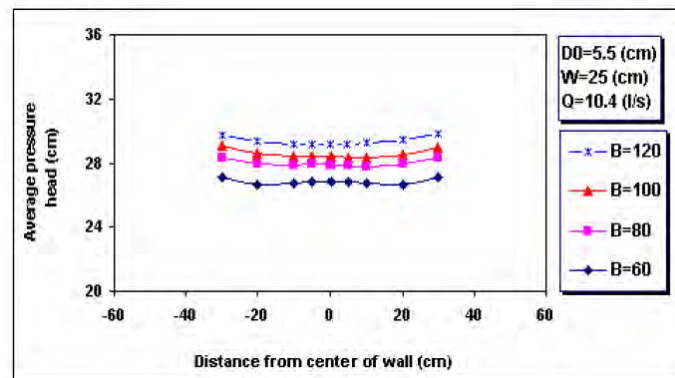


Figura 5.136. Distribución de presión dinámica media en los cajeros para diferentes anchuras de cuenco (Marefat, 2011)

#### 5.8.4. Influencia de la aireación en las presiones

Es importante destacar la influencia que tiene en la distribución de las presiones dinámicas medias registradas en el fondo del cuenco la disgregación del chorro y su aireación antes del impacto.

Puertas (1994) realiza un análisis con parámetros adimensionales con el fin de verificar que, en el caso de colchón inefectivo, la aireación y rotura del chorro produce una disminución de las presiones en el cuenco. Los parámetros empleados son  $N_1$  (presión) y  $N_3$  (descarga):

$$N_1 = \frac{p}{\gamma H} \quad (5.209)$$

$$N_3 = \frac{q}{\sqrt{2gH^3}} = \frac{B}{H} \quad (5.210)$$

siendo  $p$  la presión media dinámica,  $H$  la altura de caída,  $q$  el caudal específico y  $B$  el espesor del chorro. Representando los datos obtenidos en la campaña de mediciones realizada, Puertas (1994) obtiene la relación entre  $N_1$  y  $N_3$ :

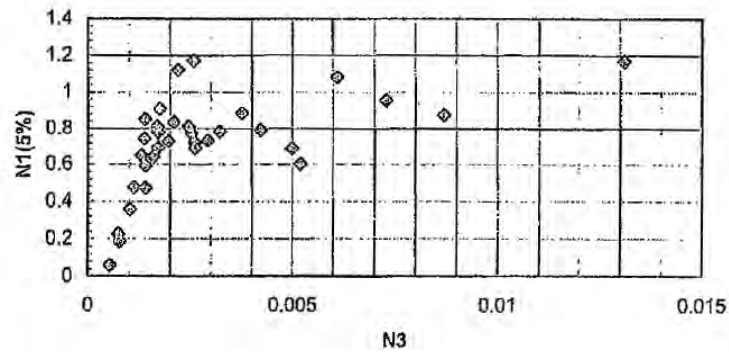


Figura 5.137. Reducción de la energía del chorro en su caída (relación entre  $N_1$  (5%)<sup>19</sup> y  $N_3$ ) (Puertas, 1994)

Valores elevados de  $N_3$  corresponden con valores de  $N_1$  en torno a la unidad (chorros compactos). Para valores de  $N_3$  entre 0,0011 y 0,005 el efecto de la caída reduce la energía en un 20% y para valores de  $N_3$  inferiores a 0,0011 la disminución de  $N_1$  es evidente. De esta forma se puede establecer una frontera en el valor  $N_3 = 0,0011$  que indica el punto en el cual se produce la disgregación del chorro y, por consiguiente, la disminución de las presiones registradas en el fondo del cuenco.

Ervine y Falvey (1987) y Ervine et al. (1997) señalan que la presencia de burbujas en la zona de difusión del chorro en el interior del cuenco reduce las presiones medias dinámicas en la solera de dicho cuenco.

Los autores consideran que en esta zona de difusión, el flujo bifásico que se produce puede asimilarse a un pseudofluido de densidad:

$$\rho = (1 - \bar{C}_y)\rho_w + \bar{C}_y\rho_a \quad (5.211)$$

siendo  $\rho_w$  la densidad del agua,  $\rho_a$  la densidad del aire y  $\bar{C}_y$  la concentración media de aire.

Dado que el segundo término es despreciable ( $\rho_w \gg \rho_a$ ) se puede expresar la densidad del mencionado pseudofluido como:

$$\rho = (1 - \bar{C}_y)\rho_w \quad (5.212)$$

La relación entre las presiones dinámicas medias en una determinada sección a una distancia y del punto de impacto para chorros aireados y no aireados puede expresarse como la relación entre la cantidad de movimiento de los chorros con y sin aire:

$$\frac{(p_y)_{con\ aire}}{(p_y)_{sin\ aire}} = \frac{\frac{1}{2}\rho_w(1 - \bar{C}_y)V_y^2}{\frac{1}{2}\rho_w V_y^2} = 1 - \bar{C}_y \quad (5.213)$$

siendo  $p_y$  la presión dinámica media en una determinada sección a una distancia y del punto de impacto,  $\bar{C}_y$  la concentración media de aire en la sección indicada y  $V_y$  la velocidad media en la misma sección.

Ervine y Falvey (1987) también consideran, como simplificación, que la reducción de la velocidad en condiciones aireadas es despreciable, sin embargo, esta suposición puede no ser del todo correcta debido a la presencia de efectos de flotabilidad sobre las burbujas presentes en el chorro aireado, oponiéndose a la difusión del chorro, como señalan Cabelka (1955) y Kobus (1984).

<sup>19</sup>  $N_1(5\%)$  indica las presiones dinámicas medias alcanzadas por el 5% de los datos en un ensayo (la figura corresponde con el máximo del ensayo)

Amelung (1995) sugiere la siguiente relación entre las presiones medias dinámicas, obtenida de Kraatz (1965):

$$\frac{(p_y)_{con\ aire}}{(p_y)_{sin\ aire}} = (1 - \bar{C}_y)^{1,345} \quad (5.214)$$

Como ya se verificó en el punto 5.5.4, es posible obtener la relación volumétrica aire/agua en la zona de difusión del chorro, más allá del punto de establecimiento del flujo ( $y > y_c$ ) mediante:

$$\beta_y = \frac{Q_{a,y}}{Q_{w,y}} = \beta_0 \sqrt{\frac{C_d}{2}} \left( \sqrt{\frac{b_0}{y}} - \sqrt{\frac{y}{b_0} \frac{v_a}{1,5 V_0}} \right) \quad (5.215)$$

siendo  $\beta_0$  la relación aire/agua en el punto de impacto ( $y = 0$ ). De esta forma, podemos expresar el valor de  $\bar{C}_y$  en función de  $\beta_y$ :

$$\bar{C}_y = \frac{\beta_y}{1 + \beta_y} \quad (5.216)$$

Mediante las ecuaciones (5.212), (5.213) y (5.214) podemos establecer la siguiente relación entre las presiones dinámicas en la solera del cuenco ( $y = y_{max}$ ) con y sin aire:

$$\frac{(p_{y\ max})_{con\ aire}}{(p_{y\ max})_{sin\ aire}} = \frac{1}{\left[ 1 + \beta_0 \sqrt{(C_d/2)(y_{max}/b_0)} \left[ (b_0/y_{max}) - (V_{air}/1,5V_0) \right] \right]^{1,345}} = C_b \quad (5.217)$$

La relación expresada mediante la ecuación (5.215) se conoce como coeficiente de flotabilidad ( $C_b$ ). En dicha relación se verifica que si  $V_{air}/(1,5V_0) > b_0/y_{max}$  entonces  $C_b > 1$ , lo cual es imposible, dado que la presencia de aire en el chorro reduce el valor de las presiones medias dinámicas. Por tanto, la ecuación (5.215) no es aplicable en dicho caso, es decir, cuando  $y_{max}$  es mayor que la profundidad de penetración de las burbujas  $y_p$ .

Pinheiro y Melo (2008) llevan a cabo mediciones con chorro plano con el fin de verificar la variación del coeficiente de flotabilidad ( $C_b$ ) con la concentración media de aire en el punto de impacto ( $\bar{C}_0$ ).

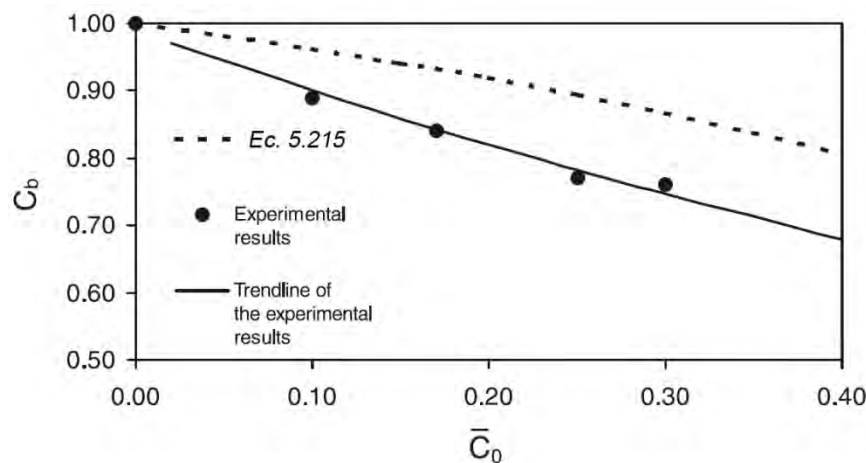


Figura 5.138. Variación del coeficiente de flotabilidad con la concentración media de aire en el punto de impacto del chorro (Pinheiro y Melo, 2008)

Debido a las limitaciones de la instalación en la que se realizan las mediciones, sólo se alcanzan concentraciones de aire del 30%, sin alcanzar el 40% que es el valor aproximado que Ervine y Falvey (1987) consideran característico en el caso de vertidos en aliviaderos. Para dicha concentración del 30%, el valor de la presión media dinámica es del 76% respecto del valor obtenido para un chorro equivalente sin airear.

La relación entre los valores calculados de  $C_b$  (ecuación 5.215) y los obtenidos experimentalmente ( $C_{b\text{exp}}$ ) se obtiene mediante una regresión lineal ( $R^2 = 0,98$ ) que incluye el valor obtenido para una concentración del 40% mediante la línea de tendencia de dichos resultados experimentales:

$$C_{b\text{exp}} = 0,1653 \exp(1,762 \cdot C_b) \quad (5.218)$$

## 5.9. Fluctuaciones de presión

### 5.9.1. Análisis de las fluctuaciones

La presión en un punto del cuenco de disipación de energía ocasionado por un vertido no es una variable determinística sino aleatoria, cuya desviación típica puede ser de un orden similar al valor medio. Este comportamiento, observado por Franzetti (1980) había sido previamente contemplado por Lencastre (1961).

Lencastre (1961) en el análisis de los valores turbulentos recogidos en la campaña de mediciones realizada indica la presencia de importantes fluctuaciones de presión en el punto de estancamiento, sobre todo en el caso de colchones muy reducidos, con valores que llegan a alcanzar 2,8 veces el valor de la presión media. A medida que aumenta el espesor del colchón, dichas fluctuaciones se van reduciendo, quedando atenuadas para colchones de espesor superior a 12 veces la anchura del chorro.

Representando en la Figura 5.139 los valores cuadráticos medios de las fluctuaciones de presión ( $\overline{h^2}$ ) Lencastre (1961) analiza el efecto del colchón en la eliminación de dichas fluctuaciones, siendo  $e$  el espesor del colchón y  $2a$  la anchura del chorro. La representación se hace de forma adimensionalizada dividiendo entre  $\overline{h_c^2}$  (valor correspondiente a colchón nulo)

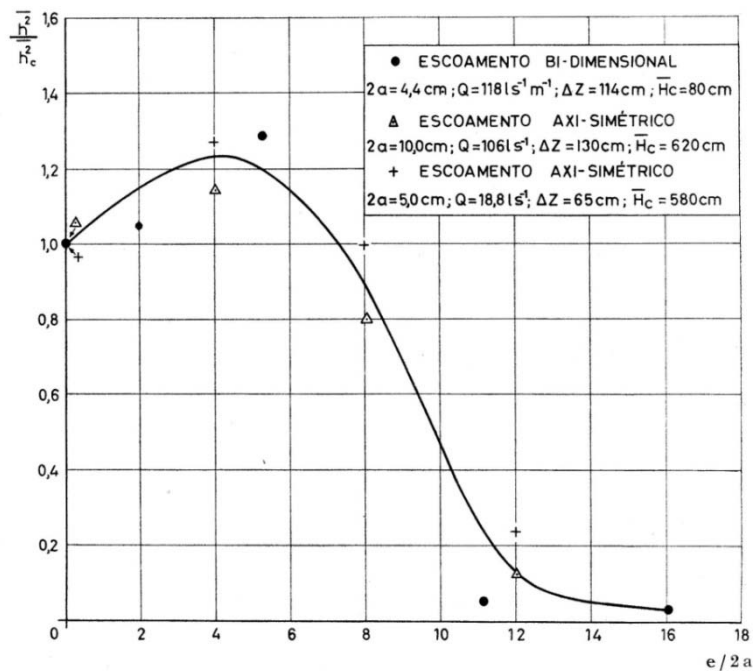


Figura 5.139. Variación de las fluctuaciones de presión con el espesor del colchón siendo  $h^2$  (Lencastre, 1961)

Como se verifica en la figura, las máximas fluctuaciones de presión no se producen para el caso de impacto directo del chorro en el cuenco (colchón nulo,  $e = 0$ ), sino para pequeñas alturas de colchón de agua (valores de  $e/2a = 4 - 6$ ). Este fenómeno puede explicarse por el pequeño o nulo efecto de los colchones más bajos en la disipación de la energía y la facilidad que un cierto espesor de colchón de agua puede ofrecer al desarrollo de la turbulencia. Para valores de  $e/2a$  superiores a 12 las fluctuaciones de presión y su variación son de poca importancia.

Lencastre (1961) asocia las fluctuaciones de presión al movimiento de vórtices de distintos tamaños en el cuenco (escalas de turbulencia). Distingue entre la microescala de turbulencia, que genera vórtices de pequeño tamaño que disipan una gran cantidad de energía, y la macroescala de turbulencia, en la que se engloban los vórtices de gran tamaño, del orden de las dimensiones del cuenco. Esta relación entre los diferentes vórtices y las fluctuaciones de presión quedan claramente definidas en la siguiente figura:

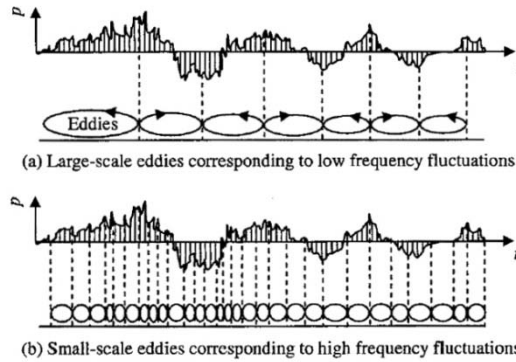


Figura 5.140. Relación entre vórtices y fluctuaciones de presión (Pei-Qing, 2007)

Lencastre (1961), por tanto, dirige el estudio hacia el análisis de frecuencias. Los vórtices pequeños tendrán frecuencias altas y los vórtices de mayor tamaño estarán asociados a frecuencias bajas; estos vórtices son los que marcan el movimiento perceptible del agua en el cuenco. La zona intermedia de frecuencias, asociada a vórtices de tamaño medio, es donde se disipa mayor energía.

Como queda recogido en la figura siguiente, el rango de mayores energías está asociado a las frecuencias de entre 1 y 4 Hz (o ciclos/s), alcanzando la densidad espectral<sup>20</sup> un máximo claro para estos valores.

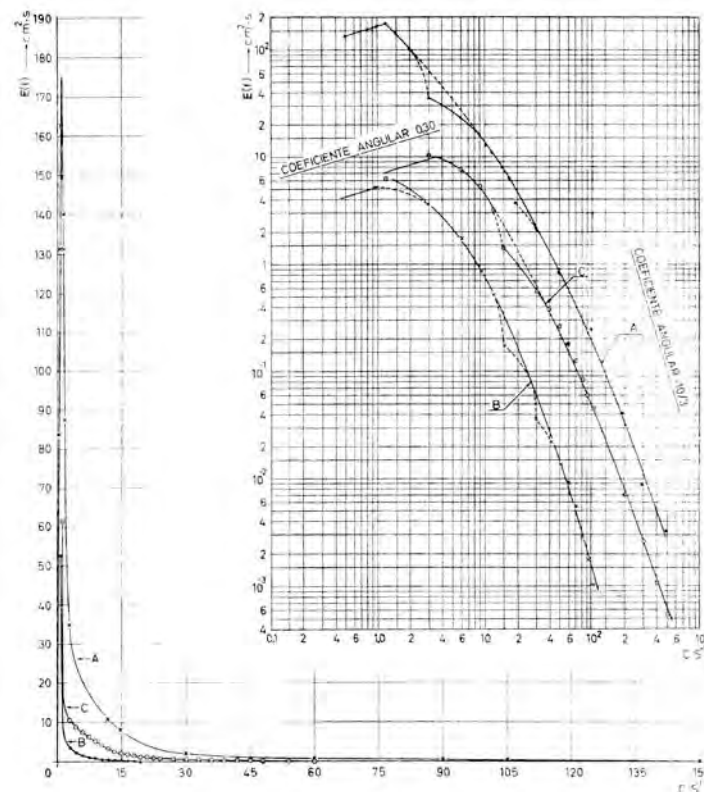


Figura 5.141. Densidad espectral de las fluctuaciones de presión en chorros bidimensionales. Curva A: ensayos con altura de caída de 114 cm sin colchón de agua; Curva B: ensayos con altura de caída de 114 cm con colchón de espesor 12 veces el ancho del chorro; Curva C: ensayos con altura de caída de 64 cm sin colchón de agua (Lencastre, 1961)

<sup>20</sup> Suponiendo que  $x_t$  es un proceso estacionario y su función de autocovarianza es  $\gamma_h$ . Si  $\sum_h |\gamma_h|$  es convergente, entonces la serie  $f(\omega) = 1/2\pi \sum_{h \in \mathbb{Z}} \gamma_h e^{ih\omega}$  es absolutamente convergente uniformemente en  $\omega \in \mathfrak{R}$ . La función  $f$  se denomina densidad espectral de  $x_t$  (función periódica de periodo  $2\pi$ ).

Posteriormente, Ramos y Falcao de Melo (1992, citado por Puertas, 1994) cifran el espectro dominante entre los 0,5 Hz y los 2,5 Hz, en un vertido de 1,5 m de altura, utilizando como estructura el modelo reducido de la presa de Funcho.

Franzetti (1980) presenta una estimación de las presiones máxima, media y mínima en ensayos realizados sobre el modelo reducido de una presa bóveda. Como ya se comentó en el apartado 5.8.1, el efecto de la tensión superficial no es despreciable en alguno de los ensayos realizados. El autor destaca la existencia de picos de sobrepresión de valor superior a la distribución media teórica y su importancia a la hora de diseñar el cuenco de disipación de energía. A este respecto, se presenta para la totalidad de los datos experimentales la relación entre la presión dinámica respecto de la presión media y el porcentaje de puntos que superan un cierto umbral. Así, se observan sobrepresiones del orden de 6 a 7 veces la presión media y valores inferiores del orden de 2 veces la presión media.

De los ensayos realizados se verifica que a medida que aumentan de magnitud estos picos, su frecuencia y duración disminuyen, lo que reduce su posible peligrosidad, estando los valores del espectro dominante de frecuencias dentro de los valores indicados anteriormente por Lencastre (1961).

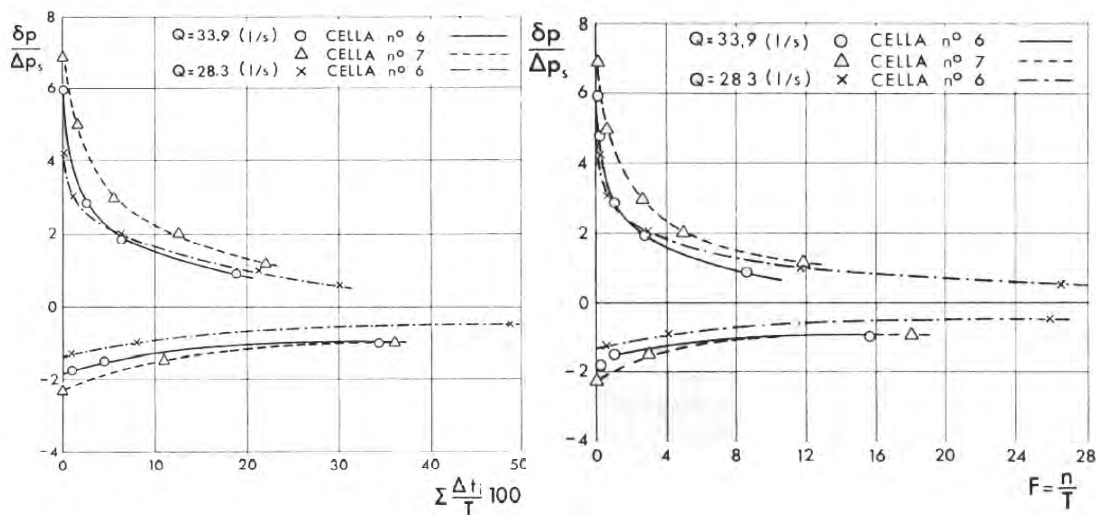


Figura 5.142. Curvas de distribución de las presiones máxima y mínima respecto de la presión media en función de la duración (izqda.) y la frecuencia (dcha.)

Duo Ming (1986), estudia la fluctuación de presiones tanto en el dominio de la frecuencia como del tiempo. En el dominio del tiempo, define los máximos valores de fluctuación  $\sqrt{p_{\max}^{\prime 2}}$  en el punto de impacto (ver Figura 5.143):

$$\sqrt{p_{\max}^{\prime 2}} = \rho \frac{v_0^2}{2} 0,26e^{-0,33(h/B)^2} \tag{5.219}$$

siendo  $\rho$  la densidad del agua,  $v_0$  la velocidad en el impacto,  $h$  la altura del colchón y  $B$  la anchura del chorro en el impacto.

En el campo de la frecuencia, obtiene el periodograma<sup>21</sup> en el punto de estancamiento para distintas

<sup>21</sup> A partir de la definición de densidad espectral se puede obtener un estimador sustituyendo las covarianzas poblacionales por las muestrales de la forma  $\hat{f}(\omega) = 1/2\pi \sum_{|h|<r} \hat{\gamma}_h e^{ih\omega}$  con la limitación de que, como máximo, se puede

fijar  $r = T$  para una serie de longitud T. En ese caso,  $\hat{f}$  se denomina periodograma.



alturas de colchón con idéntico resultado desde el punto de vista cualitativo: las bajas frecuencias agrupan la mayor parte de la potencia, con la diferencia de que a medida que aumenta el colchón, disminuye la banda del espectro de frecuencias (ver Figura 5.144).

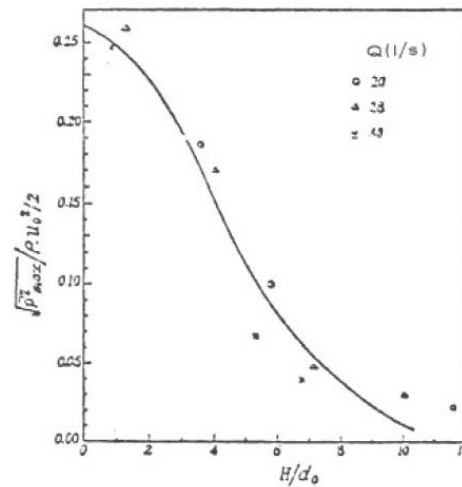


Figura 5.143. Fluctuaciones máximas de presión (Duo Ming, 1986)

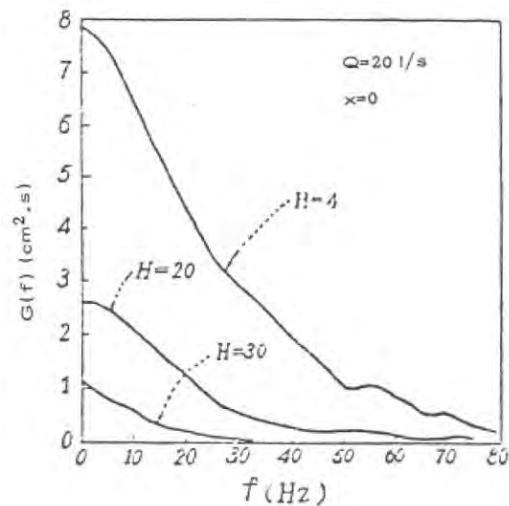


Figura 5.144. Resultados para frecuencias dominantes en el punto de estancamiento para diferentes valores de colchón ( $H$  en cm) (Duo Ming, 1986)

Se recoge también el periodograma aguas abajo del punto de impacto, en la zona del chorro de pared, siendo más nítida la definición del máximo y verificándose que la distribución es un poco más uniforme, lo que también debe reflejarse en la evolución de los vórtices presentes en el flujo a lo largo de la pared.

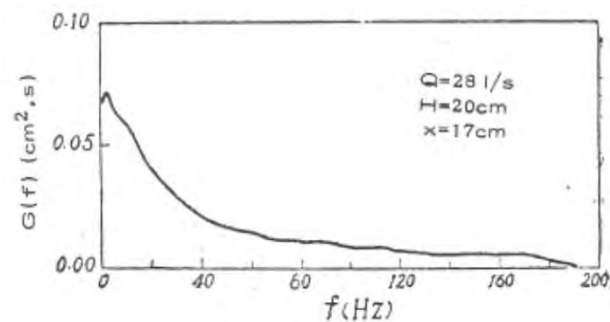


Figura 5.145. Resultados obtenidos fuera del punto de estancamiento para colchón de 20 cm (Duo Ming, 1986)

Cui Guang Tao et al. (1986) obtienen, a partir de datos ensayados, el espectro de potencia de las fluctuaciones de presión, con la tendencia ya conocida de potencias altas para frecuencias bajas, pero se aprecia la existencia de picos para frecuencias mayores (10-20 Hz). Al igual que Lencastre (1961) distinguen entre resultados obtenidos sin colchón y los obtenidos con presencia del mismo.

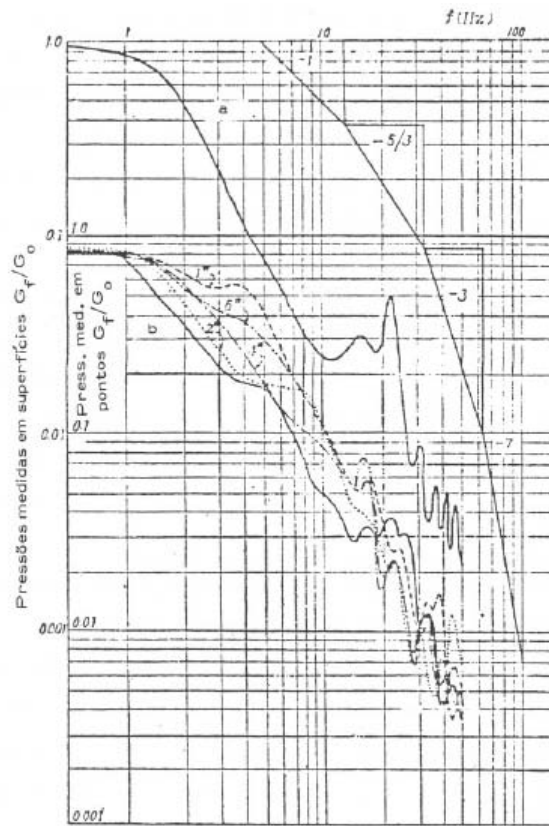


Figura 5.146. Curvas del espectro de potencia de las fluctuaciones de presión medidas sin colchón (curva a) y con colchón (curva b) (Cui Guang Tao et al., 1986)

Castillo (1989) realiza experiencias de vertido en un modelo de dimensiones reducidas con tres caudales diferentes y analiza las fluctuaciones de presión en el dominio de la frecuencia tanto de forma univariante (densidades espectrales en el punto de estancamiento) como de forma multivariante (coherencia y fase de las densidades espectrales cruzadas en el punto de estancamiento, aguas arriba, aguas abajo y a la derecha de dicho punto). En el estudio de las densidades espectrales univariantes en el punto de estancamiento se verifica que los máximos de las curvas no corresponden con el caso de impacto directo (colchón nulo) sino para pequeños colchones, verificándose lo expuesto por autores previos. También se comprueba el efecto producido por el aumento de espesor del colchón, que ocasiona una uniformización de las presiones.

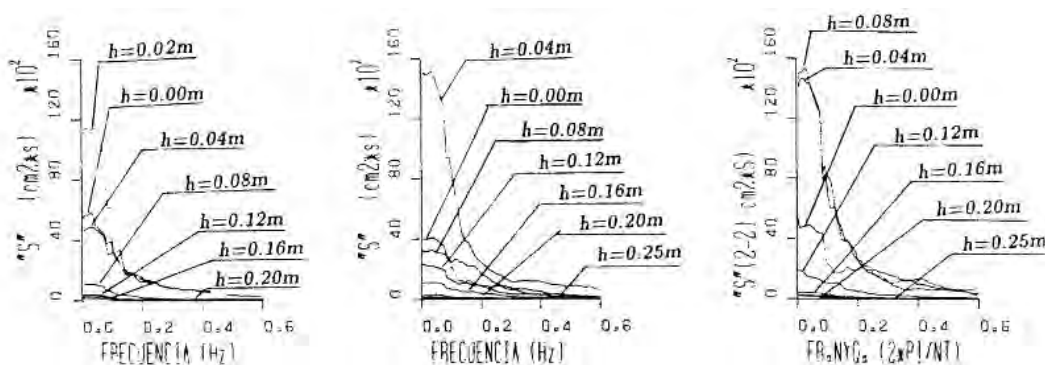


Figura 5.147. Densidades espectrales univariantes de las fluctuaciones de presión en el punto de estancamiento para diferentes alturas de colchón de agua ( $Q_1 = 3 \text{ l/s}$ ,  $Q_2 = 6 \text{ l/s}$ ,  $Q_3 = 8 \text{ l/s}$ ) (Castillo, 1989)

Castillo (1990) también verifica que la energía asociada a las fluctuaciones de presión es despreciable para frecuencias superiores a 0,3 Hz.

Del estudio de la coherencia y la fase se obtiene la evidencia de que los vórtices de gran tamaño (del orden de las dimensiones del colchón) son los que controlan el movimiento general del agua.

Los resultados que obtiene Castillo (1989) no obstante no son concluyentes desde el punto de vista cuantitativo, siendo necesarios más ensayos en modelos de mayores dimensiones y con un rango más amplio de caudales.

### 5.9.2. Coeficiente de presión dinámica fluctuante

En la caracterización de las fluctuaciones de presión en la solera del cuenco se emplea el coeficiente de presión dinámica fluctuante, definido mediante la siguiente expresión:

$$C'_p = \frac{H'}{\alpha U_j^2 / (2g)} \quad (5.220)$$

siendo  $H'$  el valor la raíz cuadrática media de las fluctuaciones de carga registrada y  $\alpha$  un parámetro función del perfil de velocidad de entrada (suele adoptarse igual a 1).

Toso (1988) obtiene una aproximación al valor del coeficiente de presión dinámica fluctuante en función de la intensidad de la turbulencia en el punto de impacto del chorro con el colchón de agua mediante la siguiente expresión:

$$C'_p \approx 10 \left( \frac{u'}{U_j} \right)^2 \quad (5.221)$$

Ervine et al. (1997) obtuvieron el valor de dicho coeficiente para chorros circulares y diferentes velocidades, colchones y configuraciones de salida obteniendo, como se puede apreciar en la Figura 5.148, un valor máximo de 0,2 para un valor de  $Y/D_j$  de entre 6 y 7. Bollaert y Schleiss (2002) proponen la siguiente expresión polinómica para calcular  $C'_p$  en función del índice de turbulencia inicial:

$$C'_p = a (Y/D_j)^3 + b (Y/D_j)^2 + c (Y/D_j) + d \quad (5.222)$$

siendo  $Y$  la altura del colchón de agua y  $D_j$  el diámetro del chorro en el impacto.

Los valores de los coeficientes, en función de la intensidad de la turbulencia, se incluyen en la siguiente tabla:

$T_u$ (%)	$a$	$b$	$c$	$d$	Tipo de chorro
< 1	0,00220	-0,0079	0,0716	0	Compacto
1 - 3	0,00215	-0,0074	0,0716	0,050	Turbulencia baja
3 - 5	0,00215	-0,0079	0,0716	0,100	Turbulencia moderada
> 5	0,00215	-0,0079	0,0716	0,150	Turbulencia alta

Tabla 5.15. Coeficientes para la obtención de  $C'_p$  en función de la turbulencia referentes a la ecuación (5.222) (Bollaert y Schleiss, 2002)

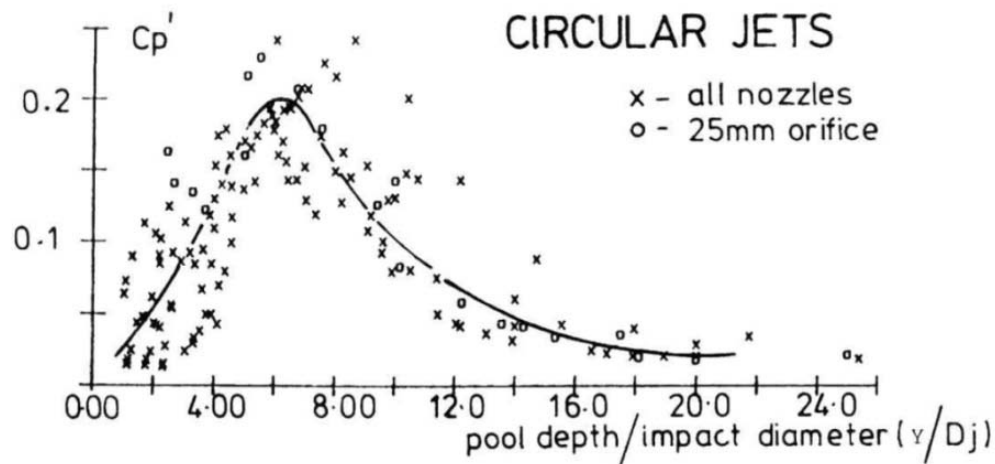


Figura 5.148. Variación del coeficiente de presión dinámica fluctuante en función de la altura del colchón (Ervine et al., 1997)

La longitud de rotura y el porcentaje de aire en el chorro tienen un efecto importante en la variación del coeficiente de presión dinámica fluctuante.

Ervine et al. (1997), representando datos experimentales propios y los obtenidos por Castillo (1989), concluyen que el máximo valor del coeficiente se obtiene para un valor de  $L/L_b$  de 0,6 (ver Figura 5.149) siendo debido este resultado a la turbulencia. Para chorros de poca altura, el grado de turbulencia es pequeño, por lo que el valor de  $C'_p$  será pequeño. A medida que se produce la rotura del chorro aumenta el grado de turbulencia, incrementándose el valor del coeficiente. En el caso de que se produzca la disgregación total del chorro, aumenta el área de impacto del mismo, por lo que la magnitud de las fluctuaciones disminuye. Para relaciones  $L/L_b > 2$  el valor del coeficiente  $C'_p$  es prácticamente despreciable.

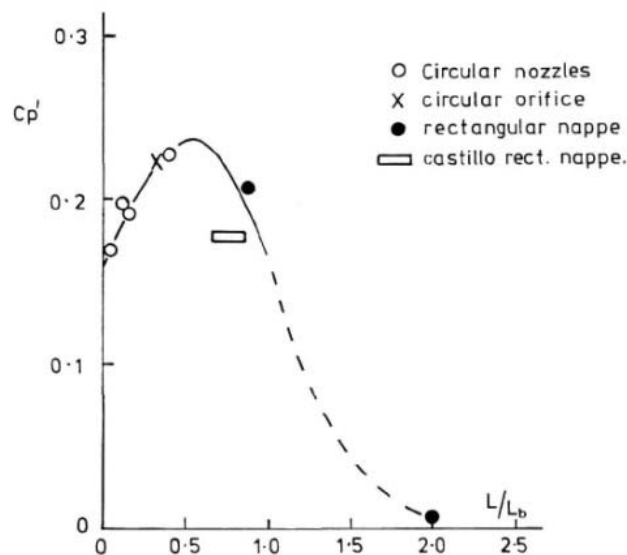


Figura 5.149. Variación del coeficiente de presión dinámica fluctuante en función de la longitud de rotura del chorro (Ervine et al., 1997)

En el caso de la entrada de aire, Ervine et al. (1997) emplean la ecuación (5.102) en el caso de chorros circulares no desarrollados y verifican que a medida que la entrada de aire aumenta, disminuye el valor del coeficiente de presión dinámica.

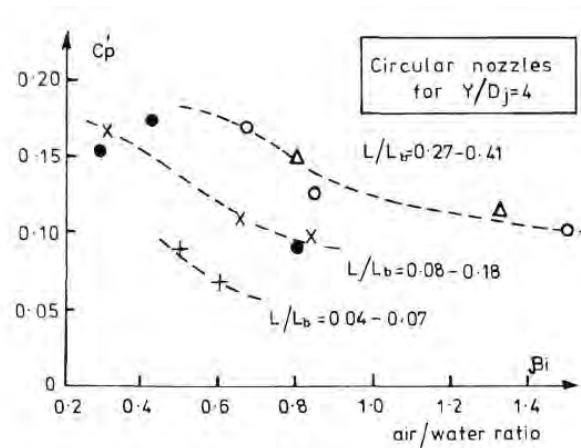


Figura 5.150. Variación del coeficiente de presión dinámica fluctuante en función de la longitud de rotura del chorro y la entrada de aire (Ervine et al., 1997)

Bollaert y Schleiss (2003) realizan una recopilación de los valores del coeficiente  $C'_p$  obtenidos por diferentes autores para chorros planos y circulares, incidentes y sumergidos. Los autores indican la influencia que, sobre el valor de dicho coeficiente, tienen la turbulencia inicial del chorro y la longitud de rotura del mismo.

Como se puede apreciar en la Figura 5.151, en general el valor de  $C'_p$  crece con la relación  $Y/D_j$  hasta alcanzar un valor máximo (suele corresponder con valores de la relación entre 4 y 12) para luego decrecer<sup>22</sup>. Este comportamiento, ya definido por Doddiah et al. (1953), es concordante con la teoría de la turbulencia: se requiere una profundidad mínima para que comiencen a desarrollarse los vórtices y, a medida que aumenta la profundidad, el efecto predominante es la difusión de energía.

Bollaert y Schleiss (2003) indican como mejor ajuste para el coeficiente  $C'_p$  en el caso de chorros circulares incidentes en el colchón el efectuado por Jia et al. (2001)

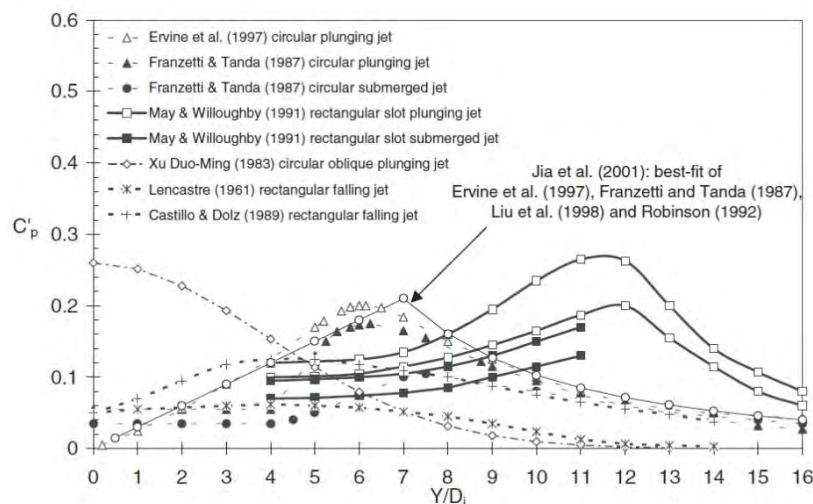


Figura 5.151. Resumen de diferentes estudios realizados para la determinación del coeficiente  $C'_p$  en función de  $Y/D_j$  (Bollaert y Schleiss, 2003)

Castillo (2006) representa los coeficientes obtenidos con los valores de Castillo (1989) y Puertas (1994) agrupando los valores en tres rangos diferentes en función de la altura de vertido y la longitud de rotura del chorro:  $H/L_b \leq 1,4$ ;  $1,4 < H/L_b \leq 2$  y  $H/L_b > 2$ .

<sup>22</sup> En este caso, la excepción son los datos correspondientes a chorro oblicuo de sección circular definidos por Xu Duo-Ming (1983)

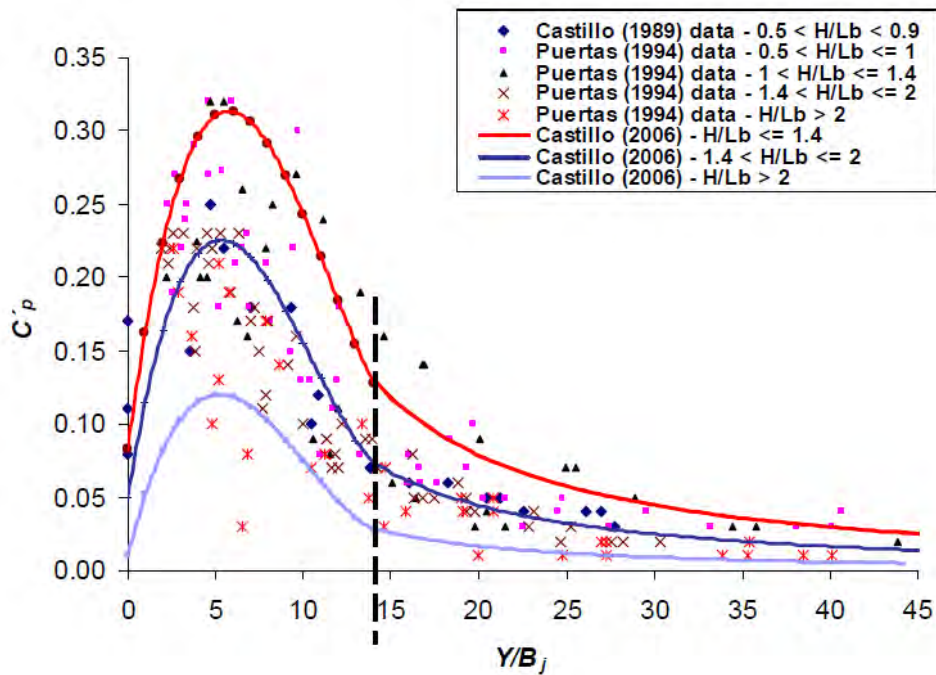


Figura 5.152. Coeficientes de presión dinámica fluctuante para chorro plano obtenidos a partir de los datos de Castillo (1989) y Puertas (1994) (Castillo, 2006)

La Figura 5.153 muestra la comparación entre los valores del coeficiente de presión dinámica fluctuante obtenidos por Bollaert (2002) en el caso de chorros circulares (en función de las intensidades de la turbulencia  $T_u$ ) y los obtenidos por Castillo (2006) para chorro plano (en función del parámetro  $H/L_b$ ).

A pesar de la diferencia de velocidades en la obtención de los datos (Bollaert = 20 m/s, Castillo = 10 m/s) se puede observar una buena concordancia entre los resultados como, por ejemplo, en el caso del coeficiente máximo obtenido por Castillo (2006)  $C'_p = 0,31$  que se produce cuando  $H/L_b > 1,4$  y el mejor ajuste obtenido por Bollaert (2002) para un valor de  $Y/B_j \sim 5$  en el rango de turbulencia  $3\% < T_u < 5\%$ .

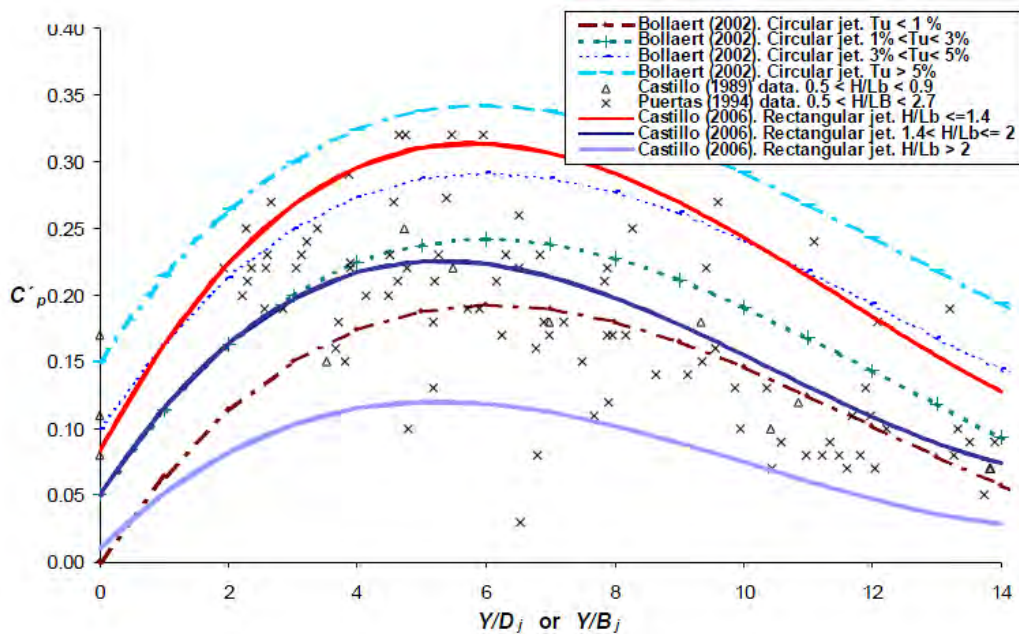


Figura 5.153. Coeficientes de presión dinámica fluctuante  $C'_p$  (Castillo, 2006)



Castillo (2006) obtiene los coeficientes de presión dinámica fluctuante en función de los parámetros  $Y/B_j$  y  $H/L_b$  mediante dos tipos de ajuste:

- Ajuste polinómico,  $Y/B_j < 14$ :

$$C_p' = a (Y/B_j)^3 + b (Y/B_j)^2 + c (Y/B_j) + d \tag{5.223}$$

- Ajuste potencial,  $Y/B_j \geq 14$ :

$$C_p' = a(Y/B_j)^b \tag{5.224}$$

La relación entre la altura de caída y la longitud de rotura del chorro  $H/L_b$  en función de los coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  se presentan en la siguiente tabla.

Ajuste polinómico. Válido $Y/B_j < 14$					
$H/L_b$	$a$	$b$	$c$	$d$	Tipo de chorro
$\leq 1,4$	0,0003	-0,0104	0,0900	0,083	Compacto - Desarrollado - Desintegrado
1,5 – 2	0,0003	-0,0094	0,0745	0,050	Desarrollado - Desintegrado
$> 2$	0,0002	-0,0061	0,0475	0,010	Desarrollado - Desintegrado
Ajuste potencial. Válido $Y/B_j > 14$					
$H/L_b$	$a$	$b$	Tipo de chorro		
$\leq 1,4$	5,30	-1,405	Compacto - Desarrollado - Desintegrado		
1,5 – 1,4	3,14	-1,422	Desarrollado - Desintegrado		
$> 2$	1,50	-1,5	Desarrollado - Desintegrado		

Tabla 5.16. Coeficientes para el cálculo de la presión dinámica media (Castillo, 2006)

Bollaert y Schleiss (2007) comentando los resultados obtenidos por Castillo et al. (2007) indican la importancia que tienen, en las características del chorro al impactar con la superficie del cuenco, las oscilaciones de baja frecuencia ( $< 1$  Hz).

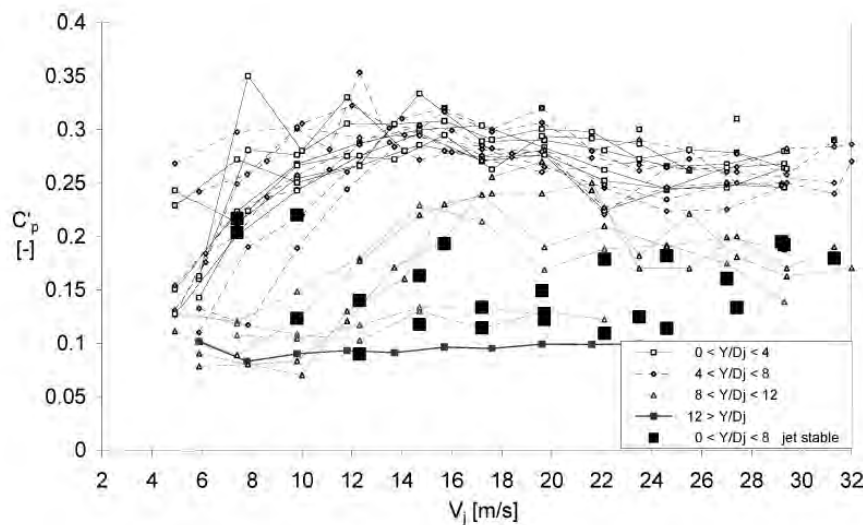


Figura 5.154. Coeficientes de presión dinámica fluctuante  $C_p'$  en función de la velocidad en el punto de impacto para chorros circulares considerando y sin considerar las oscilaciones de baja frecuencia (Bollaert, 2002)

En la Figura 5.154, se comparan los valores de  $C'_p$  medidos por los autores con los valores obtenidos después de filtrar los datos correspondientes a bajas frecuencias (denominados en la gráfica “stable jets”), apreciándose una disminución sustancial de los valores para todo el rango de velocidades.

La presencia de estas inestabilidades del chorro a bajas frecuencias (y, por tanto, la necesidad de filtración) la justifican los autores por la presencia en su instalación de un codo de 90° que introduce corrientes secundarias y fluctuaciones de baja frecuencia en el vertido del chorro.

Bollaert y Schleiss (2007) destacan la importancia del estudio y evaluación de dichas frecuencias sobre todo en el caso de prototipos. En ese caso, parte de las fluctuaciones de energía de los chorros es transferida a frecuencias más altas (Bollaert and Schleiss, 2003) y la influencia de las bajas frecuencias, será diferente de la estudiada en modelo. Sin embargo, los propios autores consideran posible (e incluso probable) la existencia de dichas oscilaciones de baja frecuencia en chorros reales, debido a la presencia en prototipos de elementos que pueden provocar las mencionadas oscilaciones. Por todo ello, y sobre todo en el caso de chorros planos por su reducido espesor, se deben verificar los resultados obtenidos en modelo con el fin de que sean aplicables a las condiciones de funcionamiento en el caso de prototipo.

Marefat (2011) realiza un análisis del coeficiente de presión dinámica fluctuante  $C'_p$  en el caso de chorros circulares, comparándolo con los resultados obtenidos por Ervine et al. (1997) apreciándose en la Figura 5.155 la falta de ajuste existente por exceso, lo que indica un mayor grado de turbulencia por una mayor rotura del chorro (parámetro no indicado por el autor en su trabajo).

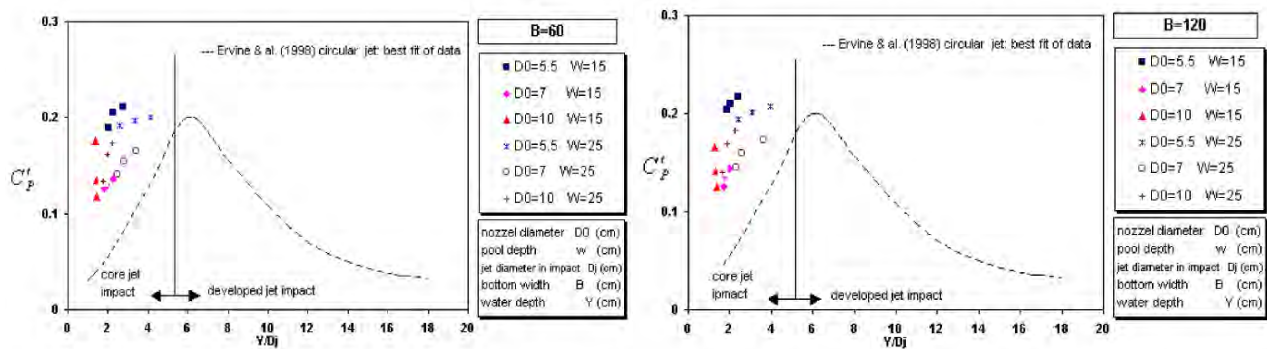


Figura 5.155. Coeficientes de presión dinámica extrema positiva ( $C_p^+$ ) y negativa ( $C_p^-$ ) (Marefat, 2011)

### 5.9.3. Coeficientes de presión dinámica extrema

A su vez, se pueden definir los valores de los coeficientes de presión dinámica extrema positiva ( $C_p^+$ ) y negativa ( $C_p^-$ ) de la siguiente forma:

$$C_p^+ = \frac{H_{\max} - H_m}{U_j^2 / (2g)} \quad (5.225)$$

$$C_p^- = \frac{H_m - H_{\min}}{U_j^2 / (2g)} \quad (5.226)$$

siendo  $H_m$  la media y  $H_{\max}$  y  $H_{\min}$  los máximos y mínimos respectivamente de los valores de presión registrados:



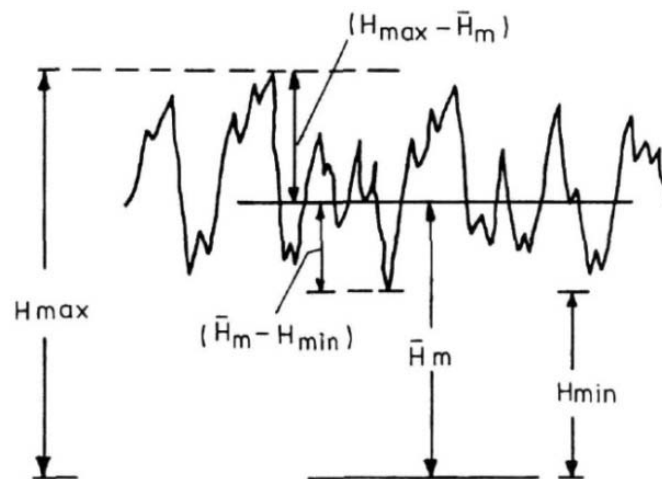


Figura 5.156. Esquema de las fluctuaciones de presión máxima y mínima (Ervin et al., 1997)

May y Willoughby (1991) experimentando con chorros planos, comprueban que los valores extremos de presión no aparecen necesariamente en el punto de impacto del chorro y que dichos valores son superiores en el caso de chorros incidentes respecto de los chorros sumergidos. También verifican que los valores extremos positivos son más altos que los negativos, registrándose para relaciones de  $Y/D_j$  similares a las posteriormente obtenidas por Ervin et al., (1997).

Ervin et al. (1997) representan los valores obtenidos en su campaña de medidas obteniendo la máxima presión dinámica extrema positiva para una relación  $Y/D_j \sim 10$  mientras que la máxima presión dinámica extrema negativa se obtiene para una relación  $Y/D_j \sim 5$ :

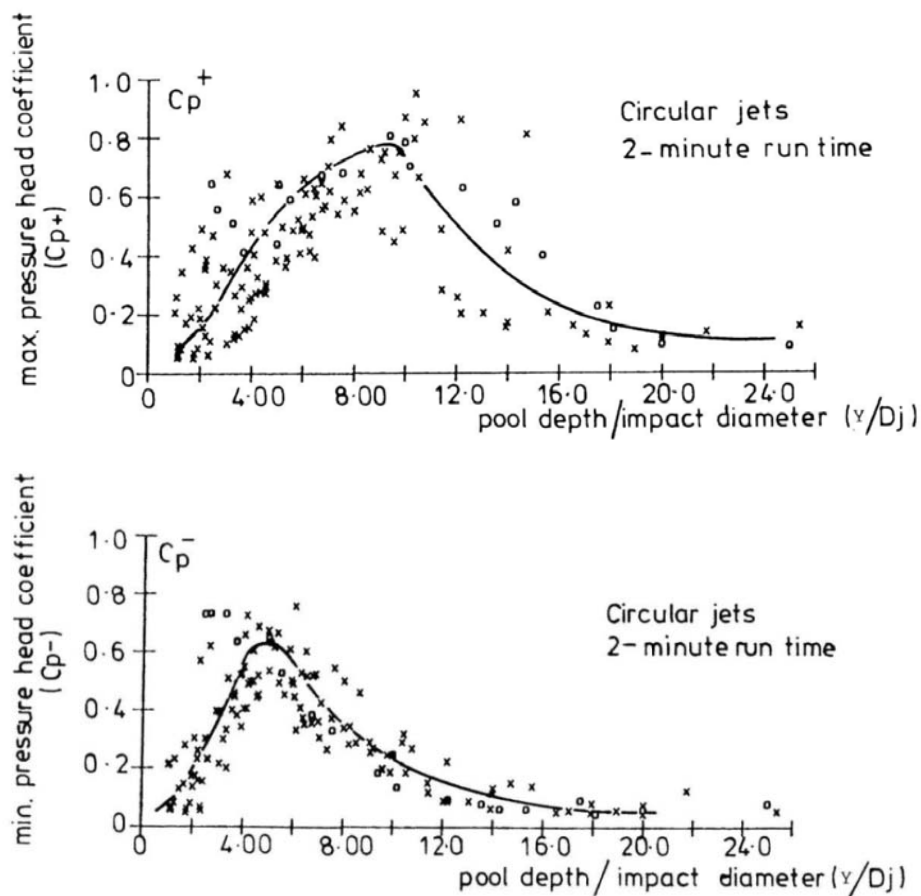


Figura 5.157. Coeficientes de presión dinámica extrema positiva ( $C_p^+$ ) y negativa ( $C_p^-$ ) (Ervin et al., 1997)

Ervine et al. (1997) no sólo estudian los valores extremos de la fluctuación de presiones, sino que además estudian las frecuencias dominantes en el cuenco, para lo cual emplean el número de Strouhal, número adimensional que en mecánica de fluidos relaciona la oscilación de un flujo con su velocidad media y que surge de procesos en los que un flujo se ve interrumpido por un objeto sólido, de forma que, al no ser el fluido totalmente capaz de rodearlo, la capa cortante se despega de éste con una estela de forma frecuencial.

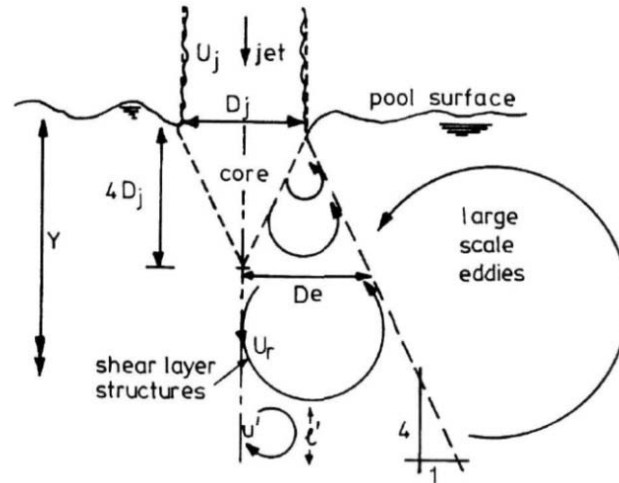


Figura 5.158. Estructuras de remolinos en el cuenco de disipación (Ervine et al., 1997)

Al igual que lo señalado por Lencastre (1961), los autores identifican las frecuencias más bajas con vórtices de gran escala, con dimensiones similares a la profundidad del cuenco. La velocidad de recirculación  $U_r$  se puede expresar como:

$$U_r \approx 0,035 U_j \quad (5.227)$$

siendo  $U_j$  la velocidad en el punto de impacto.

De esta forma, el número de Strouhal ( $S$ ) de los vórtices dominantes puede expresarse como:

$$S = \frac{f Y}{U_j} = \frac{U_r}{\pi Y U_j} \approx 0,01 \quad (5.228)$$

siendo  $f$  la frecuencia de los vórtices dominantes e  $Y$  la profundidad respecto de la superficie del colchón.

El siguiente grupo de vórtices incluye aquellos con un tamaño en torno a la mitad del ancho de la zona de difusión. Dado que la anchura de dicha zona es proporcional a la velocidad del chorro a la entrada del colchón, el número Strouhal de los remolinos ( $S_s$ ) vendrá dado por:

$$S_s = \frac{f_s Y}{U_j} = K_3 \quad (5.229)$$

siendo  $K_3$  la constante de proporcionalidad de valor aproximado 0,25. Este valor coincide, como se puede apreciar en la Figura 5.158, con la pendiente (1:4) de difusión del chorro en el cuenco.

Castillo (2007) también obtiene, para los datos de Puertas (1994) y Castillo (1989), los valores de los coeficientes de presión dinámica extrema positiva ( $C_p^+$ ) y negativa ( $C_p^-$ ) y realiza una comparación con los resultados obtenidos por Ervine et al. (1997):

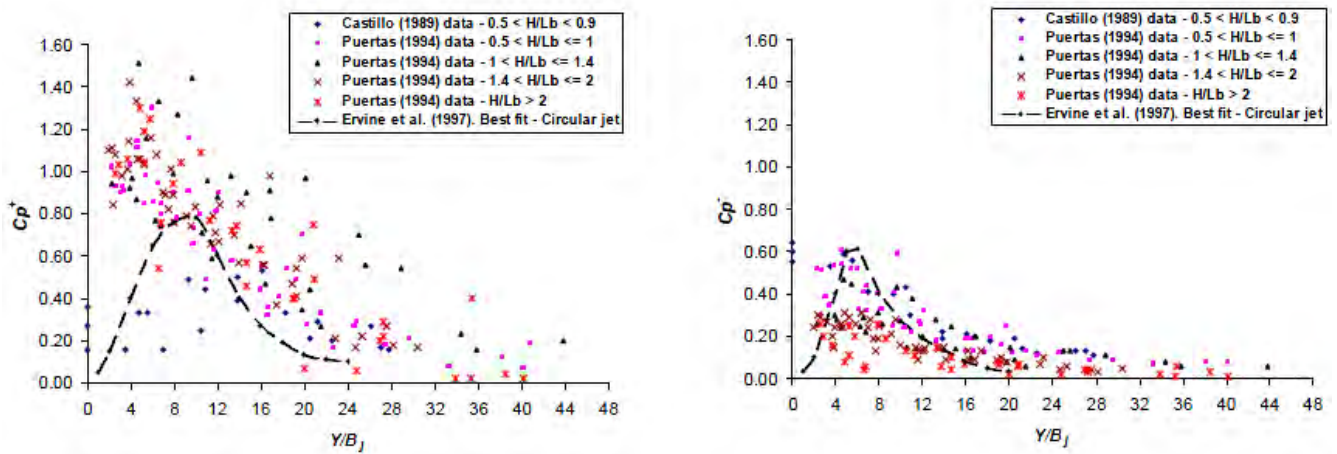


Figura 5.159. Coeficientes de presión dinámica extrema positiva  $C_p^+$  y negativa  $C_p^-$  (Castillo, 2007)

Como se puede observar en la Figura 5.159, los valores obtenidos no permiten realizar ningún tipo de ajuste. Los valores extremos positivos obtenidos son, en general, superiores a los correspondientes a chorro circular (Ervine et al., 1997). El valor máximo obtenido  $C_p^+ \sim 1,3$  y corresponde a un valor  $Y/B_j = 8$ .

Los valores extremos negativos son del orden de los publicados en estudios anteriores para el caso de chorros circulares, obteniéndose un valor máximo  $C_p^- \sim 0,6$  para una relación  $Y/B_j = 6$ .

Marefat (2011) trabajando con chorros circulares obtiene los valores del coeficiente de presión dinámica extrema, apreciándose un mejor ajuste con los datos de Ervine et al. (1997) en el caso de  $C_p^+$  mientras que los resultados referentes a  $C_p^-$  se dispersan algo más.

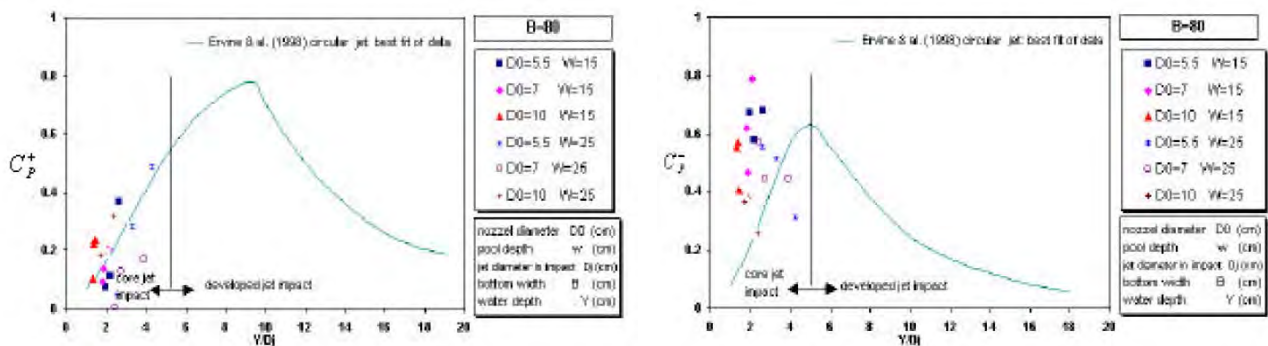


Figura 5.160. Coeficientes de presión dinámica extrema positiva ( $C_p^+$ ) y negativa ( $C_p^-$ ) (Marefat, 2011)

### 5.9.4. Fluctuación de presiones en los cajeros del cuenco

Las fluctuaciones de presión en los cajeros del cuenco también han sido objeto de estudio por parte de diferentes autores.

Borghei y Zarnani (2008) caracterizan estas fluctuaciones mediante el coeficiente de presión dinámica fluctuante  $C'_{pw}$  que se define igual que el coeficiente  $C'_p$  pero empleando los valores de presión registrados en los cajeros.

Los autores realizan mediciones tanto para chorros desarrollados como no desarrollados y para geometrías circulares y rectangulares.

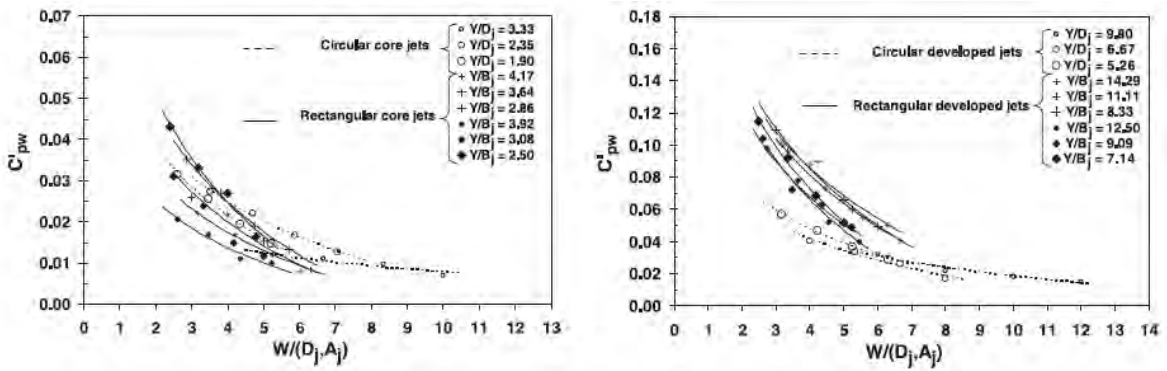


Figura 5.161. Variación del coeficiente de presión dinámica fluctuante  $C'_{pw}$  en los cajeros con la anchura del cuenco para chorros no desarrollados (izqda.) y para chorros desarrollados (Borghei y Zarnani, 2008)

En la Figura 5.161 se aprecia que, tanto para chorros desarrollados como no desarrollados, al disminuir el ancho del cuenco el coeficiente  $C'_{pw}$  aumenta debido a que la cercanía al punto de impacto del chorro genera mayores fluctuaciones de presión en los cajeros. Además, para chorros desarrollados, los de sección rectangular presentan los mayores valores debido a que su difusión, al no ser axisimétrica genera mayores fluctuaciones y una mayor turbulencia.

En todo caso, para valores de  $W/D_j$  o  $W/A_j$  (relación entre ancho del cuenco y radio/anchura del chorro) superiores a 10 las variaciones de ancho tienen un efecto escaso.

Finalmente, Borghei y Zarnani (2008) definen los valores de los coeficientes de presión dinámica extrema positiva ( $C^+_{pw}$ ) y negativa ( $C^-_{pw}$ ) en los cajeros y los representan en función de la anchura del cuenco en las siguientes figuras:

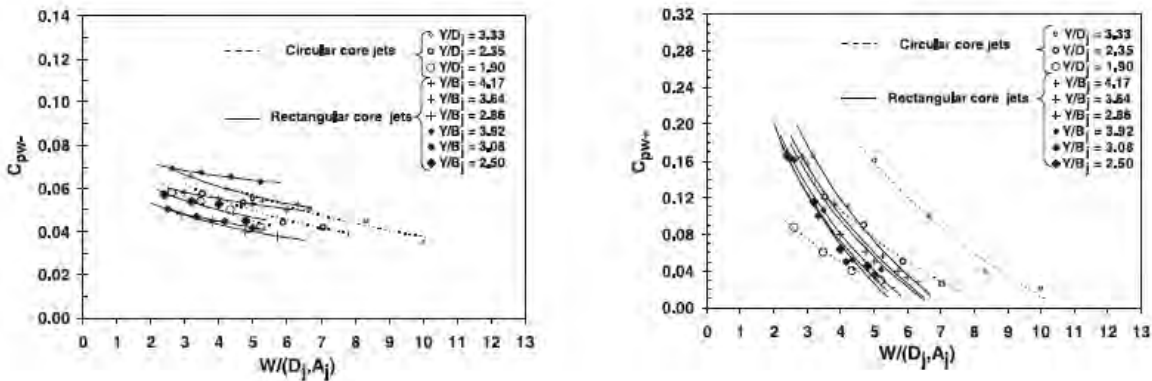


Figura 5.162. Variación de los coeficiente de presión dinámica extrema  $C^+_{pw}$  y  $C^-_{pw}$  en los cajeros con la anchura del cuenco para chorros no desarrollados (Borghei y Zarnani, 2008)

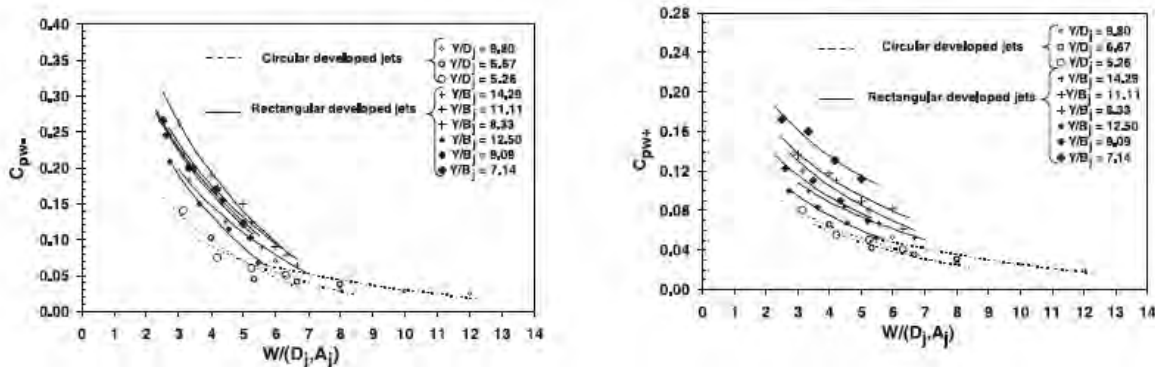


Figura 5.163. Variación de los coeficiente de presión dinámica extrema  $C^+_{pw}$  y  $C^-_{pw}$  en los cajeros con la anchura del cuenco para chorros no desarrollados (arriba) y para chorros desarrollados (Borghei y Zarnani, 2008)

En todos los casos se aprecia que, al aumentar el ancho del cuenco los valores de los coeficientes de presión dinámica extrema disminuyen debido a la reducción de las fluctuaciones, siendo escaso el efecto de la variación del ancho para valores de  $W/D_j$  o  $W/A_j$  (relación entre ancho del cuenco y radio/anchura del chorro) superiores a 10.

## 5.10. Análisis dimensional de variables

### 5.10.1. Teorema de Buckingham o teorema II

El teorema II de Edgar Buckingham<sup>23</sup> (1914) es el teorema fundamental del análisis dimensional. El teorema establece que si se dispone una ecuación física que refleja la relación existente entre las variables que intervienen en un cierto problema debe existir una función  $f$  tal que:

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$$

en donde  $A_i$  son las  $n$  variables o magnitudes físicas relevantes, y se expresan en términos de  $k$  unidades físicas independientes. Entonces la anterior ecuación se puede reescribir como:

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m) = 0$$

donde  $\Pi_i$  son los parámetros adimensionales construidos de  $n - k$  ecuaciones de la forma:

$$\Pi_i = A_1^{m_1} A_2^{m_2} \dots A_n^{m_n}$$

siendo los exponentes  $m_i$  números enteros. El número de parámetros adimensionales  $\Pi_i$  es  $m = n - k$ , siendo  $k$  el rango de la matriz formada con los exponentes dimensionales de las magnitudes, en relación a una base dada.

### 5.10.2. Longitud de rotura

La longitud de rotura del chorro ( $L_b$ ), como se ha visto en el apartado 5.3.2, se define como la distancia a partir de la cual el chorro está completamente desarrollado, es decir, no presenta un núcleo compacto.

Para realizar el análisis dimensional de este parámetro, partimos de las variables relacionadas con las condiciones de vertido, como son el caudal específico  $q$  y la anchura del chorro en el vertido  $B_i$ .

Además de los parámetros anteriores, para caracterizar completamente la longitud de rotura del chorro consideraremos los parámetros asociados a las propiedades del fluido como su densidad  $\rho$  y la tensión superficial  $\sigma$ , así como los parámetros asociados al medio, como el campo de fuerzas exteriores, caracterizado mediante la aceleración de la gravedad  $g$ .

De esta forma, podemos indicar que las variables que definen la longitud de rotura son:

$$L_b = f(B_i, q, \sigma, \rho, g)$$

o bien:

$$F(L_b, B_i, q, \sigma, \rho, g) = 0$$

Partiendo de las variables indicadas se considera como sistema fundamental de magnitudes el reconocido por el Sistema Internacional (S.I.) que, para fenómenos mecánicos, está formado por tres magnitudes: longitud (L), masa (M) y tiempo (T).

<sup>23</sup> Los trabajos de Vaschy (1892) y Riabouchinsky (1911) pueden considerarse precursores del teorema II. Tanto es así que, en ocasiones, podemos encontrar dicho teorema enunciado como teorema de Vaschy-Buckingham.

Por tanto, la tabla de coeficientes para las variables del problema sería:

	$L_b$	$B_i$	$q$	$\sigma$	$\rho$	$g$
L	1	1	2	0	-3	1
M	0	0	0	1	1	0
T	0	0	-1	-2	0	-2
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$

Tabla 5.17. Coeficientes dimensionales

Eligiendo las magnitudes  $B_i$ ,  $\rho$  y  $g$  (vectores  $v_2$ ,  $v_5$  y  $v_6$ ) la matriz de coeficientes para ellas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

El determinante de esta matriz es distinto de cero, lo que indica que estos vectores pueden representar cualquier otro vector mediante combinación lineal. Por tanto, se pueden formular las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_1 &= \alpha_1 v_2 + \beta_1 v_5 + \gamma_1 v_6 \\ v_3 &= \alpha_3 v_2 + \beta_3 v_5 + \gamma_3 v_6 \\ v_4 &= \alpha_4 v_2 + \beta_4 v_5 + \gamma_4 v_6 \end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{aligned} (1,0,0) &= \alpha_1(1,0,0) + \beta_1(-3,1,0) + \gamma_1(1,0,-2) \\ (2,0,-1) &= \alpha_3(1,0,0) + \beta_3(-3,1,0) + \gamma_3(1,0,-2) \\ (0,1,-2) &= \alpha_4(1,0,0) + \beta_4(-3,1,0) + \gamma_4(1,0,-2) \end{aligned}$$

A continuación, planteamos la solución de cada una de las tres ecuaciones vectoriales. Para  $v_1$ , correspondiente a la magnitud  $L_b$ , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_1 = 1$ ,  $\beta_1 = 0$  y  $\gamma_1 = 0$ , por lo que podemos definir el número adimensional  $L1$  (longitud de rotura adimensionalizada) como:

$$L1 = \frac{L_b}{B_i}$$

Para la magnitud  $q$ , correspondiente con  $v_3$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_3 \\ \beta_3 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_3 = 1,5$ ,  $\beta_3 = 0$  y  $\gamma_3 = 0,5$  con lo que obtenemos el número adimensional  $L2$  (caudal adimensionalizado):

$$L2 = \frac{q}{g^{1/2} B_i^{3/2}}$$

Por último, el número asociado a la tensión superficial  $\sigma$ , correspondiente al vector  $v_4$  lo obtenemos mediante:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_4 \\ \beta_4 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_4 = 2$ ,  $\beta_4 = 1$  y  $\gamma_4 = 1$  con lo que se obtiene el número adimensional  $L3$  (tensión superficial adimensionalizada):

$$L3 = \frac{\sigma}{B_i^2 \rho g} = \frac{\sigma}{B_i^2 \gamma}$$

### 5.10.3. Espesor de aire arrastrado en el contorno exterior del chorro

Para realizar el análisis dimensional del espesor de aire arrastrado en el contorno exterior del chorro ( $\delta$ ), partimos de las variables relacionadas con las condiciones del chorro, como son la velocidad ( $V$ ) y la distancia al punto de vertido ( $x$ ), así como las características del aire, definidas mediante su densidad ( $\rho_a$ ) y su viscosidad ( $\mu_a$ ). Por último, caracterizaremos el campo de fuerzas mediante la aceleración de la gravedad ( $g$ ).

De esta forma, podemos indicar que las variables que definen el espesor de aire arrastrado por el chorro son:

$$\delta = f(V, x, \rho_a, \mu_a, g)$$

o bien:

$$F(\delta, V, x, \rho_a, \mu_a, g) = 0$$

Partiendo de las variables implicadas, aplicamos el teorema II o teorema de Buckingham con el fin de obtener las variables adimensionales que caracterizan la distancia al punto de impacto.

Por tanto, la tabla de coeficientes para las variables del problema sería:



	$\delta$	$V$	$x$	$\rho_a$	$\mu_a$	$g$
L	1	1	1	-3	-1	1
M	0	0	0	1	1	0
T	0	-1	0	0	-1	-2
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$

Tabla 5.18. Coeficientes dimensionales

Eligiendo las magnitudes  $x$ ,  $\rho_a$  y  $g$  (vectores  $v_3$ ,  $v_4$  y  $v_6$ ) la matriz de coeficientes para ellas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

El determinante de esta matriz es distinto de cero, lo que indica que estos vectores pueden representar cualquier otro vector mediante combinación lineal. Por tanto, se pueden formular las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_1 &= \alpha_1 v_3 + \beta_1 v_4 + \gamma_1 v_6 \\ v_2 &= \alpha_2 v_3 + \beta_2 v_4 + \gamma_2 v_6 \\ v_5 &= \alpha_4 v_3 + \beta_4 v_4 + \gamma_4 v_6 \end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{aligned} (1,0,0) &= \alpha_1 (1,0,0) + \beta_1 (-3,1,0) + \gamma_1 (1,0,-2) \\ (1,0,-1) &= \alpha_3 (1,0,0) + \beta_3 (-3,1,0) + \gamma_3 (1,0,-2) \\ (-1,1,-1) &= \alpha_4 (1,0,0) + \beta_4 (-3,1,0) + \gamma_4 (1,0,-2) \end{aligned}$$

A continuación, planteamos la solución de cada una de las tres ecuaciones vectoriales. Para  $v_1$ , correspondiente a la magnitud  $\delta$ , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_1 = 1$ ,  $\beta_1 = 0$  y  $\gamma_1 = 0$ , por lo que podemos definir el número adimensional  $E1$  (espesor de aire adimensionalizado) como:

$$E1 = \frac{\delta}{x}$$

Para la magnitud  $V$ , correspondiente con  $v_2$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_2 = 0,5$ ,  $\beta_2 = 0$  y  $\gamma_2 = 0,5$  con lo que obtenemos el número adimensional  $E2$  (velocidad adimensionalizada):

$$E2 = \frac{V}{\sqrt{x \cdot g}}$$

Por último, el número asociado a la viscosidad del aire  $\mu_a$ , correspondiente al vector  $v_5$  se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_5 \\ \beta_5 \\ \gamma_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_5 = 1,5$ ,  $\beta_5 = 1$  y  $\gamma_5 = 0,5$  con lo que se obtiene el número adimensional  $E3$  (viscosidad adimensionalizada):

$$E3 = \frac{\mu_a}{x^{3/2} \rho g^{1/2}}$$

#### 5.10.4. Distancia del punto de impacto

Para realizar el análisis dimensional de la distancia del punto de impacto ( $X$ ), partimos de las variables relacionadas con las condiciones del vertido, como son el caudal específico ( $q$ ) y la altura de vertido ( $H$ ), así como del campo de fuerzas caracterizado por la aceleración de la gravedad  $g$ .

De esta forma, podemos indicar que las variables que definen la distancia del punto de impacto son:

$$X = f(H, g, q)$$

o bien:

$$F(X, H, g, q) = 0$$

Partiendo de las variables implicadas, aplicamos el teorema  $\Pi$  o teorema de Buckingham con el fin de obtener las variables adimensionales que caracterizan la distancia al punto de impacto.

Por tanto, la tabla de coeficientes para las variables del problema sería:

	$X$	$H$	$g$	$q$
L	1	1	1	2
M	0	0	0	0
T	0	0	-2	-1
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$

Tabla 5.19. Coeficientes dimensionales

Dado que las cuatro variables aportan dos dimensiones distintas (L, T) se obtendrán, aplicando el teorema de Buckingham,  $4 - 2 = 2$  grupos adimensionales.

Eligiendo las magnitudes  $H$  y  $g$  (vectores  $v_2$  y  $v_3$ ) la matriz de coeficientes para ellas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

El determinante de esta matriz es distinto de cero, lo que indica que estos vectores pueden representar cualquier otro vector mediante combinación lineal. Por tanto, se pueden formular las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_1 &= \alpha_1 v_2 + \beta_1 v_3 \\ v_4 &= \alpha_4 v_2 + \beta_4 v_3 \end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{aligned} (1,0) &= \alpha_1(1,0) + \beta_1(1,-2) \\ (2,-1) &= \alpha_4(1,0) + \beta_4(1,-2) \end{aligned}$$

A continuación, planteamos la solución de cada una de las cuatro ecuaciones vectoriales. Para  $v_1$ , correspondiente a la magnitud  $X$ , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_1 = 1$  y  $\beta_1 = 0$ , por lo que podemos definir el número adimensional  $X1$  (distancia del punto de impacto adimensionalizado) como:

$$X1 = \frac{X}{H}$$

Para la magnitud  $q$ , correspondiente con  $v_4$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_4 \\ \beta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_4 = 1,5$  y  $\beta_4 = 0,5$  con lo que obtenemos el número adimensional  $X2$  (caudal específico adimensionalizado):

$$X2 = \frac{q}{H^{3/2} g^{1/2}}$$

### **5.10.5. Espesor del chorro en el impacto**

Como se ha visto en el punto 5.3.1 el espesor del chorro en el impacto ( $B_j$ ) viene dado por la suma del espesor del chorro por consideraciones gravitatorias y su difusión lateral debida a la aireación.

Para realizar el análisis dimensional del espesor del chorro en el impacto ( $B_j$ ), partimos de las variables relacionadas con las condiciones del chorro, como son la altura de vertido ( $H$ ), el caudal específico ( $q$ ) y las velocidades en el punto de vertido ( $V_i$ ) y en el punto de impacto ( $V_j$ ). Finalmente, caracterizaremos el campo de fuerzas por la aceleración de la gravedad ( $g$ ).

De esta forma, podemos indicar que las variables que definen la distancia del punto de impacto son:

$$B_j = f(H, g, q, V_i, V_j)$$

o bien:

$$F(B_j, H, g, q, V_i, V_j) = 0$$

Partiendo de las variables implicadas, aplicamos el teorema  $\Pi$  o teorema de Buckingham con el fin de obtener las variables adimensionales que caracterizan la velocidad del chorro en el cuenco.

Por tanto, la tabla de coeficientes para las variables del problema sería:

	$B_j$	$q$	$H$	$V_i$	$V_j$	$g$
L	1	2	1	1	1	1
M	0	0	0	0	0	0
T	0	-1	0	-1	-1	-2
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$

Tabla 5.20. Coeficientes dimensionales

Dado que las cuatro variables aportan dos dimensiones distintas (L, T) se obtendrán, aplicando el teorema de Buckingham,  $6 - 2 = 4$  grupos adimensionales.

Eligiendo las magnitudes  $H$  y  $g$  (vectores  $v_3$  y  $v_6$ ) la matriz de coeficientes para ellas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

El determinante de esta matriz es distinto de cero, lo que indica que estos vectores pueden representar cualquier otro vector mediante combinación lineal. Por tanto, se pueden formular las siguientes ecuaciones:

$$v_1 = \alpha_1 v_3 + \beta_1 v_6$$

$$v_2 = \alpha_2 v_3 + \beta_2 v_6$$

$$v_4 = \alpha_4 v_3 + \beta_4 v_6$$

$$v_5 = \alpha_5 v_3 + \beta_5 v_6$$

es decir:

$$\begin{aligned}(1,0) &= \alpha_1(1,0) + \beta_1(1,-2) \\ (2,-1) &= \alpha_2(1,0) + \beta_2(1,-2) \\ (1,-1) &= \alpha_4(1,0) + \beta_4(1,-2) \\ (1,-1) &= \alpha_5(1,0) + \beta_5(1,-2)\end{aligned}$$

A continuación, planteamos la solución de cada una de las cuatro ecuaciones vectoriales. Para  $v_1$ , correspondiente a la magnitud  $B_j$ , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_1 = 1$  y  $\beta_1 = 0$ , por lo que podemos definir el número adimensional  $B1$  (espesor del chorro en el impacto adimensionalizado) como:

$$B1 = \frac{B_j}{H}$$

Para la magnitud  $q$ , correspondiente con  $v_2$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_2 = 1,5$  y  $\beta_2 = 0,5$  con lo que obtenemos el número adimensional  $B2$  (caudal específico adimensionalizado):

$$B2 = \frac{q}{H^{3/2} g^{1/2}}$$

Para la magnitud  $V_i$ , correspondiente con  $v_4$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_4 \\ \beta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_4 = 0,5$  y  $\beta_4 = 0,5$  con lo que obtenemos el número adimensional  $B3$  (velocidad de vertido adimensionalizada):

$$B3 = \frac{V_i}{\sqrt{H \cdot g}}$$

Finalmente, para la magnitud  $V_j$ , correspondiente con  $v_5$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_5 \\ \beta_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_5 = 0,5$  y  $\beta_5 = 0,5$  con lo que obtenemos el número adimensional  $B4$  (velocidad en el punto de impacto adimensionalizada):

$$B4 = \frac{V_j}{\sqrt{H \cdot g}}$$

### 5.10.6. Caudal de entrada de aire

Para realizar el análisis dimensional del caudal de entrada de aire ( $Q_a$ ), partimos de las variables relacionadas con el chorro incidente como son la altura de vertido ( $H$ ), la velocidad ( $V_j$ ) y anchura del chorro ( $B_j$ ) en el impacto, así como las densidades del agua ( $\rho_w$ ) y el aire ( $\rho_a$ ) y la tensión superficial del agua ( $\sigma$ ). El campo de fuerzas estará caracterizado mediante la aceleración de la gravedad  $g$ .

Así, podemos indicar que las variables que definen el caudal de entrada de aire son:

$$Q_a = f(H, V_j, B_j, \rho_a, \rho_w, g, \sigma)$$

o bien:

$$F(Q_a, H, V_j, B_j, \rho_a, \rho_w, g, \sigma) = 0$$

Partiendo de las variables implicadas, aplicamos el teorema  $\Pi$  o teorema de Buckingham con el fin de obtener las variables adimensionales que caracterizan el caudal de entrada de aire.

Por tanto, la tabla de coeficientes para las variables del problema sería:

	$Q_a$	$H$	$V_j$	$B_j$	$\rho_a$	$\rho_w$	$g$	$\sigma$
L	3	1	1	1	-3	-3	1	0
M	0	0	0	0	1	1	0	1
T	-1	0	-1	0	0	0	-2	-2
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$

Tabla 5.21. Coeficientes dimensionales

Dado que las ocho variables aportan tres dimensiones distintas (L, M, T) se obtendrán, aplicando el teorema de Buckingham,  $8 - 3 = 5$  grupos adimensionales.

Elegiendo las magnitudes  $H$ ,  $\rho_w$  y  $g$  (vectores  $v_2$ ,  $v_6$  y  $v_7$ ) la matriz de coeficientes para ellas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

El determinante de esta matriz es distinto de cero, lo que indica que estos vectores pueden representar cualquier otro vector mediante combinación lineal. Por tanto, se pueden formular las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}v_1 &= \alpha_1 v_2 + \beta_1 v_6 + \gamma_1 v_7 \\v_3 &= \alpha_3 v_2 + \beta_3 v_6 + \gamma_3 v_7 \\v_4 &= \alpha_4 v_2 + \beta_4 v_6 + \gamma_4 v_7 \\v_5 &= \alpha_5 v_2 + \beta_5 v_6 + \gamma_5 v_7\end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{aligned}(3,0,-1) &= \alpha_1(1,0,0) + \beta_1(-3,1,0) + \gamma_1(1,0,-2) \\(1,0,-1) &= \alpha_3(1,0,0) + \beta_3(-3,1,0) + \gamma_3(1,0,-2) \\(1,0,0) &= \alpha_4(1,0,0) + \beta_4(-3,1,0) + \gamma_4(1,0,-2) \\(-3,1,0) &= \alpha_5(1,0,0) + \beta_5(-3,1,0) + \gamma_5(1,0,-2)\end{aligned}$$

A continuación, planteamos la solución de cada una de las cuatro ecuaciones vectoriales. Para  $v_1$ , correspondiente a la magnitud  $Q_a$ , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_1 = 2,5$ ,  $\beta_1 = 0$  y  $\gamma_1 = 0,5$ , por lo que podemos definir el número adimensional  $Q1$  (caudal de aire en el cuenco adimensionalizado) como:

$$Q1 = \frac{Q_a}{H^{3/2} g^{1/2}}$$

Para la magnitud  $V_j$ , correspondiente con  $v_3$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_3 \\ \beta_3 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_3 = 0,5$ ,  $\beta_3 = 0$  y  $\gamma_3 = 0,5$ , con lo que obtenemos el número adimensional  $Q2$  (velocidad de impacto adimensionalizada):

$$Q2 = \frac{V_j}{\sqrt{H \cdot g}}$$

Para la magnitud  $B_j$ , correspondiente con  $v_4$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_4 \\ \beta_4 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_4 = 1$ ,  $\beta_4 = 0$  y  $\gamma_4 = 0$ , con lo que obtenemos el número adimensional  $Q3$  (ancho de chorro adimensionalizada):

$$Q3 = \frac{V_j}{H}$$

Para la magnitud  $\rho_a$ , correspondiente con  $v_5$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_5 \\ \beta_5 \\ \gamma_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_5 = 0$ ,  $\beta_5 = 1$  y  $\gamma_5 = 0$ , con lo que obtenemos el número adimensional  $Q4$  (densidad del aire adimensionalizada):

$$Q4 = \frac{\rho_a}{\rho_w}$$

Para la magnitud  $\sigma$ , correspondiente con  $v_8$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_8 \\ \beta_8 \\ \gamma_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_8 = 2$ ,  $\beta_8 = 1$  y  $\gamma_8 = 1$ , con lo que obtenemos el número adimensional  $Q5$  (tensión superficial adimensionalizada):

$$Q5 = \frac{\sigma}{H^2 \rho_w g}$$

### **5.10.7. Velocidad del chorro en el cuenco**

Como se ha visto en el apartado 5.6.2, la velocidad del chorro en el cuenco ( $V$ ) experimenta una disminución a medida que penetra en el cuenco de disipación de energía.

Para realizar el análisis dimensional de este parámetro, partimos de las variables relacionadas con las condiciones en el cuenco, como son la velocidad en el impacto  $V_j$  y la profundidad en el colchón  $Y$ .

Además, consideraremos los parámetros asociados a las propiedades del fluido como son, en este caso, las densidades del agua  $\rho_w$  y del aire  $\rho_a$ , así como el campo de fuerzas caracterizado mediante la aceleración de la gravedad  $g$  y una fuerza de arrastre de sentido contrario  $F_a$ .

Así, podemos indicar que las variables que definen la velocidad del chorro en el cuenco son:

$$V = f(V_j, Y, \rho_a, \rho_w, g, F_a)$$

o bien:

$$F(V, V_j, Y, \rho_a, \rho_w, g, F_a) = 0$$



Partiendo de las variables implicadas, aplicamos el teorema  $\Pi$  o teorema de Buckingham con el fin de obtener las variables adimensionales que caracterizan la velocidad del chorro en el cuenco.

Por tanto, la tabla de coeficientes para las variables del problema sería:

	$V$	$V_j$	$Y$	$\rho_a$	$\rho_w$	$g$	$F_a$
L	1	1	1	-3	-3	1	1
M	0	0	0	1	1	0	1
T	-1	-1	0	0	0	-2	-2
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$

Tabla 5.22. Coeficientes dimensionales

Eligiendo las magnitudes  $Y$ ,  $\rho_w$  y  $g$  (vectores  $v_3$ ,  $v_5$  y  $v_6$ ) la matriz de coeficientes para ellas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

El determinante de esta matriz es distinto de cero, lo que indica que estos vectores pueden representar cualquier otro vector mediante combinación lineal. Por tanto, se pueden formular las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_1 &= \alpha_1 v_3 + \beta_1 v_5 + \gamma_1 v_6 \\ v_2 &= \alpha_2 v_3 + \beta_2 v_5 + \gamma_2 v_6 \\ v_4 &= \alpha_4 v_3 + \beta_4 v_5 + \gamma_4 v_6 \\ v_7 &= \alpha_7 v_3 + \beta_7 v_5 + \gamma_7 v_6 \end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{aligned} (1,0,-1) &= \alpha_1(1,0,0) + \beta_1(-3,1,0) + \gamma_1(1,0,-2) \\ (1,0,0) &= \alpha_2(1,0,0) + \beta_2(-3,1,0) + \gamma_2(1,0,-2) \\ (-3,1,0) &= \alpha_4(1,0,0) + \beta_4(-3,1,0) + \gamma_4(1,0,-2) \\ (1,1,-2) &= \alpha_7(1,0,0) + \beta_7(-3,1,0) + \gamma_7(1,0,-2) \end{aligned}$$

A continuación, planteamos la solución de cada una de las cuatro ecuaciones vectoriales. Para  $v_1$ , correspondiente a la magnitud  $V$ , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_1 = 0,5$ ,  $\beta_1 = 0$  y  $\gamma_1 = 0,5$ , por lo que podemos definir el número adimensional  $V_I$  (velocidad en el cuenco adimensionalizada) como:

$$V1 = \frac{V}{\sqrt{g \cdot Y}}$$

Para la magnitud  $V_j$ , correspondiente con  $v_2$  obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_2 = 0,5$ ,  $\beta_2 = 0$  y  $\gamma_2 = 0,5$  con lo que obtenemos el número adimensional V2 (velocidad en el impacto adimensionalizado):

$$V2 = \frac{V_j}{\sqrt{g \cdot Y}}$$

El número asociado a la densidad del aire  $\rho_a$ , correspondiente al vector  $v_4$  lo obtenemos mediante:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_4 \\ \beta_4 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_4 = 0$ ,  $\beta_4 = 1$  y  $\gamma_4 = 0$  con lo que se obtiene el número adimensional V3 (densidad del aire adimensionalizada):

$$V3 = \frac{\rho_a}{\rho_w}$$

Por último, el número asociado a la fuerza de arrastre  $F_a$ , correspondiente al vector  $v_7$  lo obtenemos mediante:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_7 \\ \beta_7 \\ \gamma_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_7 = 3$ ,  $\beta_7 = 1$  y  $\gamma_7 = 1$  con lo que se obtiene el número adimensional V4 (fuerza de arrastre adimensionalizada):

$$V4 = \frac{F_a}{Y^3 \rho_w g} = \frac{F_a}{Y^3 \gamma_w}$$

### 5.10.8. Presiones

Puertas (1994) realiza el análisis dimensional de las presiones ( $p$ ) partiendo de las variables  $H$  (altura de energía de la lámina vertiente respecto de la solera del cuenco),  $h$  (altura de la contrapresa del cuenco de amortiguamiento que genera el colchón de agua),  $q$  (caudal específico) y  $x$  (punto de medida en el eje central de la solera del cuenco).

Además de los parámetros anteriores, para caracterizar completamente la presión Puertas (1994) considera los parámetros asociados al medio, como el campo de fuerzas exteriores, caracterizándolo mediante la aceleración de la gravedad  $g$  y como parámetro asociado a las propiedades del fluido su densidad  $\rho$ , despreciando los efectos de la tensión superficial y la viscosidad. El autor justifica esta simplificación en base al trabajo realizado por D'Alpaos y Ghetti (1984) en el cual garantizan la inexistencia de desviaciones en la trayectoria del chorro por efecto de la tensión superficial y la viscosidad para vertidos con una altura de carga superior a 4 cm.

Por tanto, el autor señala que las variables que definen la presión serán:

$$p = f(H, h, q, x, \rho, g)$$

o bien:

$$F(p, H, h, q, x, \rho, g) = 0$$

Por tanto, partiendo de las variables implicadas, Puertas (1994) aplica el teorema  $\Pi$  o teorema de Buckingham con el fin de obtener las variables adimensionales que caracterizan el campo de presiones.

La tabla de coeficientes para las variables del problema propuesta por el autor sería:

	$\rho$	$H$	$h$	$q$	$x$	$\rho$	$g$
L	-1	1	1	2	1	-3	1
M	1	0	0	0	0	1	0
T	-2	0	0	-1	0	0	-2
	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$

Tabla 5.23. Coeficientes dimensionales (Puertas, 1994)

Eligiendo las magnitudes  $H$ ,  $\rho$  y  $g$  (vectores  $v_2$ ,  $v_6$  y  $v_7$ ) la matriz de coeficientes para ellas es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

El determinante de esta matriz es distinto de cero, lo que indica que estos vectores pueden representar cualquier otro vector mediante combinación lineal. Por tanto, se pueden formular las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_1 &= \alpha_1 v_2 + \beta_1 v_6 + \gamma_1 v_7 \\ v_3 &= \alpha_3 v_2 + \beta_3 v_6 + \gamma_3 v_7 \\ v_4 &= \alpha_4 v_2 + \beta_4 v_6 + \gamma_4 v_7 \\ v_5 &= \alpha_5 v_2 + \beta_5 v_6 + \gamma_5 v_7 \end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{aligned}(-1,1,-2) &= \alpha_1(1,0,0) + \beta_1(-3,1,0) + \gamma_1(1,0,-2) \\(1,0,0) &= \alpha_3(1,0,0) + \beta_3(-3,1,0) + \gamma_3(1,0,-2) \\(2,0,-1) &= \alpha_4(1,0,0) + \beta_4(-3,1,0) + \gamma_4(1,0,-2) \\(1,0,0) &= \alpha_5(1,0,0) + \beta_5(-3,1,0) + \gamma_5(1,0,-2)\end{aligned}$$

A continuación, Puertas (1994) plantea la solución de cada una de las cuatro ecuaciones vectoriales. Para  $v_1$ , correspondiente a la magnitud  $p$ , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_1 = 1$ ,  $\beta_1 = 1$  y  $\gamma_1 = 1$ , por lo que las dimensiones de  $p$  en el sistema  $H, \rho, g$  son:

$$\langle p \rangle = \langle H^1 \rho^1 g^1 \rangle$$

De esta forma, Puertas (1994) define el número adimensional  $N1$  (presión adimensionalizada) como:

$$N1 = \frac{p}{\rho g H} = \frac{p}{\gamma H}$$

Para la magnitud  $h$ , correspondiente con  $v_3$  el autor obtiene:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_3 \\ \beta_3 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_3 = 1$ ,  $\beta_3 = 0$  y  $\gamma_3 = 0$  con lo que se obtiene el número adimensional  $N2$  (altura de contrapresa adimensionalizada):

$$N2 = \frac{h}{H}$$

El caudal unitario  $q$ , correspondiente a  $v_4$  lo obtiene a partir de:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_4 \\ \beta_4 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_4 = 1,5$ ,  $\beta_4 = 0$  y  $\gamma_4 = 0,5$  con lo que el autor obtiene el número adimensional  $N3$  (caudal adimensionalizado):

$$N3 = \frac{q}{g^{1/2} H^{3/2}}$$

Por último, el número asociado a la abcisa  $x$ , correspondiente al vector  $v_5$  lo obtiene Puertas (1994) mediante:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_5 \\ \beta_5 \\ \gamma_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resultando  $\alpha_5 = 1$ ,  $\beta_5 = 0$  y  $\gamma_5 = 0$  con lo que se obtiene el número adimensional  $N4$  (abcisa adimensionalizada respecto del punto de impacto):

$$N4 = \frac{x}{H}$$

### 5.10.9. Resumen de algunos parámetros adimensionales

En la siguiente tabla se recogen los distintos números adimensionales obtenidos para cada una de las variables analizadas:

Longitud de rotura	Espesor de aire arrastrado en el contorno exterior del chorro	Distancia al punto de impacto	Espesor del chorro en el impacto	Caudal de entrada de aire	Velocidad del chorro en el cuenco	Presiones
$L1 = \frac{L_b}{B_i}$	$E1 = \frac{\delta}{x}$	$X1 = \frac{X}{H}$	$B1 = \frac{B_j}{H}$	$Q1 = \frac{Q_a}{H^{3/2} g^{1/2}}$	$V1 = \frac{V}{\sqrt{g \cdot Y}}$	$N1 = \frac{p}{\gamma H}$
$L2 = \frac{q}{g^{1/2} B_i^{3/2}}$	$E2 = \frac{V}{\sqrt{x \cdot g}}$	$X2 = \frac{q}{H^{3/2} g^{1/2}}$	$B2 = \frac{q}{H^{3/2} g^{1/2}}$	$Q2 = \frac{V_j}{\sqrt{H \cdot g}}$	$V2 = \frac{V_j}{\sqrt{g \cdot Y}}$	$N2 = \frac{h}{H}$
$L3 = \frac{\sigma}{B_i^2 \gamma}$	$E3 = \frac{\mu_a}{x^{3/2} \rho g^{1/2}}$		$B3 = \frac{V_i}{\sqrt{H \cdot g}}$	$Q3 = \frac{V_j}{H}$	$V3 = \frac{\rho_a}{\rho_w}$	$N3 = \frac{q}{g^{1/2} H^{3/2}}$
			$B4 = \frac{V_j}{\sqrt{H \cdot g}}$	$Q4 = \frac{\rho_a}{\rho_w}$	$V4 = \frac{F_a}{Y^3 \gamma_w}$	$N4 = \frac{x}{H}$
				$Q5 = \frac{\sigma}{H^2 \rho_w g}$		

Tabla 5.24. Resumen de algunos parámetros adimensionales

## 5.11. Bibliografía

1. ALBERTSON, M. L., DAI, Y. B., JENSEN, R. A. and ROUSE, H. (1948) "Diffusion of submerged jets". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 74.
2. ANNANDALE, G. W. (2006) *Scour technology*. New York : McGraw-Hill.
3. ATTARI, J. (2004) *Hydraulics of dams and river structures: proceedings of the International Conference on Hydraulics of Dams and River Structures*. Tehran, Iran : Walter de Gruyter.
4. AYDIN, I., ALTAN-SAKARYA, A. B. and SISMAN, C. (2011). "Discharge formula for rectangular sharp-crested weirs". *Flow Measurement and Instrumentation*, 22 (2).
5. BAGHERI, S. and HEIDARPOUR, M. (2009). "Flow over rectangular sharp-crested weirs". *Irrigation Science*, 28 (2).
6. BAGHERI, S. and HEIDARPOUR, M. (2010). "Application of free vortex theory to estimating discharge coefficient for sharp-crested weirs". *Biosystems Engineering*, 105 (3).
7. BAYLAR, A and BAGATUR, T. (2001). "Aeration performance of weirs: Part 1". *Water Engineering and Management*, 148 (3).
8. BAYLAR, A and BAGATUR, T. (2006). "Experimental studies on air entrainment and oxygen content downstream of sharp-crested weirs". *Water and Environment Journal*, 20 (4).
9. BAYLAR, A and EMIROGLU, M.E. (2002). "The effect of sharp-crested weir shape on air entrainment". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 29 (3).
10. BAYLAR, A, UNSAL, M. and OZKAN, F. (2010). "Hydraulic structures in water aeration processes". *Water, Air, and Soil Pollution*, 210 (4).
11. BELTAOS, S. (1976). "Oblique Impingement of Plane Turbulent Jets". *Journal of the Hydraulics Division*, 102 (9).
12. BELTAOS, S. and RAJARATNAM, N. (1973). "Plane turbulent impinging jets". *Journal of Hydraulic Research*, 11 (1).
13. BIN, A.K. (1988). "Minimum air entrainment velocity of vertical plunging liquid jets". *Chemical Engineering Science*, 43 (2).
14. BIN, A.K. (1993). "Gas entrainment by plunging liquid jets". *Chemical Engineering Science*, 48 (21).
15. BOHRER, J. G. and ABT, S. R. (1997). "Dam foundation erosion: Behavior of a free-trajectory jet in a plunge basin". *Proceedings, 27th Congress of the International Association of Hydraulic Research, IAHR*. San Francisco, USA.
16. BOHRER, J. G., S.R. ABT and WITTLER, R. J. (1998). "Predicting plunge pool velocity decay of free falling, rectangular jet". *Journal of Hydraulic Engineering*, 124 (10).
17. BOLLAERT, E. (2002). "The influence of plunge pool air entrainment on the presence of free air in rock joints". *Rock scour due to falling high-velocity jets*. Netherlands : Balkema.
18. BOLLAERT, E. (2008). Discussion of "Jet impact geometry and plunge pool dimensions effects on dynamic pressures at pool sidewalls." *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35 (11).

19. BOLLAERT, E. (2008). Discussion of "Jet impact geometry and plunge pool dimensions effects on dynamic pressures at pool sidewalls." *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35 (11).
20. BOLLAERT, E. (2009). Discussion of "effect of jet aeration on hydrodynamic forces on plunge pool floors". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 36 (3).
21. BOLLAERT, E., MANSO, P. and SCHLEISS, A. (2004). "Dynamic pressure fluctuations at real life plunge pool bottoms". *Hydraulics of Dams and River Structures*. Tehran, Iran : Taylor & Francis.
22. BOLLAERT, E., MANSO, P. and SCHLEISS, A. (2009). Discussion of "Effect of jet aeration on hydrodynamic forces on plunge pool floors". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 36 (3).
23. BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2001). "A new approach for better assessment of rock scouring due to high velocity jets at dam spillways". *5th ICOLD European Symposium*. Geiranger, Norway.
24. BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2001). "Air bubble effects on transient water pressures in rock fissures due to high velocity jet impact". *29th Congress International Association for Hydraulic Research*. Beijing, China.
25. BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2003). "Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets part I: A state-of-the-art review". *Journal of Hydraulic Research*, 41 (5).
26. BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2003). "Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets part II: Experimental results of dynamic pressures at pool bottoms and in one- and two-dimensional closed end rock joints". *Journal of Hydraulic Research*, 41 (5).
27. BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2005). "Physically based model for evaluation of rock scour due to high-velocity jet impact". *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (3).
28. BONETTO, F., D. DREW and LAHEY, R. T. (1994). "The analysis of a plunging liquid jet - the air entrainment process". *Chemical Engineering Communications*, 130.
29. BONETTO, F., DREW, D. A. and LAHEY, R. T. (1993). "Analysis of Pool Surface Deformation Due to a Plunging Liquid Jet". Rensselaer Polytechnic Inst., Troy, NY. Center for Multiphase Research.
30. BONETTO, F. and LAHEY, R. T. (1993). "Experimental study on air carryunder due to a plunging liquid jet". *International Journal of Multiphase Flow*, 19 (2).
31. BORGHEI, S.M. and ZARNANI, P. (2008). "Jet impact geometry and plunge pool dimensions effects on dynamic pressures at pool sidewalls". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35 (4).
32. BORMANN, N. E. and JULIEN, P. Y. (1991). "Scour downstream of grade-control structures". *Journal of Hydraulic Engineering*, 117 (5).
33. BOS, M. G. (1998). *Discharge measurement structures*. 3rd. Wageningen, Netherlands: International Institute for Land Reclamation and Improvement.
34. BRATTBERG, T. and CHANSON, H. (1998). "Air entrapment and air bubble dispersion at two-dimensional plunging water jets". *Chemical Engineering Science*, 53 (24).
35. BUCKINGHAM, E. (1914). "On physically similar systems: illustrations of the use of dimensional equations". *Physical Review*, 4 (4).

36. BUREAU OF RECLAMATION (1976). *Design of gravity dams*. Denver, United States: Department of the Interior.
37. BUREAU OF RECLAMATION (1997). *Design of arch dams*. Denver, United States: Department of the Interior.
38. BUREAU OF RECLAMATION (1987). *Design of small dams*. 3<sup>rd</sup> ed. Denver, United States: Department of the Interior.
39. CANEPA, S. and HAGER, W. H. (2003). "Effect of jet air content on plunge pool scour". *Journal of Hydraulic Engineering*, 129 (5).
40. CASTILLO, L. G. (1989). "*Metodología experimental y numérica para la caracterización del campo de presiones en los disipadores de energía hidráulica. Aplicación al vertido libre en presas bóveda*". Tesis doctoral. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.
41. CASTILLO, L. G. (1990). "Comprobación y unificación de las formulaciones de la presión dinámica media de un chorro incidente en el punto de estancamiento y la zona de influencia". En : *XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*. Montevideo, Uruguay.
42. CASTILLO, L. G. (1998). "Revisión de las formulaciones de presión en los disipadores de energía en presas bóveda y corrección del coeficiente de presión dinámica". Comunicación personal. No publicado.
43. CASTILLO, L. G. (2002). "Parametric analysis of the ultimate scour and mean dynamic pressures at plunge pools". *Rock scour due to falling high-velocity jets*. Netherlands: Balkema.
44. CASTILLO, L. G. (2006). "Aerated jets and pressure fluctuation in plunge pools". *7th International Conference on Hydrosience and Engineering*. Philadelphia, USA: Drexel University.
45. CASTILLO, L. G. (2007). "Pressures characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool". *32nd Congress of the International Association of Hydraulic Engineering & Research*. Venice, Italy.
46. CASTILLO, L. G. y CARRILLO, J. M. (2011). "Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices". *34th IAHR World Congress. International Association of Hydro-Environment Engineering and Research*. Brisbane, Australia.
47. L. G. y CARRILLO, J. M. (2012). "Hydrodynamics characterization in plunge pools. Simulation with CFD methodology and validation with experimental measurements". *2nd IAHR Europe Congress*. Munich, Germany.
48. CASTILLO, L. G. y CARRILLO, J. M. (2012). "Caracterización del fenómeno de vertido libre frente a variación del índice de turbulencia inicial con metodología CFD". *XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*. San José, Costa Rica.
49. CASTILLO, L. G., DOLZ, J. and POLO, J. (1991). "Adquisición y tratamiento de datos para la caracterización de las acciones dinámicas en disipadores de energía hidráulica". *Ingeniería Civil*, 82.
50. CASTILLO, L. G., PUERTAS, J. and DOLZ, J. (1999). Discussion of "Pressure fluctuations on plunge pool floors (Ervine D.A, Falvey H.T. and Withers W.A.)". *Journal of Hydraulic Research*, 37 (2).
51. CASTILLO, L. G., PUERTAS, J. and DOLZ, J. (2007). Discussion of "Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets Part I: A state-of-the art review (Bollaert, E. and Schleiss)". *Journal of Hydraulic Research*, 45 (6).



52. CHANSON, H. (1995). "Air entrainment in two-dimensional turbulent shear flows with partially developed inflow conditions". *International Journal of Multiphase Flow*, 21 (6).
53. CHANSON, H. (1996). *Air bubble entrainment in free-surface turbulent shear flows*. San Diego, California: Academic Press.
54. CHANSON, H. and BRATTBERG, T. (1998). "Air entrainment by two-dimensional plunging jets: the impingement region and the very-near flow field". *1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*. Washington D.C., USA.
55. CHANSON, H. and CUMMINGS, P. D. (1994). "An experimental study on air carryunder due to a plunging liquid jet". *International Journal of Multiphase Flow*, 20 (3).
56. CHEE, S. P. and YUEN, E.M. (1985). "Erosion of unconsolidated gravel beds". *Canadian journal of civil engineering*, 12 (3).
57. CHEN, J. Y., HUANG, H. S., HONG, Y.-M. y LIU, S.-I. (2011). "The impact characteristics analysis of free over-fall flow on downstream channel bed". *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 34 (3).
58. CHEN, J. Y., HUANG, H. S., YAO, C. Y. and LIAO, Y. (2008). "Impact force on downstream bed of weir by free overfall flow". *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 31 (6).
59. CHENG, S. (1993). "Statistics on dam failures". *Reliability and Uncertainty Analyses in Hydraulic Design*.
60. CLANET, C. and LASHERAS, J. C. (1997). "Depth of penetration of bubbles entrained by a plunging water jet". *Physics of Fluids*, 9 (7).
61. COLA, R. (1965). "Energy dissipation of a high-velocity vertical jet entering a basin". *11th IAHR International Congress*. Leningrado, URSS.
62. COLA, R. (1966). "Diffusione de un getto piano verticale in un bacino d'acqua d'altezza limitata". *L'Energia elettrica*, 11.
63. CREAGER, W. P., JUSTIN, J. D. and HINDS, J. (1954). *Engineering for dams*. 5<sup>a</sup> ed. New York: Wiley & sons.
64. CUI GUANG TAO, JI YONG and XING RONG (1986). *Efeito do impacto no leito do rio da lamina descarregada sobre uma barragem abobada (traducción del chino por J. A. Pinto de Campos)*. Lisboa: LNEC.
65. CUMMINGS, P. D. and CHANSON, H. (1997). "Air entrainment in the developing flow region of plunging jets - Part 1: theoretical development". *Journal of Fluids Engineering*, 119 (3).
66. CUMMINGS, P. D. and CHANSON, H. (1997). "Air entrainment in the developing flow region of plunging jets - Part 2: experimental". *Journal of Fluids Engineering*, 119 (3).
67. CUMMINGS, P. D. and CHANSON, H. (1998). "Individual air bubble entrainment at a planar plunging jet with near-inception flow conditions". *Proceedings of the 13th Australasian Fluid Mechanics Conference*.
68. CUMMINGS, P. D. and CHANSON, H. (1999). "An experimental study of individual air bubble entrainment at a planar plunging jet". *Chemical Engineering Research and Design*, 77 (2).
69. D'ALPAOS, L. (1987). "Scale effects in strongly accelerated flows". *Excerpta*, 2.

70. DANCIU, D. V., LUCAS, D., HAMPEL, U. and DA SILVA, M. J. (2009). "Experimental investigation on air entrainment below impinging jets by means of video observations and image processing". *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 63.
71. DAVIS, A., ELLETT, B. G. and JACOB, R. P. (1999). "Estimating trajectory of free overfall nappe". *Journal of Hydraulic Engineering*, 125 (1).
72. DAVOUST, L., ACHARD, J. L. and EL HAMMOUMI, M. (2002). "Air entrainment by a plunging jet: the dynamical roughness concept and its estimation by a light absorption technique". *International Journal of Multiphase Flow*, 28 (9).
73. DE MARTINO, G. y RAGONE, A. (1979). "L'influenza della viscosità e della tensione superficiale sull'efflusso da luci". *Atti Accademia Pontaniana. Nuova Serie*, 28.
74. DEY, S. (2002). "Free overfall in open channels: state-of-the-art review". *Flow Measurement and Instrumentation*, 13 (5-6).
75. DUO MING, X. (1986). *Pressao no fundo de um canal devido ao choque de um jacto plano e suas caracteristicas de fluctuacao*. Lisboa: LNEC.
76. EL HAMMOUMI, M., ACHARD, J. L. and DAVOUST, L. (2002). "Measurements of air entrainment by vertical plunging liquid jets". *Experiments in Fluids*, 32 (6).
77. EMIROGLU, M.E. (2010). "Estimating flow characteristics of different weir types and optimum dimensions of downstream receiving pool". *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 58 (4).
78. EMIROGLU, M.E. and BAYLAR, A. (2003). "Experimental study of the influence of different weir types on the rate of air entrainment". *Water Quality Research Journal of Canada*, 38 (4).
79. ERVINE, D. A. (1976). "Entrainment of air in water". *International Water Power and Dam Construction*, 28 (12).
80. ERVINE, D. A. (1998). "Air entrainment in hydraulic structures: A review". *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Water, Maritime and Energy*, 130 (3).
81. ERVINE, D. A., FALVEY, H. T. and WITHERS, W. (1997). "Pressure fluctuations on plunge pool floors". *Journal of Hydraulic Research*, 35 (2).
82. ERVINE, D. A., MCKEOGH, E. J. and ELSAWY, E. (1980). "Effect of turbulence intensity on the rate of air entrainment by plunging water jets". *Proceedings of the Institution of Civil Engineers (London). Part 1 - Design & Construction*, 69.
83. ERVINE, D.A. and FALVEY, H. T. (1987). "Behaviour of turbulent water jets in the atmosphere and in plunge pools". *ICE Proceedings*, 83 (1).
84. EVANS, G. M., JAMESON, G. J. and REILLY, C.D. (1996). "Free jet expansion and gas entrainment characteristics of a plunging liquid jet". *Experimental Thermal and Fluid Science*, 12 (2).
85. FALVEY, H. T. (2009). Discussion of "Computing the Trajectory of Free Jets" by T. L. Wahl, K. H. Frizell, and E. A. Cohen. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135 (7).
86. FEDERAL ENERGY REGULATORY COMMISSION (1999). *Engineering guidelines for the evaluation of hydropower projects*. Washington: FERC.
87. FERRARI, A. (2010). "SPH simulation of free surface flow over a sharp-crested weir". *Advances in Water Resources*, 33 (3).

88. FIOROTTO, V. and CARONI, E. (2007). Discussion of “Forces on plunge pool slabs: Influence of joints location and width” by J. F. Melo, A. N. Pinhero, and C. M. Ramos. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (10).
89. FRANZETTI, S. (1980). "Pressioni idrodinamiche sul fondo di una vasca di smorzamento". *L'Energia elettrica*, 57 (6).
90. FRANZETTI, S. and TANDA, M.G. (1987). "Analysis of turbulent pressure fluctuation caused by a circular impinging jet". *Proceedings International Symposium on new technology in model testing in hydraulic research*. New Delhi, India.
91. FRATINO, U. and RENNA, F. M. (2009). Discussion of “Computing the trajectory of free jets” by T. L. Wahl, K. H. Frizell, and E. A. Cohen. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135 (7).
92. GUTMARK, E., WOLFSHTEIN, M. and WYGNANSKI, I. (1978). "The plane turbulent impinging jet". *Journal of Fluid Mechanics*, 88 (4).
93. HAGER, W. H. (2004). Closure to “Effect of jet air content on plunge pool scour” by Stefano Canepa and Willi H. Hager. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130 (11).
94. HARTUNG, F. and HÄUSLER, E. (1973). "Scours, stilling basins and downstream protection under free overfall jets at dams". *11th Congress on large dams*. Madrid, Spain.
95. HELLER, V. (2005). "Ski jump hydraulics". *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (5).
96. HELLER, V. and PFISTER, M. (2009). Discussion of “Computing the trajectory of free jets” by Tony L. Wahl, Kathleen H. Frizell, and Elisabeth A. Cohen. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135 (7).
97. HO, C. M. and NOSSEIR, N. S. (1981). "Dynamics of an impinging jet - 1. The feedback phenomenon". *Journal of Fluid Mechanics*, 105.
98. HOFFMANS, G. (2009). "Closure problem to jet scour". *Journal of Hydraulic Research*, 47 (1).
99. HOQUE, A. and AOKI, S. (2008). "Air entrainment and associated energy dissipation in steady and unsteady plunging jets at free surface". *Applied Ocean Research*, 30 (1).
100. KHAN, A. A. and STEFFLER, P. M. (1996). "Modeling overfalls using vertically averaged and moment equations". *Journal of Hydraulic Engineering*, 122 (7).
101. KOBUS, H., LEISTER, P. and WESTRICH, B. (1979). "Flow field and scouring effects of steady and pulsating jets impinging on a movable bed". *Journal of Hydraulic Research*, 17 (3).
102. KUSABIRAKI, D., NIKI, H., YAMAGIWA, K. and OHKAWA, A. (1990). "Gas entrainment rate and flow pattern of vertical plunging liquid jets". *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 68 (6).
103. LAGINHA, J. and COUTINHO-RODRIGUES, J. M. (1989). "Statistics of dam failures: A preliminary report". *International Water Power and Dam Construction*, 41 (4).
104. LAHEY, R. T. and DREW, D. A. (1993). "Experimental Study of Plunging Liquid Jet Induced Air Carryunder and Dispersion". *Rensselaer Polytechnic Inst., Troy, NY. Center for Multiphase Research*.
105. LENCASTRE, A. (1961). *Descarregadores de lamina livre. Bases para seu estudo e dimensionamento*. Lisboa : Laboratorio Nacional de Engenharia Civil.

106. LEWIS, T. M., STEVEN R. ABT, WITTLER, F. R. J. and ANNANDALE, G. (1999). "Predicting impact velocities of developed jets". *Water International*, 24 (3).
107. LIN, T. J. and DONNELLY, H. G. (1996). "Gas bubble entrainment by plunging laminar liquid jets". *AIChE Journal*, 12 (3).
108. LIU, P., YONGMEI, L. and GAO, J. (1998). "Experimental investigation of submerged impinging jets in a plunge pool downstream of large dams". *Science in China, Series E: Technological Sciences*, 41 (4).
109. LOPEZ, J. M., DANCIU, D. V., MOHAN, R., HAMPEL, U. and DA SILVA, M. J. (2010). "Experiments on air entrainment due to free falling- and wall-jets". *American Society of Mechanical Engineers, Fluids Engineering Division*, 2.
110. MANSO, P., BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2007). "Impact pressures of turbulent high-velocity jets plunging in pools with flat bottom". *Experiments in fluids*, 42 (1).
111. MANSO, P., BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2008). "Evaluation of high-velocity plunging jet-issuing characteristics as a basis for plunge pool analysis". *Journal of Hydraulic Research*, 46 (2).
112. MANSO, P., BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2009). "Influence of plunge pool geometry on high-velocity jet impact pressures and pressure propagation inside fissured rock media". *Journal of Hydraulic Engineering*, 135 (10).
113. MANSO, P., FIOROTTO, V., BOLLAERT, E. and SCHLEISS, A. (2004). Discussion of "Effect of jet air content on plunge pool scour" by Stefano Canepa and Willi H. Hager. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130 (11).
114. MAREFAT, V. (2001). "Dynamic pressure distribution of vertical jets in bottom and sidewalls of plunge pools due to pool dimensions". *Middle-East Journal of Scientific Research*, 8 (1).
115. MASON, P. J. (1983). "Energy dissipating crest splitters for concrete dams". *International water power & dam construction*, 35 (11).
116. MCKEOGH, E. J. and ERVINE, D.A. (1981). "Air entrainment rate and diffusion pattern of plunging liquid jets". *Chemical Engineering Science*, 36 (7).
117. MELO, J. F. (2002). "Reduction of plunge pool floor dynamic pressure due to jet air entrainment". *Rock scour due to falling high-velocity jets*. Netherlands: Balkema.
118. MELO, J. F., RAMOS, C. M. and PINHEIRO, A.N. (2006). "Forces on plunge pool slabs: Influence of joints location and width". *Journal of Hydraulic Engineering*, 132 (1).
119. MOGHADDAM, M. A. (2005). "A modified theory for rectangular vertical drop structures". *International Conference on Fluids Mechanics*. Udine, Italy.
120. MOÑINO, A., LOSADA, M. A. and RIERA, J. (2006). "Influencia de la rama de ascenso en las características de descarga de los aliviaderos de perfil estricto". *Ingeniería del agua*, 13 (1).
121. MOÑINO, A., LOSADA, M. A. and RIERA, J. (2007) "Steady flow regime for free overfall spillways. Influence of the ascending branch of the spillway crest". *Journal of Hydraulic Research*, 45 (3).
122. MONTES, J. S.(1992). "Curvature analysis of spillway profiles". *11th Australasian Fluids Mechanics Conference*. Hobart, Australia.

123. MOORE, W. L. (1943). "Energy loss at the base of a free overfall". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 108.
124. MORRISON, C. and BRODIE, O. (1916). *Masonry dam design*. 2<sup>nd</sup> ed. New York : Wiley & Sons.
125. MULLER, G. (2007). Discussion of "Forces on plunge pool slabs: Influence of joints location and width" by J. F. Melo, A. N. Pinheiro, and C. M. Ramos. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (10).
126. MUSAVI-JAHROMI, H., BINA, M. and SALMASI, F. (2004). "Experimental study of energy loss at drops". *Hydraulics of dams and river structures*. London: Taylor & Francis.
127. NAZARI, F., TALEBBEYDOKHTI, N. and BORGHEI, S. M. (2009). "Effects of plunge pool dimensions on dynamic pressures due to jet impacts by numerical simulation". *33<sup>rd</sup> IAHR Congress*.
128. NOSSEIR, N. S. y HO, C. M. (1982). "Dynamics of an impinging jet - 2. The noise generation". *Journal of Fluid Mechanics*, 116.
129. OHL, C. D. (2000). "Mechanism of air entrainment by a disturbed liquid jet". *Physics of Fluids*, 12 (7).
130. PEI-QING, L. y AI-HUA, L. (2007). "Model discussion of pressure fluctuations propagation within lining slab joints in stilling basins". *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (6).
131. PINHEIRO, A.N. (2008). "Effect of jet aeration on hydrodynamic forces on plunge pool floors". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35 (5).
132. PINHEIRO, A.N. (2009). Reply to discussion by A.N. pinheiro and J.F. Melo on "Effect of jet aeration on hydrodynamic forces on plunge pool floors.". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 36 (3).
133. POREH, M. and HEFEZ, E. (1967). "Initial scour and sediment motion due to an impinging submerged jet". *IAHR*.
134. PROSPERETTI, A. and OGUZ, H. N. (1997). "Air entrainment upon liquid impact". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 355 (1724).
135. PUERTAS, J. (1994). *Criterios hidráulicos para el diseño de cuencos de disipación de energía en presas bóveda con vertido libre por coronación*. Tesis doctoral. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.
136. PUERTAS, J. and DOLZ, J. (2002). "Pressure fields due to the impingement of free falling jets on a riverbed". *Rock scour due to falling high-velocity jets*. Netherlands: Balkema.
137. PUERTAS, J. and DOLZ, J. (2005). "Plunge pool pressure due to a falling rectangular jet". *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (5).
138. QU, J., RAMAMURTHY, A. S., TADAYON, R. and CHEN, Z. (2009). "Numerical simulation of sharp-crested weir flows". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 36 (9).
139. RAJARATNAM, N. (1976). *Turbulent jets*. Elsevier.
140. RAJARATNAM, N. (2005). "Impingement of circular turbulent jets on rough boundaries". *Journal of Hydraulic Research*, 43 (6).

141. RAJARATNAM, N. and CHAMANI, M. R. (1995). "Energy loss at drops". *Journal of Hydraulic Research*, 33 (3).
142. RAJARATNAM, N. and MURALIDHAR, D. (1971). "Pressure and velocity distribution for sharp-crested weirs". *Journal of Hydraulic Research*, 9 (2).
143. RAND, W. (1955). "Flow geometry at straight drop spillways". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 624.
144. RIABOUCHINSKY, D. (1911). "Methode des variables de dimensions zero et son application en aerodynamique". *L'Aerophile*, 19.
145. SALLAM, K. A., DAI, Z. and FAETH, G. M. (1999). "Drop formation at the surface of plane turbulent liquid jets in still gases". *International Journal of Multiphase Flow*, 25 (6-7).
146. SARGINSON, E. J. (1972). "Influence of surface tension on weir flow". *Journal of Hydraulic Research*, 10 (4).
147. SCHLEISS, A. (2008). Discussion of "Jet impact geometry and plunge pool dimensions effects on dynamic pressures at pool sidewalls." *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35 (11).
148. SCIMEMI, E. (1930). "Sulla forma delle vene tracimanti". *L'Energia elettrica*.
149. SUBRAMANYA, K. (2009). *Flow in open channels*. 3<sup>a</sup> ed. New Delhi: McGraw-Hill.
150. SWAMEE, P. K. (1988). "Generalized rectangular weir equations". *Journal of Hydraulic Engineering*, 114 (8).
151. TOSO, J. W. and BOWERS, C. E. (1988). "Extreme pressures in hydraulic jump stilling basins". *Journal of Hydraulic Engineering*, 114 (8).
152. TUMBARE, M.J. (2008). "Managing Lake Kariba sustainably: Threats and challenges". *Management of Environmental Quality*, 19 (6).
153. VALLARINO, E. (2000). *Tratado básico de presas*. 5<sup>a</sup> ed. Madrid: Colegio de Caminos, Canales y Puertos.
154. VAN DE SANDE, E. and SMITH, J. M. (1973). "Surface entrainment of air by high velocity water jets". *Chemical Engineering Science*, 28 (5).
155. VAN DE SANDE, E. and SMITH, J. M. (1975). "Mass transfer from plunging water jets". *Chemical Engineering Journal and the Biochemical Engineering Journal*, 10 (3).
156. VAN DE SANDE, E. and SMITH, J. M. (1976). "Jet break-up and air entrainment by low velocity turbulent water jets". *Chemical Engineering Science*, 31 (3).
157. VASCHY, A. (1892). "Sur les lois de similitude en physique". *Annales télégraphiques*, 19.
158. WAHL, T., FRIZELL, K. and COHEN, E. (2008). "Computing the trajectory of free jets". *Journal of Hydraulic Engineering*, 134 (2).
159. WHITE, M. P. (1943). "Discussion of energy loss at the base of a free overfall". *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 108.
160. WHITTAKER, J. and SCHLEISS, A. (1984). "Scour related to energy dissipators for high head structures". *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie*, 73.

- 
161. XU, W., WU, C., LIAO, Y. and YANG, Y. (2002). "Turbulent flow and energy dissipation in plunge pool of high arch dam". *Journal of Hydraulic Research*, 40 (4).
162. ZHU, Y., OGUZ, H. N. and PROSPERETTI, A. (2000). "On the mechanism of air entrainment by liquid jets at a free surface". *Journal of Fluid Mechanics*, 404.

## 6. PRODUCCIÓN CIENTÍFICA

### 6.1. Contribuciones a congresos

*Autores:* Castillo Elsitdié, L. G.; Pérez de la Cruz, F. J.

*Título:* Evaluación de las acciones hidrodinámicas a pie de presa por efecto del desbordamiento por coronación

*Tipo de participación:* Comunicación y póster.

*Congreso/Reunión científica:* I Jornadas sobre Ingeniería del Agua.

*Lugar de celebración:* Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX). Madrid, España.

*Fecha:* 27 y 28 de octubre de 2009.

### 6.2. Publicaciones

*Autores:* Pérez de la Cruz, F. J.; Castillo Elsitdié, L. G.

*Título:* Evaluación de las acciones hidrodinámicas a pie de presa por efecto del desbordamiento por coronación.

*Revista:* II Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT.

*ISSN:* 1888-8356

*Páginas, inicial:* 21 *final:* 25

*Fecha:* mayo de 2009

*Lugar de publicación:* Cartagena (España)

### 6.3. Otras actividades desarrolladas (proyectos y seminarios)

*Título del proyecto:* Estudio de verificación y calibración de dispositivos de medida de caudal en la cuenca receptora del embalse de la Mancomunidad de los Canales del Taibilla

*Empresa/administración financiadora:* Mancomunidad de los Canales del Taibilla (Ministerio de Medio Ambiente).

*Entidad u Organismo en el que lo realizó:* Universidad Politécnica de Cartagena.

*Duración:* Desde junio de 2008 hasta diciembre de 2008.

*Responsable del Proyecto/Trabajo/Estudio:* Luis G. Castillo Elsitdié.

*Título del proyecto:* Estudio de eficiencia de la red de conducciones de la Mancomunidad de los Canales del Taibilla.

*Empresa/administración financiadora:* Mancomunidad de los Canales del Taibilla (Ministerio de Medio Ambiente).

*Entidad u Organismo en el que lo realizó:* Universidad Politécnica de Cartagena.

*Duración:* Desde enero de 2009 hasta junio de 2010.

*Responsable del Proyecto/Trabajo/Estudio:* Luis G. Castillo Elsitdié.



*Autores:* Castillo Elsitdié, L. G.; Pérez de la Cruz, F. J.;

*Título:* Evaluación de las acciones hidrodinámicas a pie de presa por efecto del desbordamiento por coronación.

*Tipo de participación:* Ponencia.

*Congreso/Reunión científica:* II Seminario sobre las líneas prioritarias de investigación de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España.

*Lugar de celebración:* Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX). Madrid, España.

*Fecha:* 18 de junio de 2009.

## 7. PLANTEAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL

Las actividades desarrolladas durante el periodo de investigación y el trabajo realizado mediante la elaboración del estado del arte marcan las pautas para la continuación de la investigación e inicio de estudios posteriores, cuyo objetivo final será la mejora del diseño de las estructuras de disipación de energía en presas de fábrica, adaptándolas a los nuevos condicionantes medioambientales.

Bajo este enfoque la tesis doctoral deberá ir orientada a:

1. Lograr un mayor conocimiento de los diferentes fenómenos que concurren en el vertido de una presa por coronación, evaluando los efectos que cada uno de ellos produce en el proceso de erosión en el punto de vertido.
2. Caracterizar el comportamiento del chorro en el cuenco de disipación, así como la entrada y distribución de aire en el mismo mediante el empleo de vídeo de alta velocidad, así como el posterior tratamiento de imágenes.
3. Profundizar en los estudios ya realizados sobre medidas de presiones en el cuenco, siendo necesario realizar más estudios experimentales, tanto en modelos físicos como en prototipos, caracterizando simultáneamente presiones, velocidades y diferentes tasas de aireación.

Para realizar las mediciones se cuenta con la siguiente instrumentación:

- Medidores de velocidad (Acoustic Doppler Velocimeters, ADV)
- Medidores de presiones instantáneas (transductores piezorresistivos).
- Equipo de fibra óptica para la medición de concentración de aire, velocidad de aire y distribución de tamaños.

Todos estos elementos de medida cuentan con una serie de dispositivos electromecánicos que permiten automatizar los diferentes procesos de medida.

**ANEXO**  
**PARTICIPACIONES EN CONGRESOS**  
**Y PUBLICACIONES**