



# INGENIERÍA TÉCNICA DE OBRAS PÚBLICAS ESPECIALIDAD HIDROLOGÍA

Proyecto Fin de Carrera

# CARACTERIZACIÓN PARAMÉTRICA DE RESALTOS HIDRÁULICOS LIBRES Y SUMERGIDOS A PARTIR DE MEDIDAS DE VELOCIDADES INSTANTÁNEAS CON EQUIPO DOPPLER

# ANÁLISIS CONJUNTO DE RESULTADOS EN AZUD Y COMPUERTA PLANA.

# ESPERANZA INGLES SANCHEZ

Dirigido por:

D. LUIS G. CASTILLO ELSITDIÉ

Doctor Ingeniero de Caminos, C. y P.

Cartagena, julio de 2009

A mis padres, a mis hermanos Miguel y M<sup>a</sup> Carmen y a mi familia por su comprensión y apoyo.

A mis amigos por su ánimo, a mis compañeros Daniel, Jesús y Belén por soportarme e intentar sacar el proyecto adelante.

Por último a Dr. Luis G. Castillo por su paciencia y apoyo sobretodo en los momentos difíciles; y por ser un excelente profesor y una persona excepcional.

ÍNI	DT/	
TLAT		

INTRODUCCIÓN	5
1. OBJETIVOS	9
2. RESUMEN	10
3. LABOR EXPERIMENTAL Y FILTRADO DE DATOS	36
3.1 Trabajo de laboratorio	36
3.1.1 Descripción de los componentes del canal	
3.1.2 Aforo inicial	
3.1.3 Configuración de la sonda	
3.1.4 Equipo informático	41
3.1.5 Campaña de muestreo	41
3.2 Filtrado de datos	48
4 LIMITACIONES DEL EQUIPO	49
5. BASES TEORICAS	50
6. ANALISIS TEORICO EXPERIMENTAL	54
6.1 Introducción	54
62 Condiciones de fluie y correctoréstique de la longitud del resolte	55
0.2 Condiciones de Indjo y características de la longitud del resalto	
6.2.1 Resaltos hidráulicos libres	55
6.2.1 Resaltos hidráulicos libres 6.2.1.1 Consideraciones de los efectos de escala	55 55
6.2.1 Resaltos hidráulicos libres 6.2.1.1 Consideraciones de los efectos de escala 6.2.1.2 Flujo desarrollado y no desarrollado. Capa limite	55 55 57
<ul> <li>6.2.1 Resaltos hidráulicos libres</li> <li>6.2.1.1 Consideraciones de los efectos de escala</li> <li>6.2.1.2 Flujo desarrollado y no desarrollado. Capa limite</li> <li>6.2.1.3 Características de longitud de resalto</li> </ul>	55 55 57 58
<ul> <li>6.2.1 Resaltos hidráulicos libres</li></ul>	
<ul> <li>6.2 Condiciones de Inijo y características de la longitud del resalto</li></ul>	
<ul> <li>6.2 Condiciones de Inijo y características de la longitud del resalto.</li> <li>6.2.1 Resaltos hidráulicos libres.</li> <li>6.2.1.1 Consideraciones de los efectos de escala.</li> <li>6.2.1.2 Flujo desarrollado y no desarrollado. Capa limite.</li> <li>6.2.1.3 Características de longitud de resalto.</li> <li>6.2.2 Resaltos hidráulico sumergidos.</li> <li>6.2.2.1 Características de la longitud del resalto.</li> <li>6.3 Relación entre calados inicial y final.</li> <li>6.3.1 Resaltos hidráulicos libres.</li> <li>6.3.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.</li> <li>6.4 Pérdida de energía en los resaltos hidráulicos.</li> <li>6.4.1 Resaltos hidráulicos libres.</li> </ul>	
<ul> <li>6.2 Condiciones de Inijo y características de la longitud del resalto.</li> <li>6.2.1 Resaltos hidráulicos libres.</li> <li>6.2.1.2 Flujo desarrollado y no desarrollado. Capa limite.</li> <li>6.2.1.3 Características de longitud de resalto.</li> <li>6.2.2 Resaltos hidráulico sumergidos.</li> <li>6.2.1 Características de la longitud del resalto.</li> <li>6.3 Relación entre calados inicial y final.</li> <li>6.3.1 Resaltos hidráulicos libres.</li> <li>6.3.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.</li> <li>6.4 Pérdida de energía en los resaltos hidráulicos.</li> <li>6.4.1 Resaltos hidráulicos libres.</li> <li>6.4.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.</li> </ul>	
<ul> <li>6.2.1 Resaltos hidráulicos libres</li></ul>	
<ul> <li>6.2 Condiciones de Indjo y características de la longitud del resalto</li></ul>	

6.6 Campos de velocidad media en	los resaltos hidrá	ulicos.		
6.6.1 Resaltos hidráulicos libre	s			89
6.6.2 Resaltos hidráulicos sume	ergidos			97
6.7 Caída de velocidad máxima				
6.7.1 Resaltos hidráulicos libre	s			
6.7.2 Resaltos hidráulicos sumergidos				
CONCLUSIONES				113
ANEXO.CARACTERÍSTICAS	ASOCIADAS	A	LOS	RESALTOS
HIDRAULICOS ANALIZADOS		•••••		
BIBLIOGRAFÍA				120

# INTRODUCCIÓN

### A. Definición del trabajo.

En este proyecto fin de carrera se realiza el estudio del comportamiento del flujo en un canal rectangular en el que se han formado diferentes resaltos hidráulicos aguas abajo de un aliviadero y compuerta. Este fenómeno hidráulico se desarrolla en flujo permanente rápidamente variado; así el flujo no cambia con respecto al tiempo, pero espacialmente el cambio se produce de forma abrupta en distancias relativamente cortas.

# B. Descripción del canal de laboratorio y de los elementos para la adquisición de datos con ADV.

El trabajo experimental desarrollado en este proyecto fin de carrera consistió en la medida de velocidades instantáneas mediante un equipo Doppler en distintos tipos de resaltos producidos en un canal de laboratorio; así como la medida de otros parámetros característicos de los resaltos, como la longitud de resalto y las profundidades inicial y final utilizando un limnímetro. Posteriormente se comparan los resultados experimentales con trabajos ya afianzados. A continuación se muestra una descripción del canal y de los elementos para la adquisición de datos con ADV.

## Descripción de los elementos del canal

La fotografía 1 muestra los principales elementos que componen el canal sobre el que realizamos el estudio:



Figura 1. Elementos del canal de laboratorio (Márquez, 2006)

De manera que:

- 1. Bomba de alimentación
- 2. Válvula de membrana reguladora del caudal
- 3. Tubería de impulsión
- 4. Solera del canal
- 5. Caudalímetro
- 6. Soporte con regulación de altura
- 7. Soportes niveladores de la pendiente del canal
- 8. Depósito tranquilizador suplementado
- 9. Tranquilizadores de flujo
- 10. Sección del canal de 81 x 250 x 5000 mm de longitud
- 11. Regulador del calado del agua en el canal
- 12. Depósito regulador del calado del agua
- 13. Tubería de retorno
- 14. Depósito de almacenamiento

Las figuras 2.a y 2.b muestran los distintos elementos necesarios para realizar mediciones de velocidad con ADV:



Figura 2.a. Sonda ADV y receptor (Márquez, 2006)



Figura 2.b. Cable de comunicaciones (Márquez, 2006)

Son los siguientes:

- 1. Sonda 2D de 16 MHz MicroADV
- 2. Módulo de procesamiento ADV field a prueba de salpicaduras
- 3. Cable de alimentación del procesador
- 4. Cable para comunicar el módulo de procesamiento al ordenador
- 5. Cable de unión entre la sonda y el procesador

La figura 3 muestra los principales elementos de la sonda:



Figura 3. Elementos principales de la sonda (Márquez, 2006)

# **1. OBJETIVOS**

Los principales objetivos de este proyecto fin de carrera son:

- Un primer objetivo es el aprendizaje y correcto uso de una de las nuevas técnicas e instrumentación asociada para la medición de las velocidades instantáneas en un flujo en lámina libre.

- Un segundo objetivo es la adquisición de datos por medio del equipo Doppler, la validación de datos y filtrado numérico y la comprobación, contrastación teórico-experimental de las distribuciones de velocidad e índice turbulentos.

- Un tercer objetivo es la ampliación de medidas existentes y el estudio paramétrico de la distribución de velocidades instantáneas, medias, fluctuantes y la disipación de energía, en función del Número de Froude, en distintas posiciones del resalto hidráulico libre y sumergido aguas abajo de un azud y de una compuerta plana.

# 2. RESUMEN

El trabajo realizado en el siguiente proyecto fin de carrera se divide en dos partes principales:

-Una parte experimental y de tratamiento de datos para el estudio paramétrico de los resaltos hidráulicos.

-Una parte de análisis donde se exponen las formulaciones de los temas que trata el proyecto fin de carrera y donde se contrastan los datos obtenidos con trabajos experimentales ya afianzados.

En este proyecto se han realizado medidas de flujo en lámina libre, principalmente de velocidades instantáneas dentro del seno de algunos resaltos hidráulicos libres y sumergidos aguas abajo de un aliviadero y una compuerta.

A continuación se hace una comparación y contrastación de los resultados obtenidos en la práctica con trabajos experimentales ya afianzados. Una vez hecho el análisis crítico, se proponen nuevas leyes y se extraen las conclusiones más importantes. Los puntos principales que se han tratado en la realización de este proyecto son los siguientes:

# 2.1 Rango de caudales de trabajo.

Se realizó un aforo volumétrico para determinar el caudal real que circula por el canal para cada caudal indicado en el Caudalímetro. Los caudales de trabajo son:

Q Caudalímetro	Q real
m <sup>3</sup> /h	m <sup>3</sup> /h
2.5	3.29
4	5.08
5	6.02
6	7.10
8	9.19
10	11.39
10.5	12.20
11.5	13.06
12	14.30

Tabla 2.1. Caudales

## 2.2 Estructura de control.

Para este trabajo se han estudiado resaltos hidráulicos libres al pié y sumergidos aguas abajo de un aliviadero y compuerta como el de la figura siguiente.



Figura 2.1. Aliviadero utilizado como estructura de control.



Figura 2.2 Compuerta utilizada como estructura de control.

#### 2.3 Tipos de resaltos estudiados.

Para cada caudal de trabajo se fijo tanto para compuerta como para aliviadero, un resalto hidráulico libre y tres resaltos sumergidos.



Figura 2.3. Resalto hidráulico libre y sumergidos a pie del aliviadero.

Para los tres resaltos sumergidos se fijaron los parámetros a partir de la configuración del resalto libre.

En el caso del aliviadero (w = 14.8 cm) se analizaron las siguientes casos de sumergencia, siendo los niveles aguas abajo 14.8 cm, 14.8+H/2cm y 14.8+3H/2cm o 19 como se indica en la fig 2.3.

En el caso de la compuerta plana los niveles de los casos de sumergencia fueron los siguientes  $y_5+1/3$  H cm,  $y_5+3/3$  H cm y  $y_5$ +H cm.

#### 2.4 Secciones estudiadas para cada resalto.

En cada uno de los resaltos se distinguieron seis secciones en las cuales se llevaron a cabo las mediciones con el equipo Doppler a distintas profundidades lo que permitió establecer la distribución de velocidad en esa sección.

Sección 0. Localizada a pie del aliviadero o compuerta.

Sección 1.Localizada a L<sub>j</sub>/4.

Sección 2. Localizada a  $L_j/2$ .

Sección 3. Localizada a 3L<sub>j</sub>/4.

Sección 4. Localizada a L<sub>j</sub>.

Sección 5. Localizada a una distancia intermedia entre el final del resalto y el punto medio del canal (206 cm desde el inicio del canal).



Figura 2.4. Distribución de las secciones en el resalto.

#### 2.5 Filtrado de datos.

Debido a que la interposición de las burbujas en el camino de las ondas sónicas emitidas por el equipo ADV, dan lugar a mediciones erróneas, ha sido necesario un previo filtrado de los datos para su análisis.

Para desechar estas mediciones erróneas se ha procedido a un filtrado de las series de datos por medio de un filtrado de corte de aceleración y otro por corte en los estadístico 5% y 95% (Castillo, 2008, 2009).

#### 2.6 Características de la longitud del resalto.

García (2008) y Vicente (2008) en sus respectivos proyectos representaron  $L_{j'}y_{l}$  medida en función del número de Froude y, observaron que la curva de ajuste que obtuvieron con sus datos es similar a la ecuación 2.1, de Silvester (1964).Esta relación se utilizo en las ecuaciones de medida, tanto en resaltos libres como sumergidos, con el fin de poder realizar comparaciones.

$$\frac{L_{jc}}{y_1} = 9,5(F_1 - 1)^{0.879}$$
(2.1)

## 2.7 Relación entra calados inicial y final.

Hemos utilizado la ecuación 2.2 de Belanguer para los calados conjugados, ya que los resaltos de estudiados pertenecen al tipo no desarrollado.

$$\frac{y_1}{y_2} = (8\sqrt{F_1^2 + 1} - 1)/2 \tag{2.2}$$

#### 2.8 Pérdida de energía en los resaltos hidráulicos.

#### 2.8.1 Resaltos hidráulicos libres

La pérdida de energía  $H_L$  entre el inicio y el final del resalto libre puede ser expresada mediante la ecuación 2.3:

$$H_L = H_1 - H_2 = \left(\frac{v_1^2}{2g} + y_1\right) - \left(\frac{v_2^2}{2g} + y_2\right)$$
(2.3)

donde  $H_1$  es la energía en el inicio del resalto;  $H_2$  la energía al final del resalto;  $Vi^2/2g$  es la energía cinética y  $y_i$  es la energía potencial en esa sección.

Utilizando la ecuación anterior junto con la ecuación de continuidad, la pérdida de energía relativa puede ser expresada por la ecuación 2.4:

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{2(1 - (y_2/y_1) + (1 - 1/(y_2/y_1)^2)F_1^2)}{2 + F_1^2}$$
(2.4)



La relación  $H_L/H_1 = f(F_1)$  se muestra en la figura 2.5.

Figura 2.5. Pérdida de energía relativa en resaltos libres.

Analizando la representación de la pérdida de energía, se observa que los valores se ajustan a la ley teórica, no encontrando diferencias entre la compuerta o el aliviadero.

### 2.8.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.

La pérdida de energía  $H_L$  entre el inicio y el final del resalto libre puede ser expresada mediante la ecuación 2.5

$$H_L = \left(\frac{v_0^2}{2g} + y_3\right) - \left(\frac{v_4^2}{2g} + y_4\right)$$
(2.5)

donde  $v_o^2/2g$  es la energía cinética al inicio del resalto,  $v_4^2/2g$  es la energía cinética al final del resalto , $y_3$  es la energía potencial al inicio del resalto y  $y_4$  es la energía potencial al final del resalto.

Utilizando la ecuación anterior junto con la ecuación de continuidad, la pérdida de energía relativa puede ser expresada por la ecuación 2.6.

$$\frac{H_L}{H_0} = \frac{2\left(\frac{y_3}{y_0} - \frac{y_4}{y_0}\right) + \left(1 - \frac{1}{(y_4/y_0)^2}\right)F_0^2}{2(y_3/y_0) + F_0^2}$$
(2.6)

En la figura 2.6 se muestra la relación  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$  para los valores dados de  $\frac{y_3}{y_0}$ .



Fig.2.6 Pérdida relativa de energía en resaltos sumergidos.  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$ 

Se puede observar que los datos medidos dan una mayor perdida de energía. Pero esta solo es aparente, puesto que a los resaltos sumergidos se alejan de la configuración teórica.

Del análisis del resalto y con el ánimo de ver la diferencia con la configuración de flujo teórico, los datos medidos fueron trasladados a la grafica a su posición correcta; así se despejo la ecuación 2.6, el valor teórico del calado conjugado y<sub>3</sub> correspondiente.

En la figura 2.7 se puede ver el resultado obtenido.



Fig.2.7 Pérdida relativa de energía en resaltos sumergidos.  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$ .

En la Figura 2.8 se representa la relación  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$  para valores dados de  $F_0$ ; se aprecia claramente que para valores menores de  $F_0$ , la disipación de energía relativa es inferior que para  $F_0$  mayores.



Figura 2.8 Pérdida de energía relativa para resaltos sumergidos:  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$ 

Otra manera de evaluar la disipación de energía en resaltos libres y sumergidos es utilizando la expresión clásica siguiente:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\left(8 F_1^2 + 1\right)^{3/2} - 4F_1^2 + 1}{8F_1^2 \left(2 + F_1^2\right)} \tag{2.7}$$

Las siguientes expresiones se utilizaron para calcular la disipación de energía: En los resaltos hidráulicos libres:

% de disipación de energía =  $\left(1 - \frac{H_2}{H_1}\right) x \, 100$  (2.8) donde  $H_1 = (v_1^2/2g + y_1) \, y \, H_2 = (v_2^2/2g + y_2).$ En los resaltos hidráulicos sumergidos: % de disipación de energía =  $\left(1 - \frac{H_4}{H_0}\right) x \, 100$  (2.9) donde  $H_0 = (v_0^2/2g + y_0) \, y \, H_4 = (v_4^2/2g + y_4).$ 





Figura 2.9. Disipación de energía en resaltos libres para velocidades medias.



Figura 2.10. Disipación de energía en resaltos sumergidos para velocidades medias.

Como se observa en las figuras 2.9 y 2.10, existe un buen acorde entre las disipaciones de energía en los resaltos libres y sumergidos y los valores teóricos. Pero se observa que para los sumergidos es ligeramente superior al caso de los resaltos libres, no encontrando ninguna distinción importante entre la disipación de energía para aliviadero y compuerta.

Por último, se ha evaluado la disipación de energía en los resaltos hidráulicos debido a la reducción de velocidades máximas entre la sección inicial del resalto (x=0) y la sección final del mismo donde ( $x=L_{j}$ .).

Se han utilizando las siguientes expresiones:

% reducción de velocidad máxima experimental =  $\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) x \ 100$  (2.10)

para el caso de resaltos libres.

% reducción de velocidad máxima experimental=  $\left(1 - \frac{v_4}{v_0}\right) x \ 100$  (2.11)

para el caso de resaltos sumergidos.

Los resultados obtenidos para los resaltos libres y sumergidos se muestran en las figuras 2.11 y 2.12 respectivamente:



Figura 2.11 Disipación de energía en resaltos libres debido a la reducción de velocidades máximas.



Figura 2.12 Disipación de energía en resaltos sumergidos debido a la reducción de velocidades máximas hasta la sección final del resalto libre.

Se ha realizado un ajuste teórico de la disipación de energía debido a la reducción de velocidades máximas para resalto libres, obteniendo la siguiente ecuación 2.14:

% reducción de velocidad máxima experimental=  $30 \ln(4.8 Fr_1) - 9.6$  (2.14)

En el caso de los resaltos libres y sumergidos como se muestra en las figuras 2.11 y 2.12, vemos que las pérdidas de energía en los resaltos sumergidos son un poco menores, pero no se observa una gran distinción entre los resultados de aliviadero o compuerta.

# 2.9 Longitud del resalto hidráulico en función de las pérdidas de energía.2.9.1 Resaltos hidráulicos libres.

En la figura 2.14 se representan nuestros resultados experimentales junto con las ecuaciones 2.15, 2.16 y 2.17.

$$log_{10} \frac{L_{rj}}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_1} + 1.40 ; \text{ para} (2.3 \le \text{F1} \le 9.5)$$
(2.15)

$$\log_{10} \frac{L_j}{H_L} = -1,71 \frac{H_L}{H_1} + 1,58; \text{ para} (2,3 \le F_I \le 9,5) \text{ y} (0,14 \le H_L/H_I \le 0,71)$$
(2.16)

$$log_{10} \frac{L_t}{H_L} = -1,71 \frac{H_L}{H_1} + 1,72; \text{ para} (2,3 \le F_I \le 9,5)$$
(2.17)

donde  $L_{rj}$  es la longitud de rulo,  $L_j$  es la longitud de resalto y  $L_t$  es la longitud total.



Figura 2.14. Relación entre  $L_j/H_L$  y  $H_L/H_1$ 

Con respecto a los resultados que muestra la Figura 2.14; se observa que la pérdida de energía relativa más grande  $H_L/H_1$  se da cuando el remolino superficial y las fluctuaciones de la velocidad turbulenta son mayores; así, cuando el gradiente de la línea de energía  $H_L/L_j$  es mayor, entonces  $L_j/H_L$  será menor. Como contraste, la relación  $H_L/H_1$  más pequeña se corresponde con un remolino superficial y unas fluctuaciones de la velocidad turbulenta menores; así,  $H_L/L_j$  es menor mientras  $L_j/H_L$  es mayor. Comparando las leyes teóricas propuestas por Ohtsu et al. Con los resultados experimentales se observa que los datos experimentales para los resultados estudiados siguen la misma tendencia y pendiente que las teóricas.

#### 2.9.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.

En la Fig. 2.15 se representan nuestros resultados experimentales junto con las ecuaciones 2.18 y 2.19.

$$\log_{10} \frac{L_{sj}}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_0} + 1.58 \text{, para} (2,3 \le F_0 \le 10) \text{ y} (1 \le y_3 / y_0 \le 20)$$
(2.18)

$$\log_{10} \frac{L_{rj}}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_0} + 1.40, \text{ para } (2,3 \le \text{F1} \le 9,5)$$
(2.19)

Donde  $L_{rj}$  es la longitud de rulo del resalto libre y  $L_{sj}$  es la longitud de rulo del resalto sumergido.



Fig. 2.15. Relación entre  $L_{si}/H_L y H_L/H_0$  en resaltos sumergidos

Analizando las leyes teóricas junto con los resultados experimentales se observa que la nube de puntos experimentales para todos los resaltos obtenidos e independientemente de su sumergencia, siguen una línea con la misma tendencia y pendiente que las teóricas,: los valores considerados en la gráfica para los resaltos ensayados son los correspondientes a las medidas de longitud de resalto  $L_{sjc}$  y éstos se encuentran entre la ley teórica para la longitud de resalto  $L_{sj}$  y la ley teórica para la longitud del rulo  $L_{rsj}$ , verificándose de nuevo que el criterio de longitud de resalto seguido en este trabajo es correcto.

#### 2.10 Campos de velocidad media en los resaltos hidráulicos

#### 2.10.1 Resaltos hidráulicos libres.

#### • Distribución de velocidad en dirección hacia delante o positivas.

Examinando la distribución experimental de velocidades medias en varias secciones, se encuentra una distribución semejante de velocidades independiente del numero de Froude al inicio del resalto  $F_1$  y de la posición *x*, valido en el rango  $0.2 \le x/L_j \le 0.7$ :



Figura 2.15. Definición esquemática de Y y ymáx. (Márquez, 2006)

Esta distribución de velocidad se expresa mediante las siguientes ecuaciones:

$$\frac{u}{u_m} = \left\{\frac{1}{k} \left(\frac{y}{Y}\right)\right\}^{1/n}, \quad 0 \le \frac{y}{Y} \le k$$
(2.19)

$$\frac{u}{u_m} = \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{1,177}{1-k}\left(\frac{y}{Y}-k\right)\right\}^2\right], \quad k \le \frac{y}{Y} \le 1,5$$
(2.20)

donde  $k = y_{máx} / Y$ 

A continuación se representan en la figura 2.16 las leyes teóricas obtenidas experimentalmente por Ohtsu et al. (1990) para el Caso "a" (flujo potencial) y, para el Caso "b" (flujo desarrollado).

Distribución de Velocidad	К	n
Resalto libre y sumergido UPCT 2,5≤Fr≤5 0,25≤ x/Ljc≤0,75 4≤y4/y0≤10	0,342	9,5
Resalto libre (caso "a") Ohtsu et al. 5≤Fr≤7,3 0,2≤ x/Ljc≤0,7	0,333	12
Resalto libre (caso "a") Ohtsu et al. 5≤Fr≤7,3 0,2≤ x/Ljc≤0,7	0,351	7

Tabla 2.2. Resumen de ecuaciones de distribución de velocidades.

#### • Distribución de velocidades en dirección hacia atrás o negativas.

En el caso de resaltos libres casi no ha sido posible obtener datos. Con el fin establecer las relaciones, se ha utilizado la formulación de Hagen & Vischer de velocidades máximas negativas ubicados cerca de la superficie del resalto, $u_s$ ; por medio de las ecuaciones siguientes:

$$us = U_s v_2 \tag{2.21}$$

$$U_s = -sen\left(\frac{X+0,1}{0,35}\right) \tag{2.22}$$

Siendo X la posición dentro del resalto y  $v_2$  la velocidad al final del resalto.

Hemos realizado un ajuste para resalto hidráulico libre en compuerta y aliviadero, por medio de las ecuaciones siguientes (ver en la figura 2.17 y 2.18).

#### Aliviadero:

$$\frac{y}{y} = 1,5 \ e^{-0.69 \frac{u}{um}} + \ 0,024 \ e^{-7.5 \frac{u}{um}}$$
(2.23)

#### Compuerta:

$$\frac{y}{v} = 1,5 \ e^{-0.7 \frac{u}{um}} + \ 0,0224 \ e^{-7,46 \frac{u}{um}} \tag{2.24}$$

También realizamos un ajuste conjunto de los datos resalto hidráulico libres en compuerta y aliviadero representa en la figura 2.19:

$$\frac{y}{y} = 1,57 \ e^{-0.83 \frac{u}{um}} + \ 0,0222 \ e^{-7.5 \frac{u}{um}}$$
(2.25)







Figura 2.17.Distribucion de velocidades para resalto hidraulico libre en aliviadero.



Figura 2.18.Distribucion de velocidades para resalto hidraulico libre en compuerta.





#### 2.10.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.

Cuando la relación  $\frac{y_4}{y_0}$  de los resaltos sumergidos es grande ( $\frac{y_4}{y_0}$  >20), se puede aplicar la ecuación 2.26:

$$\frac{u}{um} = 1,48 \ \eta^{\frac{1}{7}} [1 - \operatorname{erf}(0.68 \ \eta)$$
(2.26)

donde:

 $\eta = \frac{y}{y}$ , siendo Y la distancia perpendicular a la solera, en la que  $u = \frac{um}{2}$ . erf es la función error siguiente:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$
 (2.27)

Esta función la hemos acotado para  $x=0.68\eta$  para su límite inferior y 0 para su límite superior.



Figura 2.20. Distribucion de velocidades para resalto hidraulico sumergido en compuerta y aliviadero.

Para la parte negativa de los resaltos sumergidos realizamos un ajuste ya que al graficarlos, nos daban una tendencia diferente a la de los resaltos hidráulicos libres. Para compuerta y aliviadero la distribución de los datos sigue los siguientes ajustes:

Compuerta:

$$\frac{y}{y} = 1,2 \ e^{-6,8\frac{u}{um}} + 1 \tag{2.28}$$

Aliviadero:

$$\frac{y}{y} = e^{-6,116\frac{u}{um}} + 1,1 \tag{2.29}$$

Estos ajuste se representan en las figuras 2.21 y 2.22.

También realizamos un ajuste conjunto de aliviadero y compuerta mediante la ecuación 2.30 que se muestra a continuación y que corresponde a la figura 2.23.

$$\frac{y}{y} = e^{-5,588\frac{u}{um}} + 1 \tag{2.30}$$



Figura 2.21 Distribucion de velocidades para resalto hidraulico sumergido en compuerta.



Figura 2.22.Distribucion de velocidades para resalto hidraulico sumergido en aliviadero.



Figura 2.23.Distribucion de velocidades para resalto hidraulico sumergido en compuerta y aliviadero.

En resumen los ajustes de tipo exponencial obtenidos son los siguientes tanto para para resaltos libres como sumergidos:

Resaltos hidráulicos libres:

$$\frac{y}{y} = a e^{-b \frac{u}{um}} + c e^{-d \frac{u}{um}}, \text{ para } 0, 1 < \frac{u}{um}$$
 (2.33)

		a	b	с	d
Resalto libre	Compuerta	1,5	0,69	0,024	7,5
	Aliviadero	1,5	0,7	0,0224	7,46
	Aliviadero y compuerta	1,57	0,83	0,0222	7,5

 Tabla 2.3. Resumen de coeficientes de las ecuaciones de distribución de velocidades negativas en resaltos hidráulicos libres.

Resaltos hidráulicos sumergidos:

$$\frac{y}{y} = f \ e^{-g\frac{u}{um}} + h$$
, para  $0, 1 < \frac{u}{um}$  (2.34)

		f	g	h
Resalto sumergido	Compuerta	1,2	6,8	1
	Aliviadero	1	6,116	1,1
	Aliviadero y compuerta	1	5,588	1

Tabla 2.4. Resumen de coeficientes de las ecuaciones de distribución de velocidades negativas en resaltos hidráulicos sumergidos.

# **3. TRABAJO EXPERIMENTAL Y FILTRADO DE DATOS**

# 3.1 Trabajo de laboratorio

# 3.1.1 Descripción de los componentes del canal

El canal utilizado para este proyecto consta de dos soportes los cuales permiten la nivelación del canal, un depósito de almacenamiento de agua, una bomba centrífuga, una compuerta aguas abajo y unos tranquilizadores de flujo.

*Soportes del canal:* aparte de la función estructural del canal permite la nivelación del mismo. El canal presenta un defecto de forma en su parte final que se presenta de forma arqueada, lo cual no afecta a la zona de trabajo apreciable en el parte izquierda de la fotografía. En trabajos anteriores se incluyeron dos soportes adicionales para corregir este problema (véase Figura 3.1).



Figura 3.1. Canal de laboratorio (Márquez, 2006).

Deposito de almacenamiento: contiene el agua que recircula por el canal.

*Bomba de agua:* permite recircular el agua a distintos caudales gracias a una válvula de control.

*Compuerta:* permite controlar el caudal de aguas abajo, con lo que podemos obtener resaltos a distintos desplazamientos.

*Tranquilizadores de flujo:* evitan la excesiva oscilación de las ondas a lo largo del canal y que estas oscilaciones influyan en la aspiración de la bomba produciendo resaltos oscilantes.
*Aliviadero:* El azud utilizado en este trabajo presenta un aliviadero con perfil tipo WES tallado en metacrilato. Su altura es de 14,8 cm desde la base. La situación del aliviadero es de 73 cm aguas abajo de la salida del depósito tranquilizador del principio del canal. (Figura 3.2)

*Compuerta:* Es una compuerta plana, se sitúa a 73 cm de la salida del depósito tranquilizador del principio del canal, la apertura máxima utilizada es de 5.6 cm por las limitaciones del canal. (Figura 3.3)



Figura 3.2. Aliviadero utilizado como estructura de control.



Figura 3.3 Compuerta utilizada como estructura de control.

### 3.1.2 Aforo inicial

A partir de proyectos previos realizados en el canal de estudio se conocía la existencia de un error en el muestreo del caudalímetro analógico del que dispone el canal.

Los caudales que marca el caudalímetro cuando ponemos en marcha la bomba, no son los correctos, tendremos que ajustarlos a los reales, para ello, marcaremos en el caudalímetro los distintos caudales de trabajo, y aforaremos el caudal, para compararlos y poder establecer una relación para nuestros futuros trabajos.

Por este motivo, se realizó un aforo volumétrico a distintos caudales para obtener un gráfico  $Q_{real} - Q_{caudalímetro}$  que despejara todas las dudas respecto al caudal realmente tras el llenado de un recipiente de 22 litros, tomando el tiempo de la operación, para diversos caudales marcados con el caudalímetro.

De esta forma, se calculó, a partir del volumen de agua recogido en un determinado intervalo de tiempo, el caudal realmente trasegado en cada momento, con la ayuda de una probeta de 1000 mililitros (Figura 3.5), para cada uno de los caudales marcados por la bomba para nuestro proyecto, realizaremos tres mediciones, y trabajaremos con el valor promedio de esas tres mediciones.





Figura 3.4. Barreño y Probeta(Vicente 2008)

Figura 3.5. Probeta

Una vez tenemos los caudales reales aforados y los que marca el caudalímetro, podemos conocer la relación que guardan mediante una recta de regresión.

Nos hemos basado en los datos obtenidos en el proyecto anterior, muy similares a los nuestros, pero además hemos añadido un caudal de 2,5 m3/h, para tener un punto más con el que graficar la recta.



Figura 3.6. Corrección de caudales

Q Caudalímetro	Q real			
m <sup>3</sup> /h	m <sup>3</sup> /h			
2.5	3.29			
4	5.08			
5	6.02			
6	7.10			
8	9.19			
10	11.39			
10.5	12.20			
11.5	13.06			
12	14.30			
Tabla 3.1. Caudales				

Obtenemos un ajuste por regresión lineal entre los valores:

$$Q_{real} = F_c * Q_{Caudalímetro}$$

Siendo  $F_c$  el factor de corrección, igual a 1,136.

(3.1)

# 3.1.3 Configuración de la sonda

La caracterización de los gradientes de velocidad en los distintos perfiles de los resaltos hidráulicos se emplearon equipos acústicos Doppler de la casa SonTek/YSI (ADV) con medición de velocidad del flujo en 3D hacia abajo (Fig. 6), 3D hacia arriba y 2D.

Este equipo ha sido utilizado de forma similar a trabajos anteriores (Márquez, 2006).

*Frecuencia de muestreo:* la toma de velocidades se realiza con una frecuencia de 5 Hz de esta manera se obtienen valores de velocidades más homogéneos.

*Condiciones del agua:* para una mayor exactitud de las mediciones el agua ha de estar a una temperatura del orden de 20° C y una salinidad de 2ppt. Además se añade un aditivo suministrado junto con la sonda por el proveedor para garantizar la suspensión de partículas que se detecten al paso por el volumen de control de medida.



Figura 3.6. Sonda.

*Rango de velocidad:* Este parámetro influye en la calidad de los resultados, ya que a mayor rango de velocidad se generan mayores ruidos en la señal; siendo necesario escoger siempre el menor rango posible. El valor de este parámetro se fijo en  $\pm 100$  cm/seg, pero en algunas mediciones cuando se sobrepasaba de 100 cm/s en la señal se producía su inverso dando valores negativos de velocidad. Sin embargo, en el manual para las velocidades horizontales (Tabla 3.2) ponen un máximo de  $\pm 300$  cm/s siendo para este tipo de fenómeno turbulento no valido. Teniendo que pasar al rango de 250 cm/s.

Rango de velocidad del ADV	Máxima velocidad horizontal	Máxima velocidad vertical		
±3 cm/s	±30 cm/s	±8 cm/s		
±10 cm/s	±60 cm/s	±15 cm/s		
±30 cm/s	±120 cm/s	±30 cm/s		
±100 cm/s	±300 cm/s	±75 cm/s		
±250 cm/s	±360 cm/s	±90 cm/s		

Tabla 3.2 Rango de velocidades del Doppler.

# 3.1.4 Equipo informático

Para la campaña de muestreo se utilizó un ordenador de sobremesa, un conector USB-Serie con su correspondiente software y el equipo Doppler (figura 3.6).



Figura 3.7. Sonda y receptor ADV

# 3.1.5 Campaña de muestreo

Los parámetros obtenidos en el laboratorio son aquellos que definen un resalto hidráulico.

*H*: carga aguas arriba del azud.

- y<sub>1</sub>: calado contraído en flujo supercrítico.
- y<sub>2</sub>: calado conjugado en la sección final del resalto hidráulico.

Para la medida de estos parámetros se utilizó un limnímetro diseñado por el fabricante para este canal. Se realizo una campañas de muestro geométrico (H,  $y_1$ ,  $y_2$ ).

Para cada caudal de trabajo se fijo tanto para compuerta como para aliviadero, un resalto hidráulico libre y tres resaltos sumergidos.



Figura 3.8. Resalto hidráulico libre y sumergidos a pie del aliviadero.

Para los tres resaltos sumergidos se fijaron los parámetros a partir de la configuración del resalto libre.

En el caso del aliviadero (w = 14.8 cm) se analizaron las siguientes casos de sumergencia, siendo los niveles aguas abajo 14.8 cm, 14.8+H/2cm y 14.8+3H/2cm o 19 como se indica en la figura 3.8.

En el caso de la compuerta plana los niveles de los casos de sumergencia fueron los siguientes  $y_5+1/3$  H cm,  $y_5+3/3$  H cm y  $y_5$ +H cm.



Figura 3.9. Resalto formado al pie del aliviadero.



Figura 3.10. Resalto sumergido.

En cada uno de los resaltos se distinguieron seis secciones en las cuales se llevaron a cabo las mediciones con el equipo Doppler a distintas profundidades lo que permitió establecer la distribución de velocidad en esa sección.

Sección 0. Localizada a pie del aliviadero o compuerta.

Sección 1.Localizada a L<sub>i</sub>/4.

Sección 2. Localizada a L<sub>i</sub>/2.

Sección 3. Localizada a 3L<sub>i</sub>/4.

Sección 4. Localizada a L<sub>j</sub>.

Sección 5. Localizada a una distancia intermedia entre el final del resalto y el punto medio del canal (203 cm desde el inicio del canal).



Figura 3.11. Distribución de las secciones en el resalto.

# 3.2 Filtrado de datos.

El equipo de medida de velocidades instantáneas (ADV, Acoustic Doppler Velocimeter) necesita estar completamente sumergido para poder muestrear, puesto que el agua constituye el elemento fundamental de transmisión del sonido y como ya sabemos éste es el principio básico de funcionamiento del aparato.

En definitiva, se trata de un emisor que genera una onda que se propaga por el fluido y de unos receptores que miden las proyecciones de los vectores de velocidad de dicho fluido al recibir esa onda.

Por ello, es muy fiable en el muestreo de flujos laminares y turbulentos sin la presencia de aire, en el caso de resaltos hidráulicos estamos en un flujo altamente turbulento y la presencia de burbujas de aire atraviesa el volumen de muestreo interponiéndose a las ondas sónicas emitidas por el equipo y produciéndose así un error en la adquisición de la velocidad real.

En estas circunstancias es necesario verificar los registros y realizar un filtrado digital de la información, para eliminar y/o corregir los datos anómalos sin alterar la continuidad del registro.

Podríamos decir, que nuestro método de filtración de datos se basa en tres pasos principalmente:

- Detectar las series que presentan puntos anómalos (también llamados spikes).
- Aplicar un valor umbral de aceleración a la serie, previamente calculado. El cual establecerá el límite de aceleración máxima que la serie no podrá sobrepasar.
- Corte progresivo de los límites superior e inferior en los percentiles 5% y 95% estadísticos.

### **PROCEDIMIENTO (Castillo, 2009):**

- Cogemos la serie de datos de velocidad muestreados que vayan a ser nuestro objeto de estudio, en nuestro caso 4096 datos.
- Calculamos la aceleración máxima que no podrá exceder la serie y que representará nuestro umbral de corte. Hemos observado que para el caso de resaltos hidráulicos el umbral λ<sub>a</sub> debe ser obtenido en función del calado de la sección estudiada y su correspondiente número de Froude.

$$a_j = \frac{u_j}{\Delta t} = \frac{Fr_j \sqrt{g \cdot y_j}}{\Delta t} \ge 0.5 g \tag{3.2}$$

g : La aceleración de la gravedad, 981 cm/s<sup>2</sup>.

Fr : El número de Froude teórico de la sección de muestreo.

- y : El calado de la sección de muestreo
- $\Delta t$ : El intervalo del tiempo de muestreo, 0.2 s.

La elección para el calado  $y_j$  depende de si los puntos de muestreo se encuentran aguas abajo siendo el calado  $y_{dj}$ o si los puntos son de aguas arriba siendo  $y_{uj}$ .(Fig. 3.13)Según estos calado se calcula  $a_j$ .



Figura 3.13 Variación del número de froude y los principales parámetros dentro del resalto hidráulico. Castillo 2009, Vancouver.

• Calculamos la aceleración de muestreo:

$$a = \frac{[(u_i) - (u_{i-1})]}{\Lambda t}$$
(3.3)

donde  $u_i$  es la velocidad discreta de la serie de tiempo y  $\Delta t$  es el intervalo de muestreo.

- Identificamos aquellos puntos que sobrepasan el umbral establecido y que tomaremos como anómalos (spikes): |a|>a<sub>máx</sub>; siendo |a| el valor absoluto de la aceleración de las velocidades discretas en el intervalo de tiempo muestreado. La consideramos en valor absoluto para actuar tanto en las aceleraciones positivas como en las negativas.
- Reemplazamos los spikes. En los casos en que la aceleración sobrepasaba nuestro umbral establecido, consideramos oportuno tras varios replanteos que la opción que adoptaríamos sería sustituir la velocidad de muestreo u<sub>i</sub> por la mediana de las velocidades discretas de la serie de datos cuyos anómalos habían sido sustituidos previamente por ceros.

Antes de continuar, debemos citar dos conclusiones a las que llegamos en este punto:

- a) Para el final del resalto, la aceleración máxima de corte que establecemos no debería ser menor a media gravedad, puesto que sino podríamos alterar la serie tomando puntos por spikes sin serlo.
- b) El criterio de aceleración que acogimos debería sería aconsejable repetirlo varias veces hasta la inexistencia de nuevos spikes tras el reemplazo, aunque para nuestro proyecto solo lo empleamos una vez.
- Por último, aplicaremos el *corte progresivo de los límites inferior y superior en función del 5% y el 95 % estadísticos (Castillo, 2008 ):* Una vez que tengamos la serie filtrada por aceleración pasaremos a la aplicación del filtrado estadístico si fuera necesario. Se pretende descartar las velocidades que no sigan una distribución normal.
- Obtenemos la media de las velocidades filtradas en cada punto, llamada Xmedia.
- Observamos el valor de velocidad máximo **Xmáx**.
- Calculamos la diferencia entre ambas, que denominamos como A1:

### A1 = Xmáx – Xmedia

La diferencia entre la media Xmedia y A1 nos dará Xmín.

**Xmín = Xmedia - A1** que utilizaremos para el cálculo de la amplitud.

La amplitud es A = Xmáx – Xmín.

Así adquiriremos los valores de corte superior **Xmáx,c** e inferior **Xmín,c** que utilizaremos para filtrar la serie finalmente.

Como ya hemos dicho con anterioridad, desecharemos los valores que se encuentren fuera de los percentiles 5 y 95% de la distribución normal de la serie.

El valor de corte superior  $\mathbf{Xm}\mathbf{áx}, \mathbf{c} = \mathbf{Xm}\mathbf{áx} - (\mathbf{A*0.05})$  se corresponde al percentil 95% y los valores de velocidad superiores a éste serán sustituidos por el valor de  $\mathbf{Xm}\mathbf{áx}, \mathbf{c}$ .

El valor de corte inferior Xmín,c = Xmín + (A\*0.05) se corresponde con el percentil 5% y pondrá límite a los valores de velocidad que sean menores a él, sustituyéndose en su caso por Xmín,c.

En definitiva, los valores de velocidad que sean mayores que **Xmáx,c** y menores que **Xmín,c** se considerarán fuera de lo aceptable por nosotros y serán sustituidos por ambos respectivamente, obteniendo una serie limpia. Este método lo prefijamos para que se aplique repetidamente hasta que no detectemos más spikes. Se recomienda no hacer más de 1 ó 2 filtrados estadísticos para no alterar la serie original.



Figura 3.14 . Esquematización del funcionamiento del filtro estadístico.

ΔT (s)=	0.20										
F=	2.17	FILTRADO ESTADISTICO DE LA SEIRE FILTRADA POR ACELERACIÓN									
y (cm)=	5.17										
amáx (cm/s2)=	772.13				1º Filtrado		2º Filtrado		3º Filtrado		4º Filtrado
Sample	Vx_Original	Acel.	Vx_Filtr_Ace	L. superior	L. inferior	L. superior	L. inferior	L .superior	L .inferior	L .superior	L. inferior
1	29.36			53.52	53.52	53.52	53.52	53.52	53.52	53.52	53.52
2	53.52	120.8	53.52	16.64	16.64	16.64	16.64	16.64	16.64	16.64	16.64
3	16.64	-184.4	16.64	47.59	47.59	47.59	47.59	47.59	47.59	47.59	47.59
4	47.59	154.75	47.59	30.86	30.86	30.86	30.86	30.86	30.86	30.86	30.86
5	30.86	-83.65	30.86	49.81	49.81	49.81	49.81	49.81	49.81	49.81	49.81
4096	67.06	200.75	67.06	55.97	55.97	55.97	55.97	55.97	55.97	55.97	55.97
	Mediana=		50.14		50.08		50.08		50.08		50.08
	Desv.Est.=		18.37		15.98		15.97		15.90		15.78
	Xmedia=		49.39		49.83		49.83		49.84		49.85
	Xmax=		109.36		109.36		103.41		98.05		93.23
	A1=		59.97		59.53		53.58		48.21		43.38
	Xmin=		-10.57		-9.70		-3.75		1.62		6.47
	A=		119.93		119.06		107.16		96.42		86.76
	A*0,05=		6.00		5.95		5.36		4.82		4.34
	Xmax c=		103.36		103.41		98.05		93.23		88.89
	Xmin c=		-4.58		-3.75		1.61		6.45		10.81

Figura 3.15.Resumen de la hoja de filtrado.

### **4. LIMITACIONES DEL EQUIPO**

### 4.1. Sonda

La principal limitación de la sonda radica en las propiedades geométricas del sistema de adquisición de datos el cual exige un calado superior a 5 cm. Esto se debe a que el equipo Doppler necesita un rebote de la onda sobre el fondo del canal y de regreso ser captada por la sonda, a una distancia mínima, de 5 cm en el caso de la sonda MicroADV de 16 Mhz.

Esta circunstancia no permite la medición de caudales bajos y calados inferiores a 5 cm.



Figura 4.1. Umbral de medición del equipo ADV

# 4.2. Canal

Subsanados en trabajos anteriores todos los defectos de forma e influencia en el flujo, como las perturbaciones al inicio y fin del canal para las que se necesitan los tranquilizadores, la restricción impuesta por canal es la imposibilidad de alcanzar un mayor rango de Froude que en este trabajo se sitúa entre  $3.15 < F_1 < 5.6$ .

Otro importante factor limitante del canal se debe a los efectos de escala, los cuales proporcionan una adicional pérdida de energía. Otros autores como Chanson (2005), encuentran que los efectos de escala persisten hasta números de Reynolds de 21000

# 5. BASES TEÓRICAS

### 5.1. Resalto hidráulico

El resalto hidráulico es una elevación abrupta en el nivel del agua cuando por un canal circula agua en régimen supercrítico y esta se retiene debido a las condiciones de flujo de aguas abajo. Exactamente cuando se igualan los momentos aguas arriba y aguas abajo.

La formulación del resalto hidráulico se obtiene igualando las fuerzas exteriores, que actúan en la masa de agua, con el incremento de la cantidad de movimiento. La formula general es:

$$V_1^2 = g \, \frac{a_2 \overline{y}_2 - a_1 \overline{y}_1}{a_1 \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)} \tag{5.1}$$

 $V_1$  = velocidad antes del resalto.

 $a_1$  y  $a_2$ = áreas antes y después del resalto.

 $y_1$  e  $y_2$  = a las profundidades desde la superficie del agua hasta el centro de gravedad de las secciones transversales.

En términos de caudal, la formula general es:



Figura 5.2. Resalto hidráulico.

# 5.2. Tipos de resaltos hidráulicos

Los resaltos hidráulicos sobre soleras horizontales se clasifican en varias clases. De acuerdo con los estudios del U.S Bureau of Reclamation estos pueden clasificarse convenientemente según el número de Froude al inicio del resalto:

- $F_1=1$ , el flujo es crítico y no se forma el resalto.
- 1 <F<sub>1</sub>< 1.7, la superficie del agua muestra ondulaciones y se presenta el *resalto ondulante*.
- 1.7<F<sub>1</sub><2.5 se desarrolla una serie de remolinos sobre la superficie del resalto, pero aguas abajo la lamina es muy uniforme. La pérdida de energía es baja. Este se denomina *resalto débil*.
- 2.5<F<sub>1</sub><4.5 existe un chorro que entra desde el fondo del resalto hasta la superficie. Cada oscilación produce una onda grande con periodo irregular, que puede viajar a lo largo de varios kilómetros, se produce entonces el *resalto oscilante*.
- 4.5<F<sub>1</sub><9 la extremidad de aguas abajo del remolido superficial y el punto sobre el cual el chorro de alta velocidad tiende a dejar el flujo ocurren prácticamente en la misma sección vertical. La acción y la posición de este resalto son menos sensibles a la variación en la profundidad de aguas abajo. El resalto se encuentra bien balanceado y su comportamiento es el mejor. La disipación de energía varía entre 45% y 70%. Se presenta entonces el *resalto estable*.
- $F_1$ > 9, el chorro de alta velocidad choca con paquetes de agua intermitentes que discurren hacia abajo a lo largo de la cara frontal del resalto, generando oscilaciones hacia aguas abajo, y puede prevalecer una superficie rugosa. La acción del resalto es brusca pero efectiva debido a que la disipación de energía puede alcanzar un 85%. Este resalto se denomina *resalto fuerte*.

Se debe recalcar que los rangos del número de Froude dados arriba para los siguientes tipos de resalto no están claramente demarcados sino que se trasladan en cierto modo según las condiciones locales.



F<sub>1</sub>= 1- 1,17 Resalto ondulante





F1= 4.5-9.0 Resalto estable

 $F_1 = 4,5-9,0$  Resalto estable

minimi 

F<sub>1</sub> >9.0 Resalto fuerte



Figura 5.1. Tipos de resaltos hidráulicos.

# 5.3 Pérdida de energía.

En muchas aplicaciones la función principal del resalto hidráulico es la disipación de energía. En un canal horizontal, el cambio de la energía cercana al salto es:

$$\Delta E = E_{1-}E_2 \tag{5.3}$$

Donde

 $\Delta E$  = cambio de energía de la sección 1 a la 2.

 $E_1$  = energias específica en la sección 1

 $E_2$  = energía específica en la sección 2

La pérdida de energía  $\Delta E$  en el resalto se calcula apartir de la ecuación(5.4):

$$\frac{q^2}{2gy_1^2} + y_1 = \frac{q^2}{2gy_2^2} + y_2 + \Delta E$$
(5.4)

En el caso de un canal rectangular, la pérdida de energía es:

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \tag{5.5}$$

Y por tanto

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{2 - 2(y_2 y_1) + F_1^2 [1 - (y_1 y_2)^2]}{2 + F_1^2}$$
(5.6)

La relación entre la energía especifica antes y después del resalto se define como la eficiencia, siendo esta:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(8F_1^2 + 1)^{3/2} - 4F_1^2 + 1}{8F_1^2 (2 + F_1^2)}$$
(5.7)

# 6. ANÁLISIS TEÓRICO EXPERIMENTAL.

# 6.1. Introducción.

El resalto hidráulico es un fenómeno bien conocido como método útil para disipar el exceso de energía de flujos de alta velocidad.

Los resaltos hidráulicos pueden ser clasificados de acuerdo al tipo de canal en los que ocurren, como resaltos hidráulicos en canales rectangulares y no rectangulares, resaltos hidráulicos en canales horizontales e inclinados y resaltos hidráulicos forzados. Los resaltos hidráulicos pueden ser clasificados también como resaltos hidráulicos libres y resaltos hidráulicos sumergidos y como resaltos al pie de la estructura de control y desplazados.

En este proyecto se presenta un estudio sistemático de las formas más fundamentales de resaltos hidráulicos en canales rectangulares aguas abajo de un aliviadero y una compuerta plana.

# 6.2. Condiciones de flujo y características de la longitud del resalto.

### 6. 2.1 Resaltos hidráulicos libres.

#### 6.2.1.1 Consideraciones de los efectos de escala.

Los efectos de escala son un fenómeno que se manifiesta por la presencia adicional de pérdida de energía para similares condiciones de flujo cuando trabajamos con canales de anchos pequeños.

Chanson (2005) muestra la presencia de efectos de escala al realizar experiencias en semejantes condiciones de flujo en dos canales de anchos 0,50 m y 0,25 m, cuando el parámetro de Reynolds [ $Re = \frac{Rh V1}{\mu}$ ] se encuentra por debajo de 21000.

Detectada la presencia de efectos de escala, se procede a una clasificación de los rangos de datos bajo estos efectos, para ello se utilizó el criterio de Chanson, aunque para nuestras mediciones encontramos el límite de número de Reynolds de 18000 para aliviadero y 25000 para compuerta. En en las figuras 6.1 y 6.2 se compara con efectos de escala y sin efectos de escala.



Figura 6.1. Diferencia entre mediciones de compuerta bajo efecto de escala y sin efecto de escala. Vicente (2008).



Figura 6.2. Diferencia entre mediciones de aliviadero bajo efecto de escala y sin efecto de escala. Garcia (2008).

Teniendo en cuenta que un aumento de pérdida de energía produce menores velocidades y, por tanto, mayores calados al inicio del resalto, la relación  $y_2/y_1$  disminuirá.

### 6.2.1.2 Flujo desarrollado y no desarrollado. Capa Límite.

El efecto de la capa limite es un fenómeno localizado al pie del resalto debido a un fuerte gradiente de velocidad producido desde la solera del canal. Este efecto se traduce en un deslizamiento de una parte del flujo supercritico conocida como capa potencial sobre una capa de fluido de menor velocidad y que evita que la totalidad del flujo se encuentre bajo efectos de la fricción o tensión de corte con la solera.

Este fenómeno suele ocurrir en compuertas donde se da un flujo supercritico, pero también ocurre en aliviaderos tipo ogee si la longitud desde la coronación no es suficiente para que la subcapa laminar alcance el calado aguas abajo.

Al incrementar la distancia desde la compuerta y el aliviadero, el espesor de la capa límite aumenta, mientras que la capa potencial decrece.

Después de una longitud  $\lambda$  de avance del flujo, el espesor de la capa límite  $\delta$  llega a ser igual a la profundidad del flujo *y*, constituyendo en este momento, un flujo totalmente desarrollado.

De acuerdo con Resch y Leutheusser (1972), la longitud necesaria para que la capa limite alcance el calado del flujo debe ser mayor de 200  $y_1$  (siendo  $y_1$  el calado contraído).

Para la compuerta según Hager (1995), la longitud necesaria para que la capa límite alcance el calado del flujo (flujo totalmente desarrollado), debe ser del orden de 50 veces  $y_1$ . Ver figura 6.3:



Figura 6.3. Desarrollo de la capa límite de flujo supercrítico

En el proyecto que realizó Vicente (2008) de compuerta , se analizó este fenómeno el flujo comenzaba a ser prácticamente desarrollado a partir de 30  $y_1$  y en para el aliviadero el flujo totalmente desarrollado demostró en el proyecto García (2008) que se alcanzaba también para distancias 30  $y_1$ .

En las mediciones tomadas son todas no desarrolladas; ya que son resaltos hidráulicos a pie del aliviadero o de la compuerta o resaltos hidráulicos sumergidos.

### 6.2.1.3 Características de la longitud del resalto

En cuanto a la longitud del resalto, en proyectos fin de carrera afianzados en años anteriores, la tomaron experimentalmente con el siguiente procedimiento, siendo el inicio donde se producen oscilaciones irregulares en la dirección del canal (x=0), y el final se determina como la primera sección en la que no existe ya variación apreciable en la distribución de velocidades ( $x=L_j$ ), también coincide en que, es la sección en la que ya no se observa ninguna alteración en la superficie del agua.

De acuerdo con lo dicho en el párrafo anterior,  $L_j$  es la longitud del resalto, siendo y<sub>1</sub> la profundidad de agua al inicio del resalto, x=0, e y<sub>2</sub> la profundidad al final del resalto,  $x=L_j$ .



Figura 6.4. Definición esquemática para el resalto libre

En la sección ( $x=L_{rj}$ ) se define el final del rulo del resalto,  $L_{rj}$ . También indica el final de la zona de separación entre  $L_{rj}$  y  $L_j$ .

García (2008) y Vicente (2008) en sus respectivos proyectos representaron  $L_j/y_1$  medida en función del número de Froude, junto con la ecuación 6.1 propuesta por Silvester (1964) y con la ecuación ajustada 6.2 de Márquez (2006):

$$\frac{L_j}{y_1} = 9,5(F_1 - 1)^{1,01} \tag{6.1}$$

$$\frac{L_j}{y_1} = 9,5(F_1 - 1)^{0,80} \tag{6.2}$$

Para este proyecto fin de carrera no se tomaron valores experimentales de longitud de resalto, tal y como hicieron Márquez (2006), Vicente (2008) y García (2008), sino que tomamos la relación de Silvester (1964) para hayar la longitud de nuestros resaltos hidráulicos porque para los resaltos no desarrollados estudiados, Silvester se ajusta bastante bien (ver figura 6.5)



Figura 6.5. Características de la longitud del resalto libre para aliviadero. Garcia.2008

#### 6.2.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.

#### 6.2.2. 1 Características de la longitud del resalto.

Considerando  $y_0$  como el calado contraído,  $y_3$  como la profundidad al comienzo del resalto sumergido se formaron diversos resaltos para observar las condiciones de flujo.



Figura 6.6. Definición esquemática para el resalto sumergido.

En este proyecto fin de carrera, hallamos la longitud del resalto para los resaltos sumergidos de la misma manera que hicimos para los libres, mediante la fórmula de Silvester(1964) ec. 6.1, para ese mismo caudal tomando su  $y_1$  e,  $y_2$  para poder realizar comparaciones del comportamiento del resalto en libre y sumergido.

Para la longitud de los resaltos sumergidos que realizó Márquez (2006), tomó como el final del resalto hidráulico sumergido, la sección en la que no existe variación de la velocidad máxima del flujo.  $L_{sj}$  es la longitud del resalto, siendo y<sub>4</sub> la profundidad del agua donde  $x = L_{sj}$ . La sección en la que todavía se observa un flujo alterado en la superficie, se define como final del rulo ( $x=L_{rsj}$ ), siendo  $L_{rsj}$  la longitud del rulo.

Márquez muestra la dependencia de  $L_{sj}/y_2$  según el parámetro de  $y_4/y_2$ , obteniendo  $y_2$ , obteniendo un ajuste 6.3 y comparándolo con Ohtsu 6.4.

$L_{sjc}/y_2 = (7,44y_4/y_2) - 3,04$ si $y_4/y_2 = 1$ $L_{sjc} = 4,4 y_2$	(6.3)	)
---	-------	---

$$L_{sj}/y_2 = (5y_4/y_2) + 0.9$$
 si  $y_4/y_2 = 1$   $L_{sj} = 5.9 y_2$  (6.4)

# 6.3 Relación entre calados inicial y final.

### 6.3.1 Resaltos hidráulicos libres

Seleccionando la zona de un resalto libre en un canal horizontal como un volumen de control, la Ec. 6.6 se puede derivar de la ecuación de momentum 6.5, que es aplicada en la dirección-x, junto con una ecuación de continuidad bajo las siguientes suposiciones:

- 1) el resalto se forma sobre un fondo horizontal de gran anchura,
- 2) la turbulencia es insignificante al comienzo del resalto,
- 3) las tensiones viscosa y turbulenta son insignificantes sobre la superficie libre

$$\int_{S} \overline{V}(n_{0}.\overline{V})dS = \int_{S} n_{1}\overline{p} \, dS - \left[\int_{S} \mu \frac{\partial \overline{V}}{\partial n_{1}} dS + \rho \int_{S} \overline{V'(n_{0}.V')} \, dS\right]$$
(6.5)

Donde  $\overline{V} = \overline{u}i + \overline{v}j$  (velocidad media temporal), V' = u'i + v'j + w'k (velocidad turbulenta fluctuante), *p*: intensidad de presión media temporal, *S*: superficie de control,  $n_0$ : vector unitario normal hacia fuera de *dS*,  $n_1$ : vector unitario normal hacia dentro de *dS*.

$$\rho Q(\beta_2 v_{2-}\beta_1 v_1) =$$

$$= \lambda_1 \gamma (h_g A)_1 - \lambda_2 \gamma (h_g A)_2 - \int_0^{L_j} \left( \mu \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \rho \left( -\overline{u'v'} \right) \right)_{y=0} dx - \int_0^{y_2} (\rho \overline{u'^2})_{x=L_j} dy$$
(6.6)

donde:

 $\rho$ : densidad del agua.

A: área de la sección.

*y*: coordenada vertical dirigida hacia arriba empezando desde el fondo del canal. *Q*: caudal unitario (q = Q/B).

$$\beta = \int_A (\bar{u}/v)^2 \, dA/A$$

$$\lambda' = 1 + \left(\frac{1}{h_g A}\right) \int_A \left(\frac{\Delta p}{\gamma}\right) dA$$

 $h_g$  Profundidad al centro de gravedad de la sección (en la sección rectangular,  $h_g = y/2$ )

γ: Peso específico del agua (γ = ρ.g) (Δp: Indica la desviación de la presión hidrostática) En forma adimensional, la Ec. 6.6 se puede expresar como:

$$\lambda^{2} \left(\frac{y_{2}}{y_{1}}\right)^{3} + \left[2(\gamma_{2} - \beta_{1})F_{1}^{2} + S_{f} - \lambda^{2}\right] \left(\frac{y_{2}}{y_{1}}\right) + 2\beta_{2}F_{1}^{2} = 0$$
donde:
(6.7)

 $S_f = \frac{P_f}{\gamma \frac{y_1^2}{2}}$ 

 $(P_f = \int_0^{Lj} \tau_0 dx;$  donde  $\tau_0$ es la tensión de corte en el contorno:

$$\tau_0 = [\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \rho \left( -\overline{u'v'} \right)]_{y=0}$$

$$F_{1} = \frac{v_{1}}{\sqrt{gy_{1}}}$$
$$\gamma_{2} = \int_{0}^{y_{2}} \frac{u^{\prime 2} dy}{v_{1}^{2} y_{1}}$$

La Ec. 6.7 se puede expresar también como:

 $F_1^2 = \frac{(y_2/y_1)[\lambda_2'(y_2/y_1)^2 + S_f - \lambda_1']}{2[(1 + \Delta\beta_1 - \gamma_2)(y_2/y_1) - (1 + \Delta\beta_1)]}$ (6.8)

donde:

 $\beta_1 = 1 + \Delta \beta_1$ 

 $\beta_1 = 1 + \Delta \beta_2$ 

Cuando  $\lambda_1' = \lambda_2' = 1$ ,  $S_f = 0 \quad \Delta \beta_1 = \Delta \beta_2 = 0$  y  $\gamma_2 = 0$ , la Ec. 6.9 se puede reducir a la común relación de profundidad secuente o ecuación de los calados conjugados de Bélanguer, Ec. 6.9:

$$\frac{y_2}{y_1} = (\sqrt{8F_1^2 + 1} - 1)/2 \tag{6.9}$$

Harleman (1958) encontró que los errores debidos a la uniformidad asumida del flujo  $(\beta_1 = \beta_2 = 1)$  y a no tener en cuenta la turbulencia al comienzo y al final del resalto  $(\gamma_1 = \gamma_2 = 0)$  son muy pequeños y tienden a cancelarse unos a otros, y que la tensión de corte del fondo integrada  $S_f$  es el único término adicional importante a considerar:

Por esta razón,  $\lambda'_1 = \lambda'_2 = 1$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  y  $\gamma_2 = 0$  y le Ec. 6.7 se deduce la Ec. 6.10:

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right) - \left[2F_1^2 + 1 - S_f\right]\left(y_2/y_1\right) + 2F_1^2 = 0 \tag{6.10}$$

Desde la Ec. 6.10 se puede observar que a mayores valores de  $S_f$  y para un valor de  $F_1$  dado, la relación  $y_2/y_1$ , tiende a ser más pequeña.

Rajaratnam (1965), demostró que los datos obtenidos para diversos experimentos y de diversa procedencia, mostraban mejor concordancia con la Ec. 6.10 que con la Ec. 6.9. De acuerdo con esto, en un supuesto Caso "a" referido al inicio de un resalto libre bajo las condiciones del flujo potencial, justo debajo de la compuerta, el valor experimental de  $y_2/y_1$  para un  $F_1$  dado era algo más pequeño que el valor de  $y_2/y_1$  dado por la Ec. 6.9; pero en un supuesto Caso "b" referido al inicio de un resalto libre bajo las condiciones del flujo totalmente desarrollado, se asumía que el valor experimental podía coincidir con el valor de  $y_2/y_1$  derivado de la Ec. 6.9. Esto se explicaba por la suposición de que en el Caso "a", los efectos de  $S_f$  podrían ser grandes dado que la capa límite no se separa del fondo del canal, mientras que en el Caso "b",  $S_f \approx 0$ , porque la capa límite podría estar separada del fondo del canal (flujo totalmente desarrollado).

Ohtsu et al. (1990) también encuentran diferencias entre las éstas relaciones de los calados conjugados para los casos "a" y "b", pero consideran que las diferencias son

pequeñas y sugieren que para propósito de diseño práctico, se aplique indistintamente la ecuación de Bélanguer, a los resaltos con flujo totalmente desarrollado y parcialmente desarrollado.

Leutheusser y Kartha (1972) llevaron a cabo un estudio semiempírico de resaltos hidráulicos aguas abajo de compuertas. Sus ensayos corresponden a flujos totalmente desarrollados. Propusieron la siguiente relación de calados conjugados:

$$F_1^2 = \frac{\frac{y_2}{y_1} \left[ \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2 - 1 \right]}{2,06 \left[ \frac{y_2}{y_1} - 1 \right] - 0,0244(y_2/y_1)^2}$$
(6.11)

En el proyecto de Garcia (2008) y Vicente (2008) se demostró que los ensayos muestran una mejor tendencia a la ecuación teórica de *Bélanguer*. Ec 6.9 dada la similitud con las relaciones ya descritas y el pequeño rango de Froude que abarca nuestro trabajo, nos abstenemos de obtener una relación de calados conjugados para flujo potencial, concluyendo que para este caso la formulación más aproximada es la ecuación de Bélanguer.

### 6.3.2 Resaltos hidráulicos sumergidos

Seleccionando la zona de un resalto sumergido como volumen de control, la Ec. 6.12 puede ser derivada de la ecuación de momentos aplicada en la dirección-x junto con la ecuación de continuidad, bajo las siguientes suposiciones:

1) el canal es horizontal y prismático,

2) la distribución de presiones es hidrostática antes y después del resalto,

3) la tensión de corte se desprecia

4) los coeficientes de momento o de Boussinesq son  $\beta_0=\beta_4=1$ 

5) la tensión de Reynolds en la superficie del volumen de control no se tiene en cuenta.

$$(Ahg)_3 - (Ahg)_4 = \frac{Q^2}{g} \frac{A_0 - A_4}{A_0 - A_4}$$
 (6.12)

donde el subíndice "0" se refiere a parámetros hidráulicos en la sección de salida o "desagüe", el subíndice "3" se refiere al comienzo del resalto sumergido, y el subíndice "4" se refiere al final del resalto sumergido.

Para el caso de un canal rectangular, se puede derivar la siguiente expresión:

$$\frac{y_3}{y_0} = \sqrt{\frac{2F_0^2(1 - (y_4/y_0))}{\left(\frac{y_4}{y_0}\right)} + \left(\frac{y_4}{y_0}\right)^2} \tag{6.13}$$

Si  $\frac{y_3}{y_0} = 1$  en la Ec. 6.13, ésta coincide con la Ec. 6.9 para profundidad secuente del resalto libre.

Según Márquez (2006) los valores de las ecuaciones para cada froude poseen una estrecha concordancia entre los valores teóricos y los valores experimentales.

Márquez también se realizo ajuste de  $(y_4/y_3)/F_0$  y  $y_3/y_0$  siendo la ecuación 6.14.

$$\frac{y_4}{y_3} = \left[ 1,1728 \left( \frac{y_3}{y_0} \right)^{-0,7661} \right] F_0$$
(6.14)

# 6.4 Pérdida de energía en los resaltos hidráulicos

Con respecto a la longitud L de los resaltos libres y sumergidos se interpreta como la longitud de la zona en la que la disipación de energía se lleva a cabo, pudiendo derivarse la siguiente relación general:

$$f(L/H_L,H_L/H_1)=0$$
 (6.15)

Donde  $H_L$  es la pérdida de energía en el resalto, y  $H_*$  es la energía específica total al comienzo del resalto. Basada en esta relación, se comprueba y se propone una ecuación experimental para la longitud de los resaltos libres y sumergidos.

### 6.4.1 Resalto hidráulicos libres

Aplicando la ecuación de la energía del flujo medio para la zona de resalto  $(0 \le x \le Lj)$ , se obtiene la Ec. 6.16. En este caso, los términos de tensión viscosa media y los efectos de la tensión de Reynolds en la superficie de control, no se tienen en cuenta:

$$\alpha_{1} \frac{v_{1}^{2}}{2g} + \lambda_{1} y_{1} =$$

$$= \alpha_{2} \frac{v_{2}^{2}}{2g} + \lambda_{2} y_{2} + \left[-\frac{1}{\gamma - q} \int_{D} \left\{\rho(\overline{u'^{2}} - \overline{v'^{2}}) \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \rho \overline{u'v'}(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x})\right\} dw]$$
(6.16)

donde:

 $\alpha$  es el coeficiente de energía o de Coriolis

 $dw(= dA \quad dS)$  es el volumen elemental infinitesimal

$$\lambda = 1 + (1/Qh) \int_{A} (\Delta p / \gamma) u dA$$

En las secciones x=0 y  $x=L_j$ , es posible poner  $\alpha = 1$  y  $\lambda = 1$ .

De acuerdo con esto, la Ec. 6.16 puede ser expresada como la Ec. 6.17:

$$\frac{v_1^2}{2g} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + y_2 + \left[-\frac{1}{\gamma - q} \int_0^{L_j} \int_0^{y(x)} \{\rho(\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \rho \overline{u'v'} (\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x})\} dy dx \right]$$
(6.17)

Si la ecuación de energía para la turbulencia es aplicada a los resaltos, se obtiene la Ec. (6.18). En este caso, los términos de tensión viscosa media, la difusión de energía turbulenta, los efectos de las fluctuaciones de presión y las tensiones viscosas causadas por la turbulencia en la superficie de control, no se tienen en cuenta comparados con otros factores:

$$Prod.Turb.=Disip.Vis.+Convecc.Turb.$$
(6.18)

donde:

*Prod.Turb.*= [tercer término en el lado de la derecha de la Ec. (6.19)]=Cantidad total de energía transferida desde el flujo medio a la energía turbulenta (producción turbulenta).

Disip.Vis.= Disipación viscosa

*Convecc.Turb.*= Convección de energía turbulenta (relación en que la energía cinética turbulenta es transmitida)

$$Disip.Vis. = \frac{1}{\gamma q} \int_{0}^{L_{j}} \int_{0}^{y(x)} \mu(\overline{\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}) \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} dy dx$$

Convecc. Turb. = 
$$\frac{1}{\gamma q} \int_{0}^{y_2} \rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \bar{u} dy$$

donde  $V'^2 = u'^2 + v'^2 + w'^2$ 

De la Ec. 6.19 y la Ec. 6.20, se obtienen las siguientes ecuaciones:

donde:

$$H_{1} = \frac{v_{1}^{2}}{2g} + y_{1}$$
$$H_{2} = \frac{v_{2}^{2}}{2g} + y_{2}$$

Sin embargo, la Ec. 6.19 puede ser rescrita en la forma de la Ec.6.20:

$$100(\%) = \left(\frac{Disip.Vis.}{(H_1 - H_2)} + \frac{Ind.Turb.}{(H_1 - H_2)}\right)100(\%)$$
(6.20)

Ohtsu et al. (1990) a partir de las medidas de velocidad media  $\overline{u}$  e intensidad turbulenta  $\overline{u'^2}$ , en las secciones donde  $x \ge L_j$ , y haciendo uso de la suposición de que  $\overline{V'^2} = 2\overline{u'^2}$ , obtienen los valores de (*Convecc.Turb.*)<sub>x</sub>

	$\mathbf{F}_1$	Convecc.Turb./(H <sub>1</sub> -H <sub>2</sub> )(%)	Disip.Vis./(H <sub>1</sub> - H <sub>2</sub> )(%)	
Caso a	3,79	5,4	94,6	
Caso a	4,05	3,5	96,5	
Caso a	5,19	3,0	97,0	
Caso a	5,83	2,5	97,5	
Caso a	7,12	1,5	98,5	
Caso a	8,19	1,0	99,0	
Caso b	3,93	4,2	95,8	
Caso b	4,29	5,0	95,0	
Caso b	4,47	4,7	95,3	
Caso b	5,04	1,7	98,3	
Caso b	5,68	1,3	98,7	

Tabla 6. 1. Valores de Convecc.Turb./(H<sub>1</sub>-H<sub>2</sub>) y Disip.Vis./(H<sub>1</sub>-H<sub>2</sub>)

Encuentran que los valores de Disip.Vis./ $(H_1-H_2)$  resultan ser muy superiores a los de Convecc.Turb./ $(H_1-H_2)$  en la medida en que Disip.Vis./ $(H_1-H_2)$  representa entre el 94 y el 99% y convecc.Turb./ $(H_1-H_2)$  representa entre el 1 y el 6% en la disipación de la turbulencia. Por esta razón, se puede concluir que Convecc.Turb./ $(H_1-H_2)$  es despreciable.

De este modo, se pueden derivar la Ec. 6.21 y Ec. 6.22:

$$H_1 = H_2 + Disip.Vis. \tag{6.21}$$

$$Prod.Turb.=Disip.Vis.$$
 (6.22)

En otras palabras, cuando  $x \le L_j$ , la mayoría de la turbulencia se ha disipado por disipación viscosa (fenómeno de disipación de energía en cascada).

De acuerdo con esto,  $L_j$  puede ser interpretado como la longitud de la zona necesaria para que la disipación de energía en el resalto se complete, y la pérdida de energía  $H_L$ entre el inicio (*x*=0) y el final (*x*= $L_j$ ) del resalto puede ser expresada mediante la siguiente ecuación unidimensional:

$$H_{L} = H_{1} - H_{2} = (v_{1}^{2}/2g + y_{1}) - (v_{2}^{2}/2g + y_{2})$$
(6.23)

Usando la Ec. 6.23 junto con la ecuación de continuidad, la pérdida de energía relativa puede ser expresada con la Ec. 6.24:

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{2(1 - \frac{y_2}{y_1}) + (1 - \frac{1}{(y_2 / y_1)^2})F_1^2}{2 + F_1^2}$$
(6.24)

Analizando la Ec. 6.25 y la Ec. 6.24, la relación entre  $H_L/H_1$  y  $F_1$  se representa en la Figura 6.7.


Figura 6.7. Pérdida de energía relativa en resaltos libres para compuerta y aliviadero.

Analizando la representación de la pérdida de energía relativa en los resaltos libres estudiados, en función de los valores de Froude considerados y la relación correspondiente y2/y1 según la Ec. 6.9 (Ecuación de Bélanguer de los calados conjugados), junto con la ley teórica propuesta según la Ec. 6.24, se observa que el resultado de la comparación entre los valores teóricos y los experimentales se encuentra dentro del ajuste teórico. No se aprecia distinción entre los resaltos en compuerta o aliviadero. Esto se debe a que el proceso turbulento dentro del resalto es independiente en casi su totalidad, de lo que suceda aguas arriba de éste, ya que el flujo en cascada en el interior del resalto anula cualquier efecto del flujo entrante.

# 6.4.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.

Basándonos en consideraciones similares a las señaladas para el caso de resaltos libres:

$$H_{0} = H_{4} + (Disip.Vis. + Convecc.Turb.)$$
(6.25)

Y

$$100\% = \left[\frac{Disip.Vis.}{H_0 + H_4} + \frac{Convecc.Turb.}{(H_0 + H_4)}\right] 100\%$$
(6.26)

Donde:

$$H_{0} = \lambda_{3}y_{3} + \alpha_{0}v_{0}^{2}/2g$$

$$H_{4} = \lambda_{4}y_{4} + \alpha_{4}v_{4}^{2}/2g$$

$$\lambda_{3} = \lambda_{4} = 1$$

$$\alpha_{0} = \alpha_{4} = 1$$

$$Disip.Vis. = \frac{1}{\gamma} \int_{0}^{L_{j}} \int_{0}^{y(x)} \int_{0}^{y(x)} \mu(\overline{\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}) \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} dy dx$$

Ind. Turb.=  $\frac{1}{\gamma q} \int_{0}^{y_2} \rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \overline{u} dy$ 

De la medidas de velocidad media  $\bar{u}$  e intensidad turbulenta  $\bar{u}'^2$ en las secciones donde  $x \ge L_{sj}$ , y haciendo uso de la suposición de que  $\bar{V}'^2 = \overline{2u}'^2$ , se obtienen los valores de  $(Ind.turb)_x$  en la secciones donde  $x \ge L_{sj}$ , donde:

(convecc.Turb.)<sub>x</sub> = 
$$\frac{1}{\gamma q} \left( \int_{0}^{y_4} \rho \frac{\overline{V}'^2}{2} \overline{u} \, dy \right)_{x=x}$$

Siendo q el caudal circulante.

También, el valor de Disip. Vis. Se ha determinado por la sustitución de los valores  $H_0, H_4y$  (*convecc*. *Turb*)<sub>*x*=*Lsj*</sub> en la ecuación 6.25.

Al igual que para el caso de los resaltos libres los valores de *Disip.Vis./* $(H_0 - H_4)$  resultan muy superiores a los de Convecc. Turb./ $(H_0 - H_4)$  y por este motivo se puede concluir que Ind. Turb./ $(H_0 - H_4)$  es despreciable. Entonces,

$$H_0 = H_4 + Disip. Vis. (6.27)$$

$$Prod.Turb = Disip.Vis. (6.28)$$

De acuerdo con esto,  $L_{sj}$  se interpreta como la longitud de la zona requerida para disipar el total de la energía perdida en el resalto sumergido, y la pérdida de energía entre el inicio (x=0) y el final (x=L<sub>sj</sub>) del resalto sumergido puede ser expresada mediante la siguiente ecuación unidimensional:

$$H_L = \left(\frac{v_0^2}{2g} + y_3\right) - \left(\frac{v_4^2}{2g} + y_4\right)$$
(6.29)

Usando la Ec. 6.29 junto con la ecuación de la continuidad, la pérdida de energía relativa puede ser expresada con la Ec.6.30:

$$\frac{H_L}{H_0} = \frac{2\left(\frac{y_3}{y_0} - \frac{y_4}{y_0}\right) + \left(1 - \frac{1}{(y_4/y_0)^2}\right)F_0^2}{2(y_3/y_0) + F_0^2}$$
(6.30)

Si  $\frac{y_3}{y_0} = 1$  y  $F_0 = F_1$ , la Ec. 6.30 se reduce a la ecuación del resalto libre Ec. 6.24.

La relación  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$  para los valores dados de  $\frac{y_3}{y_0}$ , derivada de las ecuaciones 6.30 y 6.9 se muestra en la Fig. 6.8 a con líneas continuas para cada valor de  $\frac{y_3}{y_0}$  considerado y para los resaltos libres.



Fig.6.8 Pérdida relativa de energía en resaltos sumergidos.  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$ 

Se puede observar que los datos medidos dan una mayor perdida de energía. Pero esta solo es aparate, puesto que a los resaltos sumergidos se alejan de la configuración teórica. Del análisis del resalto y con el ánimo de ver la diferencia con la configuración de flujo teórico, los datos medidos fueron trasladados a la grafica a su posición correcta; así se despejo la ecuación 6.30, el valor teórico del calado conjugado y<sub>3</sub> correspondiente.



En la figura 6.9 se puede ver el resultado obtenido.

**Fig.6.9** Pérdida relativa de energía en resaltos sumergidos.  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$ 

A continuación proseguimos con las graficas convencionales ya corregidas por medio del calado teórico  $y_{3t}$  en vez del calado conjugado  $y_3$ . En la Figura 6.10 se representa la relación  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$  derivada de las ecuaciones 6.30 y 6.9 para valores para valores dados de  $F_0$ .

Como se puede observar en los resultados experimentales de la siguiente grafica, en la que hemos representado los datos obtenidos en laboratorio de compuerta y aliviadero junto con los de Márquez (2006), Vicente (2008) y García (2008) teniendo en cuenta que han sido modificados; se ajustan bastante bien a las leyes teóricas representadas para cada valor de  $F_0$  por lo que se pueden considerar como válidos.

En la figura 6.10 se aprecia claramente que para valores menores de  $F_0$ , la disipación de energía relativa es inferior que para  $F_0$  mayores.



Figura 6.10 Pérdida de energía relativa para resaltos sumergidos:  $H_L/H_0 = f\left(F_0, \frac{y_3}{y_0}\right)$ 

Otra manera de evaluar la disipación de energía en resaltos libres y sumergidos es utilizando la expresión clásica siguiente:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\left(8\,F_1^2 + 1\right)^{3/2} - 4F_1^2 + 1}{8F_1^2\left(2 + F_1^2\right)} \tag{6.31}$$

En la Tabla 6.2 se indica el porcentaje de disipación de energía en el rango de números de Froude considerados.

Resultados Teóricos			
F1	H2/H1	Porcentaje de disipación de energía en velocidades teóricas medias	
2,50	0,82	17,52	
3,00	0,74	25,67	
3,50	0,67	32,90	
4,00	0,61	39,14	
4,50	0,56	44,48	
5,00	0,51	49,06	
5,50	0,47	53,00	

Tabla	6.2.	Resultados	teóricos
I ublu		Itesultuuos	COLICOD

Para tratar los resultados experimentales obtenidos en laboratorio, se ha calculado la disipación de energía en los resaltos hidráulicos, considerando la velocidad como la obtenida por continuidad en la sección final e inicial del resalto, debido a que el equipo nos imposibilita la medición en todo el calado y poder obtener una velocidad empírica media de la sección.

Las siguientes expresiones se utilizaron para calcular la disipación de energía: En los resaltos hidráulicos libres:

% de disipación de energía =  $\left(1 - \frac{H_2}{H_1}\right) x \, 100$  (6.32) donde  $H_1 = (v_1^2/2g + y_1) \, y \, H_2 = (v_2^2/2g + y_2).$ En los resaltos hidráulicos sumergidos: % de disipación de energía =  $\left(1 - \frac{H_4}{H_0}\right) x \, 100$  (6.33) donde  $H_0 = (v_0^2/2g + y_0) \, y \, H_4 = (v_4^2/2g + y_4).$ 



Figura 6.10. Disipación de energía en resaltos libres para velocidades medias.



Figura 6.11. Disipación de energía en resaltos sumergidos para velocidades medias.

Como se observa en las figuras 6.10 y 6.11, existe un buen acorde entre las disipaciones de energía en los resaltos libres y sumergidos y los valores teóricos. Pero se observa que para los sumergidos es ligeramente superior al caso de los resaltos libres, no encontrando ninguna distinción importante entre la disipación de energía para aliviadero y compuerta.

Por último, se ha evaluado la disipación de energía en los resaltos hidráulicos debido a la reducción de velocidades máximas entre la sección inicial del resalto (x=0) y la sección final del mismo donde ( $x=L_j$ .).

Se han utilizando las siguientes expresiones:

% reducción de velocidad máxima experimental =  $\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) x \ 100$  (6.34)

para el caso de resaltos libres.

% reducción de velocidad máxima experimental =  $\left(1 - \frac{v_4}{v_0}\right) x \ 100$  (6.35) para el caso de resaltos sumergidos.

Los resultados obtenidos para los resaltos libres y sumergidos se muestran en las figuras 6.12 y 6.13 respectivamente:



Figura 6.12. Disipación de energía en resaltos libres debido a la reducción de velocidades máximas.



Figura 6.13 Disipación de energía en resaltos sumergidos debido a la reducción de velocidades máximas hasta la sección final del resalto libre.

Se ha realizado un ajuste teórico de la disipación de energía debido a la reducción de velocidades máximas para resalto libres, obteniendo la siguiente ecuación 6.36:

% reducción de velocidad máxima experimental=  $30 \ln(4,8 Fr_1) - 9,6$  (6.36)

En el caso de los resaltos libres y sumergidos como se muestra en las figuras 6.12 y 6.13, vemos que las pérdidas de energía en los resaltos sumergidos son un poco menores, pero no se observa una gran distinción entre los resultados de aliviadero o compuerta.

# 6.5. Longitud del resalto hidráulico en función de las pérdidas de energía.

Con respecto a la longitud del resalto hidráulico, muchos datos experimentales han sido analizados sin ninguna base teórica. Se ha intentado incluso analizar los datos considerando el significado físico.

Si la longitud del resalto *L* es interpretada como la longitud de la zona requerida para disipar la energía en el resalto, entonces *L* debería ser función de la energía específica  $H_*$  al comienzo del resalto y de la energía pérdida  $H_L$  en el resalto (Figura 6.14), implicando la siguiente relación:

 $f(L/H_{L}, H_{L}/H_{*}) = 0$ 



Figura 6.14. Relación entre L y H<sub>L</sub> [Márquez 2006]

#### 6.5.1 Resaltos hidráulicos libres.

En el caso del resalto libre, la relación 6.37 puede ser expresada como:

$$f(L_j / H_L, H_L / H_1) = 0 (6.38)$$

siendo  $L_j$ : longitud del resalto libre

También,  $L_{rj}$ : longitud del rulo y  $L_t$ : longitud total, se asumen como proporcionales a  $L_j$ :

$$L_{ii} \propto L_i \propto L_t \tag{6.39}$$

(6.37)

De las relaciones 6.38 y 6.39, se derivan las relaciones 6.40 y 6.41:

$$f(L_{ii}/H_L, H_L/H_1) = 0 (6.40)$$

$$f(L_t / H_L, H_L / H_1) = 0 (6.41)$$

De acuerdo con datos experimentales y con las relaciones 6.38, 6.40 y 6.41, Ohtsu et. al (1990) demostraron éstas claras correlaciones que se indican en la Figura 6.15. Proponen las siguientes expresiones:

$$\log_{10} \frac{L_{rj}}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_1} + 1.40; \quad \text{Para} \ (2.3 \le \text{F1} \le 9.5)$$
(6.42)

$$\log_{10} \frac{L_j}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_1} + 1.58; \text{ Para} (2.3 \le F_1 \le 9.5) \text{ y} (0.14 \le H_L/H_1 \le 0.71)$$
(6.43)

$$\log_{10} \frac{L_t}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_1} + 1.72; \quad \text{para} \ (2.3 \le F_1 \le 9.5)$$
(6.44)



Figura 6.15. Relación entre  $L_j/H_L$  y  $H_L/H_1$ 

Con respecto a los resultados que muestra la Figura 6.15 se puede hacer la siguiente interpretación: la pérdida de energía relativa más grande  $H_L/H_1$  se da cuando el remolino superficial y las fluctuaciones de la velocidad turbulenta son mayores; así, cuando el gradiente de la línea de energía  $H_L/L_j$  es mayor, entonces  $L_j/H_L$  será menor. Como contraste, la relación  $H_L/H_1$  más pequeña se corresponde con un remolino superficial y unas fluctuaciones de la velocidad turbulenta menores; así,  $H_L/L_j$  es menor mientras  $L_j/H_L$  es mayor. Comparando las leyes teóricas propuestas por Ohtsu et al. con los resultados experimentales se observa que los datos experimentales para ambos resaltos siguen la misma tendencia y pendiente que las teóricas.

#### 6.5.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.

En el caso del resalto sumergido, la relación 6.38 puede ser expresada de la siguiente forma:

$$f(L_{\rm si}/{\rm H_L}, {\rm H_1}/{\rm H_0}) = 0$$
 (6.45)

Analizando los datos experimentales en base a la relación 6.49, se puede apreciar una clara correlación que se muestra en la Fig. 6.16, y se obtiene la siguiente ecuación:

$$\log_{10} \frac{L_{sj}}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_0} + 1.58 \text{, para} (2,3 \le F_0 \le 10) \text{ y} (1 \le y_3 / y_0 \le 20)$$
(6.46)

La Ec. 6.46 es idéntica a la Ec. 6.43 (resalto libre), constituyendo una expresión general que incluye el caso del resalto libre  $(y_3/y_0=1)$ . El hecho de que las ecuaciones 6.46 y 6.43 sean idénticas tiene una explicación coherente dado que, como se ha demostrado en el apartado anterior, la pérdida de energía  $H_L$  en resaltos sumergidos es mayor que en resaltos libres y en consecuencia la longitud de resalto en los resaltos sumergidos será mayor que en los resaltos libres.

De acuerdo con la longitud del rulo  $L_{rsj}$  del resalto sumergido, si los datos experimentales de Rao y Rajaratnam (1963) se comparan con la relación 6.47,  $L_{rsj}$  puede también graficarse en la misma Fig. 6.16. Generalmente, se comprueba experimentalmente que  $L_{rsj} \leq L_{sj}$ , y para el caso de una gran inclinación superficial  $(y_4 y_3 \geq 2), L_{rsj}$  puede ser calculado desde la Ec. 6.48, que es la misma expresión que para la longitud del rulo del resalto libre (Ec. 6.42) debido a que, al comprobarse que la pérdida de energía  $H_L$  en los resaltos sumergidos es mayor que en los resaltos libres, la longitud de rulo  $L_{rsj}$  en los resaltos sumergidos también ha de ser mayor.

$$f(L_{\rm si}/H_{\rm L}, H_{\rm 1}/H_{\rm 0}) = 0$$
 (6.47)

$$\log_{10} \frac{L_{rj}}{H_L} = -1.71 \frac{H_L}{H_0} + 1.40 \tag{6.48}$$



Fig. 6.16. Relación entre  $L_{sj}/H_L y H_L/H_0$  en resaltos sumergidos

Analizando las leyes teóricas junto con los resultados experimentales se observa que la nube de puntos experimentales para todos los resaltos obtenidos e independientemente de su sumergencia, siguen una línea con la misma tendencia y pendiente que las teóricas, pero teniendo en cuenta la misma consideración formulada para los resaltos libres: los valores considerados en la gráfica para los resaltos ensayados son los correspondientes a las medidas de longitud de resalto  $L_{sjc}$  y éstos se encuentran entre la ley teórica para la longitud del resalto  $L_{rsj}$ , verificándose de nuevo que el criterio de longitud de resalto seguido en este trabajo es correcto.

### 6.6 Campos de velocidad media en los resaltos hidráulicos.

## 6.6.1 Resaltos hidráulicos libres.

#### • Distribución de velocidad en dirección hacia delante o positivas.

Desde el punto de vista del diseño de disipadores de energía hidráulica, es importante conocer que el campo de velocidad en el resalto cambia con  $F_1$  y las condiciones para el desarrollo de la capa límite, al comienzo del resalto libre.

Una investigación del campo de velocidades en el resalto ha sido llevada a cabo por Rajaratnam (1965), quien trató el resalto libre como chorro de pared, pero los cambios en las características de la velocidad dependientes de  $F_1$  no han sido totalmente descritos. Considerando el hecho de que el resalto hidráulico es un fenómeno que implica un remolino superficial, se puede considerar el resalto como chorro de pared, sin tener en cuenta el efecto de la superficie libre. Considerando el efecto que el desarrollo de la capa límite en flujo supercrítico tiene en las condiciones del flujo del resalto, una investigación experimental fue llevada a cabo por Leutheusser y Kartha (1972), y por Wilson y Turner (1972). Sin embargo, la precisión de los instrumentos de medida debido a los pequeños valores medidos de los calados contraídos podrían haber perturbado en algún grado las medidas.

Examinando la distribución experimental de velocidades medias en varias secciones, se encuentra una distribución semejante de velocidades independiente de  $F_1$  y x dentro del rango  $0,2 \le x/L_j \le 0,7$ , donde la longitud escalar Y es la distancia perpendicular a la solera, en la que la velocidad  $\overline{u}$  es la mitad de la velocidad máxima  $u_m$  y el gradiente de velocidad es negativo, y  $y_{máx}$  es la distancia perpendicular a la solera, en la que  $\overline{u} = u_m$ .



Figura 6.17 Definición esquemática de Y y  $y_{máx}$  Márquez, (2006).

En la figura 6.21 se representan los valores adimensionales de los registros obtenidos, representado  $\frac{u}{um}$  y  $\frac{y}{y}$ , con una ley de distribución de velocidad 6.49 y una ley exponencial 6.50.

$$\frac{u}{u_m} = \left\{\frac{1}{k} \left(\frac{y}{Y}\right)\right\}^{1/n} , \quad 0 \le \frac{y}{Y} \le k$$
(6.49)

$$\frac{u}{u_m} = \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{1,177}{1-k}\left(\frac{y}{Y}-k\right)\right\}^2\right], \ k \le \frac{y}{Y} \le 1,5$$
(6.50)

donde  $k = y_{max} / Y$ 

A continuación se resumen los coeficientes k y n para las ecuaciones anteriores en la Tabla (6.3); aportando los valores teóricos de Ohtsu para el Caso "a" (para flujo no desarrollado) y para el Caso "b"(flujo desarrollado).

Distribución de Velocidad	К	n
Resalto libre y sumergido UPCT 2,5≤Fr≤5 0,25≤ x/Ljc≤0,75 4≤y4/y0≤10	0.342	9.5
Resalto libre (caso "a") Ohtsu et al. 5≤Fr≤7,3 0,2≤ x/Ljc≤0,7	0.333	12
Resalto libre (caso "a") Ohtsu et al. 5≤Fr≤7,3 0,2≤ x/Ljc≤0,7	0.351	7

Tabla 6.3. Resumen de ecuaciones de distribución de velocidades.

### • Distribución de velocidades en dirección hacia atrás o negativas.

En el caso de resaltos libres casi no ha sido posible obtener datos. Con el fin establecer las relaciones, se ha utilizado la formulación de Hagen & Vischer de velocidades máximas negativas ubicados cerca de la superficie del resalto, $u_s$ ; por medio de las ecuaciones siguientes:

$$us = U_s v_2 \tag{6.51}$$

$$U_s = -sen\left(\frac{X+0,1}{0,35}\right) \tag{6.52}$$

Siendo X la posición dentro del resalto y  $v_2$  la velocidad al final del resalto.

La ecuación dada por Hagen & Vischer tenía un pequeño error numérico y tuvimos que realizar una pequeña modificación de la ecuación 6.53 a la ecuación 6.52.

$$U_s = -sen\left(\frac{X+0,1}{1,1}\right) \tag{6.53}$$





Como se observa en la figura (6.18) hay registros que no siguen la distribución de los demás, estos datos han sido analizados; se produjeron por malas mediciones y por lo tanto se han eliminado para realizar los ajustes, como se ve en las figura (6.19).

Hemos realizado un ajuste para resalto hidráulico libre en compuerta y aliviadero, por medio de las ecuaciones siguientes (ver en la figura 6.20 y 6.21).

Aliviadero:

$$\frac{y}{y} = 1,5 \ e^{-0.69 \frac{u}{um}} + \ 0,024 \ e^{-7.5 \frac{u}{um}} \tag{6.54}$$

Compuerta:

$$\frac{y}{y} = 1,5 \ e^{-0.7 \frac{u}{um}} + \ 0,0224 \ e^{-7,46 \frac{u}{um}} \tag{6.55}$$

También realizamos un ajuste conjunto de los datos resalto hidráulico libres en compuerta y aliviadero representa en la figura 6.22:

$$\frac{y}{y} = 1,57 \ e^{-0.83 \frac{u}{um}} + \ 0,0222 \ e^{-7.5 \frac{u}{um}} \tag{6.56}$$







Figura 6.20.Distribucion de velocidades para resalto hidraulico libre en aliviadero.



Figura 6.21. Distribucion de velocidades para resalto hidraulico libre en compuerta.





### 6.6.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.

Si la profundidad aguas abajo es lo suficientemente grande y la difusión del chorro no se ve afectada por la superficie libre, la condición de flujo puede ser tratada como un chorro de pared.

Si la profundidad aguas abajo disminuye tanto que la difusión del chorro se ve afectada por el remolino superficial, la condición de flujo se define como un resalto sumergido. Las características de velocidad del resalto sumergido se consideran idénticas al caso del resalto libre si la profundidad aguas abajo se acerca a y2 (profundidad secuente y0). Si los datos experimentales obtenidos en el flujo principal son tratados en base a la relación, se obtiene una ley de similitud para la distribución de velocidades dentro del rango  $0.2 < x/L_{sj} < L_{rsj}/L_{sj}$ , se explica en la figura 6.23:



Figura 6.23 Ley de similitud para la distribución de velocidades (diagrama aclaratorio).

Los datos experimentales se explican por la ecuación de resalto libre si  $y_4/y_0 \rightarrow y_2/y_0$ .  $\frac{u}{um} = 1,48 \ \eta^{\frac{1}{7}} [1 - \operatorname{erf}(0,68 \ \eta)]$ (6.57)

donde:

 $\eta = \frac{y}{y}$ , siendo Y la distancia perpendicular a la solera, en la que  $u = \frac{um}{2}$  erf es la función error siendo la ecuación (6.58)

La función error es la función primitiva de la distribución de gauss o normal:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{n}} \int_0^x e^{-t^2} dt \tag{6.58}$$

Esta función la hemos acotado para x= $0.68\eta$  para su límite inferior y 0 para su límite superior.

Para los datos utilizados tenemos datos donde la relación  $y_4/y_0$  es grande, mas o menos  $\frac{y_4}{y_0} > 20$  para aplicar la ecuación anterior; y otros en los que se asemeja a  $y_2/y_0$  y aplicamos la ley del resalto sumergidos junto resaltos libres.

Para nuestro caso hemos representado en la fig. 6.24,la ecuación 6.58, porque tenemos resaltos donde la relación  $y_4/y_0$  es grande. Por este motivo hemos representado los resaltos sumergidos separados de los resaltos libres.



Figura 6.27.Distribucion de velocidades para resalto hidraulico sumergido en compuerta y aliviadero.

Para la parte negativa de los resaltos sumergidos realizamos un ajuste ya que al graficarlos, nos daban una tendencia diferente a la de los resaltos hidráulicos libres. Para compuerta y aliviadero la distribución de los datos sigue los siguientes ajustes:

Compuerta:

$$\frac{y}{y} = 1,2 \ e^{-6,8\frac{u}{um}} + 1 \tag{6.59}$$

Aliviadero:

$$\frac{y}{y} = e^{-6,116\frac{u}{um}} + 1,1$$
 (6.60)

Estos ajuste se representan en las figuras 6.25 y 6.26.

También realizamos un ajuste conjunto de aliviadero y compuerta mediante la ecuación 6.61 que se muestra a continuación y que corresponde a la figura 6.27.

$$\frac{y}{y} = e^{-5,588\frac{u}{um}} + 1 \tag{6.61}$$



Figura 6.25 Distribucion de velocidades para resalto hidraulico sumergido en compuerta.



Figura 6.26.Distribucion de velocidades para resalto hidraulico sumergido en aliviadero.





En resumen los ajustes de tipo exponencial obtenidos son los siguientes tanto para para resaltos libres como sumergidos:

Resaltos hidráulicos libres:

$$\frac{y}{y} = a \ e^{-b \frac{u}{um}} + c \ e^{-d \frac{u}{um}}, \text{ para } 0, 1 < \frac{u}{um}$$
 (6.62)

		a	b	c	d
Resalto libre	Compuerta	1,5	0,69	0,024	7,5
	Aliviadero	1,5	0,7	0,0224	7,46
	Aliviadero y compuerta	1,57	0,83	0,0222	7,5

 Tabla 6.5. Resumen de coeficientes de las ecuaciones de distribución de velocidades negativas en resaltos hidráulicos libres.

Resaltos hidráulicos sumergidos:

$$\frac{y}{y} = f \ e^{-g\frac{u}{um}} + h$$
, para  $0, 1 < \frac{u}{um}$  (6.63)

		f	g	h
Resalto sumergido	Compuerta	1,2	6,8	1
	Aliviadero	1	6,116	1,1
	Aliviadero y compuerta	1	5,588	1

Tabla 6.6. Resumen de coeficientes de las ecuaciones de distribución de velocidades negativas en resaltos hidráulicos sumergidos.

#### 6.7 Caída de velocidad máxima.

#### 6.7.1 Resaltos hidráulicos libres.

Hemos representado en la figura 6.28 se muestra la relación  $u_m / v_1 = f(x / y_1, F_1)$ , que fue obtenida por Ohtsu et al., proponiendo la siguiente ecuación:

$$u_m / v_1 = (0,175F_1 + 1,57) / \sqrt{x / y_1}; \text{ para} (3 \le F_1 \le 9,5)$$
 (6.63)

La ecuación anterior es aplicable en la zona del resalto, dentro del rango  $0.2 \le x/L_j \le 0.7$ 

En la figura 6.31 se representan las leyes teóricas para cada Froude según la Ec. (6.70), junto con nuestros resultados experimentales, y se observa que los puntos medidos quedan por debajo de las líneas teóricas correspondientes, por lo tanto no se puede considerar el ajuste teórico-experimental como bueno. Se puede observar que nuestros valores experimentales caen asintóticamente por debajo de la relación propuesta por Ohtsu et. al (1990), concluyendo que la relación de velocidades máximas registradas para la velocidad contraída, son en media un 40% inferiores a las propuestas por Ohtsu. No se ha conseguido distinguir entre compuerta o aliviadero.



Figura 6.28. Caída máxima de velocidad.

Con respecto a la relación  $Y/y_1$  para  $X/y_1$  no se obtiene una clara relación para ninguna de nuestras experiencias debido a la dispersión que muestran los datos. La relación propuesta por Ohtsu et al es:

$$Y / y_1 = (0,330 / \sqrt{F_1}) x / y_1; \text{ para } (3 \le F_1 \le 9,5)$$
 (6.64)(a)

$$Y / y_1 = (0.370 / \sqrt{F_1}) x / y_1; \text{ para } (3 \le F_1 \le 9,5)$$
 (6.64)(b)

Siendo la ecuación 6.64 (a) para flujo parcialmente desarrollado y 6.64 (b) para totalmente desarrollado.

Se ha representado la ley teórica para los resaltos libres según la ecuación 6.64 (a), ya que los resaltos son parcialmente desarrollado; y para todos los números de Froude que se encuentran en nuestro rango de trabajo.

También se ha representado la ley teórica correspondiente a los resaltos sumergidos según la Ec. 6.75, la cual es independiente del número de Froude. Junto a estas leyes teóricas se han representado los resultados obtenidos experimentalmente para los resaltos libres y los resaltos sumergidos. Según las bases teóricas las medidas experimentales para nuestros resaltos sumergidos deberían ajustarse más a la ley teórica correspondiente a resaltos libres porque los parámetros medidos  $y_4/y_0$  en los resaltos sumergidos ensayados no son lo suficientemente grandes ( $y_4/y_0 < 20$ ), concretamente ( $4 \le y_4/y_0 \le 14$ ) y deberían acercarse más al caso del resalto libre. Pero en la gráfica se puede observar que no ocurre exactamente así, sino que los valores experimentales son muy dispersos y se ubican entre la ley teórica para el resalto libre y la ley teórica para el resalto sumergido.



Figura 6.29. Relación  $Y/y_1 = f(x/y_1)$  (resalto libre) ó  $Y/y_0 = f(x/y_0)$  (resalto sumergido)

Con respecto a  $y_{máx}$ , dentro del rango  $0,2 \le x/L_j \le 0,7$ , se puede aplicar la Ec. 6.65 (b) para el Caso "b", comparable con nuestro R.L.0 estabilizado al pie de la compuerta (Fig. 6.30):

$$y_{max}/y_1 = (0.110/\sqrt{F_1}) x/y_1,$$
 (6.65)(a)

$$y_{max}/y_1 = (0.130/\sqrt{F_1}) x/y_1,$$
 (6.65)(b)

Los valores de *Y* e y<sub>máx</sub> llegan a ser repentinamente más grande para  $x>L_{rj}$  (de acuerdo con x/Lj>0,7).



Figura 6.30. Relación  $y_{max}/y_1 = f(x/y_1)$  (resalto libre) ó  $y_{max}/y_0 = f(x/y_0)$  (resalto sumergido)

Se han representado las leyes teóricas para los resaltos libres según la ecuación 6.65 (a) para todos los números de Froude que se encuentran en nuestro rango de trabajo y junto a ésta se ha representado la ley teórica correspondiente a los resaltos sumergidos según la Ec. 6.76 (Independiente del número de Froude).

Comparándolas con los resultados obtenidos experimentalmente para los resaltos libres y los resaltos sumergidos creados se observa que los valores medidos se encuentran entre el caso teórico para resaltos libres y el caso teórico para resaltos sumergidos.

Según las bases teóricas los resultados para los resaltos sumergidos deberían ajustarse más a la ley teórica correspondiente a resaltos libres por el mismo motivo que en la figura anterior: los parámetros medidos  $y_4/y_0$  en los resaltos sumergidos ensayados no

son lo suficientemente grandes  $(y_4 y_0 < 20)$  como para tratarlos como tal, y se podrían considerar comparativamente como resaltos libres.

Si se comparan la figura 6.28 con la figura 6.33 se observa que se obtiene un mejor ajuste de los datos experimentales con los teóricos esperados en el caso de la figura 6.33. Esto se debe a que la distancia , en la que  $y_{máx}$ , en la que  $\bar{u} = u_m$  se obtiene directamente de los perfiles de velocidad medidos en nuestro laboratorio, mientras que la distancia Y, en la que  $\bar{u} = u_m/2$ , es un valor estimado en muchos casos, ya que muchos perfiles medidos no alcanzan suficiente calado como para obtener con exactitud la distancia Y.

Examinando las condiciones para obtener dicha ley de similitud en base a la ecuación del movimiento, es necesario satisfacer las ecuaciones 6.66, 6.67 y 6.68:

$$u_m \propto x^{\alpha}$$
 (6.66)

$$Y \propto x \tag{6.67}$$

$$\frac{dy}{dx} / \left(\frac{u_m}{\sqrt{gY}}\right)^2 = 0 \text{ ó valor constante}$$
(6.68)

Desde que las Ecuaciones. 6.63 y 6.64 son aplicables dentro del rango  $0,2 \le x/L \le 0,7$ , concuerdan aproximadamente con las relaciones 6.66 y 6.67.

En otras palabras, cuando las relaciones 6.66, 6.67 y 6.68 son satisfechas aproximadamente dentro del rango  $0,2 \le x/L_j \le 0,7$ , se ha obtenido una ley de similitud para la distribución de velocidades.

El resultado de los datos experimentales, considerando la distribución de velocidades al final del resalto aguas abajo ( $x=L_{jc}$ ), usando la relación 6.69, se muestra en la figura 6.31 para compuerta y la 6.32 para aliviadero.

$$u/v_2 = f(y, y_2) \tag{6.69}$$



Figura 6.31. Distribución de velocidades en la última sección en compuerta.



Figura 6.32. Distribución de velocidades en la última sección en aliviadero.

## 6.7.2 Resaltos hidráulicos sumergidos.
La relación 6.70 se muestra en la Figura 6.33 para valores dados de  $F_0$ .

$$u_m / v_0 = f(x/h_0) \tag{6.70}$$

La caída de  $u_m$  para el resalto sumergido está entre el caso de chorro de pared y el caso de resalto libre. En otras palabras, si la profundidad aguas abajo  $y_4/y_0$  es lo suficientemente grande, tanto que  $y_4/y_0 > 20$  (en este caso, la superficie del agua es casi horizontal y  $y_3/y_0 = y_4/y_0$ ), la caída de  $u_m$  coincide con el caso de chorro de pared, como indica la ecuación 6.73:

$$u_m / v_0 = 3,48 (x/h_0)^{-0.50} \tag{6.71}$$

Si la profundidad  $y_4/y_0$  disminuye y  $y_4/y_0 < 20$ , la caída de  $u_m$  descrita por la Ec. 6.71 se transforma en la relación 6.72:

$$\frac{u_m - V_4}{V_0} = 0,0855 - 1,114 \log_{10} \left(\frac{x}{L_{sj}}\right)$$
(6.72)

$$u_m / v_0 = f(x / y_0, F_0) \tag{6.73}$$

Además, si  $y_4/y_0 \rightarrow y_2/y_0$ , la caída de  $u_m$  coincide con el caso de resalto libre (Ec.6.63). En los casos experimentales en los que se ha trabajado,  $y_4/y_0 <20$ , por lo que en la Figura 6.33 que aparece a continuación los resaltos sumergidos deberían ajustarse a la ley teórica representada para el caso de los resaltos libres.



Figura.6.33 Caída de velocidad máxima en resaltos sumergidos:  $u_m/v_0 = f(x/y_0,F_0)$ 

Para cada número de Froude se ha representado la ley teórica correspondiente al resalto libre (Ec. 6.63), la ley teórica correspondiente al resalto sumergido (Ec. 6.72) y los resultados experimentales obtenidos en los resaltos sumergidos. Como se puede observar en las gráficas los resultados experimentales se ajustan mejor a la caída de velocidad correspondiente a un resalto libre dado que nuestros valores de  $y_4/y_0$  son menores a 20. Esta observación coincidiría con las bases teóricas explicadas anteriormente. Aún así se observa que la caída de velocidad máxima obtenida experimentalmente tiende a ser inferior a la teórica para todos los Froude ensayados.

Se grafico el ajuste realizado por Márquez (2006) para resaltos sumergidos en un rango  $4 \le y_4/y_0 \le 15$ . La ley propuesta representada en la figura 6.40 es la Ec. 6.73:

$$\frac{u_m}{v_o} = 4 \left(\frac{x}{y_0}\right)^{-0.78} \tag{6.73}$$

En la figura 6.34 también se ha representado la relación 6.74 clasificando los valores experimentales de caída de velocidad máxima en los resaltos sumergidos en función de su valor  $y_4/y_0$ , junto con la Ec. 6.80 de los resaltos sumergidos.

$$u_m/v_0 = f(x/y_0, y_4/y_0)$$
(6.74)



Figura 6.34 Caída de velocidad máxima en resaltos sumergidos:  $u_m/v_0 - f(x/y_0, y_4/y_0)$ 

El cambio de Y e  $y_{max}$  también coincide con el caso de chorro de pared (Ec. 6.75 y 6.76) si  $y_4'y_0$  es lo suficientemente grande  $(y_4'y_0 \ge 20)$ , y se acerca al caso del resalto libre (Ec. 6.64(b)), Ec. 6.65(b)) si  $y_4'y_0 \rightarrow y_2'y_0$ , como debe ocurrir en los casos experimentales en los que se ha trabajado. Los resultados se muestran en las figuras 6.35 y 6.36 anteriormente representadas junto a los casos de resaltos libres.

$$Y/y_0 = 0,080 \, x/y_0 \tag{6.75}$$

$$y_{m\acute{a}x}/y_0 = 0.16 \, Y/y_0 = 0.013 \, x/y_0 \tag{6.86}$$

Como se menciona arriba, cuando la profundidad  $y_4'y_0$  es lo suficientemente grande  $(y_4'y_0 > 20)$ , la difusión del chorro no se ve afectada por el remolino superficial y este caso es tratado como un chorro de pared antes que como un resalto sumergido.

#### 7. CONCLUSIONES

#### Equipo.

En relación al canal utilizado, debido a la presencia de efectos de escala y otros problemas que puedan quedar ocultos, se muestra la necesidad de un canal nuevo y con mayor capacidad para el estudio sistemático de los fenómenos hidráulicos en lámina libre de interés para la ingeniería civil y la comunidad científica.

Respecto a la metodología Doppler poco utilizada para esta finalidad debido a sus limitaciones, no ha supuesto un problema sino que agudiza el ingenio para solventar los problemas, como el filtro digital que se ha utilizado para el tratamiento de datos. No disponiendo presupuesto para una sonda Laser podemos ratificar que el equipo ADV es una solución técnica y económica viable.

#### Campos de estudio.

• <u>Características de la longitud de resalto</u>

La longitud de resalto hidráulico libre como sumergido utilizada ha sido la ecuación de Silvester (6.1), para realizar las comparaciones pertinentes.

• <u>Relación entre calados inicial y final.</u>

La expresión teórica de Bélanguer (6.9) ha sido utilizada para este estudio, ya que en años anteriores se demostró su validez para flujo no desarrollado en resaltos hidráulicos libres.

Para los resaltos hidráulicos sumergidos se utilizo la expresión (6.13), ya demostrada por Márquez (2006).

## • <u>Pérdidas de energía.</u>

Las pérdidas de energía en los resaltos hidráulicos sumergidos son superiores en nuestras experiencias a la ley teórica. Tuvimos que realizar el ajuste del calado conjugado  $y_3$  al calado teórico  $y_{3t}$  en los resaltos hidráulicos sumergidos para ajustar las pérdidas de energía relativa a los valores teóricos.

## • Campos de velocidad en los resaltos hidráulicos

Referente a los perfiles de velocidad adimensionalizados, hemos realizado los ajustes para las velocidades negativas tanto para resalto libre como sumergido en compuerta, aliviadero y conjunto.

Respecto a la caída máxima de velocidad se aprecia una reducción del 40% en comparación con la ley de Ohtsu. Por otro lado no se consigue distinguir diferencias en las tendencias para compuerta o aliviadero.

# <u>ANEXO</u> CARACTERÍSTICAS ASOCIADAS A LOS RESALTOS HIDRÁULICOS ANALIZADOS

En este anexo se recogen las características asociadas a cada uno de los resaltos hidráulicos analizados de compuerta y aliviadero.

 $y_l$ = calado al inicio del resalto o calado contraído en compuerta.

 $y_3$ = calado al inicio del resaltos en los resaltos sumergidos.

 $y_2$ = calado al final del resalto .

 $y_4$ = calado al final del resalto en los resaltos sumergidos.

b= ancho del canal (8 cm).

 $v_l$ = velocidad al inicio del resalto.

$$v_1 = \frac{Q}{y_1 \ b}$$

 $v_2$ = velocidad al final del resalto.

 $R_h$ = Radio hidráulico.

$$R_{h=\frac{y_1*b}{2y_1+b}}$$

*Fr*= Froude al inicio del resalto.

$$Fr = \frac{v_1}{\sqrt{g * y_1}}$$

*Re*= Numero de Reynolds al inicio del resalto.

$$Re = \frac{R_h * v_1}{\mu}$$

*H*= nivel de la lamina aguas arriba del aliviadero.

# Anexo .1 Aliviadero

Características del resalto libre al pie del aliviadero (R.L.0)											
Q Caudalímetro (m3/h)	Q real	y <sub>1</sub> (cm)	y <sub>2</sub> (cm)	F <sub>1</sub>	v <sub>1</sub> (cm/s)	v <sub>2</sub> (cm/s)	Lj (cm)	Reynolds	H (cm)		
4,5	0,00149431	1,05	7,35	5,54	177,9	25,4	47,22	14795	19,5		
5,5	0,00180986	1,40	8,2	4,36	161,6	27,6	46,43	16758	19,8		
6,5	0,00212542	1,65	8,7	4,00	161,0	30,5	48,83	18809	20		
7,5	0,00244097	1,95	8,9	3,58	156,5	34,3	49,47	20512	20,3		
8,5	0,00275653	2,15	9,3	3,49	160,3	37,1	52,67	22411	20,6		
9,5	0,00307208	2,40	10,3	3,30	160,0	37,3	54,21	24001	21		
10,5	0,00338764	2,75	10,6	2,96	154,0	39,9	53,03	25094	21,3		
12	0,00386097	3,05	11,6	2,89	158,2	41,6	56,65	27383	22,8		

Características del resalto sumergido en aliviadero a 14,8 cm (R.S.1)										
Q Caudalímetro (m3/h)	Q real	y <sub>1</sub> (cm)	y <sub>4</sub> (cm)	F <sub>1</sub>	<b>v</b> <sub>1</sub> ( <b>cm/s</b> )	v <sub>4</sub> (cm/s)	Lj (cm)	Reynolds	H (cm)	
4,5	0,00149431	1,05	13,75	5,54	177,9	13,6	47,22	14795	19,5	
5,5	0,00180986	1,40	13,9	4,36	161,6	16,3	46,43	16758	19,8	
8,5	0,00275653	2,15	14,1	3,49	160,3	24,4	52,67	22411	20,6	
10,5	0,00338764	2,75	14	2,96	154,0	30,2	53,03	25094	21,3	
12	0,00386097	3,05	13,3	2,89	158,2	36,3	56,65	27383	22,8	

Características del resalto sumergido en aliviadero a 14,8 + H/2 cm (R.S.2)										
Q Caudalímetro (m3/h)	Q real	y <sub>1</sub> (cm)	y <sub>4</sub> (cm)	F <sub>1</sub>	v <sub>1</sub> (cm/s)	v <sub>4</sub> (cm/s)	Lj (cm)	Reynolds	H (cm)	
4,5	0,00149431	1,05	15,2	5,54	177,9	12,3	47,22	14795	19,5	
5,5	0,00180986	1,40	15	4,36	161,6	15,1	46,43	16758	19,8	
8,5	0,00275653	2,15	16,5	3,49	160,3	20,9	52,67	22411	20,6	
10,5	0,00338764	2,75	16,9	2,96	154,0	25,1	53,03	25094	21,3	
12	0,00386097	3,05	16,5	2,89	158,2	29,2	56,65	27383	22,8	

# Anexo .2 Compuerta,

Características del resalto libre al pie de la compuerta (R.L.0)												
Q Caudalímetro (m3/h)	Q real	y <sub>1</sub> (cm)	y <sub>2</sub> (cm)	F <sub>1</sub>	v <sub>1</sub> (cm/s)	v <sub>2</sub> (cm/s)	Lj (cm)	Reynolds	H (cm)			
4,5	0,00149	1,5	0,28	4,32	1,23	6,7	40,27	14107	12,6			
5,5	0,00181	1,6	0,32	4,31	1,4	7,05	45,64	16553	12,36			
7	0,00228	1,37	0,35	3,07	2,05	7,95	41,6	18658	13,14			
8,5	0,00276	1,55	0,39	3,33	2,2	8,65	50,4	21985	13			
9,5	0,00307	1,4	0,43	2,73	2,7	8,9	45,78	22687	14			
10,5	0,00339	1,35	0,41	2,45	3,1	10,2	43,88	23618	17,4			
11	0,00355	1,56	0,45	2,98	2,8	9,8	54,5	25801	15,3			
12	0,00386	1,59	0,43	2,93	3	11	56,79	27300	17,9			

Características del resalto sumergido en y <sub>5</sub> +1/3H											
Q Caudalímetro (m3/h)	Q real	y <sub>1</sub> (cm)	y <sub>4</sub> (cm)	F <sub>1</sub>	v <sub>1</sub> (cm/s)	v <sub>4</sub> (cm/s)	Lj (cm)	Reynolds	H (cm)		
4,5	0,0015	1,5	0,22	4,32	4,3	8,5	40,27	18336	14,22		
5,5	0,0018	1,6	0,26	4,31	5	8,5	45,64	22199	15,4		
8,5	0,0028	1,55	0,34	3,33	4,91	9,91	50,4	33744	16,5		
10,5	0,0034	1,35	0,36	2,45	7,15	11,6	43,88	41379	21,8		
12	0,0039	1,59	0,39	2,93	6,7	12,2	56,79	47173	23,2		

Características del resalto sumergido en y5+3/3H											
Q Caudalímetro (m3/h)	Q real	y <sub>1</sub> (cm)	y <sub>4</sub> (cm)	F <sub>1</sub>	<b>v</b> <sub>1</sub> ( <b>cm/s</b> )	v <sub>4</sub> (cm/s)	Lj (cm)	Reynolds	H (cm)		
4,5	0,0015	1,5	0,21	4,32	5,7	8,7	40,27	18336	15,9		
5,5	0,0018	1,6	0,22	4,31	8,4	10	45,64	22199	17,21		
8,5	0,0028	1,55	0,29	3,33	8,3	11,56	50,4	33744	19,5		
10,5	0,0034	1,35	0,34	2,45	9,17	12,37	43,88	41379	23,3		
12	0,0039	1,59	0,38	2,93	6,7	12,7	56,79	47173	23,9		

Características del resalto sumergido en y5+H												
Q Caudalímetro (m3/h)	Q real	y <sub>1</sub> (cm)	<b>y</b> <sub>2</sub> (cm)	$\mathbf{F}_1$	v <sub>1</sub> (cm/s)	v <sub>2</sub> (cm/s)	Lj (cm)	Reynolds	H (cm)			
4,5	0,0015	1,5	0,19	4,32	8,4	9,7	40,27	18336	17,4			
5,5	0,0018	1,6	0,22	4,31	8,9	10,2	45,64	22199	19			
8,5	0,0028	1,55	0,27	3,33	9,61	12,47	50,4	33744	21,35			

#### BIBLIOGRAFÍA

**CARRILLO, JM. (2004).** "Determinación experimental de distribuciones de velocidades e índices turbulentos de algunos tipos de resaltos hidráulicos". Proyecto de Fin de Carrera. Ingeniería Técnica de Obras Públicas-Especialidad Hidrología. UPCT.

**CASTILLO-E, L.G. (2002).** "Apuntes de Obras y Aprovechamientos Hidráulicos". UPCT.

**CASTILLO-E, L.G. (2008).** "Validation of instantaneous velocities measurements with ADV equipment in turbulent high two-phase flows". The Eight Int. Conf. on Hydro-Science and Engineering (ICHE 2008). Nagoya, Japan, Sep. 2-8.

**CASTILLO-E, L.G. (2009).** "Measurement of velocities and characterization of some parameters inside of free and submerged hydraulic jumps". 33rd International Association of Hydraulic Engineering & Research (IAHR) Biennial Congress, IAHR; Vancouver, British Columbia, Canada. August 10-14.

FRENCH H. R. (1988). "Hidráulica de canales abiertos". McGraw-Hill.

**GARCÍA, S. (2008).** "Caracterización de resaltos hidráulicos libres a partir de velocidades instantáneas con equipo Doppler. Flujo aguas abajo de un aliviadero. Proyecto Fin de Carrera. Ingeniería Técnica de Obras Públicas-Especialidad Hidrología. UPCT.

MÁRQUEZ, MC. (2006). "Caracterización paramétrica de resaltos hidráulicos libres y sumergidos a partir de medidas de velocidades instantáneas con equipo Doppler". Proyecto de Fin de Carrera. Ingeniería Técnica de Obras Públicas-Especialidad Hidrología. UPCT.

NAUDASCHER, E. (2002). "Hidráulica de canales. Diseño de estructuras". Ed. Limusa.

RANGA RAJU, K.G. (1998) "Flow Through Open Channels". Ed. Tata McGraw-Hill.

**SONTEK ADEV FIELD (2001).** "Acoustic Doppler Velocimeter". Technical Documentation.

VEN TE CHOW (1998) "Hidráulica de canales abiertos" Ed. McGraw-Hill.

**VICENTE, J. (2008).** "Caracterización de resaltos hidráulicos libres a partir de velocidades instantáneas con equipo Doppler. Flujo aguas abajo de una compuerta". Proyecto Fin de Carrera. Ingeniería Técnica de Obras Públicas-Especialidad Hidrología. UPCT.

**VISCHER, D.L. AND HAGER, W.H. (1995)** "Energy Dissipators" Hydraulic Desig Considerations. Hydraulic Structures Design Normal N° 9 IAHR.