



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



# **TRABAJO FIN DE PERÍODO FORMATIVO**

**PROGRAMA DE DOCTORADO:  
MEDIO AMBIENTE Y MINERÍA SOSTENIBLE**

**2010-2012**

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA**

**Departamento:** Ingeniería Civil  
**Grupo de Investigación:** Grupo de Investigación en  
Ingeniería Hidráulica Marítima y Medioambiental,  
Hidr@m

**Doctorando:** José María Carrillo Sánchez

**Tutor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié



## ÍNDICE

1. DATOS DEL DOCTORANDO.....	1
2. DATOS DEL PROGRAMA DE DOCTORADO.....	1
3. PROGRAMA FORMATIVO (2010-2012): ASIGNATURAS CURSADAS.....	2
3.1. Metodología de la Investigación, Técnicas de Trabajo Científico y Tecnológico	2
3.2. Análisis Avanzado de Proyectos de Obras Hidráulicas. Estudios de Caso .....	2
3.3. Hidroecología.....	2
3.4. Caracterización Hidrológica e Hidráulica.....	3
3.5. Economía y Legislación del Agua .....	3
3.6. Gestión Integrada de Recursos Geológicos .....	3
3.7. Fotogeología Aplicada.....	3
3.8. Operaciones Unitarias Aplicadas a Procesos Mineros.....	4
3.9. Planificación y Toma de Decisiones en Gestión de Espacios Mineros .....	4
3.10. Termodinámica Aplicada .....	4
4. TRABAJO FIN DE PERÍODO FORMATIVO (2010-2012).....	5
4.1. Introducción y antecedentes.....	5
4.2. Objetivos .....	8
4.3. Actividades realizadas. Estado del arte.....	9
4.3.1. Introducción a CFD.....	9
4.3.1.1. Metodología .....	9
4.3.1.2. Ventajas e inconvenientes .....	11
4.3.1.3. Ecuaciones de conservación.....	12
4.3.1.3.1. Ecuación de continuidad o de conservación de masa .....	13
4.3.1.3.2. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento .....	13
4.3.1.3.3. Ecuación de conservación de la energía .....	14
4.3.1.3.4. Condiciones de contorno .....	15
4.3.2. Métodos de discretización.....	15
4.3.2.1. Discretización espacial.....	15
4.3.2.1.1. Clasificación basada en la conectividad .....	16

4.3.2.1.2.	Clasificación basada en elementos.....	17
4.3.2.2.	Discretización de las ecuaciones diferenciales.....	18
4.3.2.2.1.	Formulación diferencial y formulación integral .....	20
4.3.2.2.2.	Propiedades de la solución numérica.....	20
4.3.2.3.	Métodos de diferencias finitas .....	21
4.3.2.3.1.	Error de truncamiento .....	23
4.3.2.3.2.	Tipos de aproximación.....	23
4.3.2.3.3.	Tratamiento de los contornos.....	24
4.3.2.3.4.	Propiedades de la solución numérica.....	25
4.3.2.4.	Métodos de volúmenes finitos .....	26
4.3.2.4.1.	Forma integral de las leyes de conservación.....	27
4.3.2.4.2.	Técnicas de discretización o interpolación .....	29
4.3.2.4.3.	Tratamiento de los contornos.....	36
4.3.3.	Modelación de la turbulencia .....	37
4.3.3.1.	Introducción a la turbulencia.....	37
4.3.3.1.1.	Definición de turbulencia.....	38
4.3.3.1.2.	Las escalas de Kolmogorov .....	41
4.3.3.1.3.	Descripción espectral y Ley $-5/3$ de Kolmogorov .....	41
4.3.3.1.4.	Ecuaciones de Navier-Stokes promediado de Reynolds.....	43
4.3.3.2.	Modelos de turbulencia de viscosidad de remolino .....	48
4.3.3.2.1.	Modelos de turbulencia de dos ecuaciones.....	50
4.3.3.2.2.	El modelo $k-\epsilon$ .....	51
4.3.3.2.3.	El modelo RNG $k-\epsilon$ .....	54
4.3.3.2.4.	Modelos basados en $k-\omega$ .....	55
4.3.3.2.5.	El modelo $k-\omega$ de Wilcox .....	56
4.3.3.2.6.	El modelo $k-\omega$ Baseline (BSL) .....	57
4.3.3.2.7.	El modelo Shear Stress Transport (SST) .....	59
4.3.3.3.	Modelos de turbulencia de tensiones de Reynolds .....	60
4.3.3.3.1.	Modelos de tensiones de Reynolds basados en omega.....	62

4.3.4.	Casos de estudio documentados.....	66
4.3.4.1.	Validación de los modelos numéricos en aliviaderos .....	66
4.3.4.2.	Descarga y lámina libre.....	68
4.3.4.3.	Análisis del impacto de la lámina de agua.....	71
4.3.4.4.	Distribución de presiones y cortantes .....	72
4.3.4.5.	Análisis del canal de descarga y del cuenco de disipación .....	74
4.3.4.6.	Simulación de chorros turbulentos.....	75
4.3.4.7.	Futuros desafíos .....	83
4.4.	Actividades realizadas. Metodología a aplicar .....	85
4.4.1.	Mallado .....	86
4.4.2.	Modelos de turbulencia .....	88
4.4.3.	Lámina libre .....	89
4.5.	Actividades realizadas. Aplicación a aliviaderos de vertido libre y cuencos de disipación. Resultados .....	93
4.5.1.	Estudios previos de la metodología CFD.....	93
4.5.1.1.	Análisis de un aliviadero de presa hidrodinámico .....	93
4.5.1.2.	Análisis bidimensional de un aliviadero de vertido libre.....	94
4.5.2.	Análisis tridimensional de aliviaderos de vertido libre y cuencos de disipación.....	95
4.5.2.1.	Primera aproximación tridimensional .....	95
4.5.2.2.	Influencia del mallado.....	96
4.5.2.3.	Análisis de la turbulencia del chorro.....	99
4.5.2.4.	Estudio de aireación y velocidad del chorro .....	104
4.5.2.5.	Estudio del chorro + cuenco de disipación .....	111
4.5.2.5.1.	Análisis en función de la turbulencia inicial.....	111
4.5.2.5.2.	Análisis de la influencia del modelo de turbulencia .....	116
4.5.2.5.3.	Estudio sistemático .....	121
4.6.	Conclusiones.....	122
5.	BIBLIOGRAFÍA.....	124

6. PRODUCCIÓN CIENTÍFICA.....	131
6.1. Contribución a congresos.....	131
6.2. Publicaciones .....	134
7. OTRAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS .....	136
8. PLANTEAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL.....	138
9. ANEXO: PARTICIPACIONES EN CONGRESOS Y PUBLICACIONES .....	139

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Tipologías de elementos: a) hexaédrico; b) cuña; c) pirámide; d) tetraedro (Carrillo y Castillo, 2011).....	17
Figura 2. Malla típica bidimensional utilizada en el método de diferencias finitas. ....	21
Figura 3. Tratamiento de un contorno con diferencias finitas.....	24
Figura 4. Volumen de control para la discretización de un problema bidimensional. ...	27
Figura 5. Ejemplo de función de interpolación que genera una discontinuidad de los flujos evaluados en la cara común de dos volúmenes de control vecinos. ....	29
Figura 6. Esquema de 3 puntos nodales adyacentes para un problema unidimensional.	30
Figura 7. Solución exacta para el problema unidimensional con convección y difusión, en función de $P_e$ .....	34
Figura 8. Disposición de la malla en la implementación de condiciones de contorno del método de volúmenes finitos.....	36
Figura 9. Espectro de energía para un flujo turbulento. ....	43
Figura 10. Interrelación entre el mundo real, un modelo matemático y un modelo informatizado.....	67
Figura 11. Coeficiente de descarga en función de la carga para un vertedero de cresta elíptica con $P/H_d=2.0$ (Edwards, 2006). ....	69
Figura 12. Comparación de presiones relativas obtenidas en modelo físico y modelo numérico para diversas sumergencias (Savage et al., 2009). ....	73
Figura 13. Perfil de energía cinética turbulenta para chorro plano: a) Modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ ; b) Modelo de turbulencia RNG $k-\varepsilon$ . (Aziz et al., 2008). ....	76
Figura 14. Perfil de energía cinética turbulenta para chorro circular: a) Modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ ; b) Modelo de turbulencia RNG $k-\varepsilon$ .(Aziz et al., 2008). ....	76
Figura 15. Presión normalizada simulada en la dirección radial sobre una placa plana frente a los resultados de Leach et al. (1996) (Guha et al., 2010). ....	77
Figura 16. Distribución de velocidades para $x/D = 100, 200$ y $300$ y comparación con los resultados de Rajaratnam et al. (1994) (Guha et al., 2010).....	77
Figura 17. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y calculados para el chorro plano: — modelo $k-\omega$ ; - - - modelo $k-\varepsilon$ ; · · · · modelo RNG $k-\varepsilon$ ; Bradbury (1965); Heskestad (1965) (Wilcox, 2010). ....	79
Figura 18. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y calculados para el chorro circular: — modelo $k-\omega$ ; - - - modelo $k-\varepsilon$ ; · · · · modelo RNG $k-\varepsilon$ ; Wagnanski y Fiedler (1965); Rodi (1965)( Wilcox, 2010). ....	79

Figura 19. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y calculados para el chorro radial: — modelo k- $\omega$ ; - - - modelo k- $\epsilon$ ; · · · · modelo RNG k- $\epsilon$ ; Witze y Dwyer (1976) (Wilcox, 2010). .....	80
Figura 20. Variación de la velocidad en la línea central del chorro (Aziz y Khan, 2011). .....	80
Figura 21. Perfiles de energía cinética turbulenta para distintas secciones (Aziz y Khan, 2011).....	81
<i>Figura 22. Distribución radial de la velocidad axial para flujo unifásico (Kendil et al., 2012).</i> .....	82
<i>Figura 23. Forma de la estela para diferentes valores del coeficiente de la fuerza de sustentación, <math>C_L</math>, considerando una concentración de aire <math>\alpha_G = 5\%</math> (Kendil et al., 2012).</i> .....	82
Figura 24. Transitorio de de la presión total simulada en el punto de estancamiento del cuenco de disipación.....	86
Figura 25. Esquema conceptual del método FAVOR. ....	87
Figura 26. Interfaz del flujo bifásico aire-agua en un aliviadero de vertido libre. ....	91
Figura 27. Adaptación del mallado en la zona de lámina libre (Carrillo y Castillo, 2010). .....	93
Figura 28. Comparación de resultados obtenidos en el centro del vano del aliviadero para la situación de Nivel Máximo Normal del embalse ( $H_d=4$ m) (Carrillo y Castillo, 2010).....	94
Figura 29. Perfil de la simulación bidimensional de un aliviadero de vertido libre (Castillo y Carrillo, 2010).....	95
Figura 30. Comparación del vertido libre en laboratorio con la simulación numérica (Castillo y Carrillo, 2011).....	96
Figura 31. Simulación de la lámina de vertido libre: a) mallado tetraédrico; b) mallado hexaédrico (Carrillo y Castillo, 2011). .....	97
Figura 32. Trayectoria de la lámina libre (Carrillo y Castillo, 2011).....	99
Figura 33. Sección de control de velocidades turbulentas (Carrillo y Castillo, 2011)...	99
Figura 34. Velocidades medias y turbulentas para $q = 0.058$ m <sup>2</sup> /s y $h = 0.095$ m (Carrillo y Castillo, 2011). .....	100
Figura 35. Velocidades y velocidades turbulentas para $q = 0.037$ m <sup>2</sup> /s y $h = 0.073$ m (Carrillo y Castillo, 2011).....	100

Figura 36. Velocidades medias y turbulentas para $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ y $h = 0.047 \text{ m}$ (Carrillo y Castillo, 2011). .....	101
Figura 37. Evolución de la intensidad de turbulencia ( $T_u$ ) y del coeficiente del parámetro de turbulencia ( $K_\phi$ ) (Carrillo y Castillo, 2011).....	102
Figura 38. Evolución de la turbulencia $T_u$ durante la caída del chorro: a) $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ , $h = 0.095 \text{ m}$ ; b) $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ , $h = 0.073 \text{ m}$ .....	102
Figura 39. Evolución del parámetro turbulento $K_\phi$ durante la caída del chorro: a) $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ , $h = 0.095 \text{ m}$ ; b) $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ , $h = 0.073 \text{ m}$ . .....	103
Figura 40. Lámina libre del chorro para $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ . a) ANSYS CFX; b) FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012).....	104
Figura 41. Velocidad en el chorro para $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ (Castillo y Carrillo, 2012). ....	105
Figura 42. Fracción volumétrica de agua en el chorro ( $r_{\text{agua}}$ ) para $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ (Castillo y Carrillo, 2012).....	105
Figura 43. Lámina libre del chorro obtenida con FLOW-3D ( $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ , $H = 2.30 \text{ m}$ , $h = 0.073 \text{ m}$ , $Y = 0.12 \text{ m}$ ): a) Simulación con RNG; b) Simulación con $k-\epsilon$ (Castillo y Carrillo, 2012). .....	106
Figura 44. Lámina libre del chorro para $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ . a) ANSYS CFX; b) FLOW-3D con mallado de $0.005 \text{ m}$ ; c) FLOW-3D con mallado de $0.003 \text{ m}$ (Castillo y Carrillo, 2012).....	107
Figura 45. Fracción volumétrica de agua ( $r_{\text{agua}}$ ) para $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ . a) FLOW-3D con mallado de $0.005 \text{ m}$ ; b) FLOW-3D con mallado de $0.003 \text{ m}$ ; c) Detalle de la rotura del chorro (Castillo y Carrillo, 2012). .....	107
Figura 46. Velocidad en el chorro para $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ (Castillo y Carrillo, 2012). ....	108
Figura 47. Fracción volumétrica de agua en el chorro ( $r_{\text{agua}}$ ) para $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ (Castillo y Carrillo, 2012).....	108
Figura 48. Orientación del chorro sobre el esquema de diferencias finitas (Castillo y Carrillo, 2012). .....	109
Figura 49. Chorro alineado con la malla en FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012). ...	110
Figura 50. Chorro oblicuo a la malla en FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012). .....	111
Figura 51. Mallado hexaédrico en ANSYS CFX. a) Vista general; b) Detalle del aliviadero; c) detalle del punto de impacto.....	112
Figura 52. Barrido del colchón de agua en la sección aguas abajo del impacto del chorro en FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012). .....	113

Figura 53. Distribución de presiones en el punto de estancamiento para $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ , $H = 2.27 \text{ m}$ , $h = 0.095 \text{ m}$ e $Y = 0.17 \text{ m}$ (Castillo y Carrillo, 2012).....	114
Figura 54. Variables y secciones relevantes en el estudio de chorros turbulentos Detalles de forma del vertedero y el punto de ruptura del chorro (Castillo y Carrillo, 2011)....	114
Figura 55. Simulación de la lámina de vertido libre con ANSYS CFX ( $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ , $H = 2.30 \text{ m}$ , $h = 0.073 \text{ m}$ , $Y = 0.12 \text{ m}$ ). .....	118
Figura 56. Distribución de presiones medias en torno al punto de estancamiento.....	120

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Caracteres latinos

$a_i$	Coefficiente empleado en la discretización de las ecuaciones
$b_i$	Ancho del chorro en la condición inicial (sección transversal localizada en la cota $z = -h$ , siendo $z$ la componente vertical con origen en el labio del aliviadero y sentido ascendente)
$b_j$	Ancho del chorro en la sección del chorro antes del impacto con el colchón de agua
$C$	Número de Courant, $C=c(\Delta t/\Delta x)$
$C_d$	Coefficiente de descarga en vertederos
$C_K$	Constante de Kolmogorov
$C_P$	Coefficiente de presión dinámica media
$C_S$	Constante
$C_{1\varepsilon}$	Constante del modelo de turbulencia k- $\varepsilon$
$C_{1\varepsilon RNG}$	Constante del modelo de turbulencia RNG k- $\varepsilon$
$C_{2\varepsilon}$	Constante del modelo de turbulencia k- $\varepsilon$
$C_{2\varepsilon RNG}$	Constante del modelo de turbulencia RNG k- $\varepsilon$
$C_\mu$	Constante de los modelos de turbulencia k- $\varepsilon$ y RNG k- $\varepsilon$
$C_{\mu RNG}$	Constante del modelo de turbulencia RNG k- $\varepsilon$
$c$	Velocidad de propagación de una onda o perturbación
$D$	Flujo difusivo por unidad de área, $D = \Gamma/(\delta x)$
$d$	Diámetro de la tobera del chorro circular
$E(\kappa)$	Densidad de energía espectral
$E_c$	Energía cinética correspondiente al movimiento medio
$e$	Energía interna específica
$F$	flujo advectivo de masa por unidad de área, $F = \rho u$
$F_1, F_2$	Funciones de mezcla de los modelos de turbulencia BSL y SST
$f_h$	Coefficiente del modelo de turbulencia RNG k- $\varepsilon$
$\vec{f}_m$	Vector de fuerzas másicas
$f(u)$	Vector de flujo
$g$	Aceleración de la gravedad
$H$	Diferencia entre la cota de la lámina libre aguas arriba del aliviadero y la superficie libre en el cuenco
$H_e$	Carga total sobre el vertedero
$H_d$	Carga de diseño del perfil hidrodinámico del vertedero
$H_m$	Presión media obtenida en el punto de estancamiento
$h$	Carga sobre vertedero medida a partir del umbral de vertido
$h_{stat}$	Entalpía estática del fluido
$h_{tot}$	Energía total del fluido por unidad de masa
$i, j, k$	Índices de coordenadas cartesianas
$K_\varphi$	Coefficiente del parámetro turbulento

$k$	Energía cinética turbulenta por unidad de masa
$k_t$	Coefficiente de conductividad térmica del fluido
$L_b$	Longitud de rotura del chorro
$l$	Longitud de escala turbulenta
$l_m$	Longitud de mezcla
$N_P$	Número total de fases
$\vec{n}$	Vector normal a una superficie
$P$	Altura del aliviadero
$P_e$	Número adimensional de Peclet, $P_e = F/D$
$P_{ij}, P_{ij,b}$	Términos de producción de turbulencia de corte y gravitacional de las tensiones de Reynolds en el modelo $k-\omega$
$P_k$	Producción turbulenta debido a fuerzas viscosas
$P_{kb}, P_{\epsilon b}$	Influencia de las fuerzas de gravedad
$P_{stat}$	Presión estática
$P_{tot}$	Presión total
$P$	Presión
$P'$	presión modificada
$Pr_t$	Número de Prandtl turbulento $Pr_t = \nu_t/\alpha_t$
$\dot{Q}_q$	Calor generado por reacción química por unidad de tiempo
$\dot{Q}_r$	Calor generado por radiación por unidad de tiempo
$q$	Flujo de calor transmitido por conducción, caudal específico
$\dot{q}_q$	Calor generado por reacción química por unidad de tiempo y de volumen
$\dot{q}_r$	Calor generado por radiación por unidad de tiempo y de volumen
$R_g$	Constante de un gas
$r_\alpha$	Fracción volumétrica de la fase $\alpha$
$S$	Término fuente
$S_E$	Fuente de energía
$S_{ij}$	Tensor velocidad de deformación instantánea
$S_M$	Fuente de cantidad de movimiento
$S_O$	Superficie delimitada por un volumen fluido
$t$	Tiempo
$T$	Temperatura
$T_u$	Intensidad de turbulencia, $T_u = \bar{V}'/V$
$U$	Vector velocidad
$u, v, w$	Componentes de la velocidad instantánea en la dirección x, y, z
$u', v', w'$	Componentes de la fluctuante instantánea en la dirección x, y, z
$u_\tau$	Velocidad de fricción
$V$	Velocidad media
$V_f$	Volumen fluido
$V_h$	Volumen computacional del dominio fluido

$V_i$	Velocidad media del chorro en la condición inicial (sección transversal localizada en la cota $z = -h$ , siendo $z$ la componente vertical con origen en el labio del aliviadero y sentido ascendente)
$V_j$	Velocidad media del chorro en la sección del chorro antes del impacto con el colchón de agua
$V_r$	Volumen computacional de una celda del mallado
$V_0$	Velocidad media en la sección del umbral de vertido
$\bar{V}'$	Raíz cuadrática media de la velocidad
$X_{imp}$	Distancia horizontal del aliviadero al punto de impacto
$Y$	Calado en el cuenco de disipación
$Y_u$	Calado del colchón de agua aguas arriba del punto de incidencia del chorro
$y_b$	Calado del flujo a su paso sobre el labio del vertedero de pared delgada
$y_c$	Calado crítico
$y^+$	Variable adimensional del eje coordenado $y$

### Caracteres griegos

$\alpha$	Usado como subíndice para indicar que la variable se aplica a la fase $\alpha$
$\alpha_t$	Difusividad térmica turbulenta
$\beta$	Usado como subíndice para indicar que la variable se aplica a la fase $\beta$
$\beta_{RNG}$	Constante del modelo de turbulencia RNG k- $\epsilon$
$\Gamma_t$	Difusividad de remolino o turbulenta
$\Delta t$	Intervalo de paso
$\delta_{ij}$	Función delta de Kronecker
$\epsilon$	Tasa de disipación de la turbulencia
$\eta$	Longitud de escala de Kolmogorov
$\theta$	Ángulo del chorro incidente en el cuenco de disipación
$\kappa$	Constante de von Kármán, número de onda
$\mu$	Viscosidad (dinámica) molecular
$\mu_t$	Viscosidad de remolino o viscosidad turbulenta
$\mu_{eff}$	Viscosidad efectiva, $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$
$\rho$	Densidad
$\sigma$	Desviación estándar
$\sigma_k$	Constante para la ecuación $k$ del modelo de turbulencia
$\sigma_{kRNG}$	Constante para el modelo de turbulencia RNG k- $\epsilon$
$\sigma_p$	Número de turbulencia de Schmidt
$\sigma_\epsilon$	Constante para el modelo de turbulencia k- $\epsilon$
$\sigma_{\epsilon RNG}$	Constante para el modelo de turbulencia RNG k- $\epsilon$
$\sigma_\omega$	Constante para el modelo de turbulencia k- $\omega$
$\tau$	Tensor de tensiones
$\tau'$	Tensor de esfuerzos viscosos

$\tau_w$	Esfuerzo cortante en la pared
$\nu_t$	Viscosidad cinemática turbulenta
$\Phi$	Variable dependiente genérica
$\Phi_{ij}$	Tensor de presión-deformación
$\varphi$	Parámetro turbulento del Método Paramétrico, $\varphi = K_\varphi(\bar{V}'/V)$
$\omega$	Tasa de disipación específica
$\omega_m$	Función peso en el método de volúmenes finitos

### Abreviaturas

<i>ADV</i>	Acoustic Doppler Velocimeter (Dinámica de Fluidos Computacional)
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics (Dinámica de Fluidos Computacional)
<i>CNEGP</i>	Comité Nacional Español de Grandes Presas
<i>DES</i>	Detached Eddy Simulation (Modelo de Simulación de Remolino Independiente)
<i>DNS</i>	Direct Numerical Simulation (Simulación Numérica Directa)
<i>ET</i>	Error de truncamiento en diferencias finitas
<i>FAVOR</i>	Fractional Area/Volume Obstacle Representation
<i>ICOLD</i>	International Commission on Large Dams (Comité Internacional de Grandes Presas)
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation (Simulación de Gran Remolino)
<i>PIV</i>	Particle Image Velocimetry (Equipos con velocidad con imagen de partículas)
<i>RANS</i>	Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations (Promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes)
<i>RMS</i>	Reynolds Stress Model (Modelo de Tensiones de Reynolds o Modelo de Turbulencia de cierre de segundo orden)
<i>RNG</i>	Renormalization Group Analysis of the Navier-Stokes equations Turbulence Model
<i>SMC</i>	Second Moment Closure (Modelo de Tensiones de Reynolds o Modelo de Turbulencia de cierre de segundo orden)
<i>SST</i>	Shear Stress Transport Turbulence Model
<i>WES</i>	Waterways Experimental Station

## 1. DATOS DEL DOCTORANDO

---

**Nombre** José María Carrillo Sánchez  
**Lugar de nacimiento** Alhama de Murcia, 6 Mayo 1983  
**DNI** 23040546-C  
**Titulación** Ingeniero de Caminos Canales y Puertos (2009)  
Universidad Politécnica de Valencia

## 2. DATOS DEL PROGRAMA DE DOCTORADO

---

**Programa** Medio Ambiente y Minería Sostenible  
(2010-2012)

**Departamentos** Ciencia y Tecnología Agraria  
Ingeniería Minera, Geología y Cartografía  
Ingeniería Química (Universidad del Norte -Chile)

**Coordinador** Dr. Ángel Faz Cano

**Tutor** **Dr. Luis Gerardo Castillo Elsitdié.** Grupo de Investigación  
en Ing. Hidráulica Marítima y Medioambiental Hidr@m  
Dpto. de Ingeniería Civil  
Universidad Politécnica de Cartagena

### **3. PROGRAMA FORMATIVO (2010-2012): ASIGNATURAS CURSADAS**

---

#### **3.1. Metodología de la Investigación, Técnicas de Trabajo Científico y Tecnológico**

**Código:** 320010001

Tipo Asignatura: Obligatoria

Número de créditos: 12

Calificación: 9

**Profesor:** Dr. Ángel Faz Cano; Dra. Elizabeth Lam Esquenazi

#### **3.2. Análisis Avanzado de Proyectos de Obras Hidráulicas. Estudios de Caso**

**Código:** 320013005

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 10

**Profesor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié

#### **3.3. Hidroecología**

**Código:** 320013004

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 9.5

**Profesor:** Dr. Javier Gilabert Cervera

### **3.4. Caracterización Hidrológica e Hidráulica**

**Código:** 320013006

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 6

**Profesor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié

### **3.5. Economía y Legislación del Agua**

**Código:** 320013008

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 9

**Profesor:** Dr. Juan Patricio Castro Valdivia

### **3.6. Gestión Integrada de Recursos Geológicos**

**Código:** 320012001

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 9

**Profesor:** Dr. Cristóbal García García

### **3.7. Fotogeología Aplicada**

**Código:** 320012004

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 5

**Profesor:** Dr. Ignacio Manteca Martínez

### **3.8. Operaciones Unitarias Aplicadas a Procesos Mineros**

**Código:** 320014001

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 5.8

**Profesor:** Dra. Elizabeth Lam Esquenazi

### **3.9. Planificación y Toma de Decisiones en Gestión de Espacios Mineros**

**Código:** 320014004

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 9

**Profesor:** María Dolores Gómez-López

### **3.10. Termodinámica Aplicada**

**Código:** 320014002

Tipo Asignatura: Optativa

Número de créditos: 6

Calificación: 9

**Profesor:** Dra. Elizabeth Lam Esquenazi

## 4. TRABAJO FIN DE PERÍODO FORMATIVO (2010-2012)

---

**Asignatura:** Trabajo Fin de Programa Formativo

**Código:** 320015001

**Tipo Asignatura:** Trabajo de investigación

Número de créditos: 12

**Profesor:** Dr. Luis G. Castillo Elsitdié

### 4.1. Introducción y antecedentes

La misión básica de los órganos de seguridad de una presa (vertederos y disipadores de energía) es dejar pasar las avenidas sin dañar la presa y sin que los daños que se produzcan sean mayores que los que se hubieran producido sin la existencia de la presa. El tipo de presa juega un papel importante en la selección del tipo de aliviadero.

El vertido por coronación es una de las formas de disipación de energía más empleado en las presas bóveda. La caída libre sobre la coronación origina un chorro prácticamente vertical de lámina aireada.

La disipación de la energía mediante la construcción de un cuenco a pie de presa responde a un esquema intuitivo que ha sido usado con asiduidad. El objetivo es eliminar gran parte de la energía de los flujos de alta velocidad; ya sea por fricción del agua con el aire, difusión dentro del cuenco de amortiguación y/o impacto con las estructuras disipadoras. De este modo, limitan la erosión y socavación a pie de presa y su posible vuelco, y garantizan un régimen de restitución al medio natural lo más estable posible. La elección del tipo de cuenco de amortiguación suele ser una decisión técnico-económica entre un cuenco de gran profundidad y sin revestimiento y un cuenco con poca profundidad y con revestimiento.

Todos los cuencos disipadores de energía, se encuentran sometidos a una fuerte acción erosiva, consecuencia de las altas velocidades que se obtienen en la transformación de la energía potencial creada por el embalse. Además, debido al efecto del impacto y deflexión del chorro turbulento sobre la solera se producen altas presiones hidrodinámicas que deben ser estudiadas con detenimiento.

La pérdida de energía en el vuelo de la lámina y en el cuenco son ideas que cualitativamente son aceptadas pero de las que se sabe poco desde el punto de vista cuantitativo. Este hecho suele exigir el análisis y comprobación del diseño final en modelos reducidos, sobre todo en los casos de caudales altos o aliviaderos de utilización muy frecuente, tal y como recomienda la "Guía Técnica de Seguridad de Presas nº 5

Aliviaderos y desagües", realizada por el Comité Nacional Español de Grandes Presas (CNEGP, 1997).

Para la adecuada elección de la profundidad del cuenco de amortiguación, el calculista debe conocer la magnitud y frecuencia de la presión dinámica en el fondo del cuenco en función de las características del chorro incidente.

Existen diferentes formulaciones empíricas que caracterizan las presiones en los cuencos de disipación. Todas ellas se basan en estudios de modelos a escala en laboratorio dada la complejidad de instalar instrumentación en prototipos. Destacan los estudios de Moore (1943), Lencastre (1961), Cola (1965), Aki (1969), Hartung and Häusler (1973), Beltaos (1976), Xu-Do-Ming et al. (1983), Lemos et al. (1984), Cui Guang Tao et al. (1985), Ervine and Falvey (1987), Withers (1991), Ervine et al. (1997), Bollaert (2002), Bollaert and Schleiss (2003), Manso et al. (2005) y Federspiel (2011).

En España, esta línea de investigación ha sido desarrollado por Castillo (1989, 1998, 2002, 2006, 2007), Armengou (1991), Castillo et al. (1991, 1999, 2007, 2009, 2010, 2011, 2012) y Puertas (1994).

Con la introducción de la era informática, aparecieron diversos programas que resolvían problemas específicos de Mecánica de Fluidos. A mediados de los años setenta, la complejidad matemática requerida para generalizar los algoritmos comenzó a ser abordado de forma eficiente, desarrollándose herramientas de solución generales denominados genéricamente "Computational Fluid Dynamics" (CFD) o de Dinámica de Fluidos Computacional.

Los primeros paquetes comenzaron a aparecer en los años 80, pero requerían gran potencia computacional y enormes tiempos de cálculo, por lo que la metodología CFD era una herramienta casi exclusivamente del campo de la investigación. En la actualidad, la mayoría de códigos CFD permiten paralelizar los cálculos con el fin de resolver los problemas en menores tiempos, dividiendo así los cálculos y la memoria requerida entre varios equipos.

Los recientes avances en la potencia de los ordenadores, junto con la manipulación de programas con gráficos interactivos tridimensionales, han hecho que el proceso de crear un modelo en CFD y analizar sus resultados, sea mucho menos laborioso y a un menor coste. Así, los algoritmos de los programas permiten obtener soluciones robustas del campo del flujo en un tiempo razonable.

Teniendo en cuenta el espectacular incremento de la relación coste/rendimiento de los ordenadores en la última década, la solución de los problemas de Mecánica de Fluidos mediante CFD será cada vez más habitual, constituyéndose como una herramienta clave en el futuro inmediato.

La ventaja principal de la metodología CFD es la posibilidad de investigar los sistemas físicos de los fluidos, proporcionando una gran cantidad de datos, con una mayor rentabilidad, flexibilidad y velocidad que la que se obtiene con los procedimientos experimentales. La metodología es capaz de superar muchas de las tradicionales dificultades que encuentran los modelos físicos al registrar fenómenos del flujo en regiones inaccesibles a los aparatos de medición o debidos a las perturbaciones ocasionadas por el aparato y/o condiciones experimentales.

En todo caso, requiere de la calibración previa y validación de los resultados con información obtenida de prototipos y/o modelos reducidos. De este modo, constituye una herramienta muy potente que junto a las técnicas clásicas de modelación física, ayudarán a complementar el conocimiento del comportamiento del flujo en las diferentes estructuras hidráulicas.

El uso de la metodología CFD en aplicaciones de aliviaderos es relativamente reciente. Desde mediados de los noventa, se ha producido un incremento de modelaciones de aliviaderos con CFD, cubriendo un diverso rango de aplicaciones con resultados adecuados. Sin embargo, existen grandes lagunas en las que la metodología aun debe ser validada como es el caso de los aliviaderos de vertido libre (Ho y Riddette, 2010).

## 4.2. Objetivos

Teniendo en cuenta la problemática expuesta, y basándonos en los principales resultados que se han publicado y en las variables consideradas en la Metodología Paramétrica propuesta por Castillo (2006, 2007), se pretende mejorar en el conocimiento de los fenómenos físicos que se producen en aliviaderos de vertido libre y cuencos de disipación.

El objetivo es incidir en la caracterización cuantitativa del comportamiento del cuenco de amortiguación como disipador de energía. Para ello, se analizará el campo de presiones que se registra en la solera del cuenco, así como las velocidades y tasas de aireación en el chorro vertiente. El estudio de estas variables sirve para obtener criterios de diseño en función de las solicitaciones sobre la solera del cuenco que el proyectista debe conocer.

Con tal fin, en el Trabajo de Fin de Periodo Formativo se han realizado varias labores interrelacionadas:

- Estudio del estado del arte de simulaciones numéricas de aliviaderos con metodología CFD (incluye descripción de la metodología CFD y análisis de casos de estudios de aliviaderos).
- Validación de la metodología CFD (aliviaderos de perfil hidrodinámico y aliviadero de vertido libre bidimensional).
- Análisis de la metodología CFD en aliviaderos de vertido libre y cuencos de disipación frente a la influencia del tipo de mallado, la turbulencia y los modelos de turbulencia.
- Estudio de un aliviadero de vertido libre y cuenco de disipación, apoyado en simulaciones numéricas, medidas de laboratorio y formulaciones empíricas, con el fin de caracterizar el fenómeno físico y mejorar las formulaciones empíricas existentes.

### 4.3. Actividades realizadas. Estado del arte

#### 4.3.1. Introducción a CFD

La metodología CFD es, junto a la investigación experimental y al desarrollo teórico mediante métodos analíticos, el tercer método de análisis de problemas de Mecánica de Fluidos. Los tres métodos están íntimamente relacionados, y se complementan entre sí.

En la metodología CFD, el flujo de cualquier fluido se resuelve a partir de unas ecuaciones generales de conservación fuertemente acopladas, que se obtienen de la aplicación a una partícula fluida de los siguientes principios:

- Principio de conservación de la masa → Ecuación de la continuidad.
- Segunda ley de Newton → Ecuaciones de Navier-Stokes (si se tienen en cuenta los términos viscosos y de disipación de energía) o ecuaciones de Euler (si se desprecian).
- Principio de conservación de la energía → Ecuación de la energía.
- Ecuación de estado o de comportamiento del fluido.
- Ecuaciones constitutivas del medio.

La resolución de las ecuaciones diferenciales de conservación, proporciona las tres componentes de velocidad en cualquier punto, para cualquier instante de tiempo  $t$ ,  $u(x, y, z, t)$ ,  $v(x, y, z, t)$  y  $w(x, y, z, t)$ , junto con las distribuciones de presión  $P(x, y, z, t)$ , densidad,  $\rho(x, y, z, t)$  y temperatura,  $T(x, y, z, t)$ .

Sin embargo, la simulación numérica no puede resolver con éxito problemas en los que los principios físicos no hayan sido formulados de manera correcta, como por ejemplo, en la simulación de flujos turbulentos, donde se utilizan modelos aproximados que incluyen constantes empíricas (Zamora, 2008). De este modo, los resultados numéricos obtenidos están sujetos a la exactitud del modelo de turbulencia empleado, así como a la conveniencia de la aplicación del modelo al problema concreto que se quiere resolver.

Puesto que la mayoría de las ecuaciones de conservación a resolver son no lineales, los valores de las variables se corrigen secuencialmente utilizando un proceso iterativo equivalente a un avance secuencial con pequeños intervalos de tiempo, donde el número de iteraciones depende de la complejidad del problema.

##### 4.3.1.1. Metodología

En los paquetes existentes de CFD se deben especificar las condiciones del problema que se va a resolver, así como ciertos parámetros de resolución para que el programa consiga encontrar una solución correcta del problema. Los pasos genéricos que hay que seguir son (Blanco, 2007):

- Especificación de la geometría del problema. Es preciso introducir los contornos del dominio del problema. Este proceso es relativamente simple cuando el modelo es bidimensional, aunque puede ser realmente complejo cuando el modelo es tridimensional.
- Creación del mallado, o celdas en las que van a ser calculadas todas las variables. El mallado puede ser estructurado o no estructurado. El mallado estructurado está formado por rectángulos o paralelepípedos ordenados en una matriz, que pueden deformarse para adaptarse a las superficies curvas de la geometría. El mallado no estructurado está habitualmente formado por triángulos o tetraedros y, en cualquier caso, no tiene un orden matricial. Este último tipo de mallado es mucho más sencillo de ajustar a formas complejas que el anterior, aunque es más costoso de calcular.
- Definición de los modelos que se van a utilizar: modelos de turbulencia, de radiación, de flujo bifásico, de multiespecie, etc. Estos modelos deben estar implementados en el software.
- Especificación de las propiedades del fluido: viscosidad, densidad, propiedades térmicas..., etc. El programa debe ser capaz de manejar las ecuaciones de variación de estas propiedades con la temperatura, la presión, etc.
- Imposición de las condiciones de contorno que controlan los valores de ciertas variables en los límites del dominio. Básicamente, se imponen valores fijos de la presión, velocidad y temperatura, o de sus gradientes. También hay que imponer condiciones para las variables de turbulencia que haya, según el modelo que se esté utilizando.
- Introducción de las condiciones iniciales. En el caso de un problema no estacionario, hace falta definir unos valores de las variables para todos los puntos del dominio, desde los cuales empezará a calcular las soluciones de los sucesivos pasos temporales. En el caso de un problema estacionario, es preciso introducir unos valores iniciales de las variables, de los cuales partirá el proceso iterativo.
- Control de los parámetros que afectan a la resolución numérica del problema. Se puede actuar sobre el proceso iterativo definiendo los tipos de discretización, variando los factores de relajación, y fijando los criterios de finalización de las iteraciones.
- Proceso de cálculo. Se monitoriza la convergencia y se suele controlar la evolución de las variables en algunos puntos.
- Análisis de la solución. Comprobación de que la resolución es correcta y estudio de los resultados. La gran cantidad de datos generados hace necesario el uso de sistemas de postproceso gráficos.

#### 4.3.1.2. *Ventajas e inconvenientes*

Diversas fuentes destacan las siguientes ventajas de la modelación numérica:

- Bajo coste. Por ejemplo, según Ho et al. (2006), Chandler et al. (2003) consideran que el coste de la simulación numérica está en torno al 20 - 25% del coste de un modelo físico para la presa de Winenhoe (Brisbane, Australia).
- Pueden estudiarse configuraciones y variaciones distintas de un mismo problema con un tiempo de calculo relativamente corto. Generalmente, resulta sencillo cambiar geometrías y condiciones de contorno.
- La solución ofrece un información completa y detallada sobre el dominio de interés, mientras que en la experimentación sólo es posible obtenerla en unos pocos puntos.
- Las condiciones reales se implementan de una forma relativamente sencilla, de modo que pueden simularse problemas complejos que en la experimentación deberían tener que simplificarse para lograr mediciones fiables.

Una causa común de los errores de los modelos son de tipo numérico. Se trata de una pérdida de precisión debido al modo en que los paquetes de CFD resuelven las ecuaciones de gobierno, que es especialmente peligroso cerca de las condiciones de contorno de la malla. Según Hirsch (2007), los errores numéricos que reducen la precisión de los resultados sin romper la simulación pueden ser debidos a:

- La discretización del espacio y del tiempo.
- Soluciones implícitas que no convergen, en especial la presión.
- Pérdida de precisión debida a redondeos.
- Inadecuada o inexacta geometría y topografía. En geometrías complejas donde los costos computacionales pueden ser del mismo orden que los costes experimentales.
- Condiciones de contorno incorrectas o incompatibles.
- Errores del usuario en parámetros que afectan a la resolución numérica del problema.
- **Simplificaciones y aproximaciones en modelos**, especialmente las relacionadas con **cierres de la turbulencia, flujos multifásicos**, etc. En estos casos para los que no se ha desarrollado un modelo matemático fiable, es posible estar simulando un fenómeno que no ocurre en la realidad física, por lo que se requiere la comparación de los resultados numéricos con datos experimentales semejantes para validar la solución numérica.
- Errores en el código del software.

#### 4.3.1.3. Ecuaciones de conservación

Las ecuaciones generales de la Mecánica de Fluidos son ecuaciones de conservación de las propiedades fluidas, aplicadas a un sistema cerrado del que ni entra ni sale masa a través de ningún punto de su superficie denominado volumen fluido  $V_f$ .

Estas ecuaciones pueden expresarse en forma diferencial y en forma integral. En forma diferencial, las ecuaciones de conservación se aplican a un elemento infinitesimal de fluido, pero lo suficientemente grande como para contener un número grande de moléculas (hipótesis de medio continuo). En forma integral, las ecuaciones de conservación se aplican a un volumen fluido fijo, siendo atravesado por el fluido, o móvil (o deformable), moviéndose con el fluido.

Cualquier problema de mecánica de fluidos puede resolverse a partir de las ecuaciones generales en su forma diferencial, que determinan la densidad, la presión y las tres componentes de la velocidad en cada punto, en función de la posición  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , y del tiempo  $t$ . Sin embargo, contienen términos en derivadas parciales segundas, y están fuertemente acopladas entre sí, por lo que tienen solución analítica únicamente en casos muy particulares.

Pueden efectuarse una serie de observaciones sobre las ecuaciones generales de la Mecánica de Fluidos (Zamora, 2008):

- Constituyen un sistema fuertemente acoplado, muy difícil de resolver analíticamente.
- Los esfuerzos viscosos  $\bar{\tau}'$  son función únicamente de los gradientes de velocidad (los coeficientes de viscosidad se pueden considerar constantes en la mayoría de las ocasiones, o bien dependen sólo de la temperatura).
- Se trata de un sistema de cinco ecuaciones con seis incógnitas ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ,  $\rho$ ,  $T$ ), que se completa con la ecuación de estado o de comportamiento. Para un líquido,  $\rho = \text{cte}$ . Para un gas, se puede suponer comportamiento perfecto,  $p/\rho=R_gT$ , siendo  $R_g$  la constante del gas.
- Aunque las ecuaciones de Navier-Stokes son las de cantidad de movimiento, esta denominación se extiende usualmente a las ecuaciones de continuidad y de conservación de la energía.
- El sistema de ecuaciones se completa con las condiciones iniciales y de contorno. Las condiciones iniciales en problemas transitorios deben especificar las variables en un instante inicial de partida. Las condiciones de contorno son físicas, que están impuestas por el entorno real.

#### 4.3.1.3.1. Ecuación de continuidad o de conservación de masa

La ley de Lomonosov-Lavoisier considera que la masa de un sistema cerrado permanece constante, independientemente de los procesos que se produzcan dentro del sistema. La ecuación de conservación de masa expresa la masa de un volumen de control fijo como:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho dV = \int_{V_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{S_0} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (1)$$

donde  $S_0$  es la superficie que delimita a un volumen fluido fijo  $V_0$  y  $\vec{n}$  es el vector normal en dirección hacia fuera de la superficie. La integral sobre  $V_f(t)$  es muy difícil de calcular directamente, por lo que es preciso buscar volúmenes fijos o volúmenes de control adecuados para resolver los problemas.

En forma diferencial, la ecuación de continuidad queda:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2)$$

#### 4.3.1.3.2. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

La segunda ley de Newton considera que la variación por unidad de tiempo de la cantidad de movimiento de una masa fluida es igual a la resultante instantánea de las fuerzas (de superficie y de volumen o másicas) que actúan sobre esa masa fluida. En forma integral puede expresarse como:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \vec{v} dV = \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) dV + \int_{S_0} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \int_{V_0} \rho \vec{f}_m dV + \int_{S_0} (\vec{n} \vec{\tau}) dS \quad (3)$$

donde  $\vec{f}_m$  es el vector de fuerzas másicas y  $\vec{\tau}$  es el tensor de esfuerzos, que puede dividirse en:

$$\vec{\tau} = -p\vec{n} + \vec{\tau}' \quad (4)$$

siendo  $\vec{\tau}'$  el tensor de esfuerzos viscosos.

La forma diferencial de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento puede ponerse como:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_i \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau'_{ii}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau'_{ik}}{\partial x_k} + \rho \vec{f}_m \quad (5)$$

Estas expresiones reciben el nombre de ecuaciones de Navier-Stokes.

Los esfuerzos viscosos pueden ponerse en función del campo de velocidades:

$$\tau'_{ii} = 2\mu \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{ij} \right) = \mu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \quad (6)$$

siendo  $\mu$  el coeficiente de viscosidad dinámica (molecular),  $\delta_{ij}$  la delta de Kronecker y  $S_{ij}$  el tensor de velocidad de deformación instantánea:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

Los fluidos newtonianos son aquellos en los que los esfuerzos viscosos son proporcionales a los gradientes de velocidad que los producen. El agua es un fluido newtoniano, por lo que su comportamiento se ajusta a las ecuaciones anteriores.

#### 4.3.1.3.3. Ecuación de conservación de la energía

La primera ley de la termodinámica considera que la variación de las energías interna y cinética en una masa fluida se debe al trabajo de las fuerzas de superficie y de las fuerzas másicas y al calor comunicado por unidad de tiempo. En forma integral, la ecuación de conservación de la energía puede ponerse:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \left( e + \frac{v^2}{2} \right) dV \\ = \int_{V_0} \vec{f}_m \cdot \vec{v} dV + \int_{S_0} (\vec{n} \cdot \vec{\tau}) \vec{v} dS + \int_{V_0} (\dot{q}_r + \dot{q}_q) dV - \int_{S_0} \vec{q} \cdot \vec{n} dS \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $e$  es la energía interna y  $\vec{q}$  es el flujo de calor transmitido por conducción.  $\dot{q}_r$  y  $\dot{q}_q$  son los calores por unidad de tiempo y por unidad de volumen transmitidos por radiación y por reacción química, respectivamente.

En forma diferencial, utilizando la ley de Fourier para expresar el flujo de calor por conducción en función de los gradientes de temperatura, la ecuación de conservación de la energía queda:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{v^2}{2} \right) \vec{v} \right] \\
 &= \frac{\partial}{\partial x} \left( k_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_t \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_t \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\partial (vp)}{\partial y} \\
 & - \frac{\partial (wp)}{\partial z} + \frac{\partial (u\tau'_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u\tau'_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u\tau'_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial (v\tau'_{xy})}{\partial x} \\
 & + \frac{\partial (v\tau'_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (v\tau'_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial (w\tau'_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w\tau'_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (w\tau'_{zz})}{\partial z} + \rho \vec{f}_m \\
 & \cdot \vec{v} + \rho (\dot{Q}_r + \dot{Q}_q)
 \end{aligned} \tag{9}$$

donde  $k_t$  es el coeficiente de conductividad térmica del fluido.  $\dot{Q}_r$  y  $\dot{Q}_q$  son las potencias caloríficas totales transmitidas por radiación y por reacción química sobre el volumen de control.

#### 4.3.1.3.4. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno pueden agruparse esquemáticamente en:

- Condición de Dirichlet. Especifica la variable dependiente  $\Phi$  a lo largo de un contorno.
- Condición de Neumann. Especifica la derivada de la variable dependiente  $\Phi$  a lo largo de un contorno.
- Condición de Robin. Especificación mixta de un valor de  $\Phi$  y de una derivada de  $\Phi$ . Esta condición no es frecuente en Mecánica de Fluidos.

### 4.3.2. Métodos de discretización

#### 4.3.2.1. Discretización espacial

Las ecuaciones que gobiernan el flujo por lo general, salvo en casos muy simples, no son susceptibles de soluciones analíticas. Por lo tanto, se debe realizar la discretización del dominio en pequeños subdominios denominados celdas (compuestos por formas geométricas primitivas como hexaedros y tetraedros en 3D, y cuadriláteros y triángulos en 2D) que conforman la malla. Las ecuaciones son discretizadas y resueltas dentro de cada uno de estos subdominios, utilizando uno de los tres sistemas existentes para

resolver la forma aproximada del sistema de ecuaciones: volúmenes finitos, elementos finitos o diferencias finitas.

El tipo de discretización espacial depende del tipo de discretización de las ecuaciones empleado. De este modo, el método de las diferencias finitas, que discretiza las ecuaciones de Navier-Stokes en forma diferencial, requiere una malla estructurada de puntos en los que se almacenan las variables del flujo. En el método de los volúmenes finitos se definen puntos de control donde se almacenan las variables en cada volumen generado. Los puntos están situados en el centro del elemento o en los vértices de las celdas dependiendo del método.

Se debe tener cuidado para asegurar la continuidad adecuada de la solución a través de las interfaces comunes entre los sub-dominios, de modo que las soluciones aproximadas dentro de las diversas partes se puedan unir para dar una imagen completa de todo el dominio.

El proceso de obtención de una malla adecuada ha sido considerado un cuello de botella en el proceso de análisis debido a la falta de un procedimiento totalmente automático. De este modo, el acceso a un buen paquete de generación de mallado y la experiencia son vitales para el éxito de la simulación.

Muchos algoritmos de mallado empiezan delimitando las superficies del dominio antes de llenar el interior con nodos de la malla. En este tipo de algoritmos, la generación de un mallado de calidad en la superficie es primordial.

Las clasificaciones usuales de mallados se basan en la conectividad o en el tipo de elementos que las conforman.

#### *4.3.2.1.1. Clasificación basada en la conectividad*

- **Mallados estructurados**

Se caracterizan por la ordenación regular de los elementos que pueden ser expresados como una matriz de dos o tres dimensiones, lo que restringe al empleo de elementos cuadriláteros en el caso bidimensional o hexaedros en estudios tridimensionales. En estos mallados, cada punto de la malla está inequívocamente identificado por los índices  $i, j, k$  en coordenadas cartesianas. La regularidad de la conectividad permite ahorrar espacio ya que las relaciones entre elementos son definidas por la disposición de almacenamiento. Una clasificación adicional puede ser considerada en función de si el mallado es cartesiano o curvilíneo.

- **Mallados no estructurados**

Se caracterizan por una conectividad irregular que no es fácilmente expresable en forma de matriz. Permite utilizar cualquier elemento que el programa pueda resolver, ofreciendo gran flexibilidad en el tratamiento de geometrías complejas. La principal ventaja es que los elementos se pueden generar automáticamente independientemente de la complejidad del dominio, aunque en la práctica se deben determinar unos parámetros adecuados para obtener una malla de buena calidad.

En comparación con los mallados estructurados, los requisitos de almacenamiento para un mallado no estructurado suelen ser mucho mayores ya que la conectividad entre elementos vecinos debe ser explícitamente almacenada.

- **Mallados híbridos**

Un mallado híbrido contiene partes estructuradas y partes no estructuradas. El término "mixto" se aplica generalmente a los mallados que contienen elementos asociados con mallados estructurados y no estructurados (presumiblemente almacenada de una manera no estructurada).

#### 4.3.2.1.2. Clasificación basada en elementos

Dependiendo del tipo de análisis y requisitos del programa, las mallas generadas pueden ser bidimensionales (triángulos o cuadriláteros) o tridimensionales. Algunas opciones de conectividad limitan los tipos de elementos presentes, por lo que existe un cierto solapamiento entre la clasificación basada en la conectividad y basada en el elemento base.

Los nodos de malla tridimensionales no están obligados a residir en un solo plano, siendo los elementos más habituales en mallas 3D los hexaedros, tetraedros, pirámides cuadradas y triángulos extrusionados en forma de cuña o prismas triangulares, delimitados por elementos 2D (Figura 1).

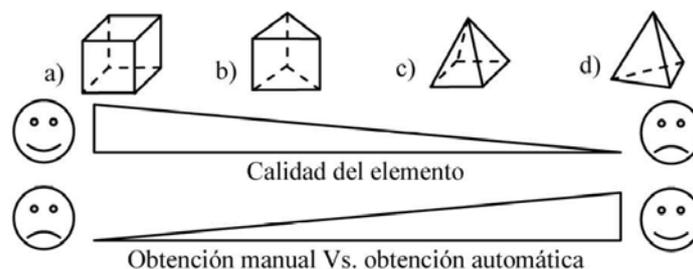


Figura 1. Tipologías de elementos: a) hexaédrico; b) cuña; c) pirámide; d) tetraedro (Carrillo y Castillo, 2011).

Los errores numéricos son un problema potencial en todos los paquetes de CFD, aunque hay modos de evitarlos. Sin tener en cuenta el código, una de las mayores fuentes de errores numéricos es la calidad de la malla. Las siguientes reglas ayudan a minimizar los errores de difusión (Hirsch, 2007):

- Colocar las condiciones de contorno de la malla, incluyendo las condiciones entre bloques de malla contiguos, tan lejos como sea razonablemente posible en áreas con grandes gradientes, incluyendo zonas de recirculación, resaltos hidráulicos y geometrías complejas.
- Refinar la malla donde se espere que existan grandes gradientes. Las regiones con grandes cambios en las propiedades del flujo a veces necesitan tamaños de celda menores para mantener la precisión de la solución.
- Evitar distorsiones en las relaciones de aspecto de los elementos. El cubo es la relación de aspecto más estable, aunque cuando la dirección del flujo es principalmente la horizontal, el tamaño vertical del elemento se puede reducir para obtener una mejor distribución de las velocidades.
- Evitar ensanchamientos discontinuos de la malla.
- Evitar discontinuidades entre los tamaños de celdas en las interfaces entre bloques. Cuando dos bloques de malla lindan, la relación de aspecto máxima entre las caras de las celdas debe ser 2:1. Además, las caras de las celdas deben ser múltiplos exactos entre ellas, y se deben alinear perfectamente para evitar difusiones de cantidad de movimiento artificiales causadas por la interpolación en la condición de contorno.

#### 4.3.2.2. Discretización de las ecuaciones diferenciales

La solución numérica de una ecuación diferencial consiste en un conjunto de valores a partir de los que se puede determinar la distribución de la variable dependiente,  $\Phi$ , dentro del dominio considerado. La variación de  $\Phi$  se suele representar mediante un polinomio en  $x$ :

$$\Phi = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m \quad (10)$$

El procedimiento numérico para encontrar un número finito de coeficientes  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ , hace posible evaluar  $\Phi$  para cualquier valor de  $x$ .

La mayoría de los métodos clásicos de discretización parten de valores desconocidos de una variable dependiente en un número finito de localizaciones (nodos de la malla), que cubren todo el dominio de interés. El procedimiento consiste en encontrar un conjunto

de ecuaciones algebraicas para dichos valores y en la utilización de un algoritmo para resolver el sistema de ecuaciones.

Para obtener los valores de la variable dependiente  $\Phi$  en los nodos de malla se discretiza la distribución de dicha variable. Las ecuaciones algebraicas que tratan los valores desconocidos de  $\Phi$  en los puntos de la malla (ecuaciones discretizadas), se derivan de la ecuación diferencial para  $\Phi$ . En esta derivación se emplea una función de distribución (o función de interpolación) que describe cómo varía  $\Phi$  entre los nodos de la malla. La discretización sistemática del espacio y del tiempo, y de las variables dependientes permite sustituir la ecuación diferencial de conservación por ecuaciones algebraicas, resolubles con cierta facilidad.

La estructura de una ecuación discretizada es una expresión algebraica que relaciona los valores de la variable dependiente en un grupo de nodos de la malla. El valor de  $\Phi$  en un nodo dado sólo está afectado por los valores de los nodos adyacentes. De este modo, la solución será tanto mas exacta cuanto más nodos de malla existan, ya que las diferencias de la propiedad  $\Phi$  se hacen muy pequeñas y los detalles sobre las hipótesis empleadas para la definición de la función pierden toda importancia. La forma clásica de una ecuación discretizada puede ser la siguiente:

$$a_{ij}\Phi_{ij} = a_{i+1,j}\Phi_{i+1,j} + a_{i-1,j}\Phi_{i-1,j} + a_{i,j+1}\Phi_{i,j+1} + a_{i,j-1}\Phi_{i,j-1} \quad (11)$$

siendo  $a_{ij}, a_{i+1,j}, \dots$  coeficientes distintos para cada uno de los nodos, y  $\Phi_{ij}, \Phi_{i+1,j}, \dots$  los valores correspondientes de la variable de interés.

Debido a las distintas funciones locales de interpolación empleadas y a los diferentes métodos de derivación, pueden encontrarse distintas ecuaciones discretizadas para una misma ecuación diferencial,.

El método de volúmenes finitos es el más utilizado en general, ya que aplica las ecuaciones de conservación a cada uno de los volúmenes finitos en los que se divide el dominio sin necesidad de suponer una forma de la solución a priori. Este método ha alcanzado soluciones correctas en múltiples problemas de ingeniería.

Existen enfoques alterativos, de carácter más básico, como proponer soluciones aproximadas basadas en soluciones analíticas exactas, como el lema de Riemann de flujo transitorio no viscoso y unidireccional.

#### 4.3.2.2.1. *Formulación diferencial y formulación integral*

Las ecuaciones generales de conservación pueden aplicarse a un elemento diferencial de fluido (forma diferencial), o a un volumen fluido (forma integral).

Los métodos basados en una formulación diferencial se utilizaron en el inicio de los programas CFD, mientras que actualmente se tiende a los métodos integrales. En la tabla siguiente se exponen las características fundamentales de las dos formulaciones (Kotate y Hijikata, 1993, citado por Zamora, 2008).

<b>Formulación integral</b>	<b>Formulación diferencial</b>
Las propiedades se conservan exactamente	Las propiedades se conservan aproximadamente
Propiedades promediadas en un volumen de control	Propiedades físicas locales
Cantidades globales difíciles de tratar	Cantidades específicas fáciles de tratar
Cálculo de las superficies complicada	Discretización de ecuaciones complicada
<b>Volúmenes finitos y elementos finitos</b>	<b>Diferencias finitas</b>

*Tabla 1. Comparación entre la formulación integral y la formulación diferencial en un problema de CFD.*

#### 4.3.2.2.2. *Propiedades de la solución numérica*

Las ecuaciones diferenciales en forma conservativa tienen la propiedad de que todos los coeficientes de los términos que incluyen derivadas son constantes o sus derivadas no aparecen en la ecuación. Sin embargo, una formulación numérica basada en la forma no conservativa puede originar dificultades numéricas en situaciones donde los coeficientes pueden ser discontinuos.

Los esquemas que cumplen en su versión discretizada el principio de conservación de forma exacta (salvo errores de redondeo), para cualquier tamaño de malla sobre un volumen finito arbitrario que contenga un cierto número de nodos, se dice que poseen la propiedad conservativa.

Todo esquema consistente debe cumplir aproximadamente el estado de conservación sobre grandes regiones del dominio.

Las soluciones numéricas deben estar dentro de unos límites apropiados. De este modo, cantidades que no pueden ser físicamente negativas, tales como la densidad o la energía cinética turbulenta, deben ser siempre positivas; otras, tales como la concentración, deben estar comprendidas entre 0 y el 100 %.

Los esquemas de primer orden producen soluciones limitadas, mientras que los esquemas de mas alto orden pueden producir soluciones no limitadas, que suelen tener problemas de estabilidad y convergencia.

Los modelos matemáticos de fenómenos físicos muy complejos, tales como flujos turbulentos, combustión o flujos multifásicos, deben ser fiables, que garanticen que se simula la realidad con suficiente aproximación. Es fundamental que los modelos no terminen simulando procesos físicamente imposibles, puesto que el modelo numérico tenderá a reproducir las posibles inconsistencias físicas del modelo analítico.

#### 4.3.2.3. Métodos de diferencias finitas

El método de las diferencias finitas aproxima las derivadas de la ecuación diferencial de  $\Phi$  mediante truncamiento de las series de Taylor. Las derivadas primera y segunda para una variable dependiente genérica  $\Phi$  se sustituyen por expresiones discretizadas, despreciándose los términos de orden superior.

Las derivadas de la propiedad en el nodo  $i, j$  se calculan a partir de los valores de dicha propiedad en los nodos circundantes (Figura 2). Mediante expansión de las series de Taylor en torno al nodo  $i, j$  se obtiene el esquema *forward* (hacia adelante) o el esquema *rearward* (hacia atrás).

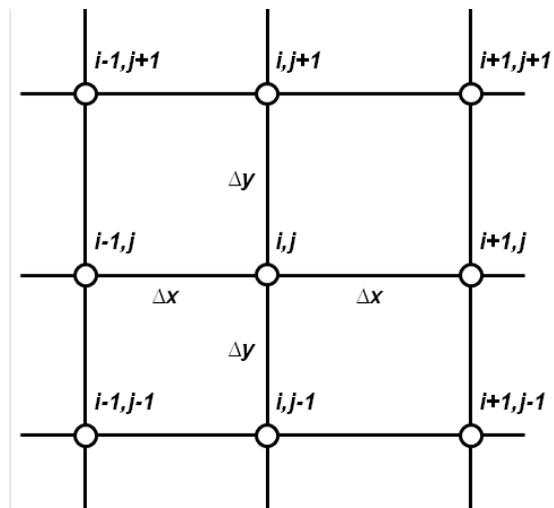


Figura 2. Malla típica bidimensional utilizada en el método de diferencias finitas.

Si  $u_{ij}$  denota la componente  $x$  de velocidad en el punto  $i, j$ , la serie de Taylor expandida hacia adelante será:

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{\Delta x^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots, \quad (12)$$

Esta expresión es correcta siempre que el número de términos sea infinito y la serie converja, o bien si  $\Delta x \rightarrow 0$ . Las series se truncan, puesto que de lo contrario es imposible trabajar con ellas, de modo que:

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots, \quad (13)$$

constituye una aproximación de segundo orden (se desprecian los términos de orden  $(\Delta x)^3$  y superiores). Despejando se puede obtener una diferencia finita de primer orden hacia adelante:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (14)$$

La cual también puede deducirse de la Figura 2.

El truncamiento de la serie da lugar al error de truncamiento, el cual puede reducirse reteniendo más términos de la serie de Taylor y/o haciendo más pequeño  $\Delta x$ . Para una aproximación de segundo orden, el error de truncamiento es:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{\partial^n u}{\partial x^n}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \quad (15)$$

Las diferencias centrales segundas se pueden considerar como una diferencia hacia adelante de la primera derivada, derivada por segunda vez mediante una diferencia hacia atrás:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]\right)_{i,j} = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i+1,j} - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j}}{\Delta x} \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left[ \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} \right] \\ &= \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Del mismo modo se pueden obtener la derivada central segunda respecto a  $y$ , y la derivada cruzada:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + O(\Delta y)^2 \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{4\Delta x \Delta y} + O(\Delta x \Delta y) \quad (18)$$

#### 4.3.2.3.1. Error de truncamiento

El error de truncamiento se define como la diferencia entre la ecuación discretizada y la ecuación diferencial, siendo su orden  $O[\Delta t, (\Delta x)^2]$ . Puede comprobarse que el error de truncamiento es:

$$ET = -\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}\right)_i \frac{\Delta t}{2} + \left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4}\right)_i \frac{(\Delta x)^2}{12} + \dots \quad (19)$$

El error tiende a cero cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$ , es decir, cuando el numero de nodos de la malla tiende a infinito.

#### 4.3.2.3.2. Tipos de aproximación

- Aproximación explícita.  
Se conocen todos los valores espaciales de  $\Phi$  en un instante de tiempo  $t$ . De este modo puede obtenerse el valor de la variable dependiente  $\Phi_j^{n+1}$  en instante  $t + \Delta t$  a partir de valores conocidos en el instante  $t$ . Es relativamente fácil de programar, aunque tiene el inconveniente de que para un  $\Delta x$  dado,  $\Delta t$  debe ser lo suficientemente pequeño para que se mantenga la estabilidad.
- Aproximación implícita.  
El valor de la variable dependiente  $\Phi_j^{n+1}$  en instante  $t + \Delta t$  esta expresado en función de propiedades en  $n + 1$ , además de las que están expresadas en  $n$ , que son conocidas. De esta manera, los valores desconocidos  $\Phi_j^{n+1}$  deben resolverse simultáneamente para todos los nodos  $i$ . La mayor ventaja de esta aproximación es que puede mantenerse la estabilidad incluso para intervalos de tiempo grandes. Por otro lado, es mas complejo en la programación y el tiempo de calculo es mayor para cada uno de los intervalos de tiempo.

Se debe tener en cuenta que pueden cometerse errores mayores que en la aproximación explícita si se utilizan intervalos de tiempo demasiado grandes.

La aproximación explícita se ha utilizado mayoritariamente en las décadas pasadas. Actualmente, los métodos implícitos se utilizan cada vez más, sobre todo en problemas en los que es preciso refinar localmente la malla, lo que permite poder tomar intervalos mas grandes de tiempo.

En general, los métodos de diferencias finitas no garantizan la aproximación a la solución, ni tampoco la estabilidad, para todos los problemas. Por esto, se precisan nuevos métodos que mejoren a los ya existentes (Zamora, 2008).

#### 4.3.2.3.3. Tratamiento de los contornos

En un contorno como el que se muestra en la Figura 3, la derivada primera puede calcularse como:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{u_2 - u_1}{\Delta y} + o(\Delta y) \quad (20)$$

que es una aproximación de primer orden. Para obtener una aproximación de segundo orden, sería necesario conocer  $u'_2$ .

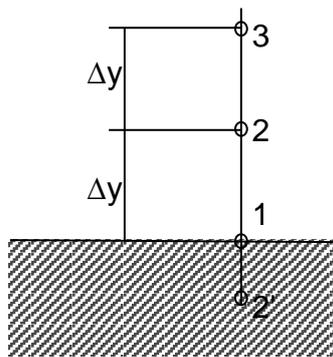


Figura 3. Tratamiento de un contorno con diferencias finitas.

Para solucionar este problema de contorno más correctamente, puede suponerse que la variación de  $u$  en el contorno se expresa por un polinomio del tipo:

$$u = a + by + cy^2 \quad (21)$$

que implica:

$$u_1 = a; \quad u_2 = a + b\Delta y + c(\Delta y)^2; \quad u_3 = a + b(2\Delta y) + c(2\Delta y)^2 \quad (22)$$

De este modo se obtiene la aproximación de primer orden:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = b = \frac{-3u_1 + 4u_2 - u_3}{2\Delta y} \quad (23)$$

#### 4.3.2.3.4. *Propiedades de la solución numérica*

En diferencias finitas es necesario construir representaciones discretizadas que ofrezcan una buena aproximación de las leyes físicas de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía en una zona pequeña y local que incluya unos pocos nodos del dominio.

Si la representación numérica se aproxima bastante a las ecuaciones de conservación alrededor de cada punto de la malla, puede pensarse que el principio de conservación se cumple aproximadamente en un volumen de control mayor con un gran número de nodos en su interior.

### **Errores de redondeo y discretización**

Se pueden considerar dos tipos de errores:

- Error de redondeo. Son debidos a los redondeos de cifras en las operaciones aritméticas.
- Error de discretización. Diferencia entre la solución exacta de la ecuación diferencial y la solución exacta de la ecuación discretizada (sin tener en cuenta los errores de redondeo).

### **Análisis de estabilidad**

Para que la simulación numérica sea estable, debe cumplirse que el error no puede aumentar al aumentar el paso desde  $n$  a  $n + 1$ :

$$\left| \frac{error_i^{n+1}}{error_i^n} \right| \leq 1 \quad (24)$$

La condición de estabilidad CFL (Courant, Friedrichs, Lewy) viene definida como:

$$C = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (25)$$

donde  $c$  es la velocidad de propagación de una onda o perturbación.

Para que se cumpla la estabilidad, el número de Courant debe ser  $C \leq 1$ . A la vez, es deseable que  $C$  sea cercano a la unidad para conseguir una mayor exactitud.

### **Convergencia**

Según el teorema de equivalencia de Lax (1954), dado un conjunto apropiado de valores iniciales de un problema, y una representación de este en diferencias finitas que satisface la condición de consistencia, la condición de estabilidad es la única necesaria y suficiente para que exista convergencia.

- **Consistencia.**  
La discretización de una ecuación diferencial es consistente si el error cometido al usar la representación discretizada en vez de la propia ecuación diferencial disminuye cuando se refina la malla. Esto se cumplirá siempre que el error de truncamiento disminuya al refinar la malla.
- **Estabilidad.**  
Un esquema numérico es estable cuando los errores de truncamiento, redondeo, etc., no crecen como consecuencia del proceso avance de sección en sección hacia aguas abajo o de avance en el tiempo en problemas no estacionarios.
- **Convergencia.**  
Un proceso avance de sección en sección hacia aguas abajo o de avance en el tiempo en problemas no estacionarios es convergente si se cumple que la solución de la ecuación discretizada se aproxima a la real cuando se refina la malla, teniendo idénticas condiciones iniciales y de contorno.

#### ***4.3.2.4. Métodos de volúmenes finitos***

El método de los volúmenes finitos divide el dominio de interés en un número de volúmenes de control no solapados, localizándose el nodo en el centroide de cada volumen de control. La ecuación diferencial a resolver se integra sobre cada volumen de control, obteniéndose una versión discretizada de la misma. La Figura 4 muestra un ejemplo de un volumen de control para el caso bidimensional.

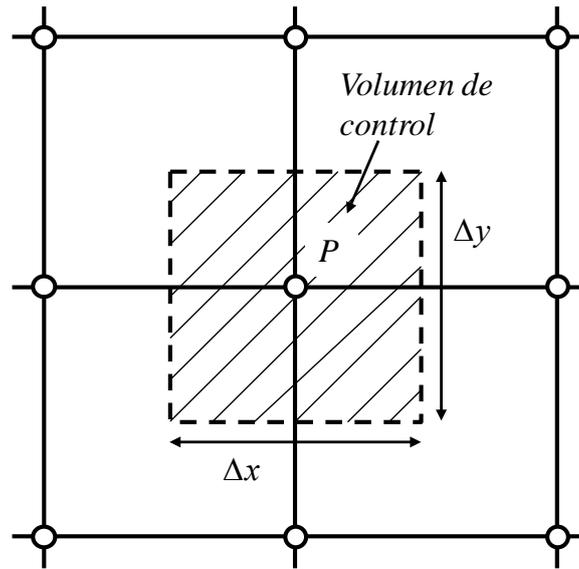


Figura 4. Volumen de control para la discretización de un problema bidimensional.

Para expresar la variación de la variable dependiente en las caras de los volúmenes de control y resolver las integrales se elige una función local lineal. El resultado de la integración es la ecuación discretizada que contiene los valores de la variable dependiente  $\Phi$  para un conjunto de nodos de la malla, sin tener que introducir explícitamente una solución aproximada del tipo  $\Phi = \Phi_0 + \sum \dots$

La principal ventaja frente al método de diferencias finitas estriba en que la solución obtenida asegura implícitamente la conservación de las diversas magnitudes (masa, cantidad de movimiento y energía) en cada volumen de control y para todo el dominio de interés, aun empleando una malla grosera.

Una vez que las ecuaciones discretizadas se han resuelto para obtener los valores de la variable dependiente en los nodos de la malla, la solución está definida por los valores de los nodos de la malla. De este modo, obtenida la ecuación discretizada, se puede prescindir de la función de interpolación, que se emplea únicamente como relación auxiliar en la evaluación de las integrales.

#### 4.3.2.4.1. Forma integral de las leyes de conservación

Se considera una ecuación diferencial en la forma conservativa:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{u}) = 0 \quad (26)$$

donde  $u$  es una cantidad a conservar y  $f(u)=[f_1(u), \dots, f_d(u)]$  es el vector de flujo. Integrando la ecuación sobre un volumen  $V$  en el espacio  $R^d$ , se obtiene la forma integral de la Ley de conservación:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V u dx + \oint_{\partial V} f_i n_i ds = 0 \quad (27)$$

donde se ha usado el teorema de la divergencia para convertir el término de la divergencia a una integral de superficie sobre la superficie  $\partial V$  y  $(n_1, \dots, n_d)$  es el vector normal unitario en sentido hacia el exterior del volumen de control  $V$ .

El dominio computacional  $V_h$  queda dividido en celdas no superpuestas o volúmenes finitos,

$$V_r, r=1, \dots, N; \quad V_h = \cup_r V_r \quad (28)$$

Introduciendo el valor promediado de la celda sobre la celda  $V_r$ , se obtiene:

$$u_r = \frac{1}{|V_r|} \int_{V_r} u(x) dx \quad (29)$$

que es la cantidad desconocida básica en el método de volúmenes finitos.

Considerando  $N(r)$ , el conjunto de celdas que comparten una cara común con  $V_r$ , la Ley de conservación integral para la celda  $V_r$  queda:

$$|V_r| \frac{du_r}{dt} + \sum_{s \in N(r)} \int_{V_r \cap V_s} f_i n_i ds = 0 \quad (30)$$

Para obtener la aproximación de la integral de flujo se puede emplear la cuadratura gaussiana. Considerando  $p$  puntos gaussianos, se tiene:

$$\int_{V_r \cap V_s} f_i n_i ds = \Delta s_{rs} \sum_{m=1}^p \omega_m F_{rs}^m \quad (31)$$

donde  $\omega_m$  son los pesos gaussianos y  $F$  es una aproximación de  $f_i n_i$ .

#### 4.3.2.4.2. Técnicas de discretización o interpolación

Si el procedimiento numérico elegido es correcto y el número de nodos de la malla es infinito, teóricamente la solución numérica debe coincidir con la solución exacta.

Debido a que sólo es posible trabajar con mallas finitas, el sistema de discretización o interpolación debe cumplir una serie de propiedades para que el proceso de numérico obtenga una solución aproximada a la real.

### Propiedades de las técnicas de discretización

Patankar (1980) considera cuatro reglas básicas a tener en cuenta para que las ecuaciones discretizadas sean válidas:

- Consistencia de los flujos a través de las caras de los volúmenes de control. Cuando una cara es común a dos volúmenes de control adyacentes, el flujo a través de la misma debe representarse mediante la misma expresión para los dos volúmenes de control. En la Figura 5 se muestra una función de interpolación cuadrática obtenida por 3 puntos de la malla, donde los valores estimados en  $P$  son distintos si la aproximación se hace desde la izquierda o desde la derecha. La función de interpolación empleada debe evitar este problema.

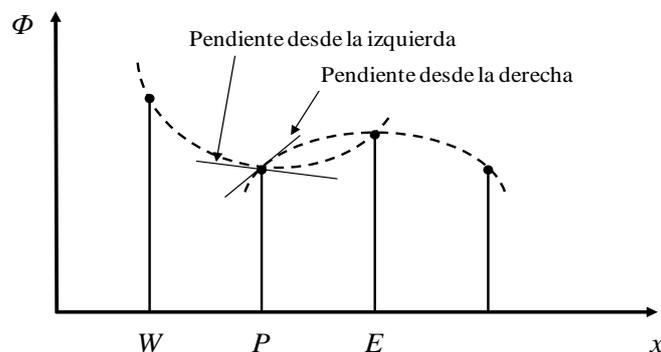


Figura 5. Ejemplo de función de interpolación que genera una discontinuidad de los flujos evaluados en la cara común de dos volúmenes de control vecinos.

- Coeficientes positivos. En la mayoría de situaciones de interés, el valor de la variable dependiente en un nodo de la malla está influenciado por los valores de dicha variable en los nodos adyacentes. Por tanto, un incremento en el valor de la variable dependiente en un nodo, no variando el resto de las condiciones, da lugar a un incremento del valor en los nodos contiguos. Para cumplir con la ecuación discretizada en forma general, todos los coeficientes de los nodos adyacentes al nodo central deben tener el mismo signo que el coeficiente del nodo central:

$$a_P \Phi_P = \sum a_i \Phi_i + b_P \tag{32}$$

siendo  $a_P$  el coeficiente del nodo en cuestión,  $\Phi_P$  y  $\Phi_i$  el valor de la variable dependiente  $\Phi$  en el nodo  $P$  y en el nodo contiguo  $i$  respectivamente,  $a_i$  el coeficiente del nodo  $i$  contiguo al nodo  $P$  y  $b_P$  una posible fuente o sumidero en el nodo  $P$ .

- Suma de los coeficientes vecinos. Cuando la ecuación de conservación contiene sólo las derivadas de la variable dependiente, las dos funciones  $\Phi$  y  $\Phi+C$  satisfacen la ecuación diferencial, siendo  $C$  una constante arbitraria. Esta propiedad debe reflejarse también en la ecuación discretizada. Para cumplir esta regla se deduce de la ecuación discretizada que, cuando no existe término fuente, debe cumplirse:

$$a_P = \sum a_i \tag{33}$$

- Linealización del término fuente con pendiente negativa. Si se considera la definición de los coeficientes de la ecuación (32) se observa que aunque los coeficientes de los nodos vecinos sean positivos, el coeficiente del punto central  $a_P$  puede llegar a ser negativo debido al término  $b_P$ . Supóngase que se desea linealizar la ecuación general para un problema unidireccional y estacionario. En la Figura 6, el volumen de control es  $(\Delta x)x \times l \times l$ , con el nodo central  $P$ , siendo  $w$  y  $e$  las caras anterior y posterior del volumen de control.

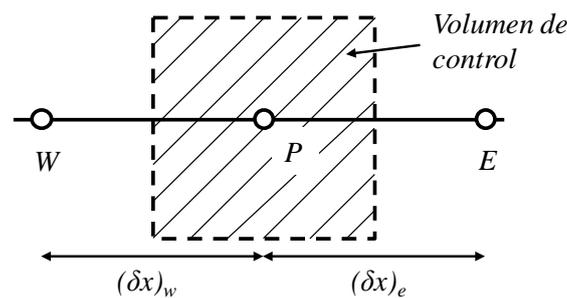


Figura 6. Esquema de 3 puntos nodales adyacentes para un problema unidimensional.

La ecuación general discretizada puede expresarse como:

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + b_P \tag{34}$$

donde, teniendo en cuenta las propiedades anteriores,  $a_P = a_W + a_E$ .

Considerando  $b_P = \bar{S}\Delta x$ , siendo  $S$  el término fuente por unidad de tiempo y volumen, y  $\bar{S}$  su valor medio sobre el volumen de control, el término fuente se puede tratar en forma linealizada:

$$\bar{S} = S_c + S_p\Phi_P \quad (35)$$

siendo  $S_c$  la parte constante de  $S$ , y  $S_p$  el coeficiente de  $\Phi_P$ . De este modo se obtiene:

$$a_P = a_W + a_E - S_p\Delta x; \quad b_P = S_c\Delta x \quad (36)$$

El coeficiente central  $a_P$  puede llegar a ser negativo debido al término  $S_p\Delta x$ , aunque los coeficientes circundantes sean positivos. Este inconveniente se evita haciendo que  $S_p$  sea siempre negativo.

### Solución de las ecuaciones

Al plantear la ecuación (34) en cada punto de la malla se obtiene un sistema de ecuaciones. Si los coeficientes del sistema son funciones de las variables de estado,  $\Phi_i$ , el sistema de ecuaciones es no lineal, debiendo resolverse por iteraciones.

De este modo, se parte de una suposición inicial de los valores de  $\Phi_i$  para determinar los valores de los coeficientes. Resolviendo el problema lineal con coeficientes constantes y conocidos, se puede comprobar el valor supuesto para los coeficientes, volviendo a resolver el problema lineal con coeficientes corregidos. Tras sucesivas iteraciones, las soluciones del problema lineal convergen y se obtiene la solución del problema no lineal. El cumplimiento de las cuatro reglas anteriores asegura que el proceso iterativo converge.

### Advección-difusión

Combinando la ecuación de advección-difusión para una variable de estado  $\Phi$  con la ecuación de continuidad, se obtiene la ecuación de advección-difusión en forma conservativa:

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \Phi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) + S \quad (37)$$

donde  $\rho$  es la densidad,  $u_j$  la componente de velocidad del flujo en la dirección  $j$ ,  $\Gamma$  el coeficiente de difusión y  $S$  el término fuente.

Considerando un flujo unidireccional permanente, sin término fuente, queda:

$$\frac{\partial(\rho u \Phi)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \quad (38)$$

Integrando en el volumen de control de la Figura 6 se obtiene para el caso unidimensional:

$$(\rho u \Phi)_e - (\rho u \Phi)_w = \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_w \quad (39)$$

### El esquema de diferencias centrales

Considerando que las caras  $e$  y  $w$  en la Figura 6 se encuentran a la misma distancia entre  $P$  y  $E$ , y entre  $P$  y  $W$  respectivamente, y que  $\Phi$  varía linealmente entre ambos nodos, se tiene:

$$\Phi_e = \frac{\Phi_E + \Phi_P}{2}; \quad \Phi_w = \frac{\Phi_W + \Phi_P}{2} \quad (40)$$

Denominando  $F = \rho u$  al flujo advectivo de masa por unidad de área, y  $D = \Gamma/(\delta x)$  al flujo difusivo por unidad de área, se puede escribir:

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E \quad (41)$$

siendo,

$$a_E = D_e - \frac{F_e}{2}; \quad a_W = D_w + \frac{F_w}{2}; \quad a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w) \quad (42)$$

Como por continuidad  $F_E = F_W$ , queda  $a_P = a_W + a_E$ .

Este esquema es equivalente a uno de diferencias finitas centradas, el cual puede ser inestable para el término de flujo advectivo. Se debe cumplir la condición de estabilidad:  $|F| < 2D$ . De este modo  $a_W$  y  $a_E$  son siempre positivos.

El número adimensional de Peclet,  $P_e = F/D$ , determina la importancia relativa del flujo advectivo con respecto al difusivo. De este modo, el esquema lineal es estable únicamente si  $|P_e| < 2$  (el transporte advectivo es poco importante con respecto al difusivo).

La interpolación por diferencias centrales se realiza de modo independiente al sentido del flujo, lo que puede generar problemas en la obtención de una solución realista.

### El esquema *upwind*

El esquema lineal se vuelve inestable debido a la consideración de que existe variación lineal de  $\Phi$  entre los nodos. Una mejor suposición es asignar a  $\Phi_W$  y  $\Phi_E$  el valor de  $\Phi$  en el nodo de aguas arriba. De este modo queda:

$$F_e \Phi_e = \Phi_P \cdot \max(F_e; 0) - \Phi_E \cdot \max(-F_e; 0) \quad (43)$$

$$F_w \Phi_w = \Phi_W \cdot \max(F_w; 0) - \Phi_P \cdot \max(-F_w; 0) \quad (44)$$

De este modo queda,

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E \quad (45)$$

siendo,

$$\begin{aligned} a_E &= \max(-F_e; 0) + D_e; & a_W &= \max(F_w; 0) + D_w \\ a_P &= \max(F_e; 0) + \max(-F_w; 0) + D_e + D_w = a_E + a_W + (F_e - F_w) \end{aligned} \quad (46)$$

Como por continuidad  $F_E = F_W$ , queda  $a_P = a_W + a_E$ .

En este caso, los coeficientes  $a_i$  son siempre todos positivos (el esquema es estable).

### La solución exacta

Por continuidad,  $\rho u = cte$ . Si se considera además el caso  $\Gamma = cte$ , la ecuación (38) tiene solución analítica conocida.

Considerando un intervalo  $0 < x < L$ , y condiciones de borde  $\Phi = \Phi_0$  en  $x = 0$ , y  $\Phi = \Phi_L$  en  $x = L$ , la solución que se obtiene viene representada por:

$$\frac{\Phi - \Phi_0}{\Phi_L - \Phi_0} = \frac{e^{P_e(x/L)} - 1}{e^{P_e} - 1} \quad (47)$$

La variación de  $\Phi$  en función de  $P_e$  se grafica en la Figura 7. Se aprecia que la aproximación de diferencias centrales es en general poco realista, excepto para el caso  $P_e = 0$  (difusión pura). Por otro lado, el esquema *upwind* resulta razonable sólo para el caso  $|P_e| \gg 1$  (la advección es dominante). En valores intermedios de  $P_e$  ambos esquemas estiman valores errados para  $\Phi$  en la frontera del volumen de control.

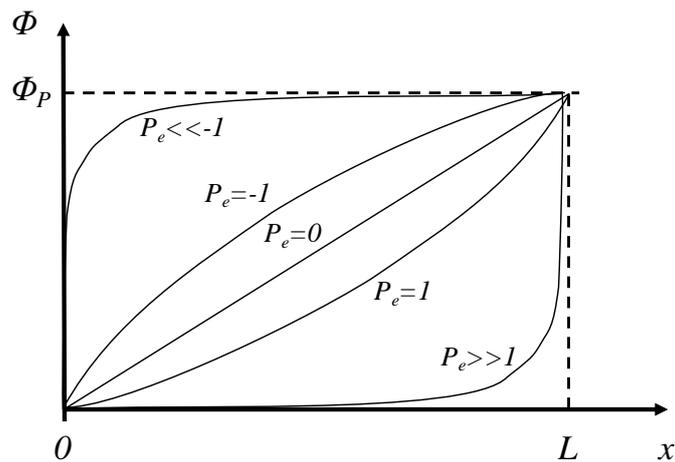


Figura 7. Solución exacta para el problema unidimensional con convección y difusión, en función de  $P_e$ .

### El esquema híbrido

Para números de Peclet suficientemente grandes,  $d\Phi/dx$  tiende a cero, por lo que el valor de  $\Phi$  entre las caras es casi igual al valor del nodo inmediatamente aguas arriba. El esquema de diferencias centrales sobrestima la difusión para valores grandes de  $P_e$ , resultando apropiado emplear el esquema *upwind*. Para números de Peclet suficientemente bajos, los efectos de difusión son dominantes frente a los convectivos, y  $\Phi$  varía de modo prácticamente lineal con  $x$ , por lo que es adecuado utilizar el esquema de diferencias centrales.

Spalding (1972) propone un esquema híbrido, que trata de acercarse a la solución exacta del problema, eliminando los problemas del esquema *upwind* para números de Peclet bajos. Para ello, recoge lo mejor de los dos esquemas, habiendo alcanzado soluciones fiables para un gran número de problemas de interés, sin demasiados costes computacionales.

Para un rango de números de Peclet ( $-2 \leq P_e \leq 2$ ), se utiliza el esquema de diferencias centrales, mientras que para valores de  $P_e$  fuera de este rango, se emplea el esquema *upwind*. Sin embargo, este esquema tiene dificultades en problemas en los que los efectos combinados de convección y difusión son importantes en la mayor parte del campo de fluido.

El esquema híbrido considera los siguientes coeficientes para la ecuación discretizada:

$$a_E = \max\left(-F_e; D_e - \frac{F_e}{2}; 0\right) \quad (48)$$

$$a_W = \max\left(F_w; D_w + \frac{F_w}{2}; 0\right) \quad (49)$$

$$a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w) \quad (50)$$

### **El esquema de corrección de advección numérica y el esquema de alta resolución**

El esquema *upwind* es muy robusto (estable numéricamente) pero sufre efectos de difusión numérica, por lo que usualmente se usa como primer tanteo para obtener la solución del campo fluido previo a emplear un esquema de resolución de mayor orden. En el esquema de corrección de advección numérica, se especifica un factor de mezcla entre 0 y 1 para fijar el nivel de precisión. Un factor de mezcla 0 es equivalente a un esquema de advección de primer orden, mientras que un factor de mezcla 1 emplea un esquema de segundo orden que es más preciso, pero menos robusto. Se puede iniciar una simulación compleja con un factor de mezcla 0 e ir incrementándolo gradualmente hasta 1. Usualmente es suficiente con emplear un factor de 0.75.

El esquema de alta resolución calcula el factor de mezcla en función en todo el dominio basándose en la solución local del campo fluido. En regiones donde los gradientes son bajos el factor de mezcla estará próximo a 1, mientras que regiones donde los gradientes son pronunciados el factor de mezcla estará próximo a 0 para mantener la robustez. Diversos autores concluyen que no existen diferencias significativas entre emplear un factor de mezcla 1 o el esquema de alta resolución.

#### 4.3.2.4.3. Tratamiento de los contornos

El grado de aproximación de la simulación numérica al problema físico depende del modo en que se simulan e introducen las diferentes condiciones de contorno.

En el método de los volúmenes finitos, los contornos físicos coinciden con los límites de los volúmenes de control empleados en el cálculo de las variables escalares (Figura 8). Los nodos fuera del contorno físico y que no forman parte del dominio de cálculo se usan para almacenar las condiciones de contorno. De este modo, se pueden incluir las condiciones de contorno con escasas modificaciones sobre la forma de las ecuaciones de conservación discretizadas.

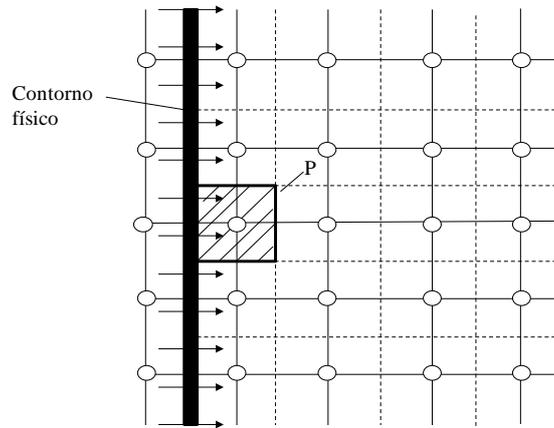


Figura 8. Disposición de la malla en la implementación de condiciones de contorno del método de volúmenes finitos.

Mediante la condición de contorno, se identifica la superficie como el límite para aplicar el proceso de discretización, introduciendo términos fuente en la superficie para simular la realidad física en el contorno. De este modo, considerando la ecuación discretizada en el nodo de interés  $P$ :

$$a_P \Phi_P = \sum a_i \Phi_i + b_P \quad (51)$$

donde  $a_i$  son los coeficientes de los nodos adyacentes a  $P$  y  $b_P$  es el término fuente.

Si se introduce en el término de la derecha una fuente adicional para  $b$  y una fuente adicional para  $P$ ,  $S_\Phi = S_b - S_P$ , entonces:

$$a_P \Phi_P + S_P = \sum a_i \Phi_i + S_b \quad (52)$$

donde  $S_b$  incluye el término independiente original  $b_P$ .

Si se quiere hacer que el valor de la variable en  $P$ ,  $\Phi_P$ , sea igual a un determinado valor,  $\Phi_{impuesto}$ , se puede emplear un número arbitrario suficientemente grande mediante:

$$S_P = 10^{10} \Phi_P; \quad S_b = 10^{10} \Phi_{impuesto} \quad (53)$$

de este modo,

$$(a_P + 10^{10}) \Phi_P = \sum a_i \Phi_i + 10^{10} \Phi_{impuesto} \quad (54)$$

los términos  $a_P \Phi_P$  y  $\sum a_i \Phi_i$  se desprecian frente a los otros, quedando:

$$\Phi_P = \Phi_{impuesto} \quad (55)$$

### 4.3.3. Modelación de la turbulencia

#### 4.3.3.1. Introducción a la turbulencia

La turbulencia consiste en fluctuaciones en el tiempo y en el espacio dentro del campo fluido. Es un proceso complejo, principalmente debido a que se produce en las tres dimensiones, es inestable y presenta muchas escalas fluctuantes y aparentemente aleatorias, lo que ha motivado la caracterización de este tipo de flujos bajo un enfoque estadístico.

Para escalas suficientemente pequeñas y velocidades suficientemente bajas (el número de Reynolds no es demasiado grande), las ecuaciones de movimiento de un fluido viscoso tienen un buen comportamiento, soluciones estables o permanentes. Estos flujos están dominados por la difusión viscosa de la vorticidad y la cantidad de movimiento. El movimiento se denomina laminar y se puede observar experimentalmente y en la naturaleza.

Con mayores números de Reynolds, las fuerzas de inercia del fluido llegan a ser significativas comparadas con las fuerzas viscosas, y el movimiento laminar se vuelve inestable. Aparecen fluctuaciones rápidas de velocidad y presión, y el movimiento se convierte en tridimensional e inestable (movimiento turbulento).

En principio, las ecuaciones de Navier-Stokes describen los flujos laminar y turbulento sin necesidad de información adicional. Sin embargo, los flujos turbulentos con números de Reynolds reales abarcan un amplio rango de longitudes turbulentas y tiempos de escala. En su resolución, generalmente, se requieren de longitudes de escala

mucho menores que el menor mallado que puede ser usado de modo práctico en un análisis numérico.

Para poder predecir los efectos de la turbulencia, se han centrado muchas investigaciones en métodos que hacen uso de modelos de turbulencia. Los modelos de turbulencia han sido específicamente desarrollados para tener en cuenta los efectos de la turbulencia sin recurrir a un mallado prohibitivamente fino y a la simulación numérica directa (Direct Numerical Simulation, DNS).

La primera idea de modelización mediante un modelo de ecuaciones de transporte surge de Kolmogorov (1941). Muchos de los resultados postulados por Prandtl (teoría de la capa límite, idea de la longitud de mezcla turbulenta), von Kármán (Ley universal de la pared) y Kolmogorov (energía cinética turbulenta, frecuencia de turbulencia), han sido de una importancia vital en la comprensión y en la simulación numérica de la turbulencia.

Sin embargo, ninguno de los modelos de turbulencia está aceptado como el mejor para todo tipo de problemas. La elección del modelo depende de consideraciones como la precisión deseada, los recursos informáticos, el tiempo disponible, o la práctica establecida para cada tipo de problema.

#### 4.3.3.1.1. Definición de turbulencia

No existe una definición clara de flujo turbulento. Wilcox (2010) realiza diversas reflexiones referentes a la turbulencia:

- **Definición básica.** von Kármán (1937), citando a Taylor, definió la turbulencia de la siguiente manera:

*"Turbulence is an irregular motion which in general makes its appearance in fluids, gaseous or liquid, when they flow past solid surfaces or even when neighboring streams of the same fluid flow past or over one another."*

Diferentes autores consideran que el término *irregular motion* es demasiado impreciso. Un movimiento irregular es un movimiento que es típicamente aperiódico y que no puede describirse como una función sencilla dependiente del espacio y del tiempo. Un movimiento irregular también podría ser debido a las condiciones iniciales. Según Wilcox, el problema de esta definición es que existen flujos no turbulentos que puede ser descritos como irregulares.

Un movimiento turbulento es irregular en el sentido de que puede ser descrito por las leyes de probabilidad. A pesar de que las propiedades instantáneas en un flujo turbulento son extremadamente sensibles a las condiciones iniciales, los

promedios estadísticos de las propiedades no son instantáneos. Hinze (1975) ofrece la siguiente definición:

*"Turbulent fluid motion is an irregular condition of flow in which the various quantities show a random variation with time and space coordinates, so that statistically distinct average values can be discerned."*

Diversos investigadores se refieren al movimiento de remolino, que es un movimiento local donde aparecen remolinos turbulentos de un amplio rango de tamaños que originan la mezcla del fluido y la aparición de tensiones turbulentas efectivas que pueden ser enormes en comparación con los valores del flujo laminar.

- **Inestabilidad.** El análisis de las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes muestra que la turbulencia se desarrolla como una inestabilidad del flujo laminar. Matemáticamente hablando, para un fluido real, las inestabilidades resultan principalmente de la interacción entre los términos no lineales inerciales y los términos viscosos de las ecuaciones de Navier-Stokes. La interacción es muy compleja, ya que es rotacional, tridimensional y dependiente del tiempo.
- **No linealidad** La no linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes conduce a la interacción entre las fluctuaciones de diferentes direcciones y longitudes de onda. La vorticidad es el principal proceso físico que propaga el movimiento en una amplia gama de longitudes de onda. La turbulencia a gran escala lleva la mayor parte de la energía y es el principal responsable de la difusividad y las tensiones. A su vez, los remolinos más grandes generan los vórtices que componen los remolinos más pequeños, disminuyendo la energía en ellos. Finalmente, la energía se disipa por viscosidad en las menores longitudes de onda.
- **Aspectos estadísticos.** La turbulencia se caracteriza por fluctuaciones aleatorias que exigen el uso de métodos estadísticos para analizarlo. Aunque este aspecto no es realmente un problema desde la perspectiva ingenieril, las operaciones de promedio temporal originan términos de las ecuaciones del movimiento que no pueden ser determinadas a priori.
- **Fenómeno continuo.** En principio, sabemos que la dependencia temporal, la continuidad tridimensional y las ecuaciones de Navier-Stokes contienen toda la física de un flujo turbulento. Que esto es así se deduce del hecho de que la turbulencia es un fenómeno continuo. Tennekes y Lumley (1983) consideran:

*"Even the smallest scales occurring in a turbulent flow are ordinarily far larger than am molecular length scale. "*

Sin embargo, las menores escalas de la turbulencia son muchos órdenes de magnitud más pequeñas que las escalas más grandes de la turbulencia. Además,

la relación de escala de menor a mayor disminuye rápidamente a medida que aumenta el número de Reynolds. Para hacer una simulación numérica exacta (es decir, una solución tridimensional completamente dependientes del tiempo) de un flujo turbulento, deben ser resueltas todas las escalas físicas relevantes.

Si bien se están haciendo avances, los ordenadores de principio del siglo XXI no tienen suficiente memoria y velocidad para resolver cualquier problema de flujo turbulento de interés práctico.

- **Estructura de la vorticidad.** La vorticidad en un flujo turbulento es en sí misma tridimensional, por lo que las líneas de vórtice en el flujo no son paralelas. Esta tridimensionalidad inherente significa que no hay aproximaciones bidimensionales satisfactorias para determinar los detalles de flujos turbulentos puesto que los flujos turbulentos deben ser de tridimensionales, incluso cuando el movimiento promedio es bidimensional. La mayor parte de la vorticidad en un flujo turbulento reside en los remolinos más pequeños.
- **Escalas de la turbulencia y la cascada de turbulencias.** La turbulencia consiste en un espectro continuo de escalas que van de mayor a menor. Un remolino turbulento se puede considerar como un movimiento de rotación local cuya dimensión característica es la escala de turbulencia local. Los remolinos se solapan en el espacio, de modo que los más grandes transportan otros más pequeños. La turbulencia tiene un proceso en cascada por el cual, cuando la turbulencia disminuye, la energía cinética se transfiere de los remolinos más grandes a los más pequeños. En última instancia, los remolinos más pequeños disipan la energía en forma de calor a través de la acción de la viscosidad molecular, y la velocidad a la que se disipan está controlada por la velocidad a la que reciben la energía de los remolinos más grandes. Por lo tanto, los flujos turbulentos son siempre disipativos.
- **Grandes remolinos y mezcla turbulenta.** La turbulencia está dominado por remolinos. La aproximación de los grandes remolinos hacia la interfaz entre la región turbulenta y el fluido no turbulento distorsiona la interfaz entre ambas regiones, pudiendo llegar hasta distancias del orden de 30 veces el ancho de la corriente (Bradshaw, 1972). Por lo tanto, el estado de un flujo turbulento en una posición determinada depende de la situación aguas arriba y no puede ser únicamente especificada en términos del tensor tensión-deformación local, como en el flujo laminar.
- **Mejora de la difusividad.** La difusión turbulenta mejora la transferencia de masa, cantidad de movimiento y energía. Las tensiones en los flujos turbulentos suelen ser varios órdenes de magnitud mayores que en los flujos laminares.

#### 4.3.3.1.2. Las escalas de Kolmogorov

Se considera la turbulencia como un fenómeno del continuo, ya que las escalas más pequeñas de la turbulencia son mucho más grandes que cualquier longitud de escala molecular.

El proceso en cascada presente en todos los flujos turbulentos implica una transferencia de la energía cinética turbulenta (por unidad de masa),  $k$ , de los grandes remolinos a los remolinos más pequeños. Puesto que los movimientos de pequeña escala tienden a ocurrir en una escala de tiempo pequeña, se puede suponer que es independiente de la dinámica relativamente lenta de los grandes remolinos y de las propiedades medias del flujo.

Según la Teoría del equilibrio universal de Kolmogorov (1941), los remolinos más pequeños deben estar en un estado en que la tasa a la que reciben la energía de los remolinos más grandes es casi igual a la tasa a la que los remolinos más pequeños disipan la energía en forma de calor. Por lo tanto, el movimiento en las escalas más pequeñas debería depender sólo de:

- El ratio al que suministran la energía los remolinos más grandes,  $\varepsilon = -dk/dt$  [ $L^2/T^3$ ].
- La viscosidad cinemática,  $\nu$  [ $L^2/T$ ].

Las escalas de Kolmogorov de longitud ( $\eta$ ), tiempo ( $T$ ) y velocidad ( $v$ ) son:

$$\eta \equiv (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}, T \equiv (\nu/\varepsilon)^{1/2}, v \equiv (\nu\varepsilon)^{1/4} \quad (56)$$

#### 4.3.3.1.3. Descripción espectral y Ley -5/3 de Kolmogorov

Una representación espectral es una descomposición de Fourier en números de onda,  $\kappa$ , o, en su equivalente en longitudes de onda,  $\lambda = 2\pi/\kappa$ . En consecuencia, la densidad de energía espectral o la función espectral de energía,  $E(\kappa)$ , está relacionada con la transformada de Fourier de  $k$ .

Si  $E(\kappa)d\kappa$  es la energía cinética turbulenta contenida entre los números de onda  $\kappa$  y  $\kappa+d\kappa$ , se puede considerar:

$$k = \int_0^{\infty} E(\kappa)d\kappa \quad (57)$$

donde  $k$  es la energía cinética por unidad de masa de la velocidad turbulenta fluctuante.

Puesto que la turbulencia está fuertemente influenciada por los remolinos grandes, se espera que  $E(\kappa)$  sea función de la longitud característica de los grandes remolinos,  $l$ , y la velocidad de deformación media,  $S$ , que incrementa la turbulencia mediante la interacción directa del flujo y los remolinos grandes. Además, dado que la turbulencia es siempre disipativa, se espera que  $E(\kappa)$  dependa de  $v$  y  $\varepsilon$ . Por definición, también debe depender de  $\kappa$ . Para turbulencias con un elevado número de Reynolds,  $k$  se puede expresar en términos de  $\varepsilon$  y  $l$  (Taylor, 1935):

$$\varepsilon \sim \frac{k^{3/2}}{l} \Rightarrow k \sim (\varepsilon l)^{2/3} \quad (58)$$

La longitud de escala  $l$  es la longitud de escala en que se basan la mayoría de los modelos de turbulencia, aunque aún no se ha cuantificado. En la mayoría de los análisis de los modelos de turbulencia se asume que hay un amplio rango de escalas, lo que implícitamente supone que  $l$  es muy grande en comparación con la longitud de escala de Kolmogorov ( $l \gg \eta$ ).

Sustituyendo la estimación de  $\varepsilon$  en la longitud de escala de Kolmogorov, queda:

$$\frac{l}{\eta} = \frac{l}{(v^3/\varepsilon)^{1/4}} \sim \frac{l(k^{3/2}/l)^{1/4}}{v^{3/4}} \sim Re_T^{3/4} \quad \text{donde} \quad Re_T^{3/4} = \frac{k^{1/2}l}{v} \quad (59)$$

$Re_T$  es el número de Reynolds turbulento. Por lo tanto, la condición  $l \gg \eta$  se mantiene siempre y cuando se tengan altos números de Reynolds ( $Re_T \gg 1$ ).

La existencia de una gran separación de escalas es la hipótesis fundamental de la teoría del equilibrio universal de Kolmogorov. Es decir, para números de Reynolds muy elevados, existe un rango de tamaños de remolino entre el tamaño más grande y el más pequeño para el cual el proceso en cascada es independiente de la energía contenida en los remolinos (de modo que  $S$  y  $l$  pueden ser ignorados) y de los efectos directos de la viscosidad molecular (por lo que  $v$  puede ser ignorada). De este modo, existe una serie de números de onda en la que la energía transferida por los efectos inerciales es dominante, por lo cual  $E(\kappa)$  depende sólo de  $\varepsilon$  y  $\kappa$ . Por análisis dimensional, se concluye que:

$$E(\kappa) = C_K \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3}; \quad \frac{1}{l} \ll \kappa \ll \frac{1}{\eta} \quad (60)$$

donde  $C_K$  es la constante de Kolmogorov. Puesto que la transferencia inercial de energía es dominante, Kolmogorov identificó este rango de números de onda como el subrango inercial. La existencia del subrango inercial ha sido verificada por muchos experimentos y simulaciones numéricas. La Figura 9 muestra un espectro de energía típico de un flujo turbulento.

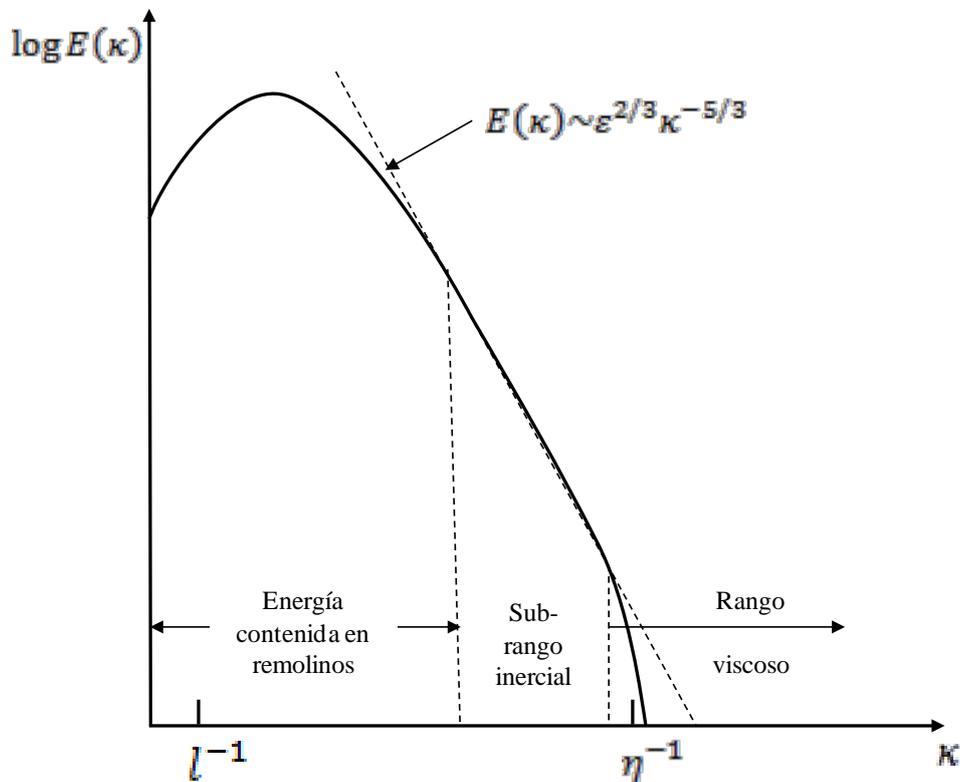


Figura 9. Espectro de energía para un flujo turbulento.

Aunque la ley  $-5/3$  de Kolmogorov apenas se emplea en los modelos de turbulencia convencionales, tiene gran importancia en Simulación Numérica Directa (DNS), Simulación de Gran Remolino (LES), y Simulación de Remolino Independiente (DES). La ley  $-5/3$  de Kolmogorov está tan afianzada que las predicciones teóricas o numéricas son vistas con escepticismo si la misma no puede reproducirse.

#### 4.3.3.1.4. Ecuaciones de Navier-Stokes promediado de Reynolds

Cuando en un fenómeno se presentan tiempos de escala muy superiores a los tiempos de escala de las fluctuaciones turbulentas, se puede considerar que los flujos turbulentos presentan características medias, con una variación temporal adicional de la componente fluctuante. De este modo, cada componente  $\Phi$  puede ser dividida en una componente media  $\bar{\Phi}$ , y una componente variable en el tiempo  $\Phi'$ :

$$\Phi(\vec{x}, t) = \bar{\Phi}(\vec{x}, t) + \Phi'(\vec{x}, t) \quad (61)$$

donde la componente media viene dada por:

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \Phi dt \quad (62)$$

Donde  $\Delta t$  es una escala de tiempo grande en relación con las fluctuaciones turbulentas, pero pequeña en relación con la escala de tiempo empleada para resolver las ecuaciones.

En general, los modelos de turbulencia buscan modificar las ecuaciones de Navier-Stokes no permanentes (transitorias) mediante la introducción de promediados y cantidades fluctuantes, obteniendo las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes promediado de Reynolds (RANS). Estas ecuaciones representan únicamente las cantidades de flujo medias, modelando los efectos de la turbulencia sin necesidad de resolver las fluctuaciones turbulentas. De este modo, son modeladas todas las escalas de los campos de turbulencia.

Sustituyendo las cantidades promediadas en las ecuaciones de Navier-Stokes originales, los resultados de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas de Reynolds se muestran a continuación:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (63)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \overline{u_i' u_j'}) + S_M \quad (64)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho h_{tot}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j h_{tot}) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho \overline{u_j' h} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_i (\tau_{ij} - \rho \overline{u_i' u_j'})] + S_E \end{aligned} \quad (65)$$

siendo  $\tau$  el tensor de esfuerzos viscosos (que incluye las componentes normal y de las tensiones de corte).  $S_M$  y  $S_E$  son los términos fuente de las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía respectivamente.

La ecuación de continuidad no ha sido alterada, pero las ecuaciones de cantidad de movimiento y de energía contienen las tensiones de Reynolds,  $\overline{\rho u_i' u_j'}$ , que son términos de flujo turbulento adicionales al flujo difusivo molecular. Estos términos surgen de los términos convectivos no lineales en las ecuaciones no promediadas, y reflejan el hecho de que el transporte convectivo mejora la mezcla debido a las fluctuaciones de velocidades turbulentas, por encima de los efectos causados por fluctuaciones térmicas a nivel molecular.

La ecuación de la energía contiene un término de flujo turbulento adicional,  $\overline{\rho u_i' h}$ , comparada con la ecuación instantánea. El término  $\frac{\partial}{\partial x_i} [u_j (\tau_{ij} - \overline{\rho u_i' u_j'})]$  hace referencia al trabajo viscoso.

La energía total media del fluido por unidad de masa viene dada por:

$$h_{tot} = h_{stat} + \frac{1}{2} U U + k \quad (66)$$

donde  $h_{stat}$  es la entalpía estática (cantidad de energía que un sistema puede intercambiar con su entorno) y  $U$  es el vector velocidad. La entalpía estática se define en términos de energía interna del fluido y del estado del fluido.

En los modelos de turbulencia que calculan la energía cinética turbulenta,  $k$ , (modelos k-epsilon, k-omega, etc) se incluye el término de la energía cinética turbulenta dado por:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i'^2} \quad (67)$$

Los modelos de turbulencia basados en las ecuaciones RANS son conocidos como Modelos de Turbulencia Estadística, debido a que para obtener las ecuaciones se realizan promediados estadísticos.

La simulación de las ecuaciones RANS reduce considerablemente los esfuerzos computacionales comparados con la Simulación Numérica Directa y son generalmente adoptados en los cálculos prácticos de interés ingenieril. Sin embargo, el procedimiento de promediado introduce incógnitas adicionales denominadas tensiones turbulentas o de Reynolds, que son difíciles de determinar directamente, generando incógnitas adicionales.

Al existir más incógnitas que ecuaciones, se plantea al problema de cierre de la turbulencia. Las tensiones (turbulentas) de Reynolds necesitan ser modeladas mediante ecuaciones adicionales para conocer las cantidades en orden de lograr el cierre. El cierre implica que existe un número suficiente de ecuaciones para todas las incógnitas, incluyendo el tensor de tensiones de Reynolds resultante del procedimiento de promediado. Las ecuaciones usadas para cerrar el sistema definen el tipo de modelo de turbulencia.

Algunas teorías clásicas para lograr el cierre de las ecuaciones son:

- **Viscosidad turbulenta de Boussinesq.** Propone expresar los esfuerzos turbulentos de modo análogo a los viscosos mediante una cierta viscosidad de remolino o turbulenta,  $\mu_t$ :

$$\tau'_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (68)$$

En general  $\mu_t$  no es uniforme para todo el campo fluido, por lo que posteriormente se introdujo la siguiente expresión de la viscosidad turbulenta:

$$\mu_t = C \rho u_m l_m \quad (69)$$

donde  $C$  es una constante que depende del tipo de flujo y  $u_m$  y  $l_m$  son los valores característicos de la escala turbulenta. El transporte turbulento de la propiedad escalar  $\phi$  puede suponerse proporcional a los gradientes medios de la misma propiedad:

$$-\rho \overline{u_i' \phi'} = \Gamma_{t,\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \quad (70)$$

donde  $\Gamma_{t,\phi}$  es la difusividad turbulenta de la propiedad  $\phi$ .

- **Longitud de mezcla de Prandtl.** Define el recorrido medio que hacen las partículas del flujo cuando transportan una determinada cantidad (movimiento, energía...). La velocidad característica o de agitación es:

$$U_m \approx Cl_m \left| \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right| \quad (71)$$

donde  $l_m$  es la longitud de mezcla, quedando:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} \approx \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (72)$$

siendo

$$\mu_t \approx \rho l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (15)$$

La viscosidad turbulenta  $\mu_t$  es una propiedad del flujo, no del fluido, y puede modelarse de distintas formas.

- **Hipótesis de semejanza de von Kármán.** La longitud de mezcla se representa en función de los gradientes locales del campo de velocidades, donde  $y$  es la distancia a la pared:

$$l = \kappa y \quad (73)$$

donde  $\kappa = 0.41$  es la constante de von Kármán, la cual ha sido determinada a partir de datos experimentales (aunque ésta realmente no es constante). Incorporando la suposición anterior, el esfuerzo de Reynolds puede expresarse como

$$\overline{\rho u' v'} \approx \rho \kappa^2 y^2 \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = \rho \kappa^2 y^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (74)$$

Se han desarrollado diferentes modelos basados en las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS), que pueden ser empleados para aproximar los efectos de la turbulencia. Algunos son válidos para aplicaciones muy específicas, mientras que otros pueden aplicarse a varias clases de flujos con un grado razonable de confianza. Los modelos de turbulencia pueden ser en general divididos en dos clases: modelos de viscosidad de remolino y modelos de tensiones de Reynolds.

#### 4.3.3.2. Modelos de turbulencia de viscosidad de remolino

La hipótesis de viscosidad de remolino de Boussinesq en que se basan estos modelos sugiere que la turbulencia se compone de pequeños remolinos que están continuamente formándose y desapareciendo. Supone que las tensiones de Reynolds se pueden relacionar con los gradientes de velocidad media y la viscosidad de remolino (turbulenta) mediante la hipótesis del gradiente de difusión, de manera análoga a la relación entre el tensor de tensiones y la tensión en flujos laminares Newtonianos:

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \quad (75)$$

dónde  $\mu_t$  es la viscosidad de remolino o viscosidad turbulenta, que debe ser modelada y  $\delta$  es la delta de Kronecker.

Análoga a la hipótesis de viscosidad de remolino es la hipótesis de difusividad turbulenta, que establece que los flujos de Reynolds de un escalar se relacionan linealmente con el gradiente escalar medio:

$$-\rho \overline{u_i' \phi'} = \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (76)$$

donde  $\Gamma_t$  es la difusividad de remolino, que se puede escribir como:

$$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (77)$$

donde  $Pr_t = \nu_t / \alpha_t$  es el número de Prandtl turbulento, siendo  $\nu_t$  la viscosidad cinemática turbulenta y  $\alpha_t$  la difusividad térmica turbulenta. Por tanto, la difusividad de remolino se asocia con el número de turbulencia de Prandtl.

Las ecuaciones anteriores pueden expresar fluctuaciones turbulentas en términos de funciones de las variables medias sólo si se conoce la viscosidad turbulenta,  $\mu_t$ . Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones,  $k-\varepsilon$  y  $k-\omega$ , utilizan esta variable.

Con estas hipótesis, las ecuaciones de cantidad de movimiento promedio de Reynolds quedan:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + S_M \quad (78)$$

Donde  $S_M$  es la suma de las fuerzas másicas, y  $\mu_{eff}$  es la viscosidad efectiva definida por:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (79)$$

y  $P'$  es la presión modificada, definida por:

$$P' = P + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (80)$$

El último término en la ecuación (80),  $\frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial U_k}{\partial x_k}$ , tiene en cuenta la divergencia de la velocidad. Este término suele despreciarse, aunque esta simplificación solamente es válida para fluidos incompresibles.

El promedio de Reynolds de la ecuación de la energía se convierte en:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho h_{tot}}{\partial t} - \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j h_{tot}) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} [U_i (\tau_{ij} - \overline{\rho u_i' u_j'})] + S_E \end{aligned} \quad (81)$$

Aunque la transformación del término de difusión molecular puede ser inexacta si la energía depende de otras variables como la temperatura, el término de difusión turbulenta es correcto, sin perjuicio de la hipótesis de la difusividad de remolino.

Además, como la difusión turbulenta es generalmente mucho mayor que la difusión molecular, los pequeños errores en el segundo puede ser despreciables.

Del mismo modo, el promedio de Reynolds de las ecuación de transporte para las variables adicionales se convierte en:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \Gamma_\phi + \frac{\mu_t}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right] + S_\phi \quad (82)$$

Los modelos de viscosidad de remolino se distinguen por la forma en que se determina la viscosidad de remolino y la difusividad de remolino.

#### 4.3.3.2.1. Modelos de turbulencia de dos ecuaciones

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones son muy utilizados debido a que ofrecen un buen compromiso entre el esfuerzo computacional y la precisión numérica, en los cuales tanto la velocidad como la longitud de escala son resueltos usando ecuaciones de transporte independientes, una para la energía cinética turbulenta,  $k$ , y otra para tasa de disipación de la energía cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , o para la frecuencia turbulenta o ritmo de de disipación específico de  $k$ ,  $\omega$  (de ahí la denominación de los modelos  $k-\varepsilon$  y  $k-\omega$  y el término *dos ecuaciones*).

Los modelos de dos ecuaciones  $k-\varepsilon$  y  $k-\omega$  usan la hipótesis del gradiente de difusión para relacionar las tensiones de Reynolds con los gradientes de la velocidad media y la viscosidad turbulenta. La viscosidad turbulenta se obtiene como producto de la velocidad turbulenta y la longitud de escala turbulenta.

En estos modelos, la longitud de escala de la velocidad turbulenta se calcula mediante la energía cinética turbulenta, que se obtiene a partir de la solución de sus ecuaciones de transporte. La longitud de escala turbulenta se estima mediante dos propiedades del campo de turbulencias (generalmente la energía cinética turbulenta y su ratio de disipación). El ratio de disipación de la energía cinética turbulenta se obtiene a partir de la solución de sus ecuaciones de transporte.

Estos modelos consideran el concepto de energía cinética turbulenta. Se supone que la energía cinética total instantánea  $E_c(t)$  de un flujo turbulento se obtienen como:

$$E_c(t) = E_c + k \quad (83)$$

siendo  $E_c$  la energía cinética correspondiente al movimiento medio,

$$E_c(t) = \frac{1}{2} (U^2 + V^2 + W^2) \quad (84)$$

y  $k$  la correspondiente al movimiento turbulento.

$$E_c(t) = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (85)$$

#### 4.3.3.2.2. El modelo $k-\varepsilon$

El modelo  $k-\varepsilon$  ( $k$ -épsilon) (Harlow y Nakayama, 1968; Launder y Sharma, 1974) se considera el modelo estándar en la industria, siendo uno de los modelos más empleados en los códigos de *CFD*. Ha demostrado ser estable, numéricamente robusto y presentar buena capacidad de predicción. Para simulaciones de uso general, ofrece un buen compromiso en términos de precisión y robustez.

Aunque los modelos estándar de dos ecuaciones, como el modelo  $k-\varepsilon$ , proporcionan buenas predicciones para muchos los flujos de interés ingenieril, hay aplicaciones para las que estos modelos no son adecuados. Entre ellas se encuentran:

- Flujos con separación de capa límite.
- Flujos con cambios repentinos en la velocidad media de deformación.
- Flujo de fluidos en rotación.
- Flujos sobre superficies curvas.

Los fundamentos teóricos del modelo  $k-\varepsilon$  son:

- $k$  es la energía cinética turbulenta, definida como la varianza de las fluctuaciones de la velocidad. Tiene dimensiones de  $(L^2T^{-2})$ .
- $\varepsilon$  es la disipación de remolino turbulenta (el ratio a partir del cual las fluctuaciones de la velocidad se disipan), y tiene dimensiones de  $k$  por unidad de tiempo  $(L^2T^{-3})$ .

El modelo  $k-\varepsilon$  introduce dos nuevas variables en el sistema de ecuaciones, por lo que la ecuación de continuidad queda:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (86)$$

y la ecuación de cantidad de movimiento queda

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + S_M \quad (87)$$

donde  $S_M$  es la suma de las fuerzas másicas,  $\mu_{eff}$  es la viscosidad efectiva debida a la turbulencia, y  $P'$  es la presión modificada, definida en la ecuación (80).

El modelo  $k$ - $\varepsilon$  está basado en el concepto de la viscosidad de remolino, de modo que:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (88)$$

donde  $\mu_t$  es la viscosidad turbulenta. El modelo  $k$ - $\varepsilon$  asume que la viscosidad turbulenta está relacionada con la energía cinética turbulenta y la disipación mediante la relación:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (89)$$

donde  $C_\mu$  es una constante.

Los valores de  $k$  y  $\varepsilon$  vienen de las ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta y el ratio de disipación turbulenta:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon + P_{kb} \quad (90)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \varepsilon + C_{1\varepsilon} P_{\varepsilon b}) \quad (91)$$

donde  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$ ,  $\sigma_k$  y  $\sigma_\varepsilon$  son constantes (0.09, 1.44, 1.92, 1.0 y 1.3 respectivamente).

$P_k$  es la producción turbulenta debido a fuerzas viscosas, que es modelada usando:

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \left( 3\mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \rho k \right) \quad (92)$$

El significado físico de las expresiones de  $k$  y  $\varepsilon$  se puede resumir en el siguiente balance:

$$\begin{aligned} & \left[ \text{Velocidad de cambio de } k/\varepsilon \right] + \left[ \text{Transporte de } k/\varepsilon \text{ por convección} \right] \\ & = \left[ \text{Transporte de } k/\varepsilon \text{ por difusión} \right] + \left[ \text{Producción de } k/\varepsilon \right] - \left[ \text{Destrucción de } k/\varepsilon \right] \end{aligned} \quad (93)$$

Para flujos incompresibles, el término  $\partial U_k / \partial x_k$  es pequeño y el segundo término en el lado derecho de la ecuación anterior no contribuye significativamente a la producción.

Para flujos compresibles,  $\partial U_k / \partial x_k$  sólo es grande en regiones con gran divergencia de la velocidad, como en un choque.

El término  $3\mu_t$  en la ecuación anterior se basa en la hipótesis de "tensiones congeladas" (ANSYS CFX, 2010). Esto evita que los valores de  $k$  y  $\varepsilon$  puedan llegar a ser muy grandes en un choque, cuya situación es progresivamente peor conforme la malla se refina en el choque. El parámetro de Producción Compresible puede usarse para configurar el valor del factor asociado a  $\mu_t$ , siendo el valor por defecto de 3.

En orden de evitar el aumento de la energía turbulenta cinética en las regiones de estancamiento, se pueden emplear límites de producción.

$P_{kb}$  y  $P_{\varepsilon b}$  representan la influencia de las fuerzas de gravedad. Si se emplea un modelo completo de gravedad, el término de producción gravitatorio  $P_{kb}$  se modela como:

$$P_{kb} = -\frac{\mu_t}{\rho\sigma_\rho} g_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (94)$$

y si se emplea el modelo de gravedad de Boussinesq:

$$P_{kb} = \frac{\mu_t}{\rho\sigma_\rho} \rho\beta g_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (95)$$

$P_{\varepsilon b}$  se asume proporcional a  $P_{kb}$ , debiendo ser positivo. De este modo:

$$P_{\varepsilon b} = C_3 \cdot \max(0, P_{kb}) \quad (96)$$

Las constantes por defecto del modelo vienen dadas por:

- Número de turbulencia de Schmidt  $\sigma_\rho$ :  
 $\sigma_\rho = 0.9$  para gravedad de Boussinesq  
 $\sigma_\rho = 1$  para modelo de gravedad completo
- Coeficiente de disipación,  $C_3=1$

Para modelos de turbulencia basados en *omega*, el término de turbulencia por gravedad para la ecuación  $\omega$  se obtiene de  $P_{kb}$  y  $P_{\varepsilon b}$  de acuerdo a la transformación  $\varepsilon = \beta' \omega k$ .

#### 4.3.3.2.3. El modelo RNG $k-\varepsilon$

El modelo *RNG* (*Re-Normalisation Group*)  $k-\varepsilon$  (Yakhot y Orszag, 1986; Orszag et al., 1993) es una alternativa al modelo estándar  $k-\varepsilon$ , que ofrece una pequeña mejora respecto a éste. Se basa en un análisis grupal renormalizado de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Para cuestiones prácticas, Ho et al. (2006) consideran que este modelo de turbulencia puede considerarse como el estándar para turbulencia hidráulica, aunque es necesario realizar la validación frente a prototipos.

Las ecuaciones de transporte para la generación de turbulencia y disipación son las mismas que las empleadas por el modelo  $k-\varepsilon$  estándar, pero las constantes del modelo difieren, y la constante  $C_{1\varepsilon}$  es reemplazada por la función  $C_{1\varepsilon RNG}$ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{kRNG}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon + P_{kb} \quad (97)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon RNG}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ &+ \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon RNG} P_k - C_{2\varepsilon RNG} \rho \varepsilon + C_{1\varepsilon RNG} P_{\varepsilon b}) \end{aligned} \quad (98)$$

donde

$$C_{1\varepsilon RNG} = 1.42 - f_\eta \quad (99)$$

y

$$f_\eta = \frac{\eta \left( 1 - \frac{\eta}{4.38} \right)}{(1 + \beta_{RNG} \eta^3)} \quad (100)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{P_k}{\rho C_{\mu RNG} \varepsilon}} \quad (101)$$

siendo  $C_{\mu RNG}$ ,  $C_{2\varepsilon RNG}$ ,  $\sigma_{kRNG}$ ,  $\sigma_{\varepsilon RNG}$  y  $\beta_{RNG}$  constantes (0.085, 1.68, 0.7179, 0.7179 y 0.012 respectivamente).

#### 4.3.3.2.4. Modelos basados en $k-\omega$

En general, los modelos de turbulencia basados en  $k-\varepsilon$  predicen el comienzo de la separación demasiado tarde y subestiman la cantidad separada bajo condiciones de gradientes de presión adversos. Se han desarrollado diferentes modelos para resolver este problema, que obtienen una predicción mucho más precisa. En la actualidad, los modelos de dos ecuaciones más destacados en este área son los modelos basados en  $k-\omega$  de Menter (1994).

Una de las ventajas de la formulación del modelo  $k-\omega$  es el tratamiento de las paredes próximas para el cálculo con números de Reynolds bajos. El modelo no implica las complejas funciones no lineales de amortiguación requeridas para el modelo  $k-\varepsilon$  y es sin embargo más preciso y más robusto. Con números de Reynolds bajos el modelo  $k-\varepsilon$  puede requerir una resolución cerca de la paredes de  $y^+ < 0.2$ , mientras que el modelo  $k-\omega$  puede requerir al menos  $y^+ < 2$ , donde  $y^+$  es la variable adimensional del eje coordenado  $y$ , que se obtiene como:

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y_P}{\mu} \quad (102)$$

donde  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$  es la velocidad de fricción,  $\tau_w$  es el esfuerzo cortante en la pared,  $y_P$  es la distancia del punto  $P$  a la pared más próxima,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $\mu$  es la viscosidad en el punto  $P$ .

$y^+ < 2$  no puede ser garantizado en muchas aplicaciones, por lo que se desarrolló un nuevo tratamiento de pared para los modelos  $k-\omega$ . Esto permite un cambio suave de la formulación de números de Reynolds bajos a una formulación de función de pared.

El modelo  $k-\omega$  asume que la viscosidad turbulenta está relacionada con la energía cinética turbulenta y la frecuencia turbulenta mediante la relación:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (103)$$

La convergencia del modelo  $k-\omega$  es similar a la del modelo  $k-\varepsilon$ . Puesto que los modelos zonales de  $k-\omega$  (*BSL* y *SST*) incluyen funciones de mezcla en la región cercana a la pared que dependen de la distancia a la pared, en las primeras iteraciones de las simulaciones se resuelve una ecuación adicional para calcular la distancia a la pared.

#### 4.3.3.2.5. El modelo $k$ - $\omega$ de Wilcox

Este modelo resuelve dos ecuaciones de transporte, una para la energía cinética turbulenta,  $k$ , y otra para la frecuencia turbulenta,  $\omega$ . El tensor de tensiones se calcula mediante el concepto de viscosidad de remolino. De este modo, la ecuación  $k$  es:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega + P_{kb} \quad (104)$$

y la ecuación  $\omega$  es:

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + P_{\omega b} \quad (105)$$

Las constantes del modelo son:

$$\begin{aligned} \beta' &= 0.09 \\ \alpha &= 5/9 \\ \beta &= 0.075 \\ \sigma_k &= 2 \\ \sigma_\omega &= 2 \end{aligned} \quad (106)$$

Las variables independientes, la densidad  $\rho$  y el vector velocidad  $U$  son tratados como cantidades conocidas.  $P_k$  es el ratio de producción de turbulencia, que se obtiene como en la ecuación (92) del modelo  $k$ - $\varepsilon$ .

El tensor de tensiones de Reynolds,  $\overline{\rho u_i' u_j'}$ , se calcula como:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \quad (107)$$

Los términos de turbulencia debido a la gravedad para la ecuación  $\omega$  son obtenidos de  $P_{kb}$  y  $P_{\varepsilon b}$  de acuerdo a la transformación  $P_{kb}$  (ecuaciones (94) y (95)).

El término de gravedad adicional en la ecuación  $\omega$  queda:

$$P_{\omega b} = \frac{\omega}{k} \left( (\alpha + 1) C_3 \max(P_{kb}, 0) - P_{kb} \right) \quad (108)$$

#### 4.3.3.2.6. El modelo $k$ - $\omega$ Baseline (BSL)

El principal problema del modelo  $k$ - $\omega$  de Wilcox es su fuerte sensibilidad a las condiciones de lámina libre. Dependiendo del valor especificado a la entrada para  $\omega$ , puede obtenerse una variación significativa en los resultados del modelo, lo que es indeseable.

Menter (1994) desarrolló un modelo de turbulencia que se comporta como una mezcla entre el modelo  $k$ - $\omega$  cerca de la superficie y el modelo  $k$ - $\varepsilon$  en las otras regiones. Consiste en una transformación del modelo  $k$ - $\varepsilon$  a la formulación  $k$ - $\omega$  y en su posterior sustitución en las ecuaciones correspondientes.

De este modo, el modelo de Wilcox queda multiplicado por una función de mezcla  $F_1$  y el modelo  $k$ - $\varepsilon$  es transformado por una función  $1-F_1$ , donde  $F_1$  es igual a uno cerca de las superficies y decrece hasta cero fuera de la capa límite (que es función de la distancia a la pared). Por lo tanto, en el contorno de la capa límite y fuera de ella se emplea el modelo  $k$ - $\varepsilon$  estándar.

Modelo de Wilcox:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (109)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \rho \omega^2 \quad (110)$$

Modelo  $k$ - $\varepsilon$  transformado:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (111)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \omega) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_2 \frac{\omega}{\kappa} P_k - \beta_2 \rho \omega^2 \end{aligned} \quad (112)$$

Incluyendo los efectos de la gravedad, el modelo BSL queda:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega + P_{kb} \quad (113)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \omega) \\
& = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{\kappa} P_k \\
& \quad - \beta_3 \rho \omega^2 + P_{\omega b}
\end{aligned} \quad (114)$$

El coeficiente  $\alpha$  en el término de producción gravitacional  $P_{\omega b}$  en la ecuación (108) se reemplaza también por el nuevo coeficiente  $\alpha_3$ .

Los coeficientes del nuevo modelo son una combinación lineal de los coeficientes correspondientes a los modelos fundamentales:

$$\Phi_3 = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (115)$$

La función de mezcla es crítica para el éxito del método. Su formulación está basada en la distancia a la superficie más cercana y en las variables del flujo:

$$F_1 = \tanh \left[ \left[ \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{CD_{k\omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right) \right]^4 \right] \quad (116)$$

donde  $y$  es la distancia a la superficie más cercana,  $\nu$  es la viscosidad cinemática y:

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1.0 \times 10^{-10} \right) \quad (117)$$

Los valores de los coeficientes son:

$$\begin{aligned}
\beta' &= 0.09 \\
\alpha_1 &= 5/9 \\
\beta_1 &= 0.075 \\
\sigma_{k1} &= 2 \\
\alpha_2 &= 0.44 \\
\beta_2 &= 0.0828
\end{aligned} \quad (118)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{k2} &= 1 \\ \sigma_{\omega 2} &= 1/0.856\end{aligned}\tag{119}$$

#### 4.3.3.2.7. El modelo Shear Stress Transport (SST)

El modelo de transporte de tensiones de corte turbulentas (SST) basado en  $k-\omega$  fue diseñado para dar una elevada precisión del inicio y de la cantidad de flujo separado bajo gradientes de presión adversos, mediante la inclusión de los efectos de transporte en la formulación de la viscosidad de remolinos. Esto se traduce en la mejora la predicciones de la separación del flujo. El rendimiento superior de este modelo ha sido demostrado en un gran número de estudios de validación (Bardina et al, 1997).

El modelo SST fue desarrollado para superar las deficiencias de los modelos  $k-\omega$  y BSL  $k-\omega$ . El modelo BSL combina las ventajas de los modelos de Wilcox y  $k-\varepsilon$ , pero continúa fallando en la adecuada predicción del inicio y la cantidad de separación de flujo en superficies lisas (Menter, 1994). La principal razón es que ambos modelos no se consideran en el transporte del tensor de tensiones turbulentas, lo que da como resultado una sobreestimación de la viscosidad de remolino. El comportamiento adecuado del transporte puede ser obtenido mediante la limitación de la viscosidad de remolino:

$$v_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}\tag{120}$$

donde

$$v_t = \frac{\mu_t}{\rho}\tag{121}$$

$S$  es un invariante que mide la velocidad de deformación.  $F_2$  es una función de mezcla similar a  $F_1$ , que restringe la zona de influencia de la capa límite, puesto que la hipótesis básica no es correcta para los flujos de corte libre:

$$F_2 = \tanh \left[ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right]\tag{122}$$

El modelo *SST* se recomienda para las simulaciones de alta precisión de la capa límite. Para beneficiarse de sus ventajas, es necesario tener una resolución de la capa límite de más de 10 puntos.

Las ecuaciones de transporte se calculan como:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega + P_{kb} \quad (123)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \omega) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k \\ - \beta_3 \rho \omega^2 + P_{\omega b} \end{aligned} \quad (124)$$

donde  $F_1$  y  $F_2$  son las funciones de mezcla y  $\beta' = 0.09$ . Los coeficientes se obtienen como combinación lineal:

$$\Phi_3 = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (125)$$

con  $\alpha_1 = 5/9$ ,  $\beta_1 = 0.075$ ,  $\sigma_{k1} = 2$ ,  $\sigma_{\omega 1} = 2$ ,  $\alpha_2 = 0.44$ ,  $\beta_2 = 0.0828$ ,  $\sigma_{k2} = 1$ ,  $\sigma_{\omega 2} = 1/0.856$ .

Para flujos de corte libre, la formulación del modelo de *SST* es idéntica a la del modelo *k-ε*.

#### 4.3.3.3. Modelos de turbulencia de tensiones de Reynolds

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones (modelos basados en *k-ε* y *k-ω*) obtienen buenas predicciones de las características y los fenómenos físicos de muchos flujos de interés. Sin embargo, en flujos donde el transporte turbulento o los efectos de la anisotropía son importantes, la hipótesis de viscosidad de remolino deja de ser válida y los resultados de los modelos de viscosidad de remolino pueden ser inexactos.

Frente a los modelos de viscosidad de remolino, los modelos de tensiones de Reynolds (Reynolds Stress Models, *RSM*) o de cierre de segundo orden (Second Moment Closure, *SMC*) reproducen los efectos de la curvatura de las líneas de corriente, cambios bruscos en la velocidad de deformación, flujos secundarios o efectos gravitacionales. Según ANSYS (2010), se debe considerar usar modelos de tensiones de Reynolds en los

siguientes casos donde han demostrado mayor precisión que los modelos de viscosidad de remolino:

- Flujos de lámina libre con fuerte anisotropía, como por ejemplo una fuerte componente de remolino (vórtices).
- Flujos con cambios bruscos en la velocidad de deformación media.
- Flujos cuyos campos de deformación son complejos, y reproducen la naturaleza anisotrópica de la turbulencia en sí.
- Flujos con fuerte curvatura de las líneas de corriente.
- Flujos secundarios.
- Flujos generados por efectos de la gravedad.

Los modelos de tensiones de Reynolds están basados en las ecuaciones de transporte de todas las componentes del tensor de tensiones de Reynolds y la tasa de disipación. No usan la hipótesis de viscosidad de remolino, sino que resuelven cada una de las componentes de las tensiones de Reynolds individuales. Se caracterizan por un mayor grado de universalidad.

El inconveniente para esta flexibilidad es un alto grado de complejidad en el sistema de ecuaciones a resolver. El aumento del número de ecuaciones de transporte lleva asociado una reducción de la robustez numérica, requiriendo mayores esfuerzos computacionales, impidiendo a veces su uso en flujos complejos.

Teóricamente, la resolución de las tensiones anisotrópicas hace que los modelos de tensiones de Reynolds sean más adecuados para flujos complejos. Sin embargo, los resultados demuestran que en ocasiones no son superiores a los modelos de dos ecuaciones. Un ejemplo de esto es la delimitación de la capa límite de una pared, donde a pesar de su mayor grado de universalidad teórico, los modelos de tensión de Reynolds a menudo resultan inferiores a los modelos de dos ecuaciones (ANSYS, 2010).

Los modelos de tensiones de Reynolds algebraicos resuelven las ecuaciones algebraicas de las tensiones de Reynolds, mientras que los modelos de tensiones de Reynolds diferenciales resuelven las ecuaciones de transporte diferenciales individualmente para cada componente del tensor de Reynolds.

Las ecuaciones de cantidad de movimiento con promediado de Reynolds para la velocidad media son:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] = - \frac{\partial p''}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \overline{u_i' u_j'}) + S_{M_i} \quad (126)$$

donde  $p''$  es la presión modificada,  $S_{M_i}$  es la suma de las fuerzas másicas, y  $\overline{\rho u_i' u_j'}$  es la contribución de las tensiones de Reynolds fluctuantes.

A diferencia de los modelos de viscosidad de remolino, la presión modificada no tiene la contribución de la turbulencia, estando relacionada con la presión estática (termodinámica) por:

$$p' = p + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (127)$$

En el modelo de tensiones diferencial,  $\overline{\rho u_i' u_j'}$  satisface la ecuación del transporte. De este modo, se resuelve una ecuación de transporte individual para cada una de las seis componentes de las tensiones de Reynolds  $\overline{\rho u_i' u_j'}$ . La ecuación diferencial del transporte de tensiones de Reynolds es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho u_i' u_j'}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \overline{\rho u_i' u_j'}) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{2}{3} C_S \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} \right) \\ = P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon + \Phi_{ij} + P_{ij,b} \end{aligned} \quad (128)$$

donde  $P_{ij}$  y  $P_{ij,b}$  son los términos de producción de turbulencia de corte y gravitacional de las tensiones de Reynolds respectivamente,  $\Phi_{ij}$  es el tensor de presión-deformación y  $C_S$  es una constante.

Los términos de turbulencia gravitacionales  $P_{ij,b}$  también se tienen en cuenta en la contribución gravitacional en el término de presión y son controlados de modo análogo a como ocurre en los modelos  $k-\varepsilon$  y  $k-\omega$ .

#### 4.3.3.3.1. Modelos de tensiones de Reynolds basados en omega

Existen modelos de tensiones de Reynolds basados en la ecuación  $\varepsilon$ , aunque presentan algunas deficiencias para la simulación de la capa límite, como es la precisión de la predicción de la separación del flujo. Por otra parte, las formulaciones para bajos números de Reynolds de la ecuación  $\varepsilon$  suelen ser complejas y difíciles de integrar, complicándose aun más cuando se combina con la formulación de un modelo de tensiones de Reynolds.

Los modelos de turbulencia de tensiones de Reynolds basados en la ecuación  $\omega$  permiten un tratamiento más preciso cerca de la pared. De este modo, incluyen el

tratamiento automático de pared desarrollado para los modelos basados en  $k-\omega$  ( $k-\omega$ ,  $BSL$  y  $SST$ ).

A continuación se comentan dos modelos de tensiones de Reynolds basados en  $\omega$  ( $SMC-\omega$ ): el modelo de Tensiones de Reynolds Omega y el modelo de Tensiones de Reynolds Base ( $BSL$ ). Los dos modelos se relacionan entre sí de la misma manera que los modelos de dos ecuaciones  $k-\omega$  y  $BSL$ .

Puesto que la sensibilidad del modelo estándar  $k-\omega$  se transfiere a los modelos de tensiones de Reynolds, el modelo de tensiones de Reynolds  $BSL$ , que fue desarrollado basándose en la ecuación  $\omega$  utilizando el modelo  $BSL$ , es preferible sobre el modelo de tensiones de Reynolds Omega (ANSYS, 2010).

Las ecuaciones para las tensiones de Reynolds pueden ser escritas como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho u_i' u_j'}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \overline{\rho u_i' u_j'}) \\ = P_{ij} - \frac{2}{3} \beta' \rho \omega k \delta_{ij} + \Phi_{ij} + P_{ij,b} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} \right) \end{aligned} \quad (129)$$

La producción debida a la gravedad es modelada del mismo modo que en las ecuaciones (95) y (96). El valor por defecto de  $\sigma_\rho$  es 0.9 para el modelo gravitacional de Boussinesq y 1.0 para el modelo gravitacional completo basado en diferencias de densidad.

### El Modelo de Tensiones de Reynolds Omega

El modelo de Tensiones de Reynolds Omega usa la siguiente ecuación para  $\omega$ :

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \rho \omega) = \alpha \rho \frac{\omega}{k} P_k + P_{\omega b} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right] \quad (130)$$

Los coeficientes son:

$$\begin{aligned} \sigma^* &= 2 \\ \sigma &= 2 \\ \beta &= 0.075 \\ \alpha &= \frac{\beta}{\beta'} - \frac{k^2}{\sigma(\beta')^{0.5}} = \frac{5}{9} \end{aligned} \quad (131)$$

### El Modelo de Tensiones de Reynolds BSL

Este modelo emplea la siguiente ecuación para  $\omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(U_k\rho\omega) \\ = \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k + P_{\omega b} - \beta_3 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right] \\ + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_2 \omega} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (132)$$

Los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  de la ecuación  $\omega$ , junto a los números de turbulencia de Prandtl  $\sigma^*$  y  $\sigma$ , son obtenidos a partir de los valores de las dos constantes de transformación correspondientes a las constantes del modelo basado en  $\omega$  y a las constantes del modelo basado en  $\varepsilon$ , transformadas a la formulación  $\omega$ :

- Configuración 1 (zona *SMC- $\omega$* ):

$$\begin{aligned} \sigma_1^* &= 2 \\ \sigma_1 &= 2 \\ \beta_1 &= 0.075 \\ \alpha_1 &= \frac{\beta}{\beta'} - \frac{\kappa^2}{\sigma(\beta')^{0.5}} = 0.553 \end{aligned} \quad (133)$$

El valor de  $\beta$  corresponde al modelo  $k-\omega$ . La constante  $\kappa$  de von Kármán tiene un valor aproximado de 0.41.

- Configuración 2 (zona *SMC- $\varepsilon$* ):

$$\begin{aligned} \sigma_2^* &= 1.0 \\ \sigma_2 &= 0.856 \\ \beta_2 &= 0.0828 \\ \alpha_2 &= \frac{\beta}{\beta'} - \frac{\kappa^2}{\sigma(\beta')^{0.5}} = 0.44 \end{aligned} \quad (134)$$

La combinación de los coeficientes se realiza por interpolación lineal suave con la misma función de peso  $F_1$  que se emplea en el término de difusión transversal de la ecuación  $\omega$  del modelo BSL (ecuación (125)).

### Correlación presión-tensión

La relación constitutiva para la correlación presión-tensión viene dada por:

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = \beta'^{c_1} \rho \omega \left( -\overline{u_i' u_j'} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) - \hat{\alpha} \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) - \hat{\beta} \left( D_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \\ - \hat{\gamma} \rho \kappa \left( S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (135)$$

donde el tensor de producción de las tensiones de Reynolds viene dado por:

$$P_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_k'} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{\rho u_j' u_k'} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}; \quad P = 0.5 P_{kk} \quad (136)$$

El tensor  $D_{ij}$ , participante en la ecuación (135) del modelo presión-tensión, difiere del tensor de producción en los índices del producto escalar:

$$D_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_k'} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j' u_k'} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \quad (137)$$

La viscosidad turbulenta en los términos de difusión del balance de las ecuaciones (131) y (132) se calcula de la misma manera que en el modelo  $k-\omega$  de Wilcox:

$$\mu_T = \rho \frac{k}{\omega} \quad (138)$$

Los coeficientes del modelo son:

$$\begin{aligned} \beta' &= 0.09 \\ \hat{\alpha} &= (8 + C_2)/11 \\ \hat{\beta} &= (8C_2 - 2)/11 \\ \hat{\gamma} &= (60C_2 - 4)/55 \\ C_1 &= 1.8 \\ C_2 &= 0.52 \end{aligned} \quad (139)$$

#### 4.3.4. Casos de estudio documentados

Se ha realizado una extensa revisión bibliográfica de casos de estudio documentados en ingeniería hidráulica de presas. Debido a que el uso de la metodología CFD en aplicaciones a aliviaderos es relativamente reciente, existen escasas referencias de estudios de aliviaderos de vertido libre bien documentados. Por este motivo, y con el fin de conocer el adecuado ajuste de la metodología en general, se han abarcado diversas tipologías de aliviaderos de presas.

A continuación se comentan los resultados obtenidos con distintos programas de CFD en el campo de la hidráulica de presas. Los mismos se centran en el estudio de caudales de descarga, lámina libre, velocidades y presiones, obtenidos con paquetes informáticos comerciales de diferencias finitas (FLOW-3D) y de volúmenes finitos (ANSYS CFX y FLUENT).

##### 4.3.4.1. Validación de los modelos numéricos en aliviaderos

Debido a la complejidad de fenómenos que se producen en un aliviadero (flujo bifásico, alta turbulencia, pérdida de energía, etc.), gran variedad de tipologías y singularidad de las construcciones, la validación de los modelos resulta extremadamente importante para conocer el comportamiento real del flujo.

Cuando se habla de estudios con CFD, el Instituto Americano de Aeronáutica y Astronáutica (AIAA, 1998) define “modelo” (*model*) como una representación de un sistema físico o proceso destinado a mejorar nuestra habilidad para mejorar, predecir o controlar su comportamiento. El término “modelación” (*modeling*) se refiere al proceso de construcción o modificación de un modelo, mientras que “simulación” (*simulation*) es el uso del modelo (un modelo se usa en una simulación).

Asimismo, define un “modelo matemático” o “modelo conceptual” (*mathematical model* o *conceptual model*) como toda la información, datos para la modelación matemática y ecuaciones matemáticas que describen el sistema físico o proceso de interés (se obtiene por el análisis y observación del sistema físico), mientras que un “modelo de ordenador” o “modelo informatizado” (*computer model* o *computerized model*) es un código que implementa un modelo matemático o conceptual.

“Verificación” (*verification*) es el proceso de determinar que la implementación de un modelo representa la descripción conceptual desarrollada y la solución del modelo. “Validación” (*validation*) es el proceso de determinar el grado en que un modelo es una representación precisa del mundo real desde la perspectiva del uso previsto del modelo.

La Figura 10 muestra la interrelación entre mundo real, modelo matemático o conceptual y modelo de ordenador.

Por tanto, un proceso de validación apropiado consiste en comparar los resultados calculados con aquellos tomados del sistema real bajo condiciones análogas de flujo. Desafortunadamente, es difícil encontrar estudios completos de mediciones en aliviaderos debido a los elevados costes involucrados y a que los eventos extremos son poco frecuentes. En la práctica, son escasa las veces en que es posible medir cuantitativamente el comportamiento hidráulico, existiendo sólo observaciones cualitativas a partir de videos y fotografías, lo que dificulta la validación apropiada.

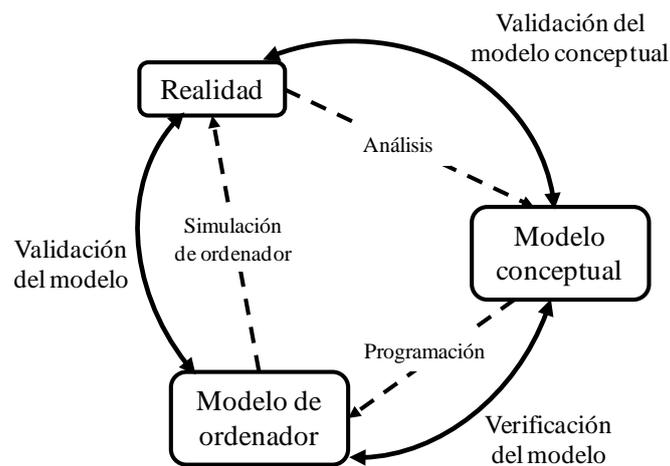


Figura 10. Interrelación entre el mundo real, un modelo matemático y un modelo informatizado.

El rendimiento de los aliviaderos se suele estudiar mediante modelos físicos. Sin embargo, debido a que los modelos físicos son también una representación aproximada del mundo real, existen también muchos de los problemas que sufren los modelos numéricos. En este sentido, la habitual validación práctica de modelos de aliviaderos puede ser sólo considerada como “pseudo-validación” debido a la falta de mediciones en sistemas reales (Ho y Riddette, 2010).

En muchas de las validaciones, se emplean resultados obtenidos en modelos físicos o gráficos de diseño publicados como los del US Army Corp of Engineers (USACE) y del United Stated Bureau of Reclamation (USBR). La información obtenida en estos gráficos de diseño se basaba en modelos físicos limitados a un determinado tipo de cresta de vertedero y unas condiciones particulares de aproximación, por lo que sólo pueden proporcionar una grosera validación para formas de cresta no estándar o condiciones de aproximación inusuales.

#### 4.3.4.2. Descarga y lámina libre

Savage y Johnson (2001) realizaron simulaciones bidimensionales de un aliviadero hidrodinámico con diferentes cargas de agua, empleando el programa FLOW-3D, y usando el modelo de turbulencia *RNG*. Las comparaciones frente al modelo físico arrojaron errores en la descarga inferiores al -1 % cuando  $H_e/H_d$  (carga total sobre el vertedero/carga de diseño del perfil hidrodinámico del vertedero) es mayor de 0.7, aumentando hasta -6 % cuando  $H_e/H_d$  es mayor de 0.2. Los resultados extrapolados del gráfico de USACE fueron similares a los del modelo numérico pero con una ligera menor precisión, mientras que los obtenidos de los resultados del USBR mostraban la mayor desviación frente al modelo físico, debido a que la cresta del USBR es ligeramente diferente. Los máximos errores relativos se obtuvieron para  $H_e/H_d = 0.07$ , donde el modelo numérico calculó una variación del 12%, mientras que el USACE y el USBR tienen variaciones del 22%.

Bouhadji (2002) simuló con ANSYS CFX y el modelo de turbulencia *SST* la lámina libre y las presiones sobre la cresta de un aliviadero hidrodinámico con diferentes cargas ( $H_e/H_d = 0.50; 1.00; 1.33$ ). Los resultados fueron muy similares a los resultados del USACE.

Ho et al. (2003) emplearon FLOW-3D para el estudio de aliviaderos en simulaciones bidimensionales y las compararon con fórmulas empíricas simplificadas. Aunque los perfiles de lámina libre en la cresta del aliviadero fueron muy similares, las simulaciones tendieron a sobreestimar la descarga entre un 17 % cuando  $H_e/H_d = 1.33$  y un 10 % cuando  $H_e/H_d = 0.50$ . Posteriores estudios achacan las diferencias a haber realizado las simulaciones considerando flujo laminar y no viscoso.

Ho et al. (2003) posteriormente estudiaron un aliviadero tipo con pilas obteniendo diferencias respecto a las ecuaciones empíricas del USACE entre  $\pm 1.7$  % cuando  $H_e/H_d = 1.33$  y  $\pm 3.9$  % cuando  $H_e/H_d = 0.50$ . En la aplicación a la presa Búfalo (Victoria, Estados Unidos), las diferencias fueron de hasta un 3 % respecto a las predicciones del USACE usando el modelo de turbulencia *k-ε*.

Sarker y Rhodes (2004) simularon con FLUENT la lámina libre sobre un vertedero de pared gruesa, usando el modelo de turbulencia *k-ε*. Los resultados reprodujeron la tendencia observada en laboratorio a elevarse la lámina libre cerca de las paredes y a disminuir en la zona central de la sección transversal. Las máximas diferencias en el calado medio de la sección sobre el vertedero fueron de 1.5 mm (7.1%), mientras que aguas arriba del mismo fueron de 0.3 mm (0.32%).

Edwards (2006) estudió el coeficiente de descarga,  $C_d$ , usando dos códigos CFD (ANSYS CFX y FLOW-3D). La Figura 11 muestra que ambos códigos obtuvieron resultados de  $C_d$  similares a los experimentos de Maynard (1985) para el rango de

cargas de agua analizado. Los resultados numéricos tendían a sobreestimar la descarga en comparación con los datos del modelo físico.

Johnson y Savage (2006) y Savage et al. (2009) realizaron simulaciones de tres tipos de aliviaderos, considerando diferentes condiciones aguas abajo, obteniendo un error máximo en la descarga del 3.2 % respecto al caudal de los modelos físicos. Las simulaciones se realizaron con FLOW-3D empleando el modelo de turbulencia *RNG*.

Fuamba et al. (2006) realizaron la simulación tridimensional de la presa de Robert Bourassa, en Quebec (Canadá). Las diferencias entre las descargas simuladas y observadas fueron inferiores a  $\pm 1.5$  %.

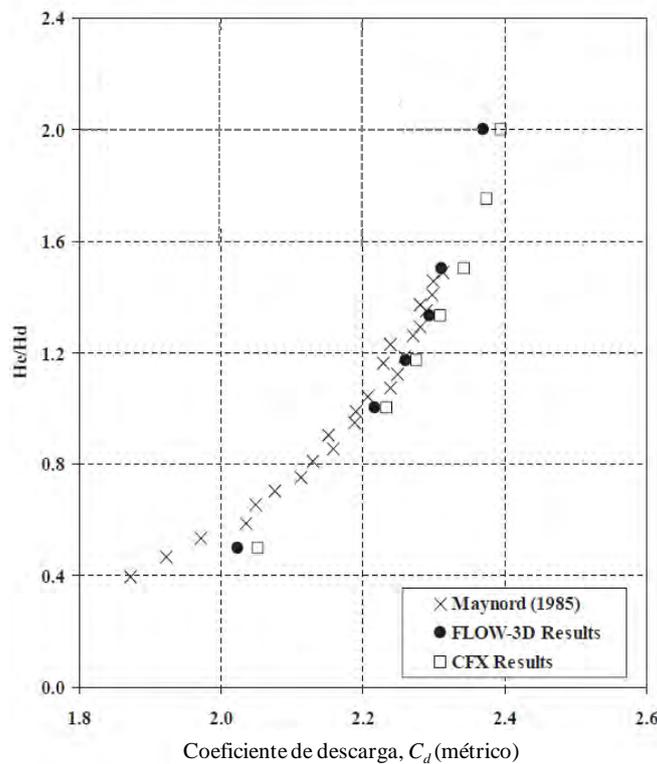


Figura 11. Coeficiente de descarga en función de la carga para un vertedero de cresta elíptica con  $P/H_d=2.0$  (Edwards, 2006).

Ho et al. (2006) y Ho y Riddette (2010) recopilan 14 casos de aliviaderos de Australia en los que comprobaron los resultados del coeficiente de descarga obtenido con FLOW-3D frente a resultados de modelos físicos o gráficos de diseño. En general, las diferencias fueron inferiores al 5% aunque existieron un par de casos con grandes diferencias que ocurrieron con baja carga y pequeños caudales, probablemente debido al uso de un mallado relativamente grande para esos caudales. La tendencia observada sobreestimaba un 3% la descarga, lo que concuerda con los resultados de Gessler (2005) y Yang y Johansson (1998), aun usando diferentes códigos de CFD y diferentes

modelos bifásicos (Ho et al., 2006). Por otro lado, también obtuvieron un buen ajuste en aliviaderos en Morning Glory y de laberinto, así como en presiones sobre la cresta del aliviadero y lámina libre, que pueden fluctuar dependiendo de la densidad del mallado.

Kenny (2007) examinó los modelos  $k-\varepsilon$  y  $k-\omega$  (Shear Stress Transport) y el modelo de Tensiones de Reynolds, y encontró que existen insignificantes diferencias en la predicción del rango de caudales para un aliviadero de forma hidrodinámica. Asimismo, recomienda aplicar un espaciado de malla normalizado de  $\sim 0.04\% y_c$  para diseño conceptual y  $0.013\% y_c$  para diseños con detalle en el programa FLUENT.

Hargreaves et al. (2007) realizaron la validación de los resultados obtenidos en un vertedero de cresta ancha con FLUENT, usando el modelo de turbulencia *RNG*  $k-\varepsilon$ , y realizaron algunas comparaciones con otros modelos de turbulencia (estándar  $k-\varepsilon$  y *RSM*). La lámina libre así como la descarga fueron reproducidos con gran precisión por el modelo *RNG*. Las presiones máximas obtenidas sobre la superficie del vertedero simuladas fueron ligeramente inferiores a las medidas experimentales, divergiendo un 5% la localización horizontal del pico. La recirculación sobre el vertedero se reprodujo mejor con el modelo *RSM*, mientras que el modelo  $k-\varepsilon$  obtuvo resultados bastante alejados.

Chanel y Doering (2007, 2008) compararon las simulaciones tridimensionales llevadas a cabo con el modelo de turbulencia *RNG*, con modelos físicos de aliviaderos hidrodinámicos de tres presas situadas en la provincia de Manitoba (Canadá). En la presa de Wuskwatim, FLOW-3D tendió a sobreestimar la descarga entre un 3.8 y un 10.0 %, aumentando conforme la carga de agua disminuía. Al reducir el tamaño de los elementos de malla de 1 a 0.5 m el error disminuyó. El empleo de una malla de 0.25 m redujo aun más el error, mejorando significativamente tanto el perfil superficial como las presiones, aunque aumentó sustancialmente el coste computacional. En la presa de Limestone, las mayores diferencias en la descarga pasaron de un 7.8 % con un mallado de 1 m a un 2.8 % con el mallado de 0.5 m. La lámina libre y presiones obtenidas con una malla de 0.33 m concordaron con las mediciones de laboratorio. Para la presa de Conawapa, la reducción del tamaño de la malla tendió también a disminuir el caudal de descarga, aunque puesto que en este caso la descarga estaba subestimada, las diferencias aumentan. El error medio fue de -5.2 %, aunque se obtuvieron diferencias de -24.4% para la carga de  $0.15H_d$ .

Gendzelevich et al. (2009) obtuvieron un buen ajuste de las simulaciones realizadas con FLOW-3D con observaciones fotográficas, así como con el modelo reducido del canal artificial Red River Floodway, en Winnipeg (Manitoba, Canadá). Las simulaciones se emplearon para analizar las dimensiones y diseñar estructuras de descarga considerando un incremento del 130 % en el caudal de diseño.

Kim et al. (2010) comprobaron el diseño propuesto en la presa de Karian, Indonesia, usando tanto un modelo físico como un modelo numérico realizado con FLOW-3D, obteniendo un buen ajuste aunque no aportan datos numéricos. En el diseño preliminar observaron que para la avenida de proyecto el agua pasaba por encima del muro del canal de aproximación del aliviadero y se generaban inestabilidades en el canal. Mediante la modificación del diseño se consiguió un flujo estable en el aliviadero.

Reda (2011) comparó el coeficiente de descarga de un vertedero de pared delgada obtenido por FLOW-3D frente a resultados obtenidos de la ecuación teórica. Comprobó 4 alturas de pared del vertedero, con 11 caudales cada una. En todos los casos obtuvo una desviación máxima de  $\pm 3\%$  respecto al coeficiente teórico.

Rahimzadeh et al. (2012) analizaron con FLUENT el flujo sobre vertederos circulares, empleando diversos modelos de turbulencia (estándar  $k-\varepsilon$ ,  $RNG\ k-\varepsilon$ , realizable  $k-\varepsilon$ , estándar  $k-\omega$ ,  $SST$  y  $RSM$ ), obteniendo buenos resultados frente a un modelo físico. La elección del modelo de turbulencia no tuvo efecto en la predicción de la lámina libre. Las velocidades en el plano de la cresta obtuvieron buenos resultados respecto a los medidos, salvo con los modelos estándar  $k-\varepsilon$ ,  $RNG\ k-\varepsilon$ , y estándar  $k-\omega$ , mientras que las presiones con los modelos estándar ( $k-\varepsilon$  y  $k-\omega$ ) no obtuvieron un buen ajuste debido a la curvatura existente. Los mejores resultados se obtuvieron con el modelo de turbulencia  $RSM$ .

#### ***4.3.4.3. Análisis del impacto de la lámina de agua***

Cook y Richmond (2001) obtuvieron buenos resultados con FLOW-3D en su estudio de validación del flujo a su paso por una grada considerando un caudal de  $0.55\text{ m}^3/\text{s}$ , donde las peores predicciones fueron el calado (diferencia de  $0.03\text{ m}$ ) y la velocidad (diferencia de  $0.2\text{ m/s}$ ) en el borde de la grada. En otro estudio, obtuvieron buenos resultados del perfil de la superficie del chorro, pero poca concordancia con los perfiles de velocidad de aguas abajo. Las relaciones RMS/velocidad media se diferenciaban entre un  $7\%$  y un  $87\%$ . Las diferencias las atribuyeron principalmente a la obtención de ángulos diferentes en los chorros, posiblemente debida a la falta de un modelo de entrada de aire, el alto grado transitorio del caso de estudio, dificultades en el escalado del volumen de muestreo en el modelo físico o difusión numérica debido a una malla no cúbica.

Weilin et al. (2002) simularon las presas arco Xiaowan y Laxiwa (China), empleando el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  y el programa FLOW-3D, y realizaron la comparación con datos de modelos físicos obtenidos con esferas de Pitot de cinco huecos y sensores de presión. Para la simulación de los chorros, debido a que en el modelo físico no se apreciaba mucha aireación del chorro, reprodujeron el espesor del chorro entrante, calculado a partir del caudal, la velocidad y su ancho. Las presiones en la solera

tuvieron un ajuste adecuado. Las velocidades aguas arriba y en la zona de impacto no se pudieron medir. Aguas abajo no se dan datos numéricos, aunque la tendencia del flujo parece ser reproducida. La energía turbulenta se concentró en la zona de impacto, aunque no pudo ser comparada experimentalmente, pero puso de manifiesto que cuanto más concentrado es el chorro, más complicada resulta su disipación de energía.

Gessler y Rasmussen (2005) realizaron un estudio tridimensional de la presa de Smith Mountain en el río Roanoake (Virginia, Estados Unidos), validando los resultados frente a un modelo físico. El modelo predijo la trayectoria del chorro, el punto de impacto y el funcionamiento del aliviadero con caudales aproximadamente el doble del caudal de diseño. El coste del modelo numérico de validación se estimó en aproximadamente un 20% del coste de un modelo físico equivalente.

Lesleighter et al. (2008) simularon la trayectoria de un chorro tras un trampolín de lanzamiento, obteniendo una forma de la trayectoria más suave que la observada en el modelo físico, posiblemente debido a la gruesa resolución de la malla o a efectos del modelo de turbulencia en la separación del flujo.

Sweeney et al. (2009) realizaron modelos numéricos y modelos físicos a escala 1:25 para mejorar la dispersión del chorro y reducir la cantidad de movimiento en el punto de impacto, con el fin de reducir la entrada de gas disuelto en las compuertas y el aliviadero de la presa Boundary del río Pend Oreille (Washington, Estados Unidos). Los informes hablan de una concordancia cualitativa con fotos del modelo físico.

#### ***4.3.4.4. Distribución de presiones y cortantes***

Savage y Johnson (2001) realizaron simulaciones bidimensionales de un aliviadero hidrodinámico con  $H_d = 301$  mm y relación altura de aliviadero/carga  $P/H_d = 2.7$ , considerando tres cargas de agua ( $H_e/H_d = 0.51, 0.82, 1.20$ ). Para ello emplearon el programa FLOW-3D, usando el modelo de turbulencia RNG. Las presiones sobre la cresta se compararon con un modelo físico y con los datos del USACE extrapolados, obteniéndose diferencias respecto al modelo físico inferiores a 5 cm en la rápida e inferiores a 10 cm en la curva del pie del aliviadero.

Cook et al. (2002) realizaron la comparación de la simulación numérica tridimensional de un cuenco de disipación con dientes frente a un modelo a escala 1:36. Los perfiles de presión obtenidos concordaron con la precisión de los piezómetros.

Ho et al. (2003) compararon las presiones obtenidas en un modelo bidimensional con los resultados del Water Sperimental Station (WES) del USACE. Obtuvieron buena concordancia en los perfiles de presiones sobre el aliviadero, con una presión negativa ligeramente superior. Según los autores, algunas oscilaciones en la presión se debieron a efectos locales del mallado. Sin embargo, en este estudio no consideraron modelos de

turbulencia, lo que pudo haber causado una sobreestimación de la velocidad y por tanto una subestimación de las presiones.

Ho et al. (2003) también estudiaron en un modelo tridimensional las presiones sobre la cresta de aliviaderos con pilas, obteniendo la tendencia y magnitud dada por el USACE, alcanzando resultados ligeramente más negativos. En la validación frente a modelos a escala observaron que para el aliviadero de la presa de Warragamba (Nueva Gales del Sur, Australia) el uso de distintos modelos de turbulencia no mostraba variaciones significantes en las presiones de la cresta frente al modelo a escala. En la presa de Hume (Nueva Gales del Sur, Australia), los resultados reprodujeron la posible cavitación observada en modelo físico a escala 1:50, y las simulaciones subestimaron las presiones cerca del borde de la pila.

Johnson y Savage (2006) y Savage et al. (2009) compararon tres modelos físicos de aliviaderos con simulaciones numéricas considerando diferentes condiciones aguas abajo. Los modelos numéricos reprodujeron adecuadamente las presiones aun cuando se disponía de un elevado nivel de agua aguas abajo. Las diferencias en presiones absolutas respecto al modelo físico fueron en todos los casos inferiores a  $\pm 2.5$  cm (para el aliviadero de 81 cm de altura), y siendo en general inferiores a  $\pm 1$  cm en la zona sumergida (Figura 12).

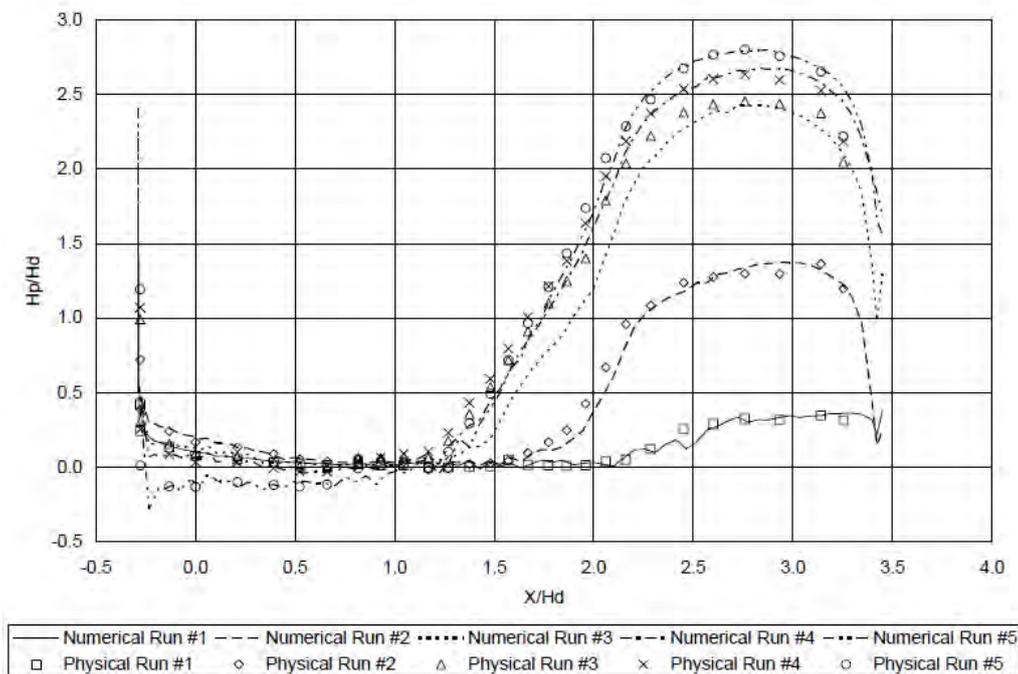


Figura 12. Comparación de presiones relativas obtenidas en modelo físico y modelo numérico para diversas sumergencias (Savage et al., 2009).

Groeneveld et al. (2007) analizaron la distribución de presiones, variación y magnitud dentro de los túneles de la presa Cabinet Gorge del río Clark Fork (Idaho, Estados

Unidos). La validación frente a un modelo físico a escala obtuvo una concordancia razonable para las presiones medias y sus distribuciones. Sin embargo, la variación en las presiones debida a la turbulencia fue menor en el modelo numérico ( $\pm 0.91$  m) que en el modelo físico ( $\pm 3.35$  m), de modo que se consideró más preciso el modelo físico debido a la pequeña longitud y tiempos de escala de los remolinos turbulentos.

Ho y Riddette (2010) realizaron la validación de la distribución de presiones sobre un vertedero de perfil trapezoidal, obteniendo presiones a lo largo del fondo del chorro con razonable precisión.

#### ***4.3.4.5. Análisis del canal de descarga y del cuenco de disipación***

Cook y Richmond (2001) realizaron la validación del canal de descarga de la central eléctrica Bonneville Second en el río Columbia (Oregón, Estados Unidos), obteniendo que el 46% de las velocidades estaban dentro de la banda  $\pm 1\sigma$  y el 99% dentro de la banda  $\pm 2\sigma$  de los valores medidos con doppler, siendo  $\sigma$  la desviación estándar. El promedio de los errores de todos los RMS fue inferior al 20%.

Cook et al. (2002) compararon los perfiles de velocidades obtenidas en una simulación tridimensional de un cuenco de disipación con dientes. El 73% de las velocidades estaban dentro de la banda  $\pm 1\sigma$  y el 95.5% dentro del rango  $\pm 2\sigma$  del modelo físico. Los resultados de la simulación tridimensional mostraban una diferencia en velocidad media de 0.43 m/s y un ajuste  $R^2 = 0.81$  respecto al modelo a escala 1:80.

Amorin et al. (2004) analizaron el cuenco de disipación de resalto hidráulico de la presa Porto Colombia (Brasil), realizando la comparación de un modelo numérico bidimensional con el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$ , con un modelo a escala 1:100 y con medidas en prototipo de la central eléctrica. En laboratorio comprobaron que el incremento de caudal originaba un incremento gradual de energía debida a la turbulencia y por tanto una mayor fluctuación de la presión. En las simulaciones, los valores mostraron grandes variaciones durante el establecimiento del resalto, mientras que una vez estabilizado mostraban pequeñas fluctuaciones en torno al valor promedio. También se observó que la energía turbulenta es máxima cerca del inicio del resalto, disminuyendo a lo largo del cuenco, lo que concuerda con los estudios de Marques et al. (1998). La distribución de presiones concordaba con el modelo a escala y las medidas in-situ. El modelo reprodujo la pauta de recirculación y la localización del resalto hidráulico observada en función de la descarga.

Bischof et al. (2004) investigaron con FLUENT el efecto que tienen las constantes de los modelos  $k-\varepsilon$  y  $RNG$  aguas abajo de un escalón. El modelo estándar  $k-\varepsilon$  tendía a subestimar la zona de recirculación, mientras que el modelo  $RNG$  la capturaba mejor. Usando el modelo estándar  $k-\varepsilon$  con unos nuevos parámetros ( $C_{1\varepsilon} = 2.289$ ,  $C_{2\varepsilon} = 3.020$ ,

$C_\mu = 0.094$ ,  $\sigma_k = 0.690$ ,  $\sigma_\varepsilon = 0.615$ ) obtuvieron una solución muy similar a la del modelo *RNG*. El análisis de sensibilidad de la evaluación de las derivadas de las componentes de la velocidad respecto de los parámetros reveló que el modelo  $k-\varepsilon$  tiende a ser más sensible a los parámetros turbulentos  $C_{1\varepsilon}$  y  $C_{2\varepsilon}$  que el modelo *RNG*, mientras que el modelo *RNG* es más sensible a  $C_\mu$  que el modelo  $k-\varepsilon$ .

El modelo numérico tridimensional de la presa Wivenhoe (Queensland, Australia), predijo el resalto hidráulico y permitió examinar los perfiles de recirculación en el cuenco de disipación, así como la integridad del cuenco en función de la distribución de presiones en la solera del cuenco (Ho et al., 2006).

Raiford y Khan (2006) realizaron simulaciones bidimensionales con los modelos de turbulencia estándar  $k-\varepsilon$  y *RNG* para analizar la estructura interna en resaltos hidráulicos sumergidos. El modelo *RNG* obtuvo mejores resultados cerca de la solera.

Tota (2009) estudió las características del flujo aguas abajo de un escalón, considerando dos flujos con distinto número de Reynolds. La solución numérica reprodujo las características esenciales del flujo, como la longitud de recirculación del flujo, la zona de flujo inverso y los parámetros medios del flujo con razonable precisión. Realizó además un estudio de sensibilidad del parámetro "longitud de mezcla turbulenta" en FLOW-3D, obteniendo con el modelo de turbulencia *RNG* que a partir del 14% de longitud de mezcla los parámetros no se veían alterados, mientras que valores muy bajos calculaban resultados alejados respecto a los esperables.

#### 4.3.4.6. Simulación de chorros turbulentos

Aziz et al. (2008) emplearon FLOW-3D con los modelos de turbulencia  $k-\varepsilon$  y *RNG* para simular las características de chorros planos y circulares en descarga profunda y horizontal, donde no se tiene en cuenta el impacto con la lámina libre ni con elementos sólidos. En estas condiciones, analizaron la evolución de la velocidad media y la energía cinética del chorro y compararon sus resultados con estudios experimentales de diversos autores. En chorros planos,  $k-\varepsilon$  obtuvo resultados ligeramente mejores en la predicción de la expansión del chorro, perfiles de velocidad y velocidad en el eje del chorro, mientras que el modelo *RNG* predijo mejor la energía cinética. En chorros circulares, el modelo  $k-\varepsilon$  obtuvo mejores resultados en la predicción de la expansión del chorro y en la velocidad en el eje del chorro, aunque ninguno de los dos predijo adecuadamente la energía cinética, especialmente el modelo *RNG*.

En las Figura 13 se muestran los resultados de energía cinética turbulenta,  $k$ , obtenidos con chorros planos en la sección  $x/2b_0 = 50$ , mientras que en la Figura 14 se observan los resultados de  $k$  obtenidos con chorros circulares en la sección  $x/d = 61.5$ , donde  $b_0$  es la mitad del ancho del chorro inicial,  $d$  es el diámetro de la tobera,  $u_m$  es la velocidad en

el eje del chorro,  $x$  es el eje del chorro,  $y$  es el eje transversal del chorro y  $r$  es el diámetro del chorro circular.

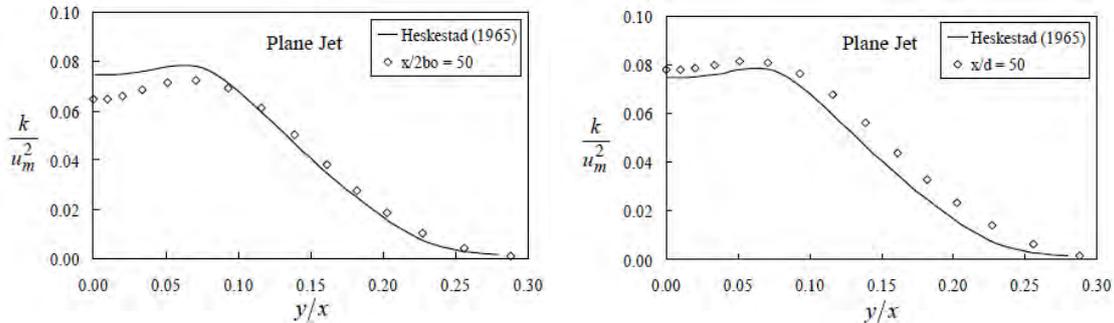


Figura 13. Perfil de energía cinética turbulenta para chorro plano: a) Modelo de turbulencia  $k-\epsilon$ ; b) Modelo de turbulencia RNG  $k-\epsilon$ . (Aziz et al., 2008).

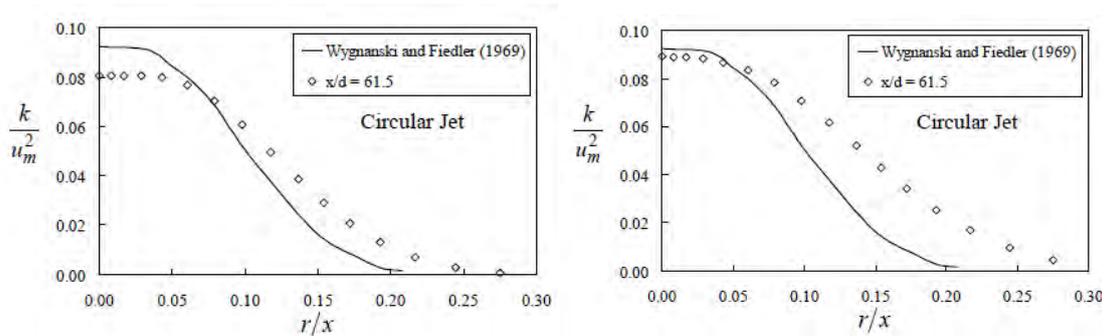


Figura 14. Perfil de energía cinética turbulenta para chorro circular: a) Modelo de turbulencia  $k-\epsilon$ ; b) Modelo de turbulencia RNG  $k-\epsilon$ . (Aziz et al., 2008).

Guha et al. (2010) simularon con FLUENT y el modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  chorros turbulentos de alta velocidad de agua en el aire. Las simulaciones numéricas predijeron razonablemente las velocidades, presiones y distribución de la fracción volumétrica del agua, obteniendo gran precisión en las características de la línea central, pero subestimaron la velocidad y sobreestimando la fracción de agua en el borde del chorro.

En la Figura 15 se muestra la distribución de presiones obtenida sobre una placa perpendicular al chorro de alta velocidad en la sección  $x/D = 76$ , siendo  $x$  la distancia medida sobre el eje del chorro,  $D$  el diámetro de la tobera y  $r$  la distancia transversal hasta el eje del chorro. Los resultados numéricos coinciden adecuadamente en la línea central del chorro pero se desvían hacia el borde subestimando las presiones.

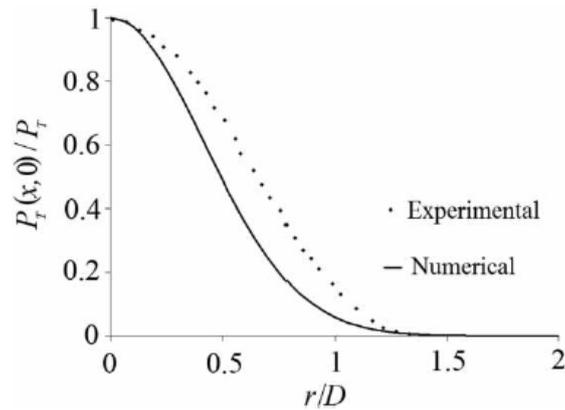


Figura 15. Presión normalizada simulada en la dirección radial sobre una placa plana frente a los resultados de Leach et al. (1996) (Guha et al., 2010).

La Figura 16 muestra la distribución de velocidades para las secciones  $x/D = 100, 200$  y  $300$ . En comparación con los resultados de Rajaratnam et al. (1994), la distribución de velocidades obtiene buenos resultados dentro de un ancho radial de  $2-3D$ . Fuera de esta región, la zona de mezcla del agua es más importante. La zona de mezcla exterior está formada por gotas de agua espaciadas, por lo que la hipótesis básica de continuidad del modelo Euleriano deja de ser válida. El modelo no es capaz de capturar el fenómeno adecuadamente puesto que la aproximación Euleriana no reproduce adecuadamente el fenómeno físico de formación de gotas dispersas.

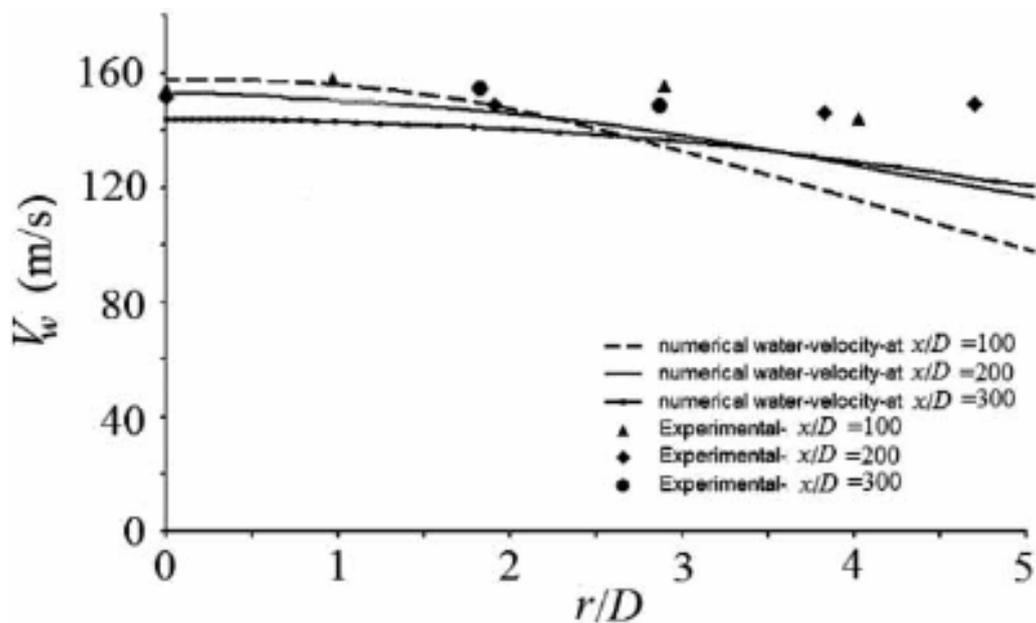


Figura 16. Distribución de velocidades para  $x/D = 100, 200$  y  $300$  y comparación con los resultados de Rajaratnam et al. (1994) (Guha et al., 2010).

Wilcox (2010) analizó el ratio de expansión de diferentes chorros calculados con varios modelos de turbulencia de dos ecuaciones. Para chorros planos, circulares y radiales, consideró que el ratio de expansión es el valor de  $y/x$  donde la velocidad es la mitad de la que tiene el chorro en la línea central. La Tabla 2 compara los valores de los perfiles de velocidad medidos y calculados con distintos modelos de turbulencia.

Flujo	Modelo $k-\omega$	Modelo $k-\varepsilon$	Modelo RNG $k-\varepsilon$	Medido
Extremo de estela	0.326	0.256	0.290	0.320-0.400
Capa de mezcla	0.096	0.098	0.099	0.103-0.120
Chorro plano	0.108	0.109	0.147	0.100-0.110
Chorro circular	0.094	0.120	0.185	0.086-0.096
Chorro radial	0.099	0.094	0.111	0.096-0.110

Tabla 2. Ratios de expansión de flujo de corte libre para modelos de dos ecuaciones (Wilcox, 2010).

De los tres modelos analizados,  $k-\omega$  es el más cercano a las mediciones del ratio de expansión. De este modo, salvo para el caso del extremo de la estela que está un 6% por debajo del umbral inferior, los valores obtenidos cayeron dentro del rango de valores medidos. Considerando el valor medio de los resultados medidos, la diferencia media con los valores obtenidos por el modelo  $k-\omega$  fue del 6%.

La diferencia media entre los valores experimentales y los resultados del modelo  $k-\varepsilon$  fue del 17%, siendo el chorro plano el único caso que calculó resultados dentro del rango de medidas. El modelo RNG  $k-\varepsilon$  obtuvo diferencias aun mayores (una diferencia promedio de 36%), con un valor el doble de los resultados medidos para el chorro circular.

Las figuras siguientes muestran que, en general, el modelo  $k-\omega$  tiende a ajustarse adecuadamente a las distintas tipologías de chorros, el cual obtuvo una suave variación del perfil de velocidades cuando se aproxima a la zona exterior. El modelo  $k-\varepsilon$  predijo una pendiente discontinua no física en el borde de algunos chorros, mientras que el modelo RNG obtuvo pendientes discontinuas para todos tipos de chorro analizados.

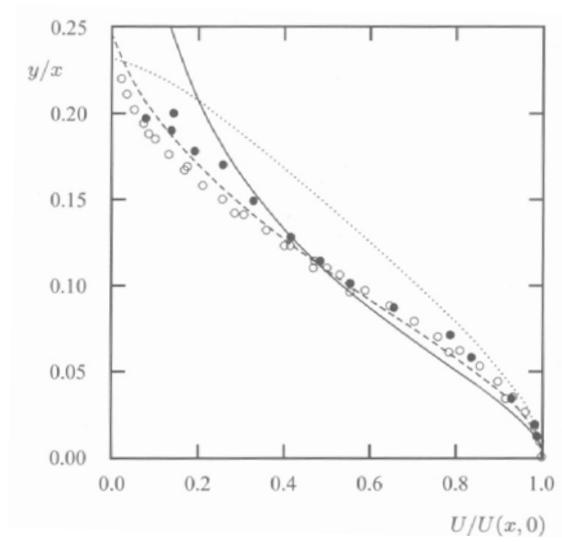


Figura 17. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y calculados para el chorro plano: — modelo  $k-\omega$ ; - - - modelo  $k-\epsilon$ ; ···· modelo RNG  $k-\epsilon$ ; ○ Bradbury (1965); ● Heskestad (1965) (Wilcox, 2010).

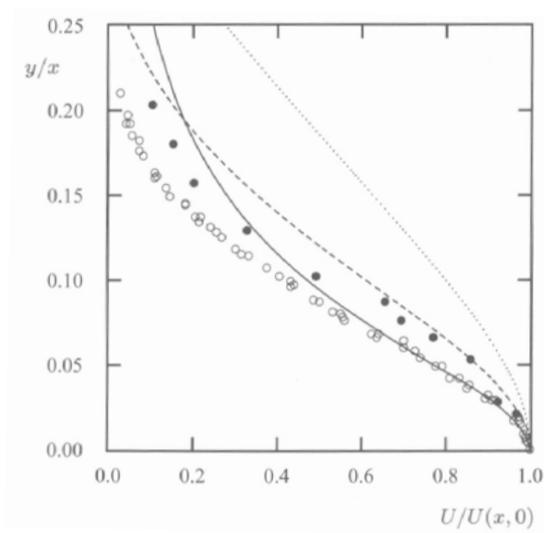


Figura 18. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y calculados para el chorro circular: — modelo  $k-\omega$ ; - - - modelo  $k-\epsilon$ ; ···· modelo RNG  $k-\epsilon$ ; ○ Wynanski y Fiedler (1965); ● Rodi (1965) (Wilcox, 2010).

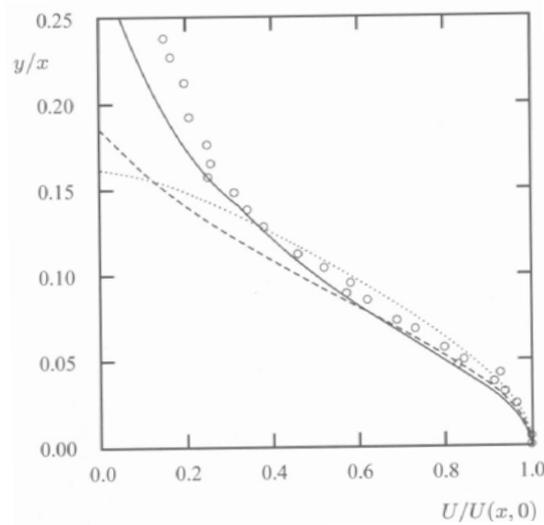


Figura 19. Comparación de los perfiles de velocidad medidos y calculados para el chorro radial: — modelo  $k-\omega$ ; - - - modelo  $k-\epsilon$ ; ···· modelo  $RNG\ k-\epsilon$ ; o Witze y Dwyer (1976) (Wilcox, 2010).

Aziz y Khan (2011) simularon con FLOW-3D la evolución de velocidades medias y energía cinética de chorros planos verticales inyectados desde la solera en aguas someras, utilizando los modelos de turbulencia  $k-\epsilon$  y  $RNG$ . Los resultados se comparan con los resultados experimentales de Kuang et al. (2001). La velocidad vertical central ( $w_c$ ) calculada con  $RNG$  fue más precisa (Figura 20), siendo  $d$  el diámetro inicial del chorro,  $z$  la distancia en el eje central del mismo y  $x$  la distancia lateral. Las velocidades laterales del chorro obtenidas con ambos modelos estaban ligeramente subestimadas, mientras que la expansión del chorro obtenida con  $k-\epsilon$  fue más real.

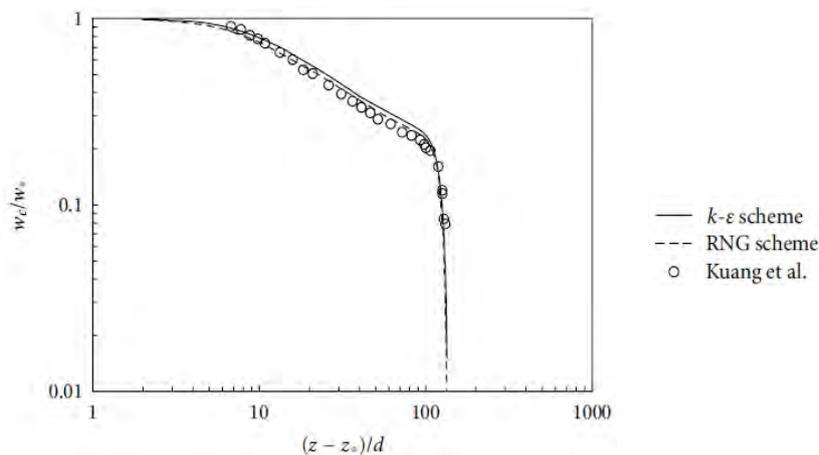


Figura 20. Variación de la velocidad en la línea central del chorro (Aziz y Khan, 2011).

En la Figura 21 se muestran los perfiles de energía cinética ( $k$ ) para diferentes secciones de la zona de establecimiento del chorro, donde los resultados obtenidos con el modelo

*RNG* se han desplazado 0.05 para una mejor comparación. El modelo  $k-\varepsilon$  reprodujo de modo más fidedigno la forma y magnitud de la energía cinética, aunque la magnitud fue sobreestimada en la zona situada fuera de  $-0.1 \leq x/(z-z_0) \leq 0.1$ , especialmente cerca de la tobera ( $z/d = 10$ ). La energía cinética obtenida con el modelo *RNG* estaba sobreestimada un 30% en la zona central del chorro para la sección  $z/d = 24$ .

Los autores consideran que los resultados obtenidos con el modelo  $k-\varepsilon$  son ligeramente más precisos.

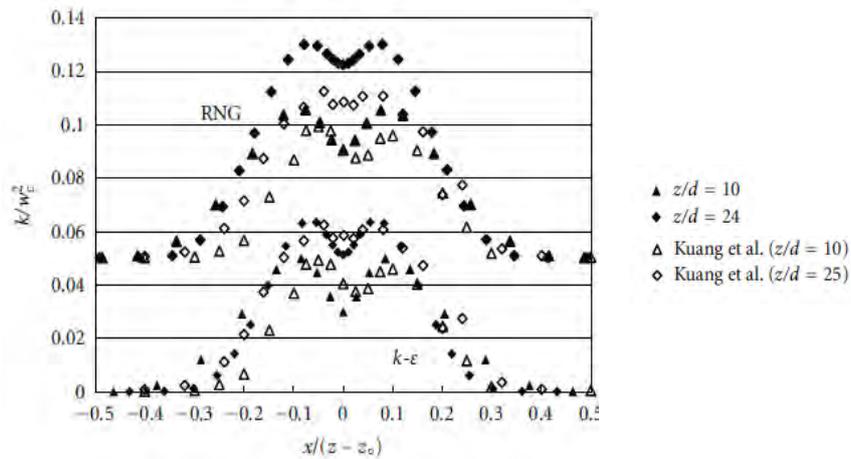


Figura 21. Perfiles de energía cinética turbulenta para distintas secciones (Aziz y Khan, 2011).

Kendil et al. (2012) compararon el campo de velocidades producido por chorros turbulentos verticales con diferentes tasas de aireación sumergidos en una piscina de agua. Las simulaciones se realizaron con ANSYS CFX 12.0, usando el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  y la aproximación Euleriana, mientras que los datos de laboratorio se obtuvieron con la técnica Particle Image Velocimetry (PIV).

Considerando un único fluido, los perfiles de velocidad radiales a distintas secciones fueron muy similares, mientras que sobre el eje se obtuvieron diferencias de velocidad de hasta  $\pm 0.2$  m/s. La Figura 22 muestra una comparación entre las simulaciones y los resultados experimentales de la velocidad axial del chorro, para cinco secciones transversales situadas por debajo de la zona de aplicación del chorro.

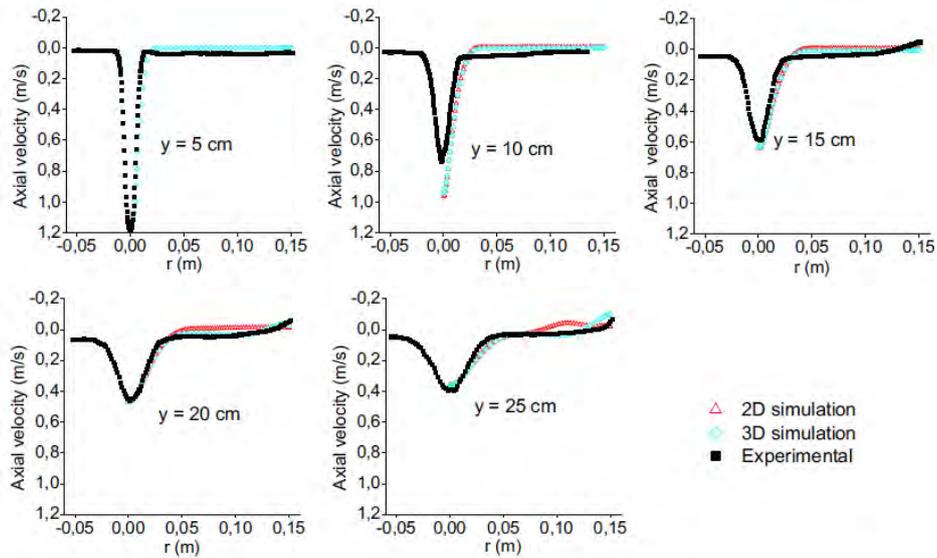


Figura 22. Distribución radial de la velocidad axial para flujo unifásico (Kendil et al., 2012).

Se sabe que la acción de la fuerza de sustentación sobre las pequeñas burbujas las mantiene en la región cercana a la línea central de chorro, mientras que las burbujas más grandes son empujadas hacia la pared del tanque, lejos de la línea central de chorro. De este modo, investigaron el efecto del coeficiente de la fuerza de sustentación,  $C_L$  (Figura 23). Aplicando un coeficiente negativo para las burbujas grandes, obtuvieron una reducida estela, de modo que la fracción de aire se concentraba sobre el eje del chorro en contradicción con las observaciones experimentales. Sin embargo, para valores constantes positivos de  $C_L$  observaron una buena difusión de la estela de burbujas.

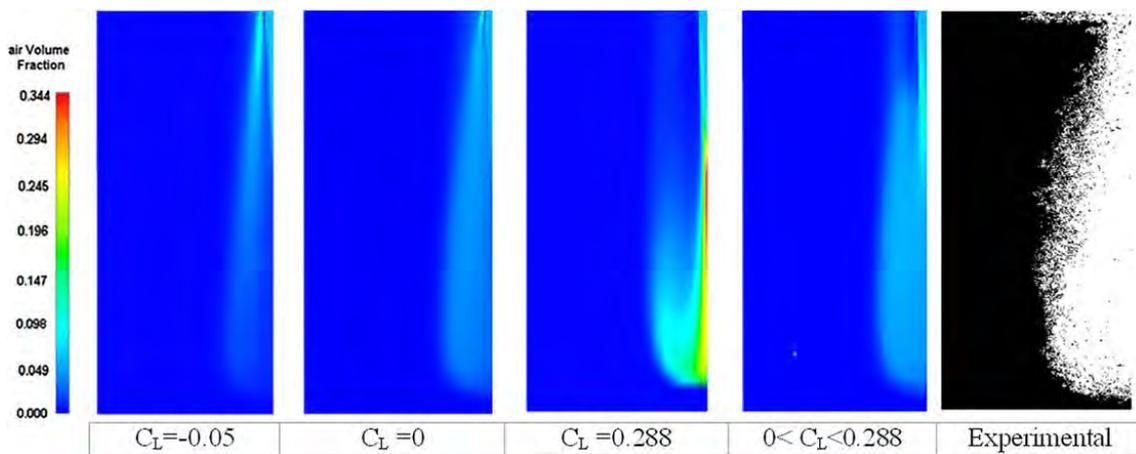


Figura 23. Forma de la estela para diferentes valores del coeficiente de la fuerza de sustentación,  $C_L$ , considerando una concentración de aire  $\alpha_G = 5\%$  (Kendil et al., 2012).

La energía cinética simulada concordaba con las mediciones de laboratorio. Sin embargo, los remolinos transitorios no se resolvieron con la aproximación RANS de la turbulencia debido a que el modelo de turbulencia no considera la anisotropía.

#### 4.3.4.7. Futuros desafíos

A pesar de los beneficios que ofrece la metodología CFD, existe un número de limitaciones que no permite realizar estudios fiables en el campo de la ingeniería hidráulica, y en concreto en su aplicación a aliviaderos. La Tabla 3 resume las limitaciones de estas simulaciones basada en la experiencia de análisis de aliviaderos (Ho y Riddette, 2010).

Limitación	Progresos hasta la fecha	Sugerencia de futuros trabajos
Cavitación	Acertado cálculo de presiones para un rango de formas de cresta. Cavitación potencial determinada con fórmulas empíricas.	Modelación directa de cavitación para propósitos de investigación. Investigación de daños por cavitación con CFD para un mejor conocimiento de las condiciones que conducen a daños.
Efecto de entrada de aire	Acertada validación en el punto de comienzo de aireación para un número limitado de condiciones de flujo.	Validación de la cantidad de entrada de aire y efectos de esponjamiento aguas abajo para entrada superficial, entrada de aire en flujo de chorros y dispositivos laterales/de fondo.
Transporte de sedimentos	Las publicaciones actuales tienen éxito limitado usando ecuaciones de transporte de sedimentos empíricas discretizadas.	Desarrollo de algoritmos.
<b>Demanda de aire</b>	<b>No se ha estudiado.</b>	<b>Validación de demanda de aire a lo largo de chorros y bajo chorros de caída libre.</b>
Flujos de pared, poco calado y elevada rugosidad	Acuerdo cualitativo de velocidad calculada. Dificultad de extraer tensiones de corte debido a conflictos entre elevada rugosidad y pequeños tamaño de malla que requieren los calados poco profundos (problemas de longitudes de escala diferentes).	Estudio paramétrico para identificar los límites de fiabilidad para una combinación de lechos rugosos y calados de flujo.
<b>Espesor de chorros y longitud de rotura</b>	<b>Progresos limitados sólo en el núcleo del chorro. Requiere una resolución de malla muy fina.</b>	<b>Extensión a modelos de dos fluidos para incluir la entrada de aire y la longitud de rotura. Validación de las presiones de impacto frente a datos experimentales.</b>
Presiones fluctuantes en aliviaderos/dientes del cuenco	Resultados obtenidos con modelos de turbulencia RANS con mallas relativamente gruesas. No hay datos de validación.	Obtención de datos experimentales fiables para validación. Estudio paramétrico con tamaños de malla y modelos de turbulencia para identificar el nivel de fiabilidad de las presiones calculadas.
Interacción dinámica	La formación de vórtices ha sido capturada cualitativamente. No hay datos de validación de la intensidad de los vórtices.	Obtención de datos fiables/datos de prototipo para validación. Estudio paramétrico con tamaños de mallado y modelos de flujo.
Largos tiempos de cálculo en modelos complejos	Uso de software de paralelización para realizar el análisis en ordenadores multi-CPU. Coste del hardware y software como consecuencia del análisis tipo clúster.	Software comercial para desarrollar programas más eficientes, y suministro de hardware para desarrollar ordenadores más rápidos.

Tabla 3. Lista de limitaciones habituales y sugerencias para investigaciones futuras (Ho y Riddette, 2010).

El Comité Internacional de Grandes Presas (ICOLD, 2001), en su boletín nº 122 "Computational procedures for dam engineering reliability and applicability", citado por Ho y Riddette (2010), considera cuatro índices de fiabilidad de las simulaciones para modelaciones hidráulicas con una serie de recomendaciones:

- RI-1. Los fenómenos relacionados con la seguridad de la presa pueden ser analizados con fiabilidad por medio de modelos numéricos.
- RI-2. Los fenómenos relacionados con la seguridad de la presa pueden ser analizados por medio de modelos numéricos pero con algunas limitaciones y/o dificultades (simplificaciones en las hipótesis computacionales, falta o dificultada para tener datos experimentales fiables, coste del análisis, etc.).
- RI-3. Los fenómenos relacionados con la seguridad de la presa pueden ser analizados por medio de modelos numéricos, cuyos resultados pueden dar sólo indicios cuantitativos o cualitativos, como por ejemplo los resultados obtenidos cuando se deben realizar fuertes simplificaciones, etc.
- RI-4. Los fenómenos relacionados con la seguridad de la presa en la actualidad no pueden ser analizados por medio de modelos numéricos.

Fenómeno	Construcción	Primer llenado	Operación	Índice de fiabilidad
Cavitación (presión)	√	√	√	2
Erosión (velocidades y contenido de material sólido)	√	√	√	3
Movimiento de losas de aliviaderos (debido a oscilaciones bajo presión)	No aplicable	√	√	4
Caudales extremos (descarga)	√	√	√	1
Erosión en el pie de aguas abajo (descarga y energía cinética)	No aplicable	√	√	4
Sedimentación (transporte de sedimentos)	No aplicable	No aplicable	√	2-3

*Tabla 4. Resumen de la fiabilidad de los modelos numéricos en la modelación hidráulica (ICOLD, 2001).*

Teniendo en cuenta los resultados positivos de estudios de validación y los proyectos en el mundo real que se han llevado a cabo usando modelos CFD, deberían ser revisados algunos de los índices de fiabilidad en el uso de modelaciones numéricas hidráulicas en ingeniería de presas que considera ICOLD.

#### 4.4. Actividades realizadas. Metodología a aplicar

Este trabajo consiste en la validación de la metodología CFD en la simulación de un aliviadero de vertido libre frente a resultados de laboratorio y formulaciones empíricas.

Se han empleado dos paquetes informáticos comerciales de Dinámica de Fluidos Computacional:

- ANSYS CFX (versión 12.1). Este software de volúmenes finitos permite elegir el modelo de turbulencia una gran variedad: modelos laminares, modelos de viscosidad de remolino de una y dos ecuaciones (basados en  $\varepsilon$  y en  $\omega$ ), modelos de tensiones de Reynolds, Simulación de Gran Remolino (LES), etc. El volumen fluido se obtiene con un mallado no estructurado, lo que permite adaptar los elementos a cualquier geometría.
- FLOW-3D (versión 10.0). Se trata de un programa de diferencias finitas. Aunque la elección del modelo de turbulencia es bastante limitada, y diversos autores prevén un mayor desarrollo de la formulación basada en volúmenes finitos, este paquete informático está muy extendido en el mundo de hidráulica de presas. Presenta diversos modelos específicamente diseñados para el campo de la hidráulica (transporte de sedimentos, erosión, cavitación, precisión en el cálculo de la lámina libre, etc.).

Las simulaciones se han realizado simulando las condiciones de contorno obtenidas en laboratorio (calados antes del aliviadero y en el cuenco de disipación, caudal circulante e intensidad turbulenta medida en la sección de entrada al modelo).

En ANSYS CFX se ha empleado un intervalo de paso fijo de 0.05 segundos, análoga a la frecuencia de muestreo empleada en las mediciones de presiones realizadas en el laboratorio (20 Hz). Por su parte, FLOW-3D requiere un intervalo de paso de resolución inferior, el cual se va adaptando por criterios de estabilidad internos en cada intervalo de paso. Aunque el intervalo de paso con que resuelve FLOW-3D está en torno a  $10^{-04}$ , los resultados se analizan con una frecuencia de muestreo de 20 Hz.

Con el fin de obtener los registros de las distintas variables de interés, se han realizado simulaciones en régimen transitorio de 60 segundos. Los valores medios se calculan una vez que se han alcanzado las condiciones permanentes, tal y como se observa en la Figura 24.

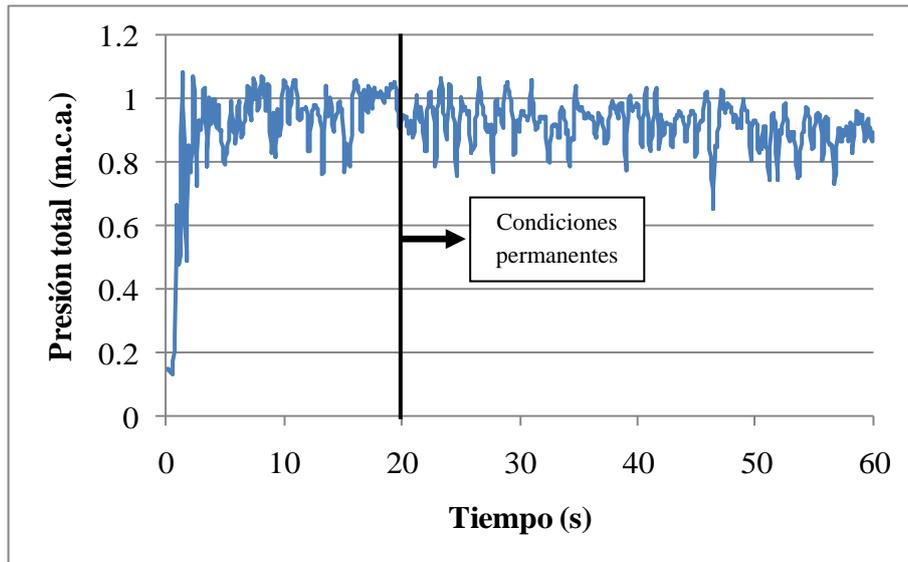


Figura 24. Transitorio de de la presión total simulada en el punto de estancamiento del cuenco de disipación.

#### 4.4.1. Mallado

En el estudio de los chorros turbulentos aparecen fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que requieren elementos de mallado de gran calidad para su correcta resolución. Las características principales que diferencia a los distintos elementos son el número de nodos con el que resuelven las ecuaciones dentro de su volumen de control y su distribución espacial. De este modo, a mayor número de nodos por elemento y con distribución espacial más regular, más precisa será su resolución interna. Por este motivo, tanto en ANSYS CFX como en FLOW-3D, se han empleado mallados con elementos hexagonales, obtenidos con sus respectivos módulos de mallado.

ANSYS CFX, al ser un programa de volúmenes finitos, admite diversas tipologías de elementos de malla. El módulo mallador semiautomático de ANSYS CFX, CFX-Mesh, realiza el mallado del dominio fluido con elementos tetraédricos, permitiendo emplear en las paredes elementos tipo cuña. Pese a su relativa automatización, los elementos tetraédricos pueden estar fuertemente deformados, lo que influye en los resultados obtenidos en la discretización de las ecuaciones de gobierno dentro de cada elemento de la malla.

De las cuatro tipologías de elementos que permite el módulo de resolución de ANSYS CFX, se optó por un mallado basado en elementos hexaédricos, puesto que la alta turbulencia que se genera en el fenómeno estudiado, junto al despegue del flujo, requieren una mayor precisión de cálculo. De este modo, en las pruebas realizadas se ha comprobado que un mallado basado en elementos hexaédricos mejora el tiempo de

cálculo y obtiene una solución más precisa de la lámina libre en un aliviadero de vertido libre.

Al ser un programa de diferencias finitas, FLOW-3D requiere la resolución de mallas estructuradas. Para definir los obstáculos, se emplea el método denominado Fractional Area/Volume Obstacle Representation (FAVOR), desarrollado por Hirt y Sicilian (1985). Este método permite emplear mallados completamente estructurados, mucho más fáciles de generar que los mallados deformados o no estructurados empleados por muchos códigos de CFD. A diferencia de otros métodos de elementos finitos o volúmenes finitos, no requiere un remallado ni distorsión del mallado durante el análisis transitorio, permitiendo aplicar un algoritmo de resolución sencillo.

El método FAVOR emplea una aproximación de primer orden para definir los obstáculos del flujo. Los elementos que obstaculizan totalmente al flujo tienen un valor de 0, mientras que las celdas fuera del obstáculo tienen un valor de 1. A los elementos que tienen un obstáculo parcial se les asigna un valor en función de la fracción del elemento que está obstaculizado. El método define el área de cada cara del elemento que el flujo puede atravesar, de modo que la superficie del obstáculo queda definida como una línea recta en un modelo bidimensional o como un plano en una simulación tridimensional.

Sin embargo, aunque la superficie curva de un obstáculo se puede aproximar con líneas rectas, esta suposición no deja de ser una aproximación. Se pueden cometer errores no despreciables cuando se realiza el mallado de zonas con radios de curvatura pequeña y/o partes de pequeño espesor como puede ser el flujo a través de un sistema de rejillas con perfiles en T. Estas situaciones obligan a emplear tamaños de mallado muy pequeños para intentar aproximar el modelo a la geometría real.

El esquema del método se representa en la siguiente figura:

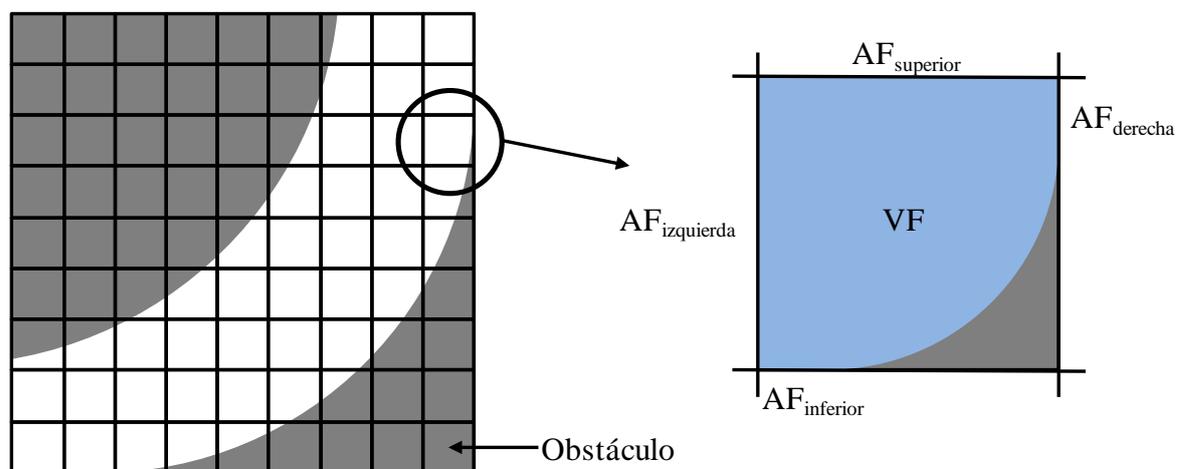


Figura 25. Esquema conceptual del método FAVOR.

siendo:

$$VF = \frac{\text{Volumen abierto}}{\text{Volumen del elemento}}; \quad AF = \frac{\text{Área abierta}}{\text{Área de la cara del elemento}} \quad (140)$$

La fracción de volumen o área ocupada por el obstáculo y la fracción de fluido en cada elemento de la malla se definen al inicio del análisis.

#### 4.4.2. Modelos de turbulencia

Para obtener la solución en tiempos adecuados se han empleado los denominados modelos de turbulencia, que han sido diseñados para predecir los efectos de la turbulencia sin necesidad de resolver todas las escalas de turbulencia.

Como se comentó anteriormente, existen modelos de distintos grados de complejidad que van desde los modelos isotrópicos de dos ecuaciones como el clásico  $k-\varepsilon$ , hasta los modelos de cierre de segundo orden o modelos de tensiones de Reynolds (también conocidos como Second Moment Closure Models, SMC, o Reynolds Stress Models, RSM). Algunos modelos de turbulencia tienen aplicaciones específicas, mientras que otros pueden ser aplicados a una gran cantidad de flujos con un grado razonable de fiabilidad.

En general, se opta por los modelos de dos ecuaciones dada su gran estabilidad y eficiencia en la resolución. Sin embargo, los modelos isotrópicos dejan de ser válidos cuando se pretende conocer el campo turbulento, debiendo optarse por modelos de cierre de segundo orden que resuelven las componentes de la velocidad turbulenta.

Se debe tener en cuenta que el incremento del número de ecuaciones de transporte en los modelos SMC provoca una reducción de la robustez de la solución, requiriendo un mayor esfuerzo computacional.

Debido a que el flujo bifásico es anisotrópico, en este estudio se han considerado dos tipos de modelos:

- Modelos de cierre de primer orden:  
Estudio del conjunto chorro + cuenco de disipación.
- Modelos de cierre de segundo orden:  
Estudio de las componentes turbulentas del chorro.

#### 4.4.3. Lámina libre

Se asume que los fluidos en flujo multifásico interactúan a escalas macroscópicas, muy superiores a las escalas moleculares. Algunos ejemplos son: burbujas de gas en un líquido, gotas de un líquido en un gas o en otro líquido inmiscible, etc. En estos casos, es necesario resolver los campos de velocidades, temperatura, etc. de cada fluido, los cuales interactúan entre ellos mediante fuerzas en la interfaz y transferencias de calor.

ANSYS CFX es un programa de volúmenes finitos. En cada volumen de control en que se divide el mallado, la suma de las fracciones volumétricas de todas las fases ( $r_\alpha$ ) es la unidad. Existen tres posibles valores de fracción volumétrica en cada elemento del mallado del dominio fluido:

- $r_\alpha = 0$ . El elemento no contiene la fase  $\alpha$ .
- $r_\alpha = 1$ . El elemento únicamente contiene la fase  $\alpha$ .
- $0 < r_\alpha < 1$ . El elemento contiene la interfaz entre la fase  $\alpha$  y otra o más fases fluidas.

De este modo, las fracciones volumétricas de las fases son igual a uno o cero en todas partes, excepto en la zona donde existe interacción entre los fluidos (flujo bifásico), pudiendo emplearse un único campo de velocidades.

Para resolver la interfaz bifásica aire-agua, en ANSYS CFX se ha considerado el modelo homogéneo. Este modelo puede considerarse como un caso límite del modelo de flujo multifásico Euleriano-Euleriano en el que la tasa de transferencia en la interfaz es muy grande. Esto da lugar a que todos los fluidos compartan un campo de flujo común (velocidad, presión, temperatura, turbulencia, etc.).

Para un proceso de transporte dado, el modelo homogéneo asume que las cantidades transportadas (con excepción de la fracción volumétrica) son las mismas para todas las fases:

$$\Phi_\alpha = \Phi \quad 1 \leq \alpha \leq N_p \quad (141)$$

siendo  $N_p$  el número total de fases.

Puesto que las cantidades transportadas son compartidas en el flujo multifásico homogéneo, el campo compartido se puede resolver con las ecuaciones de transporte en vez de usar una ecuación de transporte individual para cada fase. Las ecuaciones de transporte pueden ser derivadas sumando las ecuaciones de transporte individuales de cada fase para obtener una única ecuación de transporte. De este modo, la ecuación de cantidad de movimiento para el modelo homogéneo queda:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla \cdot (\rho U \otimes U - \mu(\nabla U + (\nabla U)^T)) = S_M - \nabla P \quad (142)$$

donde:

$$\rho = \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} \rho_{\alpha} \quad (143)$$

$$U_{\alpha} = U \quad 1 \leq \alpha \leq N_p \quad (144)$$

$$\mu = \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_{\alpha} \mu_{\alpha} \quad (145)$$

siendo  $U$  la velocidad del flujo multifásico,  $S_M$  el término fuente,  $U_{\alpha}$  la velocidad de la fase  $\alpha$  del fluido,  $\rho$  la densidad del flujo multifásico,  $\rho_{\alpha}$  la densidad de la fase  $\alpha$ ,  $\mu$  la viscosidad dinámica,  $\mu_{\alpha}$  la viscosidad dinámica de la fase  $\alpha$ ,  $r_{\alpha}$  la fracción volumétrica de la fase  $\alpha$  y  $N_p$  el número total de fases en el fluido multifásico.

La transferencia en la interfaz no se tiene en cuenta en el modelo homogéneo, siendo esencialmente una ecuación de transporte de fase simple con densidad y viscosidad variable.

Conjuntamente con el modelo homogéneo, se ha empleado el modelo de superficie libre, junto a la diferencia de densidad entre los dos fluidos.

El modelo de superficie libre intenta resolver la interfaz entre los fluidos. Si únicamente existe dos fases en la simulación, se emplea la siguiente ecuación para obtener el área de la interfaz en contacto:

$$A_{\alpha\beta} = |\nabla r_{\alpha}| \quad (146)$$

donde  $A_{\alpha\beta}$  es el área de la interfaz por unidad de volumen entre las fases  $\alpha$  y  $\beta$ , y  $r_{\alpha}$  es la fracción volumétrica de la fase  $\alpha$ .

Además, incluye unas características de discretización especiales del gradiente de presión y de los términos gravitatorios para asegurar que el flujo mantiene un buen comportamiento en la interfaz, aunque el método de discretización no queda definido de modo expreso.

Pese a todo, las fronteras entre las distintas fases no están claramente delimitadas, ya que en la zona próxima a la lámina libre se produce un cambio gradual de una fase a la otra (Figura 26).

Generalmente, se asume que la lámina libre está delimitada por una fracción volumétrica de agua de 0.5 (fracción volumétrica de aire = 0.5). En este estudio se empleó este valor para el cálculo de calados en los flujos en canal. Sin embargo, en la caída del chorro se observó que se produce una enorme entrada de aire, que comienza en la zona de despegue del flujo. Por este motivo, para delimitar el espesor del chorro y su longitud de rotura se ha empleado un valor de fracción volumétrica de agua igual a 0.2 (fracción volumétrica de aire = 0.8).

FLOW-3D emplea el método denominado Volume of Fluid (VOF), desarrollado por Hirt y Nichols (1981) para esquemas en diferencias finitas. Este método permite considerar únicamente la parte correspondiente al agua en el flujo. De este modo, no se resuelve la dinámica de la fase gaseosa, sino que se trata como regiones de presión uniforme, utilizándose la presión como condición de contorno en la interfaz líquido-gas. Esto origina una teórica reducción del tiempo de simulación al no tener en cuenta la fase del aire. De este modo, se acota el cambio gradual en la interfaz aire-agua observado en otros programas de CFD.

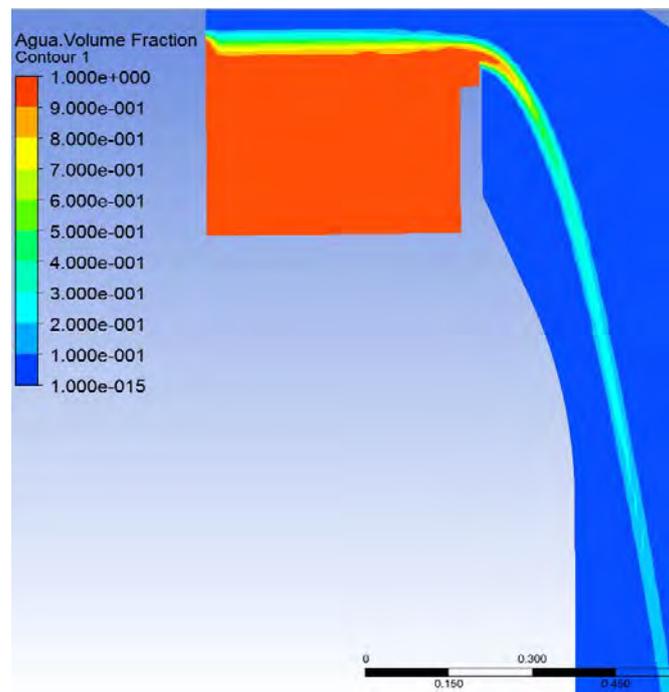


Figura 26. Interfaz del flujo bifásico aire-agua en un aliviadero de vertido libre.

Para encontrar, definir y aplicar correctamente las condiciones de contorno en la lámina libre, el método VOF define el volumen de fluido en cada elemento del mallado. El

elemento recibe un valor de 0 si no contiene agua, mientras que si está lleno de agua recibe un valor de 1. Si el elemento contiene la lámina libre, recibe un valor entre 0 y 1 en función de la fracción de volumen fluido que corresponde al agua en dicho elemento.

El ángulo de la superficie del agua en el elemento se determina en función de los valores de los elementos cercanos. De este modo, la localización de la superficie libre dentro de cada elemento se obtiene como una aproximación de primer orden (una línea recta en el caso bidimensional y una superficie plana en el espacio tridimensional).

El cálculo del campo fluido se realiza en cada intervalo de paso, recalculando la superficie libre en cada paso, lo que permite su movimiento temporal y espacial.

De los posibles sistemas de VOF disponibles en FLOW-3D, se ha optado por el método Split Lagrangian, también conocido como TruVOF. Este método obtiene buenos resultados en el rastreo de la interfaz aire-agua en movimientos tridimensionales complejos, y produce errores acumulados de volumen inferiores al resto de los métodos disponibles en el programa (FLOW Science Inc., 2011).

Teniendo en cuenta los métodos VOF y FAVOR, cada elemento puede tener uno de estos cinco valores: completamente sólido, parte sólida y fluida, completamente fluido, parcialmente fluido o completamente vacío.

Las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para un flujo no compresible, incluyendo los métodos VOF y FAVOR quedan:

$$\frac{\partial}{\partial x}(uA_x) + \frac{\partial}{\partial y}(vA_y) + \frac{\partial}{\partial z}(wA_z) = 0 \quad (147)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left( U_j A_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} + g_i + f_i \quad (148)$$

donde  $V_F$  es la fracción volumétrica de agua en cada elemento,  $A_i$  es la fracción de área abierta al flujo en cada dirección,  $P'$  es la presión,  $g_i$  es la fuerza gravitatoria y  $f_i$  representa las tensiones de Reynolds obtenidas por el modelo de turbulencia. En elementos completamente llenos de agua,  $V_F$  y  $A_i$  son igual a 1, quedando las ecuaciones básicas de flujo incompresible.

#### 4.5. Actividades realizadas. Aplicación a aliviaderos de vertido libre y cuencos de disipación. Resultados

A continuación, se presentan los diversos resultados de validación que se han obtenido durante el periodo formativo.

##### 4.5.1. Estudios previos de la metodología CFD

###### 4.5.1.1. Análisis de un aliviadero de presa hidrodinámico

Previo al estudio de aliviaderos en vertido libre, se comprobó la capacidad del programa ANSYS CFX analizando un aliviadero de dos vanos con un perfil de vertedero de forma estándar tipo WES, definido por el U. S. Army Enginner Waterways Experimental Station, y una pila central tipo II. La modelación se realizó teniendo en cuenta una altura de diseño  $H_d = 4$  m, la cual define el perfil del aliviadero.

El mallado se realizó con el módulo de mallado ANSYS-Mesh. Para la obtención de una mayor precisión en el cálculo de la lámina libre, y aprovechando el cálculo en régimen permanente, en sucesivas iteraciones se refinó la malla en la zona en la que se sitúa la lámina libre de agua. En la figura 2 se puede apreciar la diferente resolución de la malla empleada en la modelación del aliviadero.

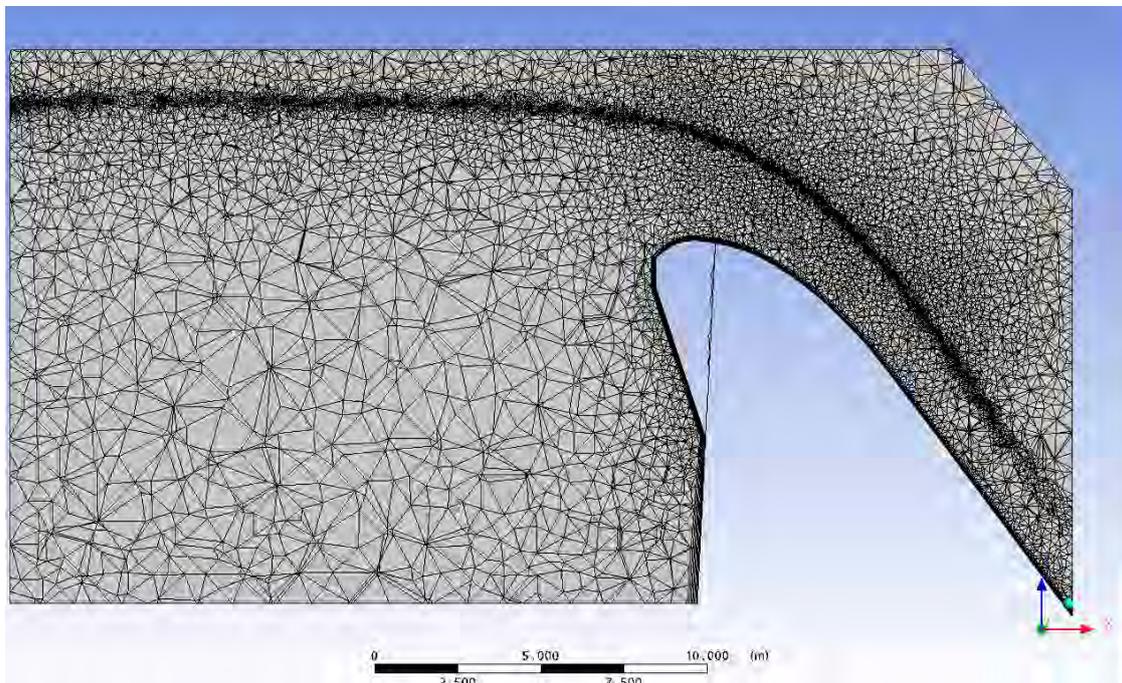


Figura 27. Adaptación del mallado en la zona de lámina libre (Carrillo y Castillo, 2010).

La Figura 28 muestra el adecuado ajuste entre los resultados obtenidos con la simulación numérica empleado el modelo de turbulencia SST y los valores experimentales correspondiente al perfil obtenido en el centro del vano.

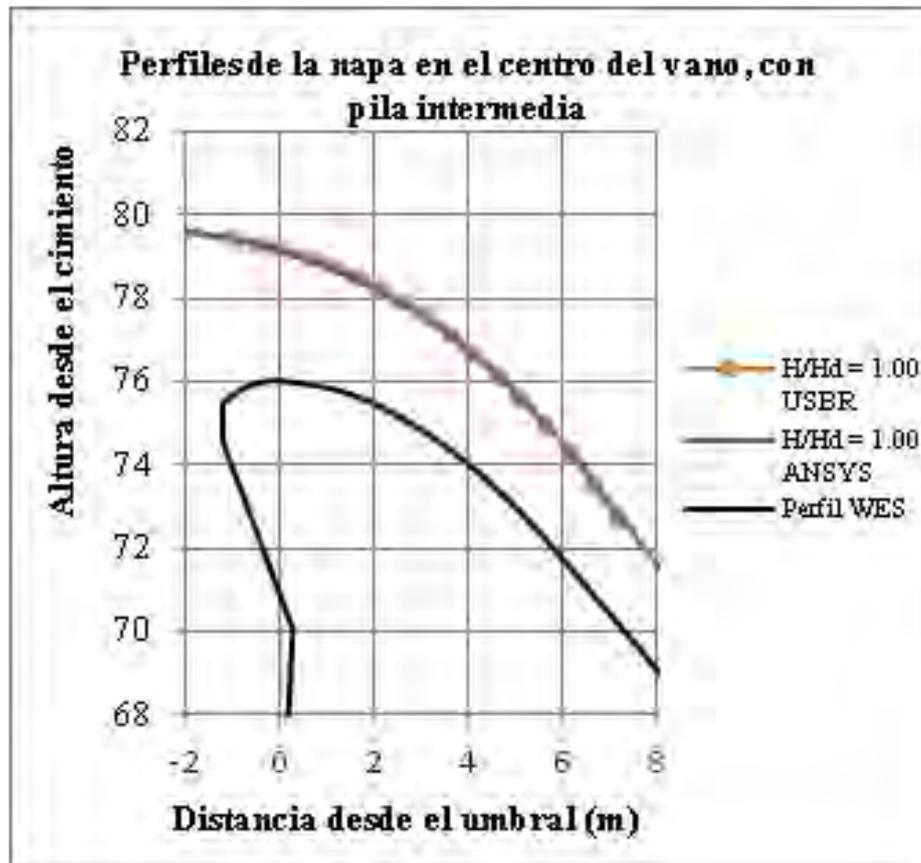


Figura 28. Comparación de resultados obtenidos en el centro del vano del aliviadero para la situación de Nivel Máximo Normal del embalse ( $H_d=4$  m) (Carrillo y Castillo, 2010).

#### 4.5.1.2. Análisis bidimensional de un aliviadero de vertido libre

Previo al estudio tridimensional de un aliviadero de vertido libre, se realizó un estudio bidimensional con el fin de comprobar la capacidad de ANSYS CFX para analizar este tipo de estructuras. La simulación consistió en un cálculo en régimen transitorio de 60 segundos empleando el modelo de turbulencia SST. En la Figura 29 se observa la gran cantidad de aire que entra en el cuenco de disipación.

Los resultados obtenidos de velocidad y ancho del chorro antes del impacto con el colchón de agua del cuenco de disipación, así como las presiones en el punto de estancamiento obtenidas se asemejaban a las mediciones de laboratorio y a los resultados obtenidos con la formulación propuesta por Castillo (2006, 2007).

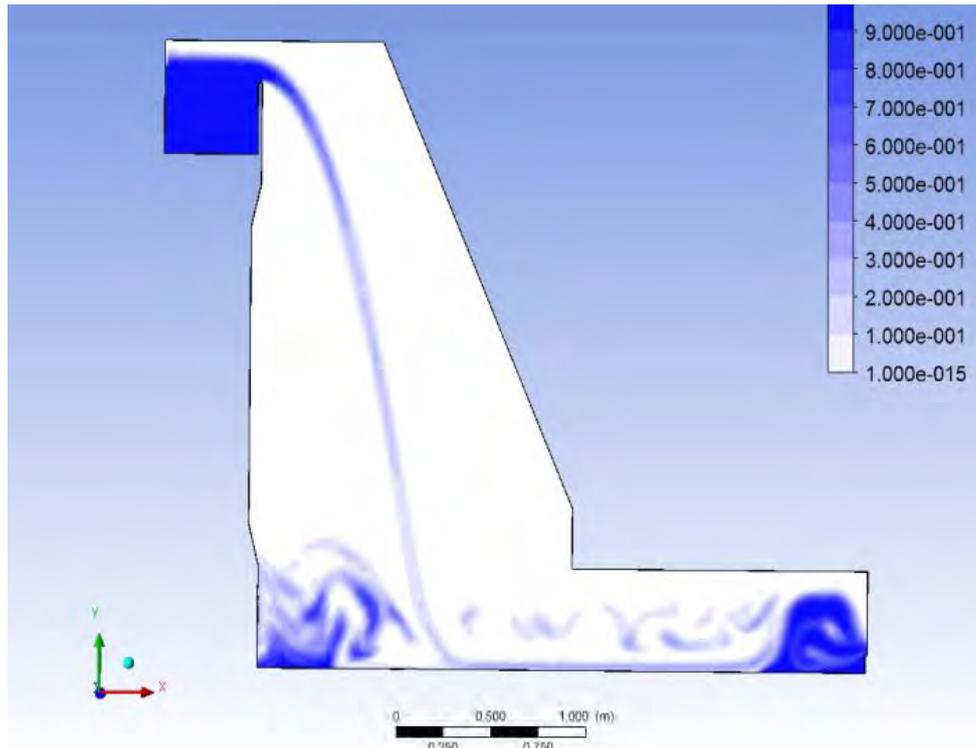


Figura 29. Perfil de la simulación bidimensional de un aliviadero de vertido libre (Castillo y Carrillo, 2010).

#### 4.5.2. Análisis tridimensional de aliviaderos de vertido libre y cuencos de disipación

Puesto que la infraestructura del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena no es una estructura bidimensional (el ancho del vertedero no coincide con el ancho del cuenco de amortiguación), el estudio comparativo debe ser abordado con un modelo tridimensional. Además, al tratarse de un fenómeno turbulento, se requiere un enfoque tridimensional, puesto que la turbulencia es un fenómeno tridimensional.

##### 4.5.2.1. Primera aproximación tridimensional

Empleando el modelo de turbulencia SST y un mallado de elementos tetraédricos, se realizó la simulación tridimensional del modelo físico de laboratorio con ANSYS CFX, (Figura 30). El tamaño de la malla fue de 0.01 m en las zonas de interés (vuelo del chorro y zonas próximas al punto de estancamiento).

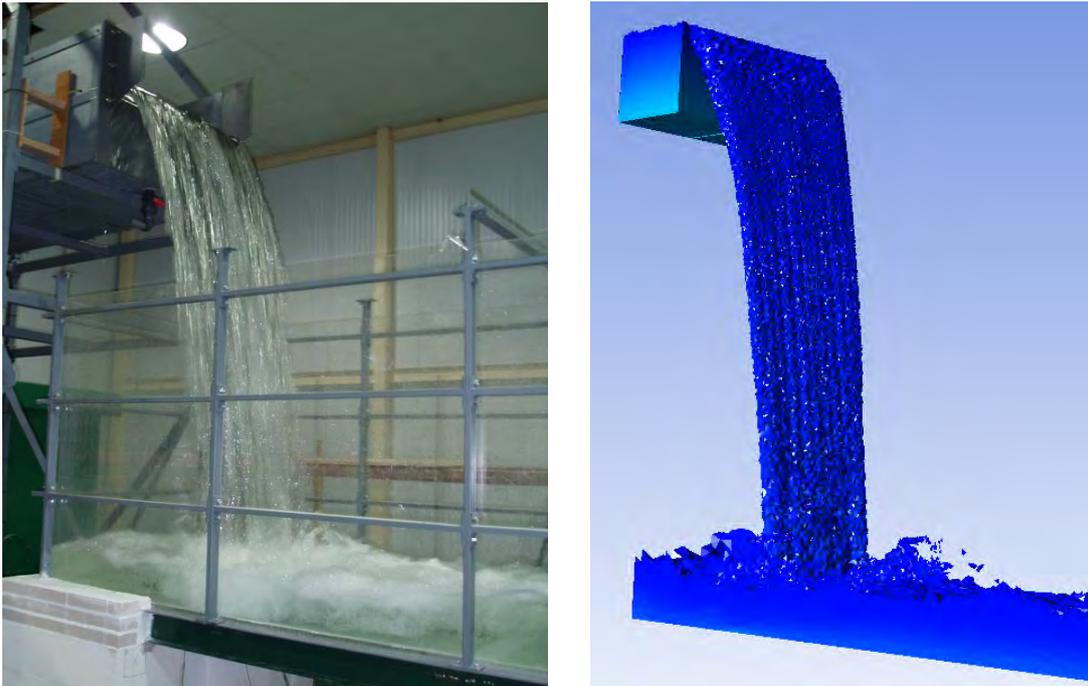


Figura 30. Comparación del vertido libre en laboratorio con la simulación numérica (Castillo y Carrillo, 2011).

El tiempo total de cálculo de la simulación en régimen transitorio de 60 segundos fue de  $4.099E+05$  (aproximadamente 4.7 días), paralelizando el cálculo en un ordenador de 8 núcleos.

Los resultados de la simulación se compararon con los datos medidos en laboratorio, y con el Método Paramétrico propuesto por Castillo (2006, 2007), obteniéndose resultados similares de presiones, espesores del chorro y velocidades para los dos caudales considerados, aunque se obtuvieron alcances del chorro alrededor de un 10% inferiores a las observadas en laboratorio, posiblemente debidas al empleo de un mallado basado en elementos tetraédricos.

#### ***4.5.2.2. Influencia del mallado***

Debido al corto alcance obtenido en las simulaciones realizadas con un mallado basado en elementos tetraédricos, se consideró necesario realizar la comparativa con los resultados que obtiene ANSYS CFX al considerar un mallado basado en elementos hexaédricos (Figura 31).

En la Tabla 5 se compara la distribución de las distintas tipologías de elementos para cada una de las mallas, así como el tiempo computacional y memoria requerida para realizar la simulación. Se comprueba que se reduce considerablemente el número de elementos al emplear elementos hexaédricos del mismo tamaño que los tetraédricos.

Otra de las ventajas es que el tiempo de cálculo requerido para resolver la simulación se reduce a aproximadamente la mitad, sin requerir mayor memoria RAM.

	Mallado	
	Tetraédrico	Hexaédrico
Nº Elementos	3,852,769	414,370
% Tetraedros	96.38	3.21
% Pirámides	0.00	6.74
% Prismas	3.62	0.69
% Hexaedros	0.00	89.36
Tiempo de computación (s)	3.081E+06 ≈ 4.8 días	1.330E+06 ≈ 2.6 días
Memoria RAM necesaria (GHz)	4	4

Tabla 5. Número de elementos de las simulaciones y tiempo requerido de cálculo (Carrillo y Castillo, 2011).

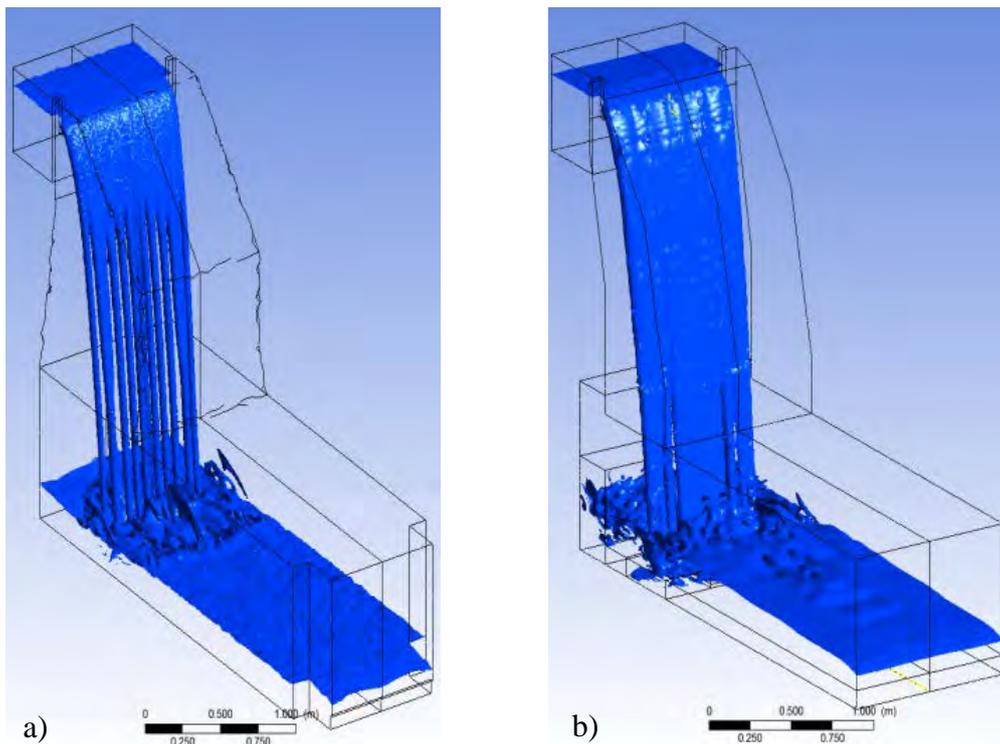


Figura 31. Simulación de la lámina de vertido libre: a) mallado tetraédrico; b) mallado hexaédrico (Carrillo y Castillo, 2011).

Con el mallado de elementos tetraédricos se obtuvieron resultados adecuados de velocidades y calados, pero se observaba la formación de tubos en la lámina vertiente. Con el mallado basado en elementos hexaédricos se logró una lámina vertiente más real, así como una mejor precisión de los parámetros analizados.

En la Tabla 6 se comparan los resultados obtenidos en parámetros representativos en la teoría de aliviaderos de vertido libre.

	Mallado		Laboratorio
	Tetraédrico	Hexaédrico	
$y_b$ (m)	0.070	0.086	0.082
$X_{imp}$ (m)	0.68	0.74	0.74
$H_m$ (m.c.a.)	1.15	0.92	1.01
$C_p$	0.35	0.28	0.31

Tabla 6. Comparativa de parámetros representativos de la teoría de vertido libre (Carrillo y Castillo, 2011).

donde

- $y_b$  Calado del flujo a su paso sobre el labio del aliviadero
- $X_{imp}$  Distancia horizontal del aliviadero al punto de impacto
- $H_m$  Presión media obtenida en el punto de estancamiento
- $C_p$  Coeficiente de presión dinámica media:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{H} \quad (149)$$

siendo

- $H$  Diferencia entre la cota de la lámina libre aguas arriba del aliviadero y la superficie libre en el cuenco
- $Y$  Calado en el cuenco de disipación

En la Figura 32 se grafican las trayectorias de la lámina vertiente simulada con los dos tipos de mallado, junto a la solución de modelo de laboratorio propuesta por Scimemi (1930). El mallado hexaédrico obtiene una distancia de vuelo,  $X_{imp}$ , similar al observado en laboratorio, mientras que el mallado tetraédrico no es capaz de reproducir adecuadamente el despegue de la lámina de agua que se produce en el aliviadero de vertido libre.

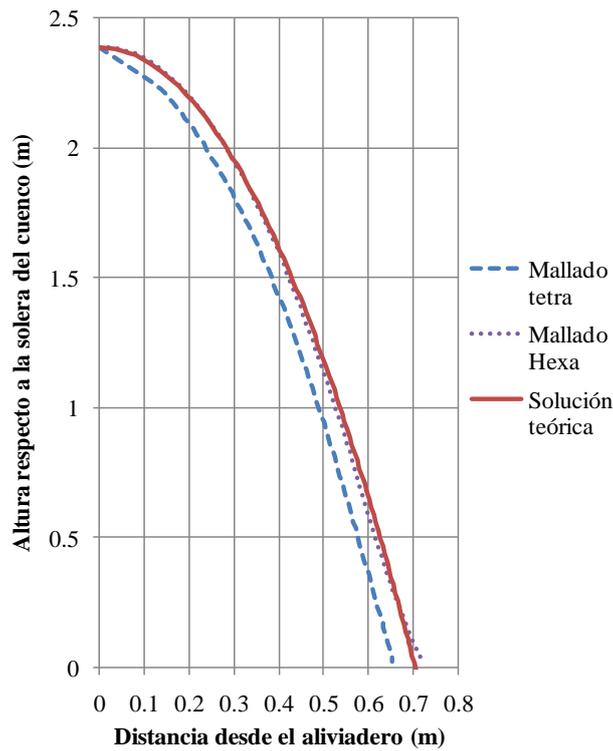


Figura 32. Trayectoria de la lámina libre (Carrillo y Castillo, 2011).

**4.5.2.3. Análisis de la turbulencia del chorro**

Con el fin de reproducir del modo más fidedigno las condiciones de laboratorio, se midió la turbulencia aguas arriba del vertedero del modelo físico (Figura 33).

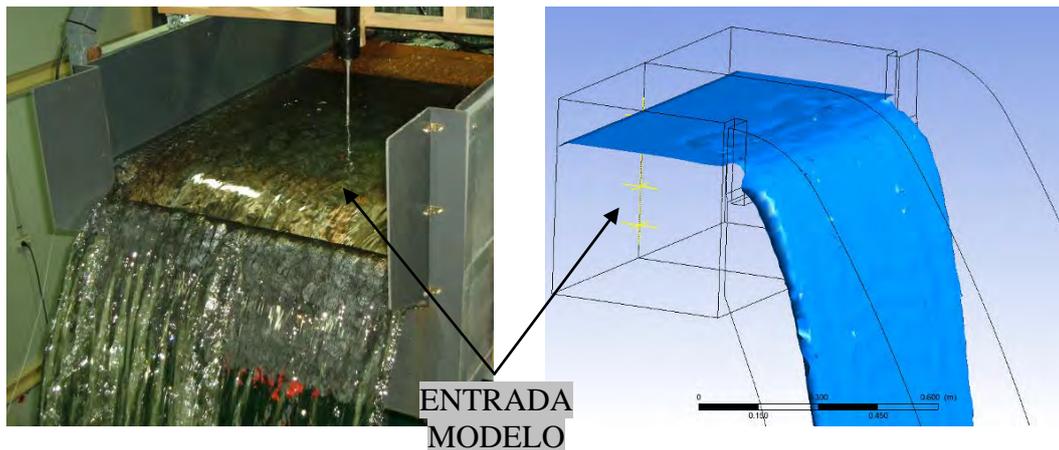


Figura 33. Sección de control de velocidades turbulentas (Carrillo y Castillo, 2011).

La sección se situó 0.50 m aguas arriba del punto de vertido, suficientemente alejada del mismo para evitar las distorsiones debidas a la contracción y aceleración que el flujo sufre en las inmediaciones del aliviadero (carga máxima sobre vertedero,  $h_{m\acute{a}x} = 0.095$

m). Las velocidades turbulentas obtenidas con esta metodología se emplearon como dato de entrada en las simulaciones numéricas realizadas.

De este modo, se registró mediante equipos Doppler una elevada turbulencia en la condición de contorno de la entrada del modelo ( $T_u \rightarrow 0.16$ ), siendo:

$$T_u = \frac{\bar{V}'}{V} \tag{150}$$

donde  $\bar{V}'$  y  $V$  son la raíz cuadrática media (RMS) y la velocidad media del flujo.

Puesto que la turbulencia en el chorro vertiente influye en la entrada de aire así como en la longitud de rotura del chorro, se ha intentado conocer el funcionamiento de la turbulencia a lo largo del chorro. Por este motivo, se ha empleado ANSYS CFX para analizar las velocidades turbulentas, para lo que se ha empleado el modelo de turbulencia de cierre de segundo orden Baseline Reynolds Stress.

A partir de la turbulencia en el modelo físico, se han obtenido las velocidades medias ( $u, v, w$ ) y turbulentas ( $u', v', w'$ ) sobre una línea de corriente que parte del aliviadero. En las siguientes figuras se grafica la variación de las velocidades medias y turbulentas.

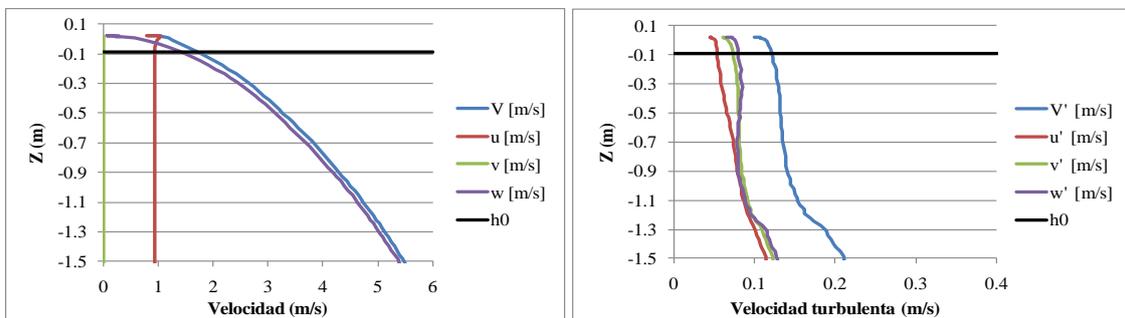


Figura 34. Velocidades medias y turbulentas para  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$  y  $h = 0.095 \text{ m}$  (Carrillo y Castillo, 2011).

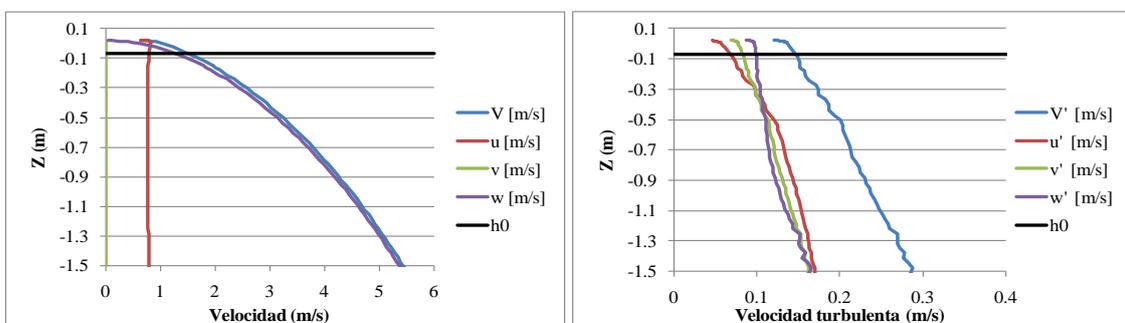


Figura 35. Velocidades y velocidades turbulentas para  $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$  y  $h = 0.073 \text{ m}$  (Carrillo y Castillo, 2011).

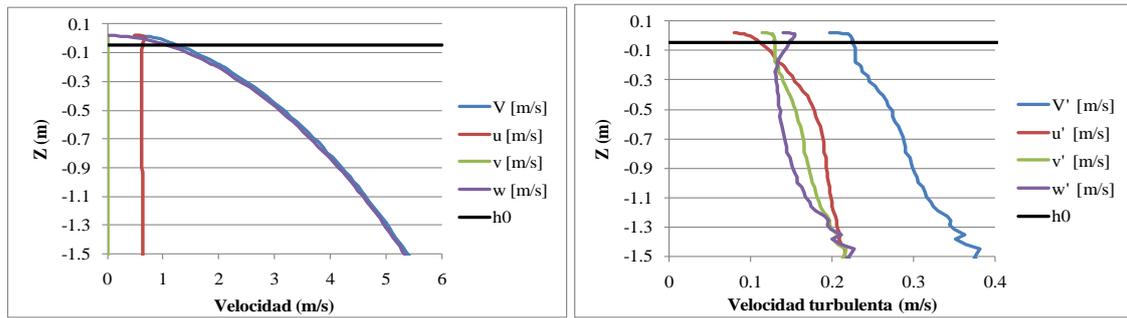


Figura 36. Velocidades medias y turbulentas para  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$  y  $h = 0.047 \text{ m}$  (Carrillo y Castillo, 2011).

Se observa que las velocidades turbulentas llegan a igualarse a una cierta altura de caída, más alejado a mayor caudal específico, así como que las velocidades turbulentas se incrementan con la reducción del caudal específico.

Teniendo en cuenta los valores calculados en la condición inicial del Método Paramétrico ( $Z = -h$ ), en la Tabla 7 se recogen las velocidades turbulentas totales en función de la componente turbulenta vertical,  $w'$ .

$q \text{ (m}^2/\text{s)}$	$V_i \text{ (m/s)}$	$u' \text{ (m/s)}$	$v' \text{ (m/s)}$	$w' \text{ (m/s)}$	$\bar{V}'_i \text{ (m/s)}$	$T_u$	$\bar{V}'_i = f(w')$
0.058	1.777	5.765e-02	7.260e-02	8.484e-02	1.26E-01	7.07e-02	1.48w'
0.037	1.285	6.830e-02	8.259e-02	9.740e-02	1.45E-01	1.13e-01	1.49w'
0.023	1.145	1.081e-01	1.225e-01	1.405e-01	2.15E-01	1.88e-01	1.53w'

Tabla 7. Velocidades turbulentas en la condición inicial para diferentes caudales (Carrillo y Castillo, 2011).

De este modo, para la situación de laboratorio se obtiene  $\bar{V}'_i \approx 1.50w'$ , por lo que el parámetro turbulento a emplear en el Método Paramétrico sería  $\varphi = K_\varphi(\bar{V}'_i/V_i) \approx 1.50T_u^*$ .

En la Figura 37 se observa que aunque el flujo llega al vertedero con una elevada intensidad de turbulencia, éste se reduce rápidamente hasta alcanzar un valor constante. Este hecho es debido a que la aceleración del flujo por efecto de la gravedad es muy superior al incremento de la velocidad turbulenta en la caída.

También se observa que en la caída,  $K_\varphi$  oscila menos conforme aumenta el caudal específico. Este fenómeno se debe a que las diferencias entre las componentes turbulentas aumentan conforme se reduce el ancho del chorro, volviéndose más inestable al reducirse el núcleo compacto del mismo.

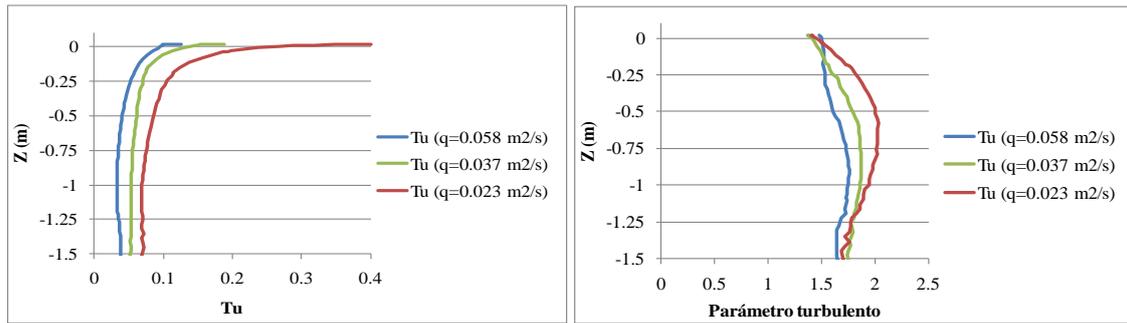


Figura 37. Evolución de la intensidad de turbulencia ( $T_u$ ) y del coeficiente del parámetro de turbulencia ( $K_\phi$ ) (Carrillo y Castillo, 2011).

Debido a la alta turbulencia medida en la condición de contorno en la entrada ( $T_{u,x} \approx 0.16$ ), se consideró necesario conocer cómo afecta la variación de la turbulencia inicial a las soluciones numéricas. Así, para conocer la variación del parámetro turbulento  $K_\phi$  del Método Paramétrico, se simuló la caída del chorro considerando diversas turbulencias en la condición de contorno de entrada del flujo.

Siguiendo una línea de corriente que parte del vertedero, en la Figura 38 se puede ver la evolución de  $T_u$  para cada una de las turbulencias iniciales  $T_{u,x}$  consideradas. Se observa que, aunque las turbulencias en la condición inicial son diferentes,  $T_u$  tiende a un valor próximo a 0.03 cuando existe una suficiente distancia de caída.

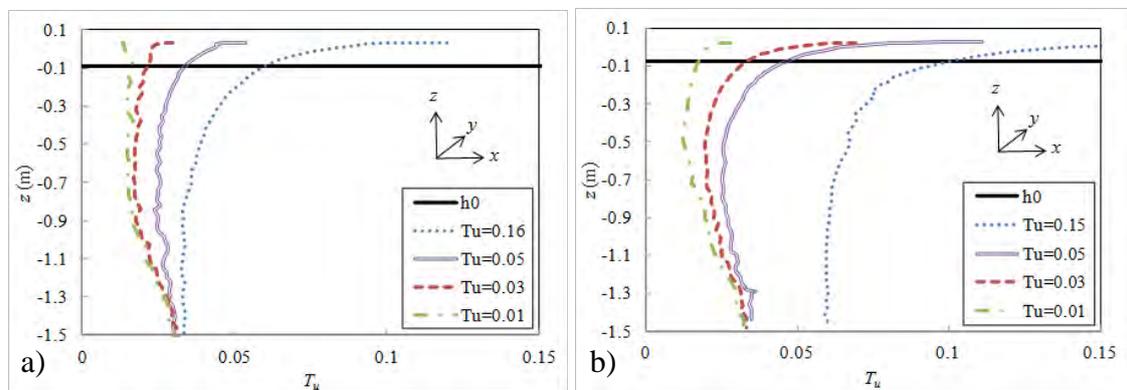


Figura 38. Evolución de la turbulencia  $T_u$  durante la caída del chorro: a)  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0.095 \text{ m}$ ; b)  $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0.073 \text{ m}$ .

De forma similar, la Figura 39 grafica la evolución del parámetro turbulento  $K_\phi$ .

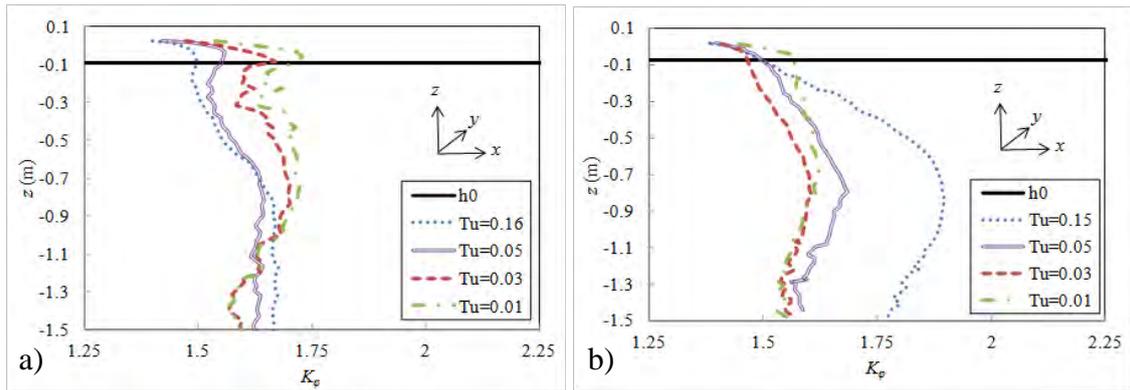


Figura 39. Evolución del parámetro turbulento  $K_\phi$  durante la caída del chorro: a)  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0.095 \text{ m}$ ; b)  $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0.073 \text{ m}$ .

Las siguientes tablas muestra los resultados obtenidos en la condición inicial del Método Paramétrico ( $Z = -h$ ).

	$T_{u,x}=0.16$	$T_{u,x}=0.05$	$T_{u,x}=0.03$	$T_{u,x}=0.01$
$V_i$ (m/s)	1.84	1.84	1.84	1.83
$\overline{V}_t'$ (m/s)	1.090e-01	6.151e-02	3.952e-02	2.941e-02
$T_u$	5.942e-02	3.351e-02	2.157e-02	1.607e-02
$\overline{V}_t' = f(w')$	1.50w'	1.55w'	1.65w'	1.71w'

Tabla 8. Velocidades turbulentas en la condición inicial para distintas intensidades turbulentas ( $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0.095 \text{ m}$ ).

	$T_{u,x}=0.15$	$T_{u,x}=0.05$	$T_{u,x}=0.03$	$T_{u,x}=0.01$
$V_i$ (m/s)	1.56	1.60	1.61	1.61
$\overline{V}_t'$ (m/s)	1.399e-01	7.440e-02	5.588e-02	3.184e-02
$T_u$	8.342e-02	4.302e-02	3.249e-02	1.879e-02
$\overline{V}_t' = f(w')$	1.47w'	1.50w'	1.51w'	1.56w'

Tabla 9. Velocidades turbulentas en la condición inicial para distintas intensidades turbulentas ( $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0.073 \text{ m}$ ).

Los resultados de las tablas anteriores muestran que si la turbulencia en la condición de entrada decrece por debajo del 1%, la velocidad turbulenta vertical  $w'$  en la condición

inicial decrece, tendiendo a igualarse las tres componentes de las velocidades turbulentas. De este modo, el parámetro turbulento se aproxima a:

$$\sqrt{(u'/w')^2 + (v'/w')^2 + (w'/w')^2} = 1.73 \quad (151)$$

#### 4.5.2.4. Estudio de aireación y velocidad del chorro

Mediante equipo de fibra óptica se ha analizado la velocidad y tasas de aireación en distintas secciones del chorro. Los datos obtenidos se han comparado con las simulaciones numéricas realizadas en ANSYS CFX y FLOW-3D.

La Figura 40 muestra los resultado de la lámina libre del chorro obtenidos con los dos programas de CFD para  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ . Ambos programas obtienen una lámina libre similar a la observada en laboratorio.

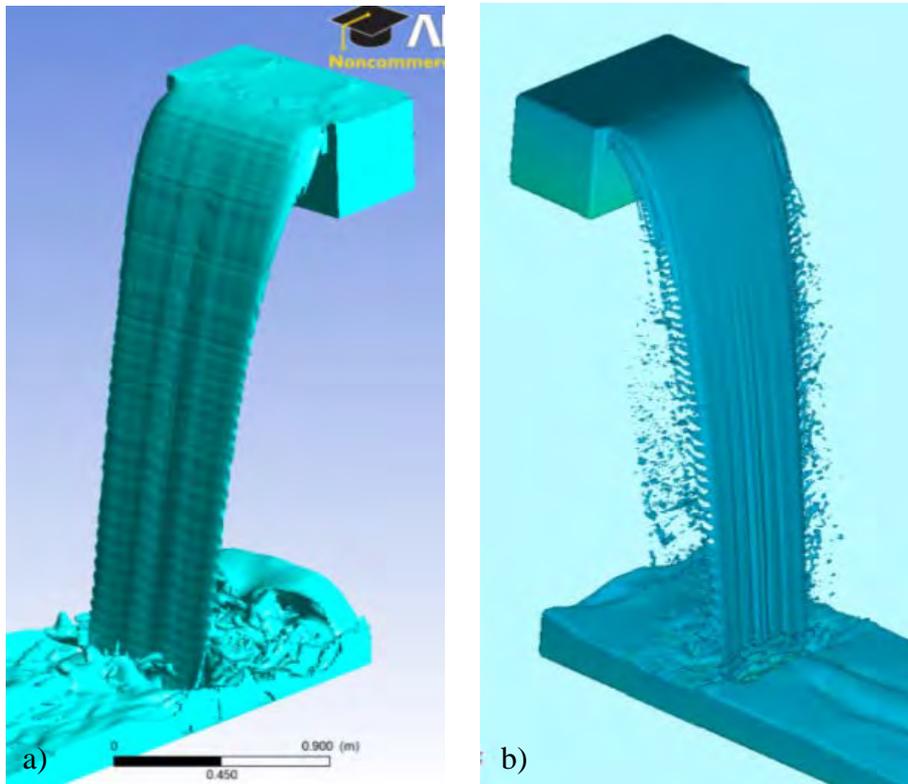


Figura 40. Lámina libre del chorro para  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ . a) ANSYS CFX; b) FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012).

La Figura 41 muestra las velocidades obtenidas sobre una línea de corriente. Se observa que ANSYS CFX sigue la evolución de las velocidades obtenidas con el equipo de fibra óptica. Por su parte, FLOW-3D obtiene velocidades ligeramente superiores a la velocidad teórica de caída libre,  $V = \sqrt{2gz}$ , siendo  $z$  la distancia de caída.

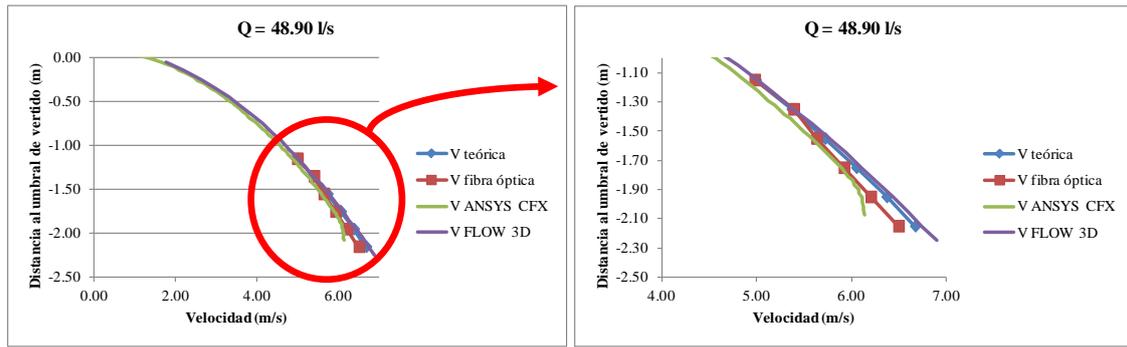


Figura 41. Velocidad en el chorro para  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$  (Castillo y Carrillo, 2012).

La Figura 42 muestra la fracción volumétrica de agua ( $r_{agua}$ ) obtenida sobre una línea de corriente. ANSYS CFX sigue la forma observada con la fibra óptica, aunque considera que se produce una mayor entrada de aire en el chorro. Si bien, los resultados cualitativos son esperanzadores, las diferencias cuantitativas pueden estar motivadas por una mallado excesivamente grueso para que el método Euleriano-Euleriano pueda ser capaz de reproducir la entrada de aire de un modo correcto. El modelo homogéneo empleado no permite actuar sobre ningún parámetro de corrección de la aireación al no considerar la interacción entre las dos fases (agua-aire), por lo que sería conveniente intentar abordar la aireación del chorro con un modelo inhomogéneo, el cual calcula la interacción entre las fases, aunque su coste computacional es mayor.

Por su parte, FLOW-3D falla en la entrada de aire en el modelo. Según han comentado los distribuidores de FLOW-3D consultados, en las últimas versiones se han realizado cambios en los modelos de turbulencia, de modo que el modelo de entrada de aire ha dejado de ser independiente de la malla. Una de las prioridades de Flow Science Inc. es remodelar el código para evitar que este efecto indeseable ocurra.

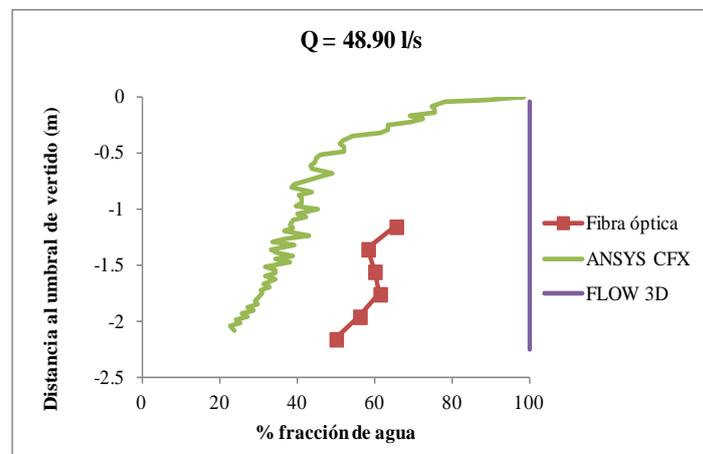


Figura 42. Fracción volumétrica de agua en el chorro ( $r_{agua}$ ) para  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$  (Castillo y Carrillo, 2012).

Al realizar las simulaciones de caudales intermedios y bajos con FLOW-3D se observó que se produce la rotura del chorro en puntos muy cercanos al umbral de vertido cuando se emplea un tamaño de malla de 0.005 m. La Figura 43 muestra la rotura del chorro obtenida para el caudal  $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ , donde se observa que el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  tiende a producir la rotura del chorro un poco antes que el modelo RNG.

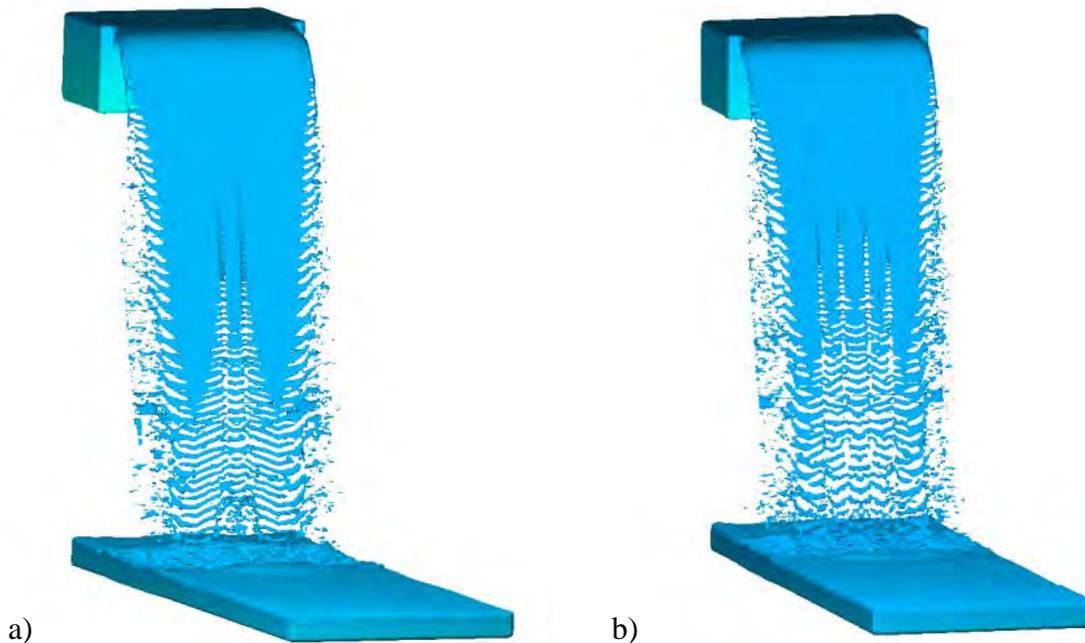


Figura 43. Lámina libre del chorro obtenida con FLOW-3D ( $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.30 \text{ m}$ ,  $h = 0.073 \text{ m}$ ,  $Y = 0.12 \text{ m}$ ): a) Simulación con RNG; b) Simulación con  $k-\varepsilon$  (Castillo y Carrillo, 2012).

La Figura 44 muestra la lámina libre obtenida con ANSYS CFX empleando el tamaño de mallado considerado (0.01 m), y FLOW-3D considerando dos tamaños de mallado (0.005 y 0.003 m). Se observa que FLOW-3D mejora la simulación de la lámina libre al disminuir el tamaño de los elementos de la malla. Sin embargo, esta disminución aumenta el esfuerzo computacional y el tiempo requerido. De este modo, frente a las 2.0 horas que se requieren en ANSYS CFX para resolver un transitorio de 5 segundos de la lámina vertiente, FLOW-3D requiere 5.5 horas con el mallado de 0.005 m y 7.3 horas con el mallado de 0.003 m.

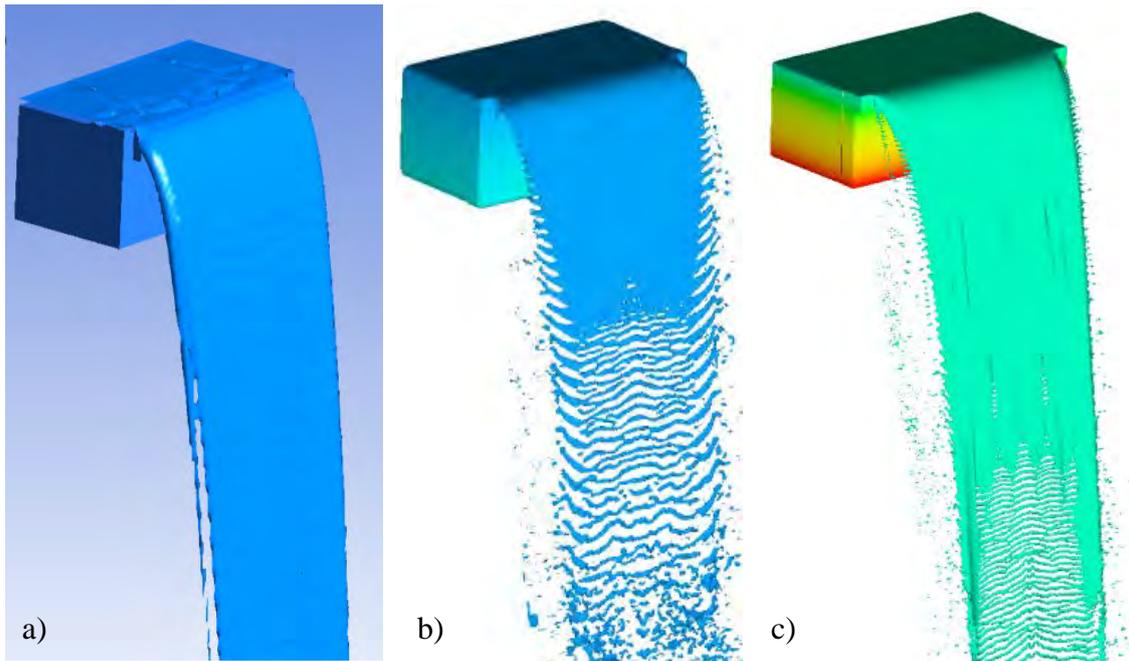


Figura 44. Lámina libre del chorro para  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ . a) ANSYS CFX; b) FLOW-3D con mallado de 0.005 m; c) FLOW-3D con mallado de 0.003 m (Castillo y Carrillo, 2012).

La Figura 45 muestra la fracción volumétrica del agua obtenida con los dos tamaño de mallado en FLOW-3D. Se observa que la rotura del chorro coincide con el punto en el que el espesor del chorro es similar a dos veces el tamaño del mallado.

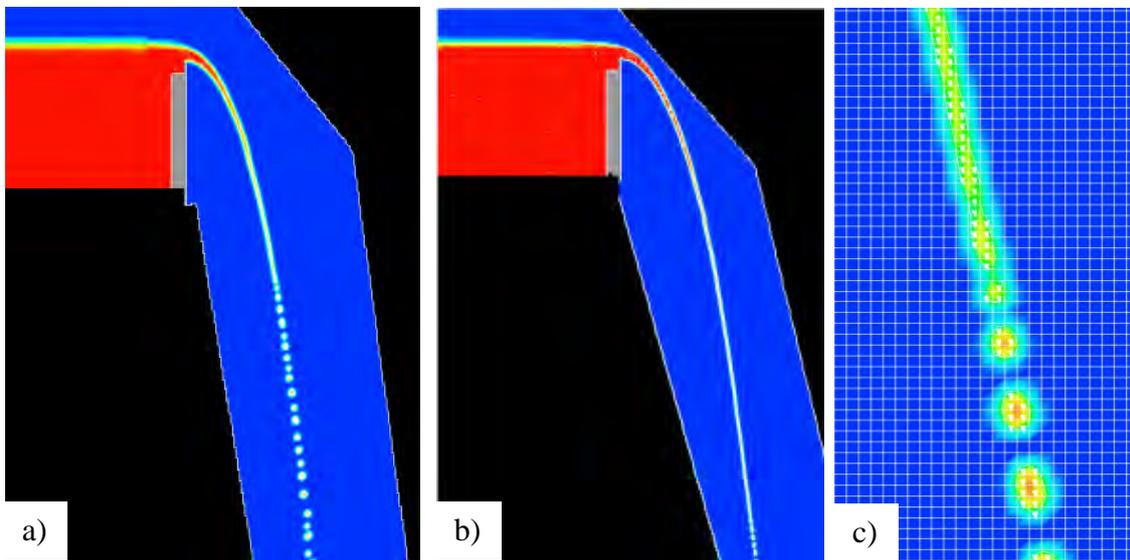


Figura 45. Fracción volumétrica de agua ( $r_{\text{agua}}$ ) para  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ . a) FLOW-3D con mallado de 0.005 m; b) FLOW-3D con mallado de 0.003 m; c) Detalle de la rotura del chorro (Castillo y Carrillo, 2012).

La Figura 46 muestra las velocidades obtenidas sobre una línea de corriente para  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$  con los dos paquetes informáticos. Al igual que con el caudal grande, ANSYS CFX sigue la evolución de las velocidades obtenida con el equipo de fibra óptica, mientras que FLOW-3D obtiene velocidades ligeramente superiores a la velocidad teórica de caída libre. Los errores de truncamiento se disparan cuando se produce la rotura del chorro en FLOW-3D, imposibilitando obtener cualquier correlación con un experimento físico.

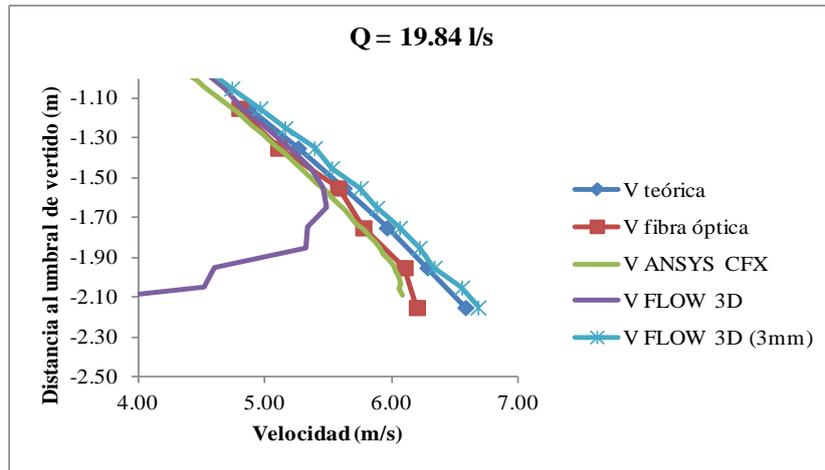


Figura 46. Velocidad en el chorro para  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$  (Castillo y Carrillo, 2012).

La Figura 47 muestra la fracción volumétrica de agua obtenida sobre una línea de corriente para  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ . Al igual que en el caso anterior, ANSYS CFX sigue la forma observada con la fibra óptica, aunque considera que se produce una mayor entrada de aire en el chorro. Por su parte, FLOW-3D no consigue reproducir la entrada de aire en el chorro hasta que se alcanza su rotura.

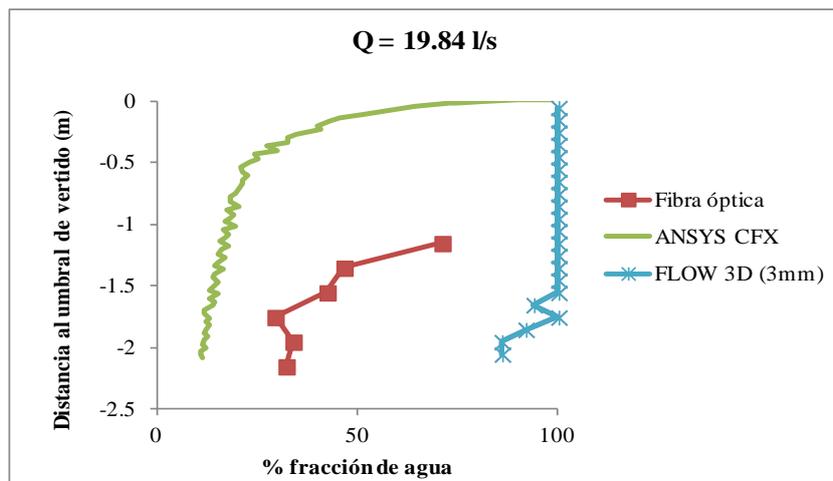


Figura 47. Fracción volumétrica de agua en el chorro ( $r_{\text{agua}}$ ) para  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$  (Castillo y Carrillo, 2012).

Debido a la problemática observada en la simulación del chorro con FLOW-3D, se consideró conveniente valorar hasta qué punto influye la no alineación del chorro con el mallado en el esquema de diferencias finitas. De este modo, se considera un mismo chorro con dos orientaciones distintas de la velocidad inicial y del vector gravedad (Figura 48).

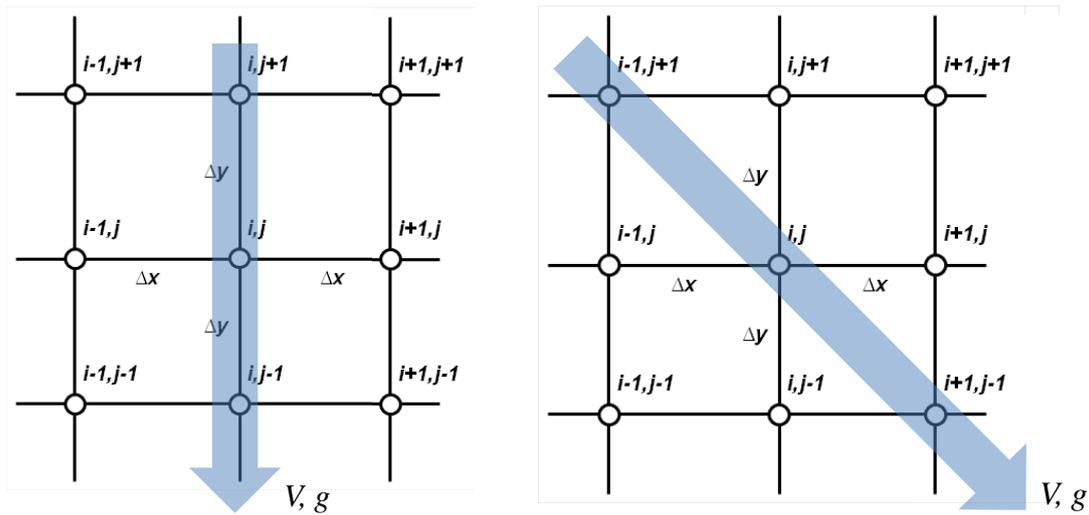


Figura 48. Orientación del chorro sobre el esquema de diferencias finitas (Castillo y Carrillo, 2012).

Para obtener las aproximaciones de segundo orden, el esquema de diferencias finitas emplea las siguientes expresiones:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (152)$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (153)$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{4\Delta x \Delta y} \quad (154)$$

Según estas expresiones, el chorro queda definido por los nodos situados en la línea horizontal o vertical cuando el chorro está orientado con la malla. Sin embargo, en caso de un chorro oblicuo se emplean elementos fuera de la diagonal, por lo que requiere un mayor espesor para obtener resultados similares en el eje del chorro.

La Figura 49 muestra los resultados obtenidos en una simulación de un chorro alineado con la malla. Se observa que cuando el chorro está alineado con la malla, se produce una distribución adecuada de caída libre sin que se produzca su rotura pese alcanzarse espesores similares a dos veces el tamaño de la malla en la parte inferior del gráfico. Sin embargo, la entrada de aire en el chorro apenas alcanza un 20 % en la parte final del mismo.

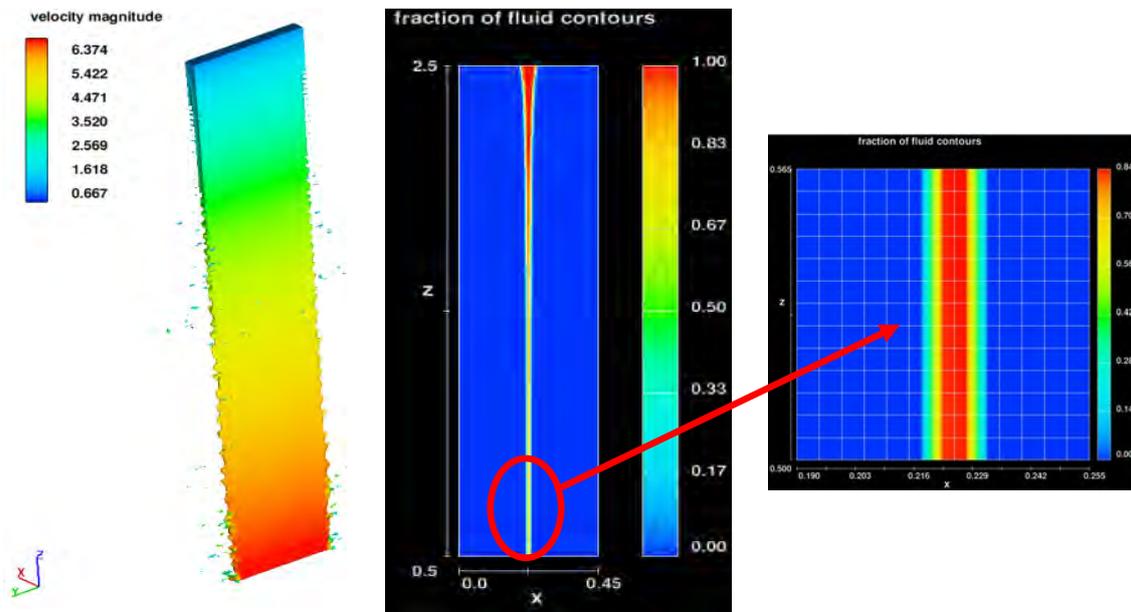


Figura 49. Chorro alineado con la malla en FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012).

La Figura 50 muestra los resultados de un chorro que no está alineado con el mallado. Se observa que empiezan las perturbaciones aproximadamente a 1 m de iniciarse la caída, produciéndose la rotura del chorro a una distancia aproximada de 1.35 m, frente a los 2 metros de caída sin perturbaciones que muestra el caso anterior.

En el sobrevertido de presas se generan chorros que parten de una componente prácticamente horizontal en el punto de vertido y alcanzan el colchón de agua con una componente predominantemente vertical, por lo que el chorro en la fase de vuelo pasa por situaciones en que no está alineado con la dirección del mallado.

Para que no se produzca la rotura del chorro por fenómenos numéricos es necesario emplear un tamaño de mallado 2–3 veces menor que el espesor del chorro en chorros alineados con el mallado. Sin embargo, debido al esquema de diferencias finitas de segundo orden, en chorros oblicuos puede ser necesario emplear tamaños de mallado 5–6 veces menor que el espesor del chorro. Considerando que los espesores del chorro incidente están entre 0.025 y 0.01 m en laboratorio, para un correcto cálculo del chorro se requeriría de tamaños de mallado de entre 0.003 y 0.002 m, incrementándose el coste computacional de la simulación.

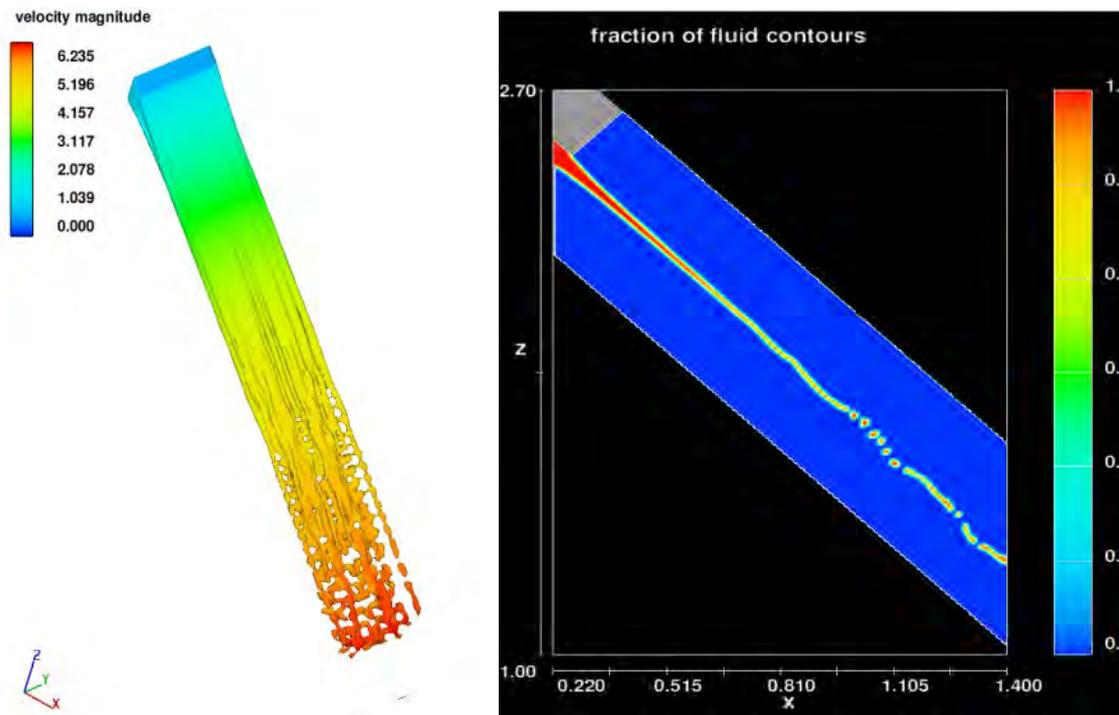


Figura 50. Chorro oblicuo a la malla en FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012).

Como se observa en las figuras anteriores, la reducción del tamaño del mallado no soluciona el problema de la aireación existente en la versión actual de FLOW-3D. Esto conlleva a que el chorro se resuelve sin considerar entrada de aire. Al no reproducir la zona emulsionada se obtienen menores espesores y no se produce la disipación de energía por aireación.

#### 4.5.2.5. Estudio del chorro + cuenco de disipación

##### 4.5.2.5.1. Análisis en función de la turbulencia inicial

Debido a que la turbulencia en la entrada del modelo físico está en torno al 16 %, frente a la turbulencia típica en prototipo de presas inferior al 3%, se consideró necesario conocer cómo afecta la variación de la turbulencia inicial a la solución numérica de los diversos parámetros influyentes en la teoría de aliviaderos de vertido libre.

Para ello, se realizaron simulaciones con ANSYS CFX y FLOW-3D, analizándose tres turbulencias distintas en la condición de contorno de entrada del flujo ( $T_u = 0.016; 0.03; 0.01$ ) para el caudal específico  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$  y colchón en el cuenco de disipación  $Y = 0.17 \text{ m}$ .

En ANSYS CFX se empleó el modelo de turbulencia SST, mientras que en FLOW-3D se aplicó el modelo  $k-\varepsilon$ .

En ANSYS CFX se realizó un mallado basado en elementos hexaédricos, empleando un total de 750,544 elementos, y considerando un tamaño de 0.01 m en la zona de vuelo del chorro y alrededor del punto de estancamiento (Figura 51).

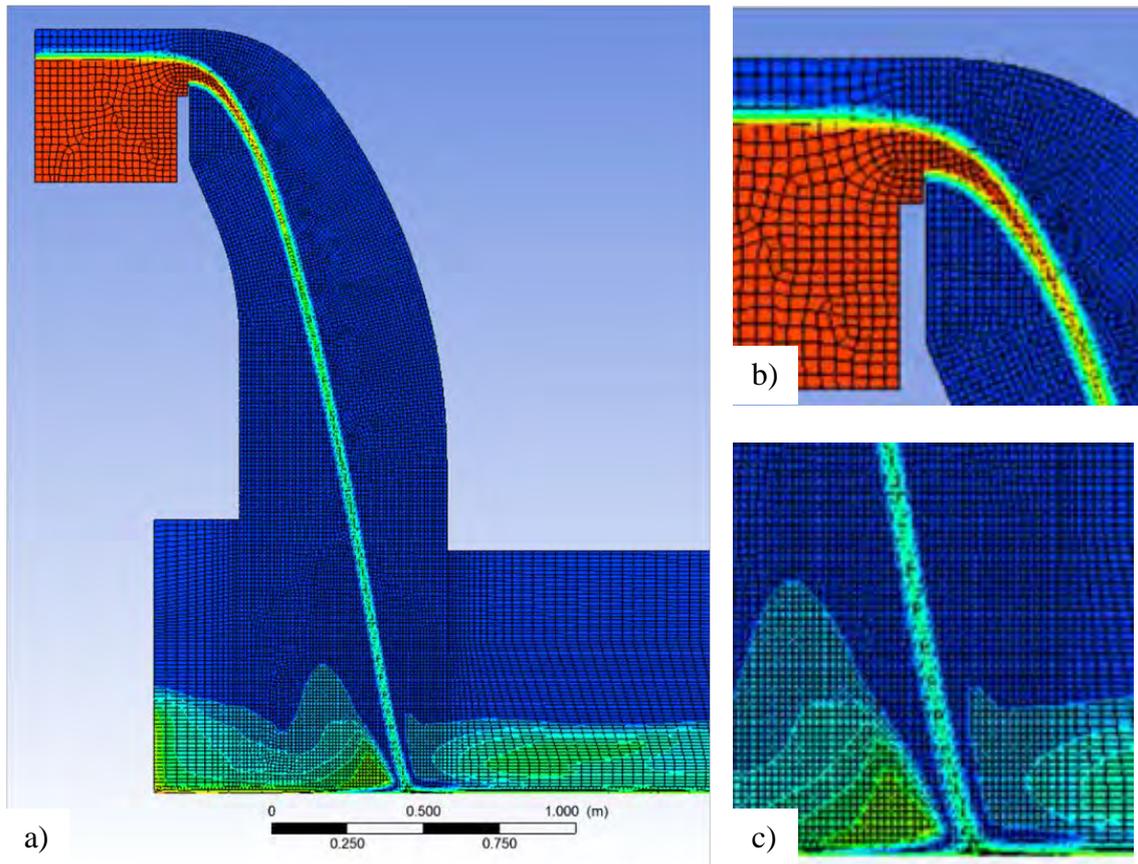


Figura 51. Mallado hexaédrico en ANSYS CFX. a) Vista general; b) Detalle del aliviadero; c) detalle del punto de impacto.

En FLOW-3D, inicialmente se modeló el vuelo del chorro y la zona alrededor del punto de estancamiento con elementos de 0.005 m, pero se observó que la presión media calculada en el punto de estancamiento era casi el doble que la presión obtenida en las campañas de laboratorio. Esto posiblemente surge como consecuencia de que el colchón de agua en la simulación numérica se desplaza hacia aguas abajo del punto de impacto, a pesar de existir un colchón eficaz (Figura 52). Esta anomalía parece estar relacionado con los modelos de turbulencia y la forma en que FLOW-3D resuelve el flujo en contacto con las paredes y los puntos de estancamiento.

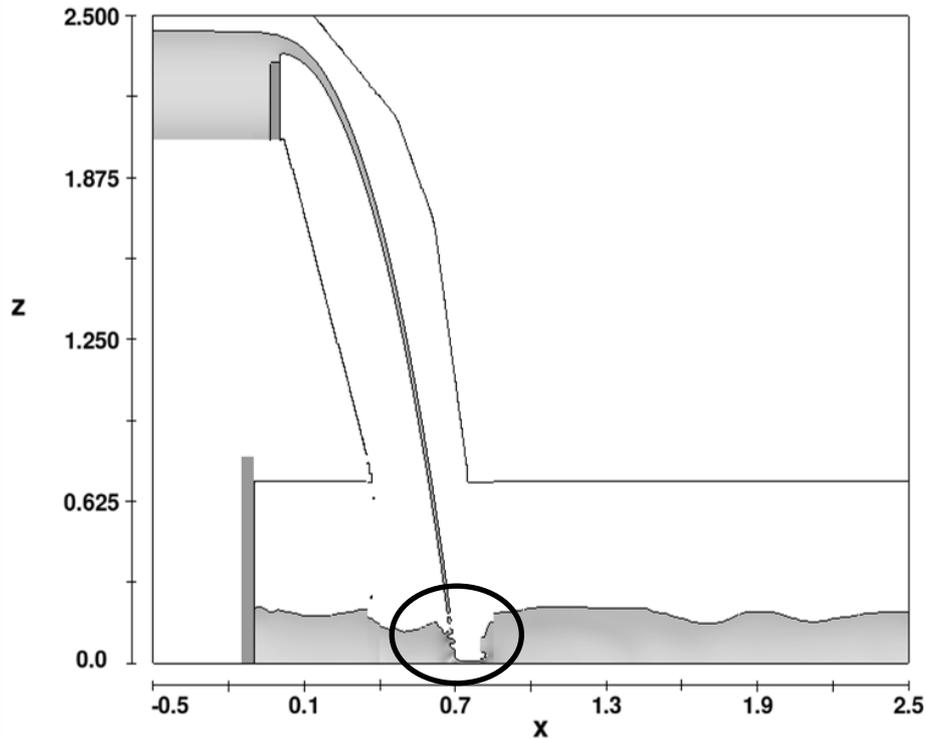


Figura 52. Barrido del colchón de agua en la sección aguas abajo del impacto del chorro en FLOW-3D (Castillo y Carrillo, 2012).

Con el fin de evitar esta situación irreal, se aumentó el tamaño de los elementos en la zona del colchón. El mallado final empleado en FLOW-3D consistió en elementos de 0.005 m en la zona de vuelo del chorro y 0.01 m en la zona del colchón de agua, empleándose 1,978,756 elementos.

El tiempo medio de resolución de las simulaciones de 60 segundos, paralelizando el cálculo en un ordenador de 8 núcleos, fue de  $4.099\text{E}+05$  s ( $\approx 5$  días) en ANSYS CFX, mientras que en FLOW-3D requirió  $1.073\text{E}+06$  s ( $\approx 12$  días).

La Figura 53 muestra los registros de presiones obtenidos en el punto de estancamiento de las simulaciones numéricas y las mediciones realizadas en laboratorio, una vez se han alcanzado las condiciones de régimen permanente. FLOW-3D muestra una distribución similar a la observada en laboratorio. Sin embargo, los resultados de ANSYS CFX están más acotados y próximos al valor de presión media,  $H_m$ , debido al tipo de promediado temporal que realiza el programa al emplear un modelo de turbulencia RANS.

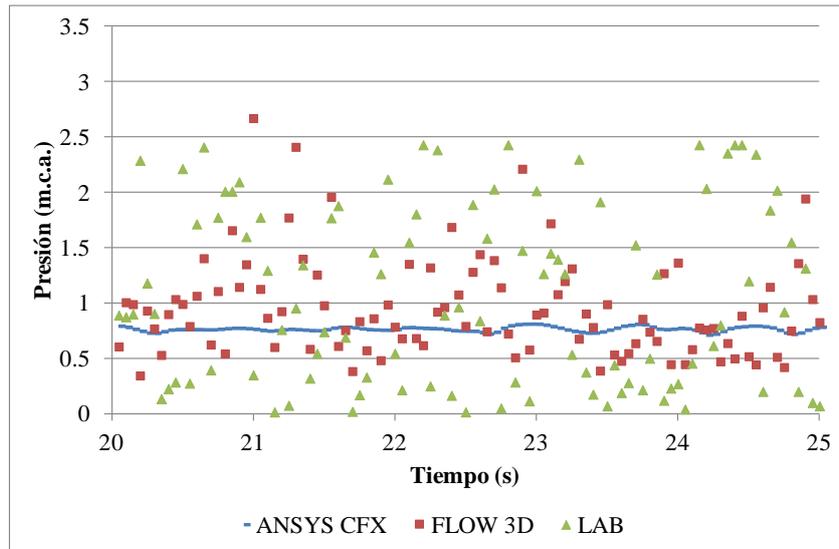


Figura 53. Distribución de presiones en el punto de estancamiento para  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27 \text{ m}$ ,  $h = 0.095 \text{ m}$  e  $Y = 0.17 \text{ m}$  (Castillo y Carrillo, 2012).

Las variables más relevantes que influyen en el fenómeno de los chorros turbulentos se recogen en la Figura 54.

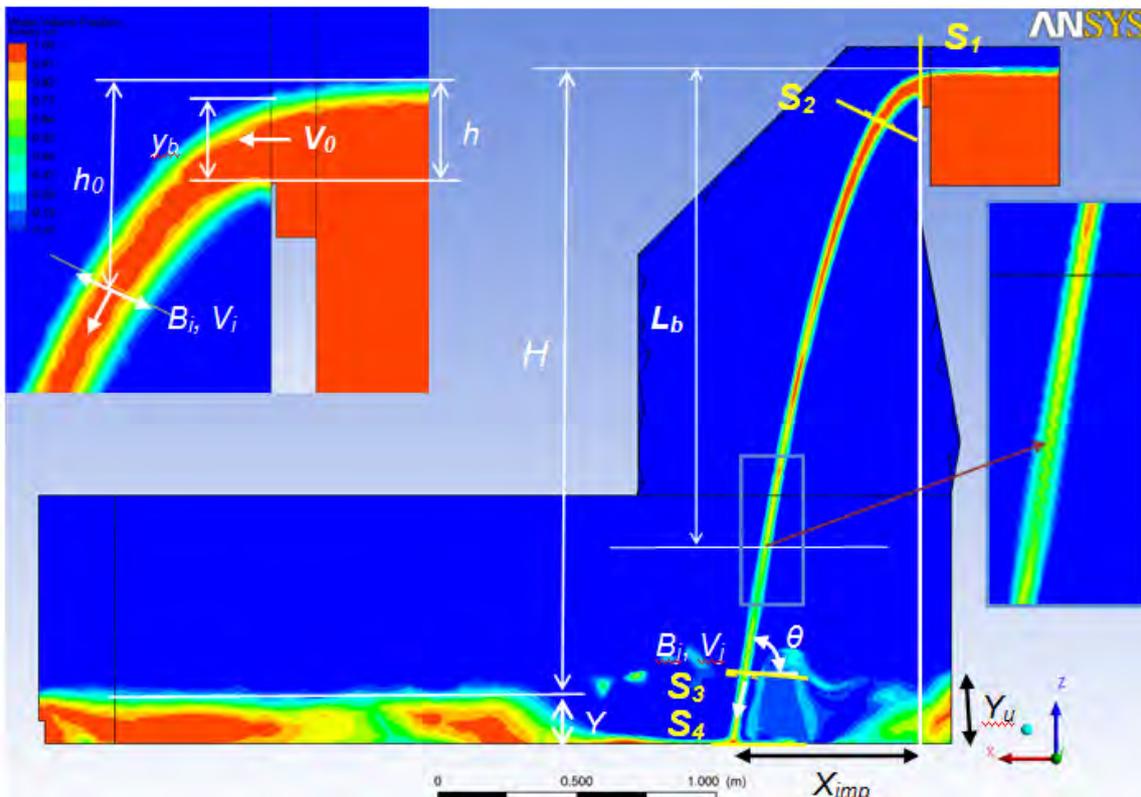


Figura 54. Variables y secciones relevantes en el estudio de chorros turbulentos Detalles de forma del vertedero y el punto de ruptura del chorro (Castillo y Carrillo, 2011).

Las variables consideradas son:

- $V_0$  Velocidad media en la sección del umbral de vertido
- $V_i$  Velocidad media del chorro en la en la condición inicial (sección transversal localizada en la cota  $z = -h$ , siendo  $z$  la componente vertical con origen en el labio del aliviadero y sentido ascendente)
- $B_i$  Ancho del chorro en la en la condición inicial
- $V_j$  Velocidad media del chorro en la en la sección del chorro antes del impacto con el colchón de agua
- $B_j$  Ancho del chorro en la en la sección del chorro antes del impacto con el colchón de agua
- $L_b$  Longitud de rotura del chorro. Distancia a partir de la cual el chorro se encuentra totalmente disgregado en gotas de agua
- $Y_u$  Calado del colchón de agua aguas arriba del punto de impacto
- $\theta$  Ángulo del chorro antes del impacto con el colchón de agua
- $C_p$  Coeficiente de presión dinámica media

La Tabla 10 muestra una comparativa de los parámetros más importantes obtenidos en las simulaciones numéricas teniendo en cuenta diferentes intensidades turbulentas en la condición de entrada del flujo. Los resultados se comparan con las mediciones realizadas en el laboratorio y la Metodología Paramétrica (Castillo (2006, 2007), revisada por Castillo y Carrillo (2011, 2012)), donde el coeficiente de presión dinámica media ha sido obtenido en las simulaciones numéricas y en laboratorio con la expresión:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{H} \tag{155}$$

	Lab.	Param.	ANSYS CFX ( $T_{u,x}=0.16$ )	ANSYS CFX ( $T_{u,x}=0.03$ )	ANSYS CFX ( $T_{u,x}=0.01$ )	FLOW-3D ( $T_{u,x}=0.16$ )	FLOW-3D ( $T_{u,x}=0.03$ )	FLOW-3D ( $T_{u,x}=0.01$ )
$y_b$ (m)	<b>0.082</b>	0.083	<b>0.078</b>	<b>0.077</b>	<b>0.078</b>	0.072	0.071	0.071
$V_0$ (m/s)	-	<b>0.76</b>	<b>0.77</b>	<b>0.79</b>	<b>0.79</b>	0.83	0.81	0.81
$V_i$ (m/s)	-	1.54	1.78	1.75	1.75	1.87	1.84	1.84
$B_i$ (m)	-	<b>0.053</b>	<b>0.048</b>	<b>0.048</b>	<b>0.047</b>	0.034	0.034	0.034
$V_j$ (m/s)	-	6.59	6.32	6.30	6.32	6.76	6.80	6.74
$B_j$ (m)	-	<b>0.025</b>	<b>0.022</b>	<b>0.023</b>	<b>0.022</b>	0.012	0.014	0.011
$L_b$ (m)	-	3.12	> H	> H	> H	>H	>H	>H
$X_{imp}$ (m)	<b>0.74</b>	0.73	<b>0.75</b>	<b>0.75</b>	<b>0.74</b>	0.70	0.71	0.71
$H_m$ (w.c.m.)	<b>1.15</b>	1.12	1.07	<b>1.13</b>	<b>1.14</b>	0.86	0.88	0.89
$Y_u$ (m)	<b>0.16</b>	0.17	0.12	0.10	0.115	<b>0.18</b>	<b>0.175</b>	<b>0.175</b>
$\theta$ (°)	-	<b>81.58</b>	<b>82.75</b>	<b>82.42</b>	<b>82.49</b>	<b>82.18</b>	<b>82.39</b>	<b>82.33</b>
$C_p$	<b>0.43</b>	0.42	0.40	0.42	<b>0.43</b>	0.30	0.30	0.31

Tabla 10. Comparación de las principales variables medidas y calculadas para  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27 \text{ m}$ ,  $h = 0.095 \text{ m}$  e  $Y = 0.17 \text{ m}$  (Castillo y Carrillo, 2012).

En la tabla anterior se puede ver que en general con los 4 métodos se obtienen resultados similares. En todos los casos el chorro todavía mantiene un núcleo de agua compacto en la zona de incidencia puesto que no existe distancia suficiente de caída para que se produzca la disgregación total del chorro ( $H < L_b$ ), y también en todos los casos, se dispone de un colchón efectivo ( $Y > 4B_j$ ).

Las principales diferencias corresponden a los espesores del chorro obtenidos con FLOW-3D que son ligeramente inferiores a los obtenidos con los otros métodos al no reproducir adecuadamente la aireación del chorro. Por otro lado, los resultados del colchón aguas arriba del impacto del chorro,  $Y_u$ , obtenidos con ANSYS CFX no son muy acertados debido a que la alta tasa de aireación en esa zona dificulta la determinación de la frontera líquida con el tamaño de mallado considerado.

Los resultados de velocidades con FLOW-3D son superiores a los obtenidos con ANSYS CFX (y por tanto menores los espesores del chorro). En FLOW-3D se observa que  $V_j$  es similar a la velocidad de caída sin tener en cuenta las pérdidas por rozamiento. Sin embargo, FLOW-3D obtiene una distancia al impacto  $X_{imp}$  inferior a ANSYS CFX y a la observada en laboratorio.

En FLOW 3D, la variación de la turbulencia en la condición inicial de los modelos apenas afecta al resultado numérico del coeficiente de presión dinámica media en el punto de estancamiento,  $C_p$ , mientras que en ANSYS CFX tiende a aumentarlo ligeramente asemejándose al valor obtenido en laboratorio y con el Método Paramétrico.

#### 4.5.2.5.2. Análisis de la influencia del modelo de turbulencia

Debido a la variedad de modelos de turbulencia, se consideró necesario comprobar si su elección tiene efectos destacables sobre los diferentes parámetros considerados en el vertido libre.

En las simulaciones con ANSY CFX se han considerado tres modelos de turbulencia de dos ecuaciones: el modelo estándar  $k-\varepsilon$ , el modelo renormalizado  $k-\varepsilon$  (RNG), y el modelo Shear Stress Transport basado en el modelo  $k-\omega$  (SST). Los resultados se comparan con datos obtenidos en laboratorio y con la Metodología Paramétrica propuesta por Castillo (2006, 2007), revisada por Castillo y Carrillo (2011, 2012).

La Tabla 11 compara los resultados obtenidos con los tres modelos de turbulencia, considerando  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27 \text{ m}$  e  $Y = 0.17 \text{ m}$ . Todos los casos consideran que existe un colchón efectivo de agua ( $Y > 4B_j$ ) en el cuenco de disipación, y que el chorro alcanza el colchón sin que exista suficiente distancia de caída para que se produzca su disgregación ( $H < L_b$ ).

	SST	k-ε	RNG	LAB	PARAM
$V_i$ (m/s)	1.78	1.75	1.78	-	2.03
$B_i$ (m)	0.048	0.049	0.047	-	0.056
$V_j$ (m/s)	6.37	<b>6.47</b>	6.34	<b>6.50</b>	6.58
$B_j$ (m)	0.022	0.022	0.023	-	0.027
$L_b$ (m)	> H	> H	> H	-	2.94
$X_{imp}$ (m)	<b>0.73</b>	0.69	<b>0.73</b>	<b>0.74</b>	0.73
$H_m$ (m)	<b>1.07</b>	1.23	1.25	<b>1.15</b>	1.12
$Y_u$ (m)	<b>0.15</b>	<b>0.15</b>	<b>0.17</b>	<b>0.16</b>	0.17
$\theta$ (°)	77.05	78.74	79.21	-	81.58
$C_p$	<b>0.40</b>	0.47	0.48	<b>0.43</b>	0.42

Tabla 11. Comparación de las principales variables medidas y calculadas ( $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27 \text{ m}$ ,  $h = 0.095 \text{ m}$ ,  $Y = 0.17 \text{ m}$ ).

La Tabla 12 compara los resultados obtenidos considerando  $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.30 \text{ m}$  e  $Y = 0.12 \text{ m}$ , donde todos los casos consideran un colchón efectivo de agua ( $Y > 4B_j$ ). La Metodología Paramétrica y los modelos SST y RNG obtienen  $H < L_b$ . El modelo  $k-\varepsilon$  calcula que se empieza a producir la disgregación del chorro antes del impacto, comenzando a abrirse la lámina por la zona del plano de simetría (Figura 55).

	SST	k-ε	RNG	LAB	PARAM
$V_i$ (m/s)	1.42	1.38	1.51	-	1.76
$B_i$ (m)	<b>0.041</b>	<b>0.042</b>	0.039	-	<b>0.042</b>
$V_j$ (m/s)	<b>6.27</b>	6.15	6.50	<b>6.33</b>	6.64
$B_j$ (m)	0.008		<b>0.018</b>	-	<b>0.019</b>
$L_b$ (m)	> H	1.44	> H	-	2.56
$X_{imp}$ (m)	<b>0.63</b>	0.56	0.60	<b>0.64</b>	0.62
$H_m$ (m)	0.71	0.69	0.89	0.81	0.82
$Y_u$ (m)	0.08	0.17	0.17	0.12	0.12
$\theta$ (°)	78.33	79.16	79.13	-	84.82
$C_p$	<b>0.26</b>	0.25	<b>0.34</b>	<b>0.30</b>	0.31

Tabla 12. Comparación de las principales variables medidas y calculadas ( $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.30 \text{ m}$ ,  $h = 0.073 \text{ m}$ ,  $Y = 0.12 \text{ m}$ ).

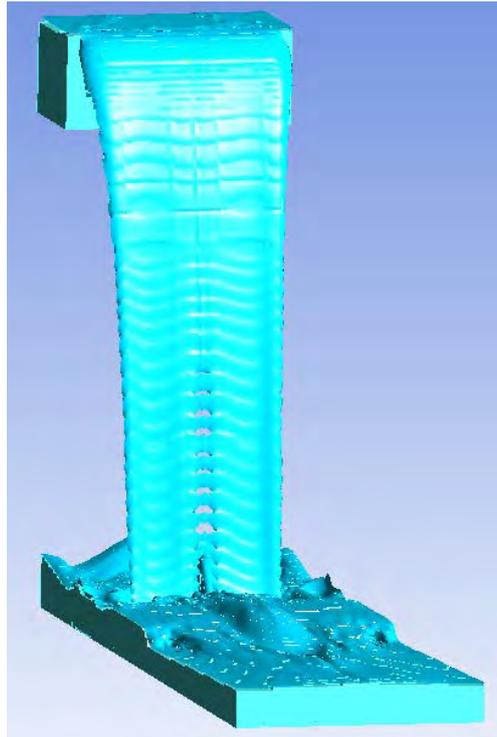


Figura 55. Simulación de la lámina de vertido libre con ANSYS CFX ( $q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.30 \text{ m}$ ,  $h = 0.073 \text{ m}$ ,  $Y = 0.12 \text{ m}$ ).

La Tabla 13 recoge los resultados obtenidos considerando  $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.28 \text{ m}$  e  $Y = 0.12 \text{ m}$ . En todos los caso se produce la disgregación del chorro antes del impacto ( $L_b < H$ ). No se ha podido calcular el espesor del chorro antes del impacto,  $B_j$ , puesto que en esa zona existen fracciones volumétricas de agua inferiores al 0.2 (criterio aplicado para calcular los espesores del chorro y su longitud de rotura).

	SST	k- $\epsilon$	RNG	LAB	PARAM
$V_i$ (m/s)	1.20	1.21	1.21		1.46
$B_i$ (m)	<b>0.034</b>	<b>0.034</b>	0.035		<b>0.031</b>
$V_j$ (m/s)	6.02	6.03	<b>6.20</b>	<b>6.20</b>	6.63
$B_j$ (m)					0.013
$L_b$ (m)	1.08	1.09	1.48		2.20
$X_{imp}$ (m)	<b>0.50</b>	0.47	0.48	<b>0.54</b>	0.51
$H_m$ (m)	<b>0.35</b>	0.31	0.40	<b>0.37</b>	0.42
$Y_u$ (m)	0.08	0.08	0.08	0.12	0.12
$\theta$ ( $^\circ$ )	78.70	79.05	79.53		85.40
$C_p$	<b>0.10</b>	0.08	<b>0.12</b>	<b>0.11</b>	0.13

Tabla 13. Comparación de las principales variables medidas y calculadas ( $q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.28 \text{ m}$ ,  $h = 0.047 \text{ m}$ ,  $Y = 0.12 \text{ m}$ ).

Las velocidades obtenidas con los tres modelos de turbulencia en la sección antes del impacto tienden a ser ligeramente inferiores a las obtenidas en laboratorio con equipos de fibra óptica. Ninguno de los modelos obtiene la mejor aproximación con los tres caudales analizados. El Método Paramétrico obtiene velocidades algo mayores debido a que la formulación no incluye la deceleración debida al rozamiento con el aire que se produce en el chorro.

Los espesores en la condición inicial y antes del impacto son muy similares entre los tres modelos de turbulencia y a los calculados con el Método Paramétrico. Sin embargo, con el criterio de fracción volumétrica del agua empleado no se pudieron calcular los espesores antes del impacto del caudal inferior.

Los ángulos obtenidos antes de impacto son muy similares entre los tres modelos de turbulencia y se asemejan a los resultados del Método Paramétrico.

Los resultados obtenidos con el modelo SST para la distancia horizontal de vuelo del chorro,  $X_{imp}$ , son los más similares a la formulación propuesta por Scimemi (1939) y a las observaciones en laboratorio, mientras que el modelo  $k-\varepsilon$  obtiene valores entre un 7% y un 13% por debajo de las observaciones en laboratorio.

Para el caudal  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ , el coeficiente de presión dinámica media,  $C_p$ , obtenido con los tres modelos de turbulencia es similar a las mediciones de laboratorio y a los resultados del Método Paramétrico. Para los caudales medio e inferior, los valores de  $C_p$  obtenidos con los modelos SST y  $k-\varepsilon$  tienden a ser algo inferiores a los resultados de laboratorio y del Método Paramétrico, mientras que el modelo RNG tiende a obtener valores superiores.

ANSY CFX introduce una gran cantidad de aire en el colchón bajo el chorro, lo que dificulta realizar una adecuada comparación del colchón aguas arriba del punto de impacto,  $Y_u$ . Esta situación podría mejorar en caso de considerar un menor tamaño de mallado en la zona bajo el chorro.

Para el mayor caudal específico, los resultados de los tres modelos de turbulencia son muy similares a los resultados de laboratorio y del Método Paramétrico. Sin embargo, en los caudales medio e inferior las diferencias entre los calados pueden llegar a los 5 cm debido a la mezcla de aire-agua que el programa resuelve.

Con el fin de comparar las presiones obtenidas en torno al punto de estancamiento, en la Figura 56 se compara la presión media calculada en un plano vertical paralelo a la línea central del modelo con los resultados obtenidos en laboratorio.

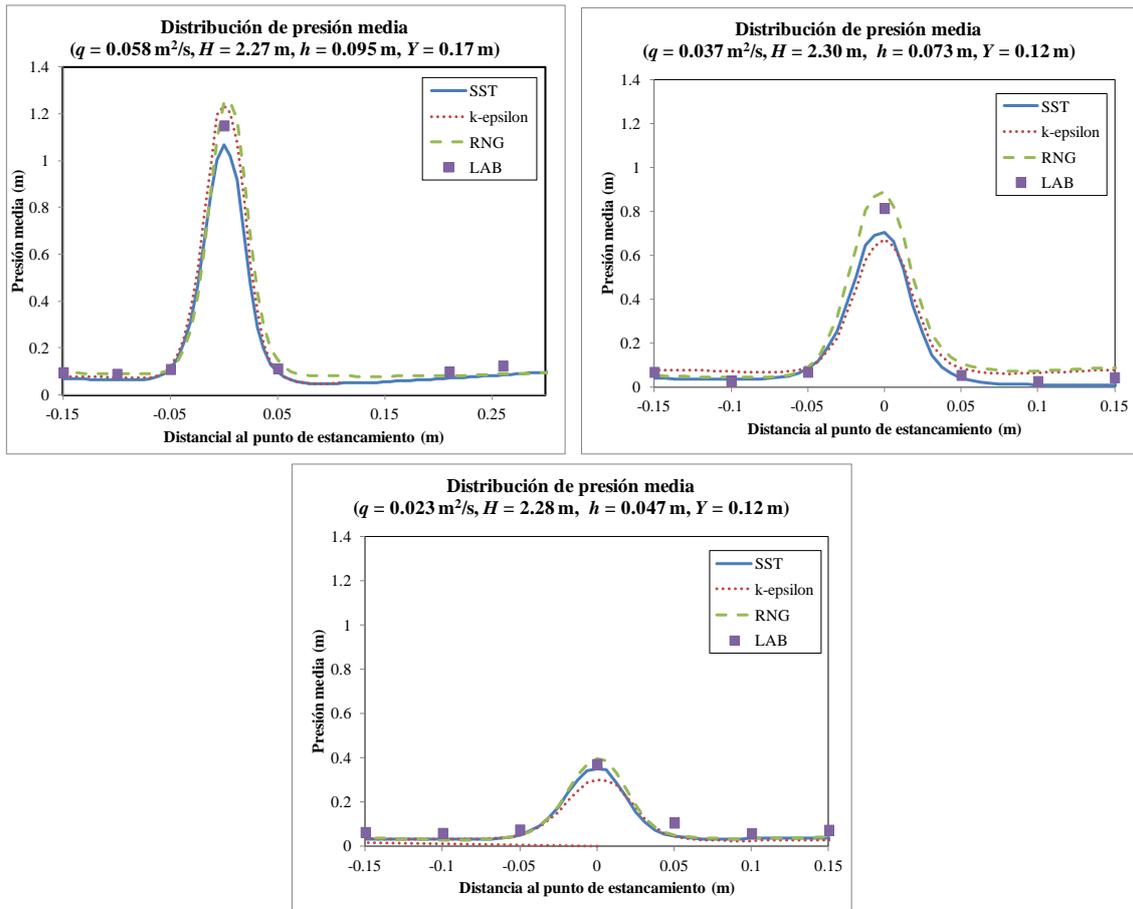


Figura 56. Distribución de presiones medias en torno al punto de estancamiento.

Se observa que las simulaciones siguen la tendencia marcada por los puntos registrados en laboratorio. Aguas arriba y aguas abajo del punto de estancamiento, los tres modelos de turbulencia obtienen resultados similares, con una ligera mejor aproximación del modelo SST en la zona de aguas abajo del caudal intermedio.

En cuanto a la presión media en el punto de estancamiento, el modelo RNG tiende a obtener valores ligeramente superiores, mientras que el modelo SST muestra valores ligeramente por debajo aunque levemente más próximos a los obtenidos en laboratorio.

Respecto al comportamiento global de los modelos de turbulencia, existen pocas diferencias entre los resultados obtenidos con los tres modelos. El modelo  $k-\epsilon$  tiende a obtener los resultados más dispares, mientras que el modelo SST muestra los valores más próximos a las mediciones de laboratorio y al Método Paramétrico en la mayoría de las variables analizadas.

#### 4.5.2.5.3. Estudio sistemático

Una vez analizados los diversos resultados comentados con anterioridad, se procedió a realizar con ANSYS CFX el estudio sistemático de tres caudales específicos (0.023, 0.037 y 0.058 m<sup>2</sup>/s) con diferentes colchones en el cuenco. Los resultados se comparan con los resultados obtenidos en laboratorio y con el Método Paramétrico.

La Tabla 14 recopila los resultados obtenidos en el punto de estancamiento con las distintas metodologías.

$q$ (m <sup>2</sup> /s)	Y (m)	H (m)	ANSYS CFX		LABORATORIO		PARAM.
			$H_m$ (m)	$C_p$ (-)	$H_m$ (m)	$C_p$ (-)	$C_p$ (-)
0.023	0.02	2.377	0.36	0.14	0.41	0.16	0.34
0.023	0.12	2.277	0.35	0.10	0.344	0.10	0.13
0.023	0.22	2.177	-	-	0.29	0.03	0.03
0.023	0.3	2.097	-	-	0.310	0.00	0.02
0.037	0.02	2.397	0.74	0.30	0.965	0.39	0.39
0.037	0.12	2.297	0.71	0.26	0.81	0.30	0.31
0.037	0.24	2.177	0.44	0.09	0.425	0.08	0.18
0.037	0.33	2.087	0.32	0.00	0.394	0.03	0.14
0.058	0.03	2.411	1.13	0.46	1.257	0.51	0.45
0.058	0.17	2.276	1.07	0.40	1.149	0.43	0.42
0.058	0.25	2.191	0.88	0.29	0.73	0.22	0.34
0.058	0.35	2.091	0.56	0.10	0.55	0.10	0.26

Tabla 14. Resultados obtenidos en el punto de estancamiento.

En general se obtiene un adecuado ajuste entre los coeficientes de presión dinámica media de las tres metodologías. Las máximas diferencias entre los resultados numéricos y los registros de laboratorio corresponden a situaciones de impacto directo, donde existe un brusco cambio de energía cinética en potencial en una zona muy reducida, y por tanto un fuerte gradiente entre elementos próximos del mallado. Por su parte, las máximas diferencias con el método paramétrico corresponden a zonas en que debe revisarse la precisión de la metodología (impactos directos y zonas de ausencia de datos en las que fue preciso realizar interpolaciones entre los rangos de valores próximos).

#### 4.6. Conclusiones

Este trabajo ha consistido en el estudio de la adecuación de los programas de Dinámica de Fluidos Computacional al campo de la ingeniería hidráulica de presas.

En la revisión bibliográfica previa se ha comprobado que existen resultados acertados de modelaciones numéricas de aliviaderos con perfil hidrodinámico. Sin embargo, el estudio de aliviaderos de vertido libre y cuencos de disipación no ha sido suficientemente abordado, tal y como indican Ho y Riddette (2010).

De este modo, y con el fin de mejorar el diseño de las estructuras de disipación y avanzar en el conocimiento de los chorros turbulentos, es necesario realizar más estudios experimentales, tanto en modelos como en prototipos, caracterizando simultáneamente el fenómeno de aireación del chorro junto a medidas de presión, velocidades y tasas de aireación, los cuales nos permiten validar los códigos de CFD.

En general, los resultados obtenidos concuerdan con las medidas de laboratorio y la Metodología Paramétrica.

Tras los análisis realizados, se puede concluir que:

- En la aproximación de volúmenes finitos, los elementos tetraédricos resultan adecuados para la resolución de la mayoría de problemas de estudio. Sin embargo, en el caso de un aliviadero de vertido libre, debido al efecto de despegue y a la alta turbulencia que se genera en el cálculo bifásico, es preferible emplear mallados basados en elementos hexaédricos.
- La elevada turbulencia del flujo entrante se reduce rápidamente debido a que la aceleración debida a la gravedad es muy superior al incremento de la velocidad turbulenta en la caída. De este modo,  $T_u$  tiende a un valor próximo a 0.03 cuando existe una suficiente distancia de caída.
- La longitud de rotura,  $L_b$ , no queda bien definida con ninguno de los dos enfoques que usan los programas empleados. El modelo Euleriano-Euleriano de ANSYS CFX no puede simular la formación de las pequeñas gotas a menos que se emplee un tamaño de mallado muy reducido. Por su parte, FLOW-3D provoca la rotura cuando el espesor del chorro está en el entorno de dos veces el tamaño del mallado, lo que dispara los errores de truncamiento, imposibilitando su utilización.
- ANSYS CFX sigue la evolución de las velocidades en el chorro registradas en laboratorio, mientras que FLOW-3D obtiene velocidades ligeramente superiores a la velocidad teórica de caída libre.
- Respecto a la entrada de aire en el chorro, ambos programas requieren una gran resolución de mallado para su correcta resolución. Sin embargo, mientras que ANSYS CFX obtiene buenos resultados cualitativos de aireación, el código de la versión 10.0 de FLOW-3D presenta fallos en la entrada de aire.

- El modelo homogéneo empleado en ANSYS no permite actuar sobre la aireación al no considerar la interacción entre las dos fases. Sería conveniente intentar abordar el estudio de aireación del chorro con un modelo inhomogéneo, el cual calcula la interacción entre las fases, aunque su coste computacional es mayor.
- En el esquema en diferencias finitas de FLOW-3D se ha comprobado que existe una gran disparidad entre los resultados obtenidos por un chorro alineado a la malla y un chorro oblicuo a la misma, de modo que aparecen inestabilidades cuando el flujo del chorro no está orientado con el mallado.
- Para que no se produzca la rotura del chorro por fenómenos numéricos en FLOW-3D es necesario emplear un tamaño de mallado en chorros oblicuos de 5–6 veces el espesor del chorro. Para situaciones de laboratorio se requieren tamaños de mallado de entre 0.003 y 0.002 m, incrementándose el coste computacional de la simulación.
- Existen pequeñas variaciones entre los diferentes modelos de turbulencia utilizados. Aunque ninguno de ellos destaca claramente, el modelo SST parece obtener los resultados de presiones y distancias de vuelo ligeramente más similares a las mediciones de laboratorio y a los resultados del Método Paramétrico, mientras que el modelo estándar  $k-\varepsilon$  obtiene las distancias de vuelo más pequeñas y presenta una mayor variabilidad de presiones medias.
- ANSYS CFX obtiene un registro de presión promediado que contrasta con la variabilidad natural del fenómeno. Esto limita el posible análisis de fluctuantes presiones dinámicas. Por otro lado, cuando la entrada de aire es muy elevada, la obtención de la lámina libre resulta bastante complicada.
- La Metodología Paramétrica utilizada en este documento se basa únicamente en resultados de mediciones de presión en el fondo del cuenco amortiguador. Como una mejora al método, se podría intentar introducir la deceleración del chorro en la formulación existente.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

---

- American Institute of Aeronautics and Astronautics. (1998). *Guide for the verification and validation of computational fluid dynamics simulations*. AIAA G-077-1998.
- Amorin, J. C., Rodrigues, C. R., & Marques, M. G. (2004). A numerical and experimental study of hydraulic jump stilling basin. En S. S. Wang (Ed.), *Advances in Hydro-Science and-Engineering, Volume VI: Proceedings of Abstracts and Papers of the 6th International Conference on Hydro-Science and-Engineering*. 6. Brisbane, Australia: University of Mississippi, Oxford, MS.
- Anderson, J. D. (1995). *Computational Fluid Dynamics. The Basics with Applications*. McGraw-Hill, Inc.
- ANSYS, Inc. (2010). *ANSYS CFX Reference Guide. Release 13.0*.
- ANSYS, Inc. (2010). *ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. Release 13.0*.
- ANSYS, Inc. (2010). *ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Release 13.0*.
- Aziz, T. N., & Khan, A. A. (2011). Simulation of vertical plane turbulent jet in shallow water. *Advances in Civil Engineering, 2011*, 1-10.
- Aziz, T. N., Raiford, J. P., & Khan, A. A. (2008). Numerical simulation of turbulent jets. *Engineering application of Computational Fluid Mechanics, 2*(2), 234-243.
- Ballesteros Tajadura, R., González Pérez, J., Fernández Oro, J. M., & Argüelles Díaz, K. M. (2003). *Técnicas numéricas en mecánica de fluidos*. Universidad de Oviedo.
- Bardina, J. E., Huang, P. G., & Coakley, T. J. (1997). *Turbulence Modeling Validation, Testing, and Development*. NASA Technical Memorandum 110446.
- Bischof, C. H., Bücker, H. M., & Rasch, A. (2004). Sensibility analysis of turbulence models using automatic differentiation. *SIAM Journal on Scientific Computing (SISC), 26*(2), 510-522.
- Blanco Marigorta, E. (2007). *Simulación numérica de flujos (CFD) con el programa FLUENT*. Universidad de Oviedo.
- Bouhadji, L. (2004). *Three Dimensional Numerical Simulation of Turbulent Flow Over Spillways*. ASL-AQFlow Inc., Sidney, British Columbia, Canada.
- Bradshaw, P. (1972). The understanding and prediction of turbulent flow. *The Aeronautical Journal, 76*(739), 403-418.
- Carrillo, J. M., & Castillo, L. G. (2010). Análisis del flujo turbulento y bifásico en un aliviadero de presa mediante simulación numérica tridimensional. *Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT, 3*, 99-101.

- Carrillo, J. M., & Castillo, L. G. (2011). Consideraciones del mallado aplicadas al cálculo de flujos bifásicos con las técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional. *Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT*, 4, 33-35.
- Carrillo, J. M., & Castillo, L. G. (2011). Simulación de flujos bifásicos con metodología CFD y contrastación de resultados con medidas de laboratorio. *II Jornadas de Ingeniería del Agua, JIA 2011*. Barcelona, Spain.
- Carrillo, J. M., & Castillo, L. G. (2011). Simulación numérica en aliviaderos de vertido libre. *Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España, RLHE*. Madrid, Spain.
- Carrillo, J. M., & Castillo, L. G. (2012). Calibración de dos programas CFD. Aplicación a aliviaderos de vertido libre. *Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT*, 5, 33-35.
- Castillo, L. (2006). Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools. *The 7th International Conference on Hydrosience and Engineering (ICHE-2006)*, IAHR, ASCE. Philadelphia, USA: Drexel University. College of Engineering. DSpace Digital Lybrary. DU Haggerty Library.
- Castillo, L. (2007). Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shadow and deep pool. *Proceedings of the 32nd IAHR Congress*, 2, págs. 645-655. Venice, Italy.
- Castillo, L. G., & Carrillo, J. M. (2010). Simulación numérica y validación de las acciones hidrodinámicas en cuencos de disipación de energía. *Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España, RLHE*. Valencia, Spain.
- Castillo, L. G., & Carrillo, J. M. (2011). Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices. *34th International Association of Hydraulic Engineering & Research Congress, IAHR*. Brisbane, Australia.
- Castillo, L. G., & Carrillo, J. M. (2012). Caracterización del fenómeno de vertido libre frente a variación del índice de turbulencia inicial con metodología CFD. *XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*. San José, Costa Rica.
- Castillo, L. G., & Carrillo, J. M. (2012). Hydrodynamics characterization in plunge pools. Simulation with CFD methodology and validation with experimental measurements. *2nd IAHR European Congress*. Múnich, Germany.
- Castillo, L. G., & Carrillo, J. M. (2012). Medidas de velocidades en chorros rectangulares y contraste con simulaciones CFD. Proyecto EMULSIONA. *Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España, RLHE*. Madrid, Spain.

- Chandler, K., Gill, D., Maher, B., Macnish, S., & Roads, G. (2003). Coping with probable maximum flow - an alliance project delivery for Wivenhoe Dam. *Proceedings of the 43rd ANCOLD Conference*. Hobart, Tasmania, Australia.
- Chanel, P. G., & Doering, J. C. (2007). An evaluation of Computational Fluid Dynamics for spillway modelling. *16th Australian Fluid Mechanics Conference*, (págs. 1201-1206). Gold Coast, Australia.
- Chanel, P. G., & Doering, J. L. (2008). Assessment of spillway modelling using Computational Fluid Dynamics. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35, 1481-1485.
- CNEGP, Comité Nacional Español de Grandes Presas. (1997). *Guía Técnica de Seguridad de Presas N° 5. Aliviaderos y Desagües*. CNEGP.
- Cook, C. B., & Richmond, M. C. (2001). *Simulation of tailrace hydroinformatics using Computational Fluid Dynamics models*. Springfield, VA, USA: US Army Corp of Engineers Portland District Report PNNL-13467. US Dept of Commerce, National Technical Information Service.
- Cook, C. B., Richmond, M. C., Serkowski, J. A., & Ebner, L. L. (2002). Free-surface Computational Fluid Dynamics modelling of a spillway and a tailrace: case study of the Dalles Project. *Proceedings of Hydrovision 2002 Conference*. Portland, OR, USA.
- Edwards, J. L. (2006). *The analysis of spillways using computational fluid dynamics*. BEng thesis. University of Sydney.
- Ervine, D. A., & Falvey, H. R. (1987). Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools. *Proceedings of the Institutions of Civil Engineers*, 83 (2), págs. 295-314.
- Flow Science, Inc. (2011). *FLOW-3D. Theory v10.0*.
- Flow Science, Inc. (2011). *FLOW-3D. User manual v10.0*.
- Fuamba, M., Brousseau, G., Mainville, E., Colameo, S., & Sparks, D. (2006). Role and behavior of surge chamber in hydropower: case of the Robert Bourassa Hydroelectric Power Plant in Quebec, Canada. (L. B. al., Ed.) *Dams and Reservoirs, Society and Environment in the 21st Century*.
- Gendzelevich, W., Baryla, A., Groenveld, J., & McNeil, D. (2009). Red River Floodway Expansion Project-Desing and Construction of the Outlet Structure. *Canadian Dam Association 2009 Annual conference*. Whistler, BC, Canada.
- Gessler, D. (2005). CFD modeling of spillway performance. En R. Walton (Ed.), *EWRI 2005: Impacts of global climate change, Proceedings of the 2005 World Water and Environmental Resources Congress*. Anchorage, Alaska, USA.

- Gessler, D., & Rasmussen, B. (2005). *Before the flood*. Desktop Engineering.
- Groeneveld, J., Sweeney, C., Mannheim, C., Simonsen, C., Fry, S., & Moen, K. (2007). Comparison of intake pressures in physical and numerical models of the Cabinet Gorge Dam Tunnel. *Waterpower XV*. Chattanooga, TN, USA.
- Guha, A., Barron, R. M., & Balachandar, R. (2010). Numerical simulation of high-speed turbulent water jets in air. *Journal of Hydraulic Research*, 48(1), 119-124.
- Hargreaves, D. M., Morvan, H. P., & Wright, N. G. (2007). Validation of the Volume of Fluid Method for free surface calculation: the broad-crested weir. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 1(2), 136-146.
- Harlow, F. H., & Nakayama, P. I. (1968). *Transport of turbulence energy decay rate*. Los Álamos Sci. Lab. University of California.
- Hinze, J. O. (1975). *Turbulence* (Second ed.). New York: McGraw-Hill.
- Hirsch, C. (2007). *Numerical Computation of Internal and External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics* (Second ed.). Elsevier.
- Hirt, C. H., & Sicilian, J. M. (1985). A porosity technique for the definition of obstacles in rectangular cell meshes. *Proceedings 4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*. Washington, D.C.: National Academy of Science.
- Hirt, C. W. (1994). Weir discharges and counter currents. *Proceedings of the 1st International Conference on Hydroinformatics*. Delft, Netherlands.
- Ho, D. K., & Riddette, K. M. (2010). Application of computational fluid dynamics to evaluate hydraulic performance of spillways in Australia. *Australian Journal of Civil Engineering*, 6(1), 81-104.
- Ho, D. K., Boyes, K. M., Donohoo, S. M., & Cooper, B. W. (2003). Numerical flow analysis for spillways. *Proceeding of the 43th ANCOLD Conference*. Hobart, Tasmania, Australia.
- Ho, D. K., Cooper, B. W., Riddette, K. M., & Donohoo, S. M. (2006). Application of numerical modelling to spillways in Australia. En L. B. al. (Ed.), *Proceedings of the International Symposium on Dams in the Societies of the 21st Century, 22nd International Congress on Large Dams (ICOLD)* (págs. 951-959). Barcelona, Spain: Taylor & Francis Group, London, UK.
- Ho, D. K., Donohoo, S. M., Boyes, K., Riddette, K. M., & Lock, C. C. (2003). Numerical analysis and the Real World: it looks pretty but is it right? *Proceedings of the NAFEMS World Congress*, (págs. 27-31). Orlando, Florida, USA.

- International Committee On Large Dams (ICOLD). (2001). *Computational procedures for dam engineering reliability and applicability. Bulletin 122.*
- Johnson, M. C., & Savage, B. (2006). Physical and numerical comparison of flow over ogee spillway in the presence of tailwater. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 132(12)*, 1353-1357.
- Kendil, F. Z., Danciu, D. V., Schmidtke, M., Salah, A. B., Lucas, D., Krepper, E., & Mataoui, A. (2012). Flow field assessment under a plunging liquid jet. *Progress in Nuclear Energy, 56*, 100-110.
- Kenny, R. J. (2007). *Computational fluid dynamics modelling of an uncontrolled ogee spillway crest using Fluent software.* MEng Thesis. Queensland University of Technology.
- Kim, S., Lee, H., & An, S. (2010). Improvement of hydraulic stability for spillway using CFD model. *International Journal of the Physical Sciences, 5(6)*, 774-780.
- Kolmogorov, A. N. (1941). Local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. *Doklady Akademiyi Nauk SSSR, 30*, 299-303.
- Kotate, S., & Hijikata, K. (1993). *Numerical Simulations of Heat Transfer and Fluid Flow on a Personal Computer.* Elsevier.
- Launder, B. E., & Sharma, B. I. (1974). Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Heat and Mass Transfer, 1(2)*, 131-138.
- Lax, P. D. (1954). Weak solutions of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation. *Communications on Pure and Applied Mathematics 7 (1)*, 159–193.
- Lesleighter, E., McPherson, B., Riddette, K., & Williams, J. (2008). Modelling procedures used for the spillway upgrade for Lake Manchester Dam. *Proceedings of the 2008 ANCOLD Conference.* Australian Committee On Large Dams.
- Marques, M. G., Ollermann, G., Weiller, C., & Endres, L. A. (1998). Perda de carga no interior de um ressalto hidráulico a jusante do vertedouro. *Congresso Latino Americano de Hidráulica.* Oaxaca, México.
- Menter, F. R. (1994). *Eddy Viscosity Transport Equations and their Relation to the  $\kappa$ - $\epsilon$  Model.* NASA Technical Memorandum 108854.
- Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA-Journal, 32(8)*, 1598 - 1605.

- Niño, Y. (2002). *Método de los volúmenes finitos. CI71D Modelación numérica en ingeniería hidráulica y ambiental*. Departamento de ingeniería civil. Universidad de Chile.
- Orszag, S. A., Yakhot, V., Flannery, W. S., Boysan, F., Choudhury, D., Maruzewski, J., & Patel, B. (1993). Renormalization-Group modeling and turbulence simulations. *ELSEVIER SCIENCE PUBL B V*, 1031-1046.
- Patankar, S. V. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Company.
- Rahimzadeh, H., Maghsoodi, R., Sarkardeh, H., & Tavakkol, S. (2012). Simulating flow over circular spillways by using different turbulence models. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 6(1), 100-109.
- Raiford, J. P., & Khan, A. A. (2006). Numerical modeling of internal flow structure in submerged hydraulic jumps. *Proceedings of World Water and Environmental Resources Congress 2006, ASCE*. Omaha, NE, USA.
- Reda, M. A. (2011). 2D-3D modeling of flow over sharp-crested weir. *Journal of Applied Sciences Research*, 7(12), 2495-2505.
- Sarker, M. A., & Rhodes, D. G. (2004). Calculation of free-surface profile over a rectangular broad-crested weir. *Flow Measurement and Instrumentation*, 15, 215-219.
- Savage, B. M., & Johnson, M. C. (2001). Flow over ogee spillway: physical and numerical model case study. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 127(8), 640-649.
- Savage, B. M., Johnson, M. C., & Towler, B. (2009). Hydrodynamic forces on a spillway: can we calculate them? *Proceedings of the 2009 Annual Conference, Association of State Dam Safety Officials (ASDSO)*. Hollywood, FL, USA.
- Scimeni, E. (1930). Sulla forma delle vene tracimanti. *L'Energia Elettrica*, 293-305.
- Spalding, D. B. (1972). A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 4 (4), 551-559.
- Sweeney, C., Moen, K., & Kirschbaum, D. (2009). Hydraulic design of total dissolved gas mitigation measures for Boundary Dam. *Waterpower XVI*. Spokane, WA, USA.
- Taylor, G. I. (1935). Statistical theory of turbulence IV - Diffusion in a turbulent air stream. *Proceedings of the Royal Society of London Series a-mathematical and physical sciences*. 151 (A873), págs. 0465-0478. Royal Society of London.

- Tennekes, H., & Lumley, J. L. (1983). *A First Course in Turbulence*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Tota, P. V. (2009). *Turbulent flow over a backward-facing step using the RNG  $\kappa\text{-}\epsilon$  model*. Flow Science, Inc.
- Von Kármán, T. (1937). On the statistical theory of turbulence. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 23, págs. 98-105. National Academy of Sciences.
- Weilin, X., Huasheng, L., Yongquan, Y., & Chigong, W. (2002). Turbulent flow and energy dissipation in plunge pool of high arch dam. *Journal of Hydraulic Research*, 40(4), 471-476.
- Wilcox, D. C. (2010). *Turbulence Modeling for CFD* (Third ed.). DCW Industries, Inc.
- Yakhot, V., & Orszag, S. A. (1986). Renormalization Group analysis of turbulence. I. Basic Theory. *Journal of Scientific Computing*, 1(1), 3-51.
- Yang, J., & Johansson, N. (1998). Determination of spillway discharge capacity - CFD modeling and experiment verification. *Proceedings of the 3rd International Conference on Advantages in Hydrosience and Engineering*. Cottbus, Germany.
- Zamora Parra, B. (2008). *Notas sobre simulación numérica de flujos de fluidos*. Universidad Politécnica de Cartagena.

## 6. PRODUCCIÓN CIENTÍFICA

---

### 6.1. Contribución a congresos

Los documentos resumidos y extendidos de las siguientes contribuciones a congresos científicos, también han sido publicados:

Autor(es): Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.

Título: Caracterización del fenómeno de vertido libre frente a variación del índice de turbulencia inicial con metodología CFD.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica.

Lugar de celebración: San José, Costa Rica.

Fecha: Septiembre de 2012.

Autor(es): Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.

Título: Simulación numérica de un sistema de captación de fondo con metodología CFD.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica.

Lugar de celebración: San José, Costa Rica.

Fecha: Septiembre de 2012.

Autor(es): Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.

Título: Medidas de velocidades en chorros rectangulares y contraste con simulaciones CFD. Proyecto EMULSIONA.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España. RLHE.

Lugar de celebración: Madrid, España.

Fecha: Julio de 2012.

Autor(es): Castillo, L.G.; García, J.T.; Carrillo, J.M.

Título: Análisis y validación de mediciones sobre sistemas de captación de fondo.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España. RLHE.

Lugar de celebración: Madrid, España.

Fecha: Julio de 2012.

Autor(es): Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.

Título: Hydrodynamics characterization in plunge pools. Simulation with CFD methodology and validation with experimental measurements.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: 2nd IAHR European Congress.

Lugar de celebración: Múnich, Alemania.

Fecha: Junio de 2012.

Autor(es): Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.

Título: Numerical simulation and validation of intake systems with CFD methodology.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: 2nd IAHR European Congress.

Lugar de celebración: Múnich, Alemania.

Fecha: Junio de 2012.

Autor(es): Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.

Título: Simulación de flujos bifásicos con metodología CFD y contrastación de resultados con medidas de laboratorio.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: II Jornadas de Ingeniería del Agua, JIA 2011

Lugar de celebración: Barcelona, España.

Fecha: Noviembre de 2011.

Autor(es): Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.

Título: Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: 34th International Association of Hydraulic Engineering & Research Congress, IAHR.

Lugar de celebración: Brisbane, Australia.

Fecha: Junio de 2011.

Autor(es): Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.

Título: Simulación numérica en aliviaderos de vertido libre.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España. RLHE.

Lugar de celebración: Madrid, España.

Fecha: Junio de 2011.

Autor(es): Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.

Título: Simulación numérica y validación de las acciones hidrodinámicas en cuencos de disipación de energía.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España. RLHE.

Lugar de celebración: Valencia, España.

Fecha: Mayo de 2010.

Autor(es): Castillo, L.G.; Molina, B.; Carrillo, J.M.

Título: Caracterización de velocidades y ley de variación del número de Froude dentro de resaltos hidráulicos.

Tipo de participación: Ponencia.

Congreso/Reunión científica: Seminario de la Red de Laboratorios de Hidráulica de España. RLHE.

Lugar de celebración: Valencia, España.

Fecha: Mayo de 2010.

## **6.2. Publicaciones**

Autores: Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.

Título: Calibración de dos programas CFD. Aplicación a aliviaderos de vertido libre.

Revista: V Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT.

ISSN: 1888-8356

Páginas, inicial: 33      final: 35

Fecha: Abril 2012.

Lugar de publicación: Cartagena (España).

Autores: Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.

Título: Consideraciones del mallado aplicadas al cálculo de flujos bifásicos con las técnicas de dinámica de fluidos computacional.

Revista: IV Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT.

ISSN: 1888-8356

Páginas, inicial: 33      final: 35

Fecha: Mayo 2011.

Lugar de publicación: Cartagena (España).

Autores: Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.

Título: Análisis del flujo turbulento y bifásico en un aliviadero de presa mediante simulación numérica tridimensional.

Revista: III Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT.

ISSN: 1888-8356

Páginas, inicial: 99 final: 101

Fecha: Mayo 2010.

Lugar de publicación: Cartagena (España).

Autores: Molina, B.; Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.

Título: Análisis y validación de velocidades instantáneas en flujos altamente turbulentos y aireados.

Revista: III Jornadas de Introducción a la Investigación de la UPCT.

ISSN: 1888-8356

Páginas, inicial: 106 final: 108

Fecha: Mayo 2010.

Lugar de publicación: Cartagena (España).

## 7. OTRAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS

---

Como participante en el grupo Hidr@m he participado en los siguientes proyectos de I+D financiados en Convocatorias públicas y contratos de I+D de especial relevancia con Empresas y/o Administraciones:

Título del proyecto: Aireación natural y forzada de flujos en el vertido libre por coronación de presas y su difusión en cuencos de disipación de energía hidráulica

Empresa/administración financiadora: Ministerio de Economía y Competitividad. BIA2011-28756-C03-02.

Entidad u Organismo en el que lo realizó: Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT), Universidad Politécnica de Valencia (UPV) y Laboratorio de Hidráulica del Centro de Estudios Hidrográficos (CEDEX).

Duración: Desde Enero de 2012 hasta diciembre de 2014.

Responsable del Proyecto/Trabajo/Estudio: Luis Gerardo Castillo Elsitdié.

Título del proyecto: VIAGUA - Vulnerabilidad, impactos y adaptación al cambio climático sobre recursos hídricos en Iberoamérica.

Empresa/administración financiadora: CYTED Proyecto 410AC0399.

Entidad u Organismo en el que lo realizó: Universidad Politécnica de Madrid (UPM) (Coordinador) y 9 partners más.

Duración: Desde Enero de 2010 hasta diciembre de 2013.

Responsable del Proyecto/Trabajo/Estudio: Luis Garrote de Marcos.

Título del proyecto: Modelización hidrológica en zonas semiáridas. Subproyecto: Modelización de captaciones en cauces efímeros.

Empresa/administración financiadora: Consejería de Educación de la Región de Murcia-Instituto Euro Mediterráneo del Agua (IEA). Convenio 2602-C/ITF.

Entidad u Organismo en el que lo realizó: Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT), Universidad de Murcia (UMU).

Duración: Desde Febrero de 2008 hasta diciembre de 2011.

Responsable del Proyecto/Trabajo/Estudio: Luis Gerardo Castillo Elsitdié.

Título del proyecto: Banco de calibración para grandes contadores mediante comparativa con caudalímetros electromagnéticos de referencia.

Empresa/administración financiadora: Empresa Municipal de Aguas y Saneamiento de Murcia S.A. (EMUASA).

Entidad u Organismo en el que lo realizó: Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT).

Duración: Desde Enero de 2012 hasta diciembre de 2012.

Responsable del Proyecto/Trabajo/Estudio: Luis Gerardo Castillo Elsitdié.

Título del proyecto: Estudio de eficiencia de la red de conducciones de la Mancomunidad de los Canales del Taibilla.

Empresa/administración financiadora: Mancomunidad de los Canales del Taibilla (Ministerio de Medio Ambiente).

Entidad u Organismo en el que lo realizó: Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT).

Duración: Desde Enero de 2010 hasta Enero de 2011.

Responsable del Proyecto/Trabajo/Estudio: Luis Gerardo Castillo Elsitdié.

## 8. PLANTEAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL

---

Las actividades desarrolladas durante el periodo formativo y los resultados obtenidos han marcado pautas para la continuación de la investigación e inicio de estudios posteriores. Bajo este enfoque, el objetivo final de la tesis doctoral sería:

- La caracterización hidrodinámica de las acciones actuantes en el cuenco de amortiguamiento de un aliviadero de vertido libre, apoyándose en herramientas CFD.

Para ello los objetivos específicos serían:

- Medición, análisis y tratamiento de presiones instantáneas en la solera del cuenco tanto en el punto de estancamiento como en las zonas situadas aguas arriba y aguas abajo del mismo, para diferentes condiciones de caudales, alturas de caída y calados en el cuenco de disipación, y contraste con simulaciones numéricas. Complementar la base de datos de mediciones actuales, para su análisis conjunto y extracción de conclusiones.
- Medición, análisis y tratamiento del campo de velocidades y la energía cinética en el cuenco de disipación para diferentes condiciones de caudales, alturas de caída y calados en el cuenco de disipación y contraste con simulaciones numéricas. Complementar la base de datos de mediciones actuales, para su análisis conjunto y extracción de conclusiones.
- Medición, análisis y tratamiento de velocidades y tasas de aireación en distintas secciones del chorro vertiente para diferentes caudales alturas de caída y contraste con simulaciones numéricas. Complementar la base de datos de mediciones actuales, para su análisis conjunto y extracción de conclusiones.
- Medición, análisis y tratamiento de la geometría del conjunto chorro + cuenco de disipación mediante sistemas de fotografía y/o vídeo, y contraste con simulaciones numéricas.
- Mejorar, calibrar y validar la metodología empírica existente a partir de los resultados obtenidos.

Las simulaciones numéricas se realizarán con dos programas de CFD con enfoques distintos: enfoque de diferencias finitas (FLOW-3D) y enfoque de volúmenes finitos (ANSYS CFX).

9. ANEXO: PARTICIPACIONES EN CONGRESOS Y  
PUBLICACIONES

---

# Análisis del flujo turbulento y bifásico en un aliviadero de presa mediante simulación numérica tridimensional

José María Carrillo Sánchez, Luis G. Castillo Elsitdié  
Grupo I+D+i Hidr@m – www.upct.es/hidrom  
Ingeniería Hidráulica, Marítima y Medio ambiental, UPCT  
Paseo Alfonso XIII, 52, 50203 Cartagena (Murcia)  
E-mail: jose.carrillo@upct.es, luis.castillo@upct.es

**Resumen.** *Estudio del tránsito de flujos turbulentos sobre un aliviadero aplicando un modelo numérico tridimensional de dinámica de fluidos computacional (CFD) tipo Euleriano. Las simulaciones realizadas se validan con los datos experimentales obtenidos por el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de EE.UU. (USACE).*

## 1 Introducción

Las leyes físicas que rigen el comportamiento de un problema de Mecánica de Fluidos están representadas por las ecuaciones de Navier-Stokes y de Reynolds (conservación de masa y momentum e intercambio turbulento del fluido) y constituyen un sistema de ecuaciones en derivadas parciales cuya solución se aborda con diversas técnicas numéricas.

Desde hace algún tiempo se vienen realizando diversos programas para resolver algunos tipos específicos de problemas de Mecánica de Fluidos. A mediados de los años setenta, la complejidad matemática requerida para generalizar los algoritmos comenzaron a ser abordados de forma eficiente y se desarrollaron herramientas de solución generales denominados genéricamente *Computational Fluid Dynamics* (CFD).

Los primeros paquetes de solución comenzaron a aparecer en los años 80, pero requerían gran potencia computacional, profundo conocimiento de dinámica de fluidos y elevados valores de intervalo de paso temporal y espacial en las simulaciones, por lo que CFD era una herramienta usada casi exclusivamente en la investigación. En la actualidad, la mayoría de códigos CFD tienen la posibilidad de realizar los cálculos en paralelo con el fin de resolver los problemas en menor tiempo, dividiendo así los cálculos y la memoria necesaria entre varios equipos. Los recientes avances en la potencia de los ordenadores, junto con la manipulación de modelos con gráficos 3D interactivos, han hecho que el proceso de crear un modelo en CFD y analizar sus resultados, sea mucho menos laborioso y a un menor coste. Así, los diversos programas de solución avanzados contienen algoritmos que permiten obtener soluciones robustas del campo del flujo en un tiempo razonable.

Teniendo en cuenta que la relación coste-rendimiento de los ordenadores ha aumentado espectacularmente en la última década, y parece que la tendencia se mantendrá, la solución de los problemas de Mecánica de Fluidos mediante CFD será cada vez más usual y por tanto, constituye una herramienta clave en el futuro inmediato.

La ventaja principal de la metodología CFD es la posibilidad que ofrece para investigar los sistemas físicos de los fluidos, proporcionando una gran cantidad de datos, con una mayor rentabilidad, flexibilidad y velocidad que la que se obtiene con los procedimientos experimentales. La metodología es capaz de superar muchas de las tradicionales dificultades que encuentran los modelos físicos al registrar fenómenos del flujo en regiones inaccesibles a los aparatos de medición o debidos a las perturbaciones ocasionadas por el aparato y/o condiciones experimentales.

En todo caso la metodología CFD siempre requerirá la calibración y contraste con información disponible de prototipos y/o modelos reducidos, aunque como es obvio, constituye una herramienta muy potente que junto a las técnicas clásicas de modelación física, ayudarán a complementar el conocimiento del comportamiento del flujo en las diferentes estructuras hidráulicas (Castillo y Pérez, 2009).

En este artículo, la metodología CFD se aplica a la investigación del flujo turbulento vertido sobre una estructura de aliviadero tipo de cresta ancha.

## 2 Aplicación Numérica

Las simulaciones se realizaron mediante el software comercial ANSYS CFX (2006), para lo cual previamente hubo que realizar el mallado del dominio fluido agua-aire en el que se esperaba encontrar la solución (Carrillo, 2009). La resolución numérica por Elementos Finitos del sistema de ecuaciones diferenciales que rigen el fenómeno se realiza en los volúmenes de control definidos por el mallado del dominio fluido, de tal manera que la cantidad de referencia (masa, momentum, energía) se conserva en las tres direcciones para cada volumen de control identificado.

## 3 Modelos de Turbulencia

Para el caso de flujos complejos, la resolución de las fluctuaciones instantáneas dentro de flujos turbulentos no es viable. Los métodos implementados en CFD se basan en la solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes y promediado de

Reynolds (*RANS*), junto con modelos de turbulencia de distintos grados de complejidad, que van desde los modelos algebraicos de vorticidad para la viscosidad, hasta los modelos de tensión de Reynolds.

En los modelos de vorticidad, como por ejemplo los modelos clásicos  $k-\varepsilon$ , *RNG*  $k-\varepsilon$  o  $k-\omega$ , las tensiones de Reynolds se relacionan linealmente con el gradiente de velocidad media, de modo similar a la relación que existe entre las fuerzas y tensiones de los tensores de los flujos laminares newtonianos.

En el modelo de turbulencia de tensiones de Reynolds (*RSM*), no se considera la hipótesis de disipación de la viscosidad. En cambio, se define una ecuación de transporte para cada componente del tensor de tensiones de Reynolds. Este modelo proporciona conceptualmente una representación más acertada de las características de la turbulencia, tales como la anisotropía y el efecto de tensiones adicionales, pero es computacionalmente muy ineficiente y dificulta la convergencia en situaciones complejas (Bürgisser y Rutschmann, 1999; Bouhadji, 2004).

El modelo  $k-\varepsilon$ , que requiere un esfuerzo computacional mucho menor, sigue siendo uno de los métodos de turbulencia más utilizados para la solución de los flujos en la práctica ingenieril. Sin embargo, existen situaciones complejas en las que, aunque el modelo  $k-\varepsilon$  reproduce cualitativamente las características importantes del flujo, sus resultados no son totalmente satisfactorios, en particular relacionadas con las zonas de separación del flujo (Bhajantri et al. 2003).

En este trabajo se ha usado el modelo de turbulencia "Shear Stress Transport" (SST), basado en el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$ . Este modelo está diseñado para asegurar una predicción exacta de la separación del flujo sometido a gradientes de presión adversos. Todas las paredes sólidas han sido tratadas con la función de pared rugosa (Carrillo, 2009).

#### 4 El modelo multifásico

CFX establece dos tipos de modelos multifásicos para simular tramos con flujos múltiples, burbujas, gotas, partículas sólidas y la superficie libre del flujo: el modelo Euleriano multifásico y la función multifásica de Lagrange de transporte de partículas. El modelo Euleriano multifásico tiene dos submodelos: el modelo homogéneo y el modelo de transferencia interfluido o modelo inhomogéneo. Considera que los fluidos interactúan a través de términos de transferencia en la interfase, existiendo un campo de solución para cada fase por separado.

El modelo homogéneo, que se ha utilizado en este estudio, puede considerarse como un caso límite del modelo de flujo multifásico Euleriano, en el que la tasa de transferencia en la interfase es muy grande. Esto origina que todos los fluidos compartan un campo de flujo común, manteniéndose válido en los flujos por gravedad cuando las fases están completamente estratificadas, como es el caso de un flujo en lámina libre en el que la interfaz está bien definida. En este caso, las fracciones volumétricas de las fases

son igual a uno o cero en todas partes, excepto en la fase de frontera, y de este modo puede emplearse un único campo de velocidades.

#### 5 Resultados

Para comprobar la capacidad de ANSYS CFX, se modeló un aliviadero de dos vanos con forma estándar de perfil de vertedero tipo WES, definido por el *U. S. Army Engineer Waterways Experimental Station* (figura 1), y una pila central tipo II. La modelación se realizó teniendo en cuenta la altura de diseño  $H_d = 4$  m, que define el perfil del aliviadero.

En la figura 2 se puede apreciar la diferente resolución de la malla empleada en la modelación del aliviadero. Para la obtención de unos mejores resultados en el cálculo de la lámina libre, se refinó la malla en sucesivas iteraciones en la zona en la que se sitúa la lámina libre de agua.

En las figuras 3 y 4 puede apreciarse el resultado de la lámina libre obtenida a su paso por el aliviadero y el efecto de las pilas en el mismo (obsérvese la zona de expansión del flujo tras la pila).

La figura 5 muestra el resultado de la fracción volumétrica del agua a su paso por uno de los vanos del aliviadero. El color rojo corresponde a una fracción de volumen de agua igual a 1 (agua), mientras que el color azul corresponde a una fracción de volumen de agua igual a 0 (aire). La interfaz aire/agua queda bien definida, apreciándose la evolución del calado (mayor altura en la parte central del vano).

Finalmente, la figura 6 muestra la comparativa, en el centro del vano, entre los resultados obtenidos mediante ANSYS CFX y los valores experimentales del USACE (observar el perfecto acuerdo).

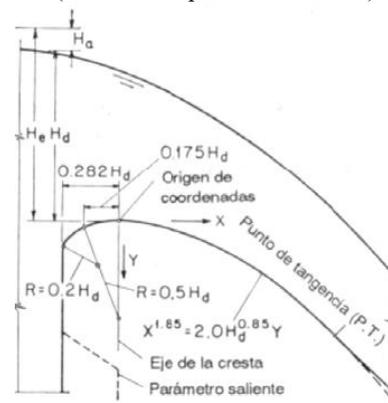


Figura 1. Forma estándar de vertederos WES. U. S. Army Engineer Waterways Experimental Station. (Ven Te Chow, 1998).

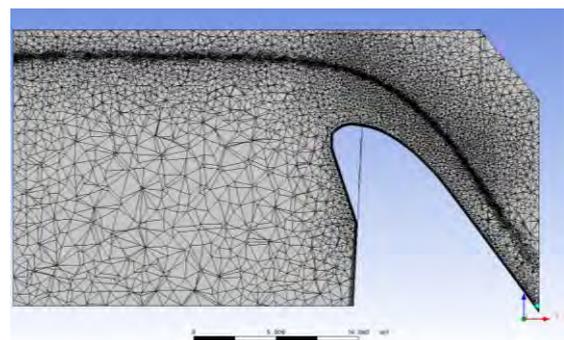


Figura 2. Adaptación del mallado a la zona de lámina libre.

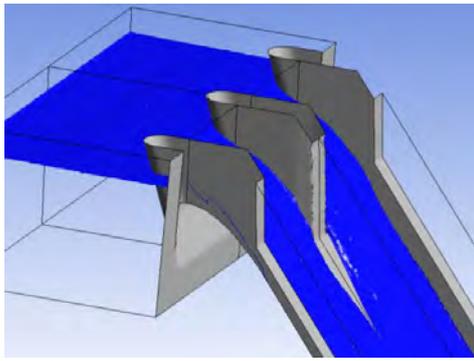


Figura 3. Detalles de la lámina libre en la entrada del aliviadero, para Nivel Máximo Normal del embalse ( $H_d=4$  m).

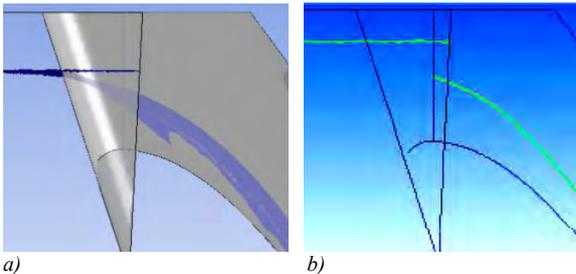


Figura 4. Detalles de la lámina libre en la entrada del aliviadero, para altura de diseño  $H_d$ . Figura 4a) vista lateral de la lámina libre tridimensional. Figura 4b) contacto de la lámina libre con la pared que conforma la pila del aliviadero.

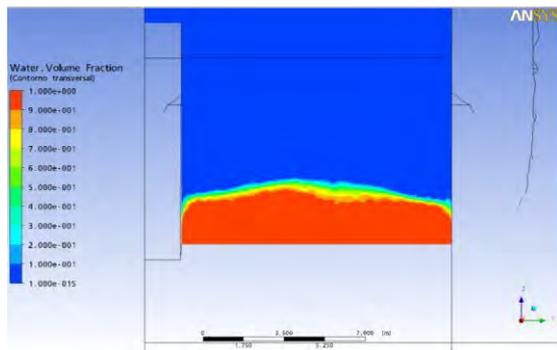


Figura 5. Curvatura de la fracción volumétrica del agua en el canal de descarga (capa de lámina libre).

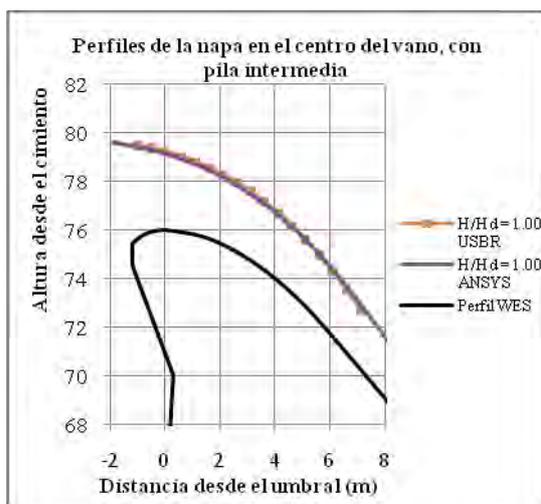


Figura 6. Comparación de resultados obtenidos en el centro del vano del aliviadero. Nivel Máximo Normal de embalse ( $H_d=4$  m).

## 6 Conclusiones

Los resultados numéricos que se obtuvieron mediante ANSYS CFD, en el centro del vano de un aliviadero

tipo, se aproximan muy bien a los obtenidos experimentalmente por el Cuerpo de Ingenieros de EE.UU. Las simulaciones demuestran el gran potencial que presenta la metodología CFD para proporcionar resultados fiables al reproducir el flujo en proyectos de aliviaderos de presas.

Esta metodología se está aplicando actualmente al estudio de los chorros turbulentos y bifásicos agua-aire (vertido libre por coronación de presas). La medición de diferentes variables en una infraestructura construida para el efecto en el laboratorio de ingeniería hidráulica de la UPCT: aireación (equipo de fibra óptica), presiones (transductores piezorresistivos) y velocidades (equipo Doppler), a distintas alturas de vuelo del chorro, diferentes puntos en el fondo y diferentes alturas de colchón de agua en el cuenco de disipación de energía, nos permitirá validar el programa, así como también verificar y calibrar los distintos parámetros e índices turbulentos de este tipo de estructuras hidráulicas (Castillo, 2008; Castillo y Pérez, 2009).

## Referencias

- [1] ANSYS CFX (2006). "ANSYS CFX. Reference Guide". Release 11.0.
- [2] American Society of Civil Engineers. (1995). "Hydraulic design of spillways". Ed. ASCE.
- [3] Bhajantri, M.R.; Eldho, T.I.; Deolalikar, P.B. (2006). "Hydrodynamic modelling of flow over a spillway using a two-dimensional finite volume-based numerical model". Sādhanā Vol. 31, Part 6, December, pp. 743-754.
- [4] Bouhadji, L. (2004). "Three dimensional Numerical Simulation of Turbulent Flow Over Spillways". ASL-AQFlow Inc., Sidney, British Columbia, Canada.
- [5] Bürgisser, M.F.; Rutschmann, P. (1999) "Numerical solution of viscous 2Dv free surface flows; flow over spillway crests". Proc., 28 th IAHR Congr. Technical universal Graz, Graz, Austria.
- [6] Carrillo Sánchez, J. M. (2009). "Evaluación de la seguridad hidrológico-hidráulica de la presa de Compuerto (T.M. de Velilla del río Carrión, Provincia de Palencia)". Proyecto Fin de Carrera de Ingeniero de Caminos, C. y P., UPV.
- [7] Castillo, L. (2006). "Aerated jets and pressure fluctuations in plunge pools". The 7<sup>th</sup> Int. Conf. on Hydrosience and Engineering (ICHE-2006). September, Philadelphia, USA.
- [8] Castillo, L. (2008). "Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool". 32<sup>th</sup> Congress of IAHR, the International Association Engineering & Research. Venice, Italy, July.
- [9] Castillo, L; Pérez, J. (2009). "Evaluación de las acciones hidrodinámicas a pie de presa por efecto del desbordamiento por coronación". I Jornadas Ingeniería del Agua. Madrid, Octubre.
- [10] Ven Te Chow. (1998). "Hidráulica de canales abiertos". Ed. McGraw Hill.



# Análisis, validación y procedimientos de filtrado de datos

Belén Molina Miñano, José María Carrillo Sánchez, Luis G. Castillo Elsitdié.

Grupo I+D+i Hidr@m - www.upct.es/hidrom

Ingeniería Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental, UPCT.

Paseo Alfonso XIII, 52, 30203 Cartagena (Murcia)

E-mail: [belenmolina@upct.es](mailto:belenmolina@upct.es), [jose.carrillo@upct.es](mailto:jose.carrillo@upct.es), [luis.castillo@upct.es](mailto:luis.castillo@upct.es)

**Resumen.** La medición de velocidades instantáneas mediante instrumentación Acoustic Doppler Velocimeter (ADV) constituye una alternativa válida frente a equipos basados en la tecnología láser Particle Image Velocimetry (PIV), siendo el coste del ADV unas diez veces inferior al del PIV. Sin embargo, existen fenómenos que interfieren alterando nuestras señales, éstos se deben fundamentalmente a tres causas: al ruido blanco, a la aireación en flujos con alta intensidad de turbulencia (resaltos hidráulicos), y por último, a las ambigüedades por diferencia de fase. En este artículo se proponen diversos métodos de filtración de datos, mediante los cuales conseguimos limpiar las series contaminadas por estos fenómenos, sin llegar a alterar de manera influyente la serie original.

## 1 Introducción

La medición de velocidades instantáneas mediante instrumentación ADV es de gran ayuda a la hora de caracterizar el flujo, ya sea en laboratorio o en el campo. Es muy fiable en flujos laminares y turbulentos sin la presencia de aire, puesto que el agua constituye el elemento fundamental de transmisión de la señal.

Sin embargo, para el caso de flujos bifásicos (agua-aire) las señales suelen estar ser afectadas, en mayor o menor grado, por la presencia de burbujas de aire que se interponen en la recepción de datos.

En la medición de los diferentes índices turbulentos con alta resolución, los fenómenos que interfieren alterando nuestras señales se deben fundamentalmente a tres causas:

-**Ruido blanco.** Provoca señales parásitas muy complicadas de detectar y eliminar. Hunther y Lemin (2001) propusieron emplear sondas de cuatro receptores para atenuar este problema.

-**Flujos con alta intensidad de turbulencia y aireados.** Aparecen spikes (datos anómalos) puntuales claramente realzados.

-**Ambigüedades por diferencia de fase.** Se producen cuando la velocidad real excede el límite del rango de calibrado del aparato, se manifiesta con la aparición de múltiples spikes.

El resalto hidráulico es un caso interesante de aplicación debido a sus características particulares: flujo altamente turbulento y aireado, fuerte disipación de energía y mezcla, levantamiento brusco de la superficie libre y generación de ondas y espray.

## 2 Métodos de filtración de datos

### 2.1 Método del umbral de aceleración y velocidad (ATM+C)

Para que un dato sea considerado un spike, la aceleración debe exceder un umbral  $|a_i| > \lambda_a g$ , y la desviación absoluta de la velocidad media tiene que exceder un valor  $|u_i| > k\sigma$ , donde  $\lambda_a$  es un umbral de

aceleración relativa,  $\sigma$  es la desviación estándar y  $k$  un factor a ser determinado. La aceleración es

$$a_i = (u_i - u_{i-1}) / \Delta t$$

donde  $u_i$  es la velocidad registrada en el tiempo  $i$  y  $\Delta t$  el intervalo de muestreo.

Nikora y Goring (2000) proponen  $\lambda_a = 1-1.5$  y  $k = 1.5$ . En el caso de resaltos hidráulicos, el valor de  $\lambda_a$  se calcula en función de las características específicas del flujo ( $\lambda_{aj}$ ):

$$\lambda_{aj} = Fr_j \sqrt{y_j} / (\Delta t \sqrt{g}) \geq 0.5.$$

El valor  $y_j$  es  $y_{dj}$  cuando la dirección del flujo es hacia aguas abajo, y es  $y_{uj}$  cuando la dirección es hacia aguas arriba (figura 1).

El dato anómalo se reemplaza por la media de los doce puntos que lo engloban (los seis anteriores y los seis posteriores), repitiendo el procedimiento completo hasta que no se detecten más spikes. Goring y Nikora (2002) recomiendan como método de reemplazo la interpolación desde un polinomio de tercer grado que ajuste doce puntos próximos al spike.

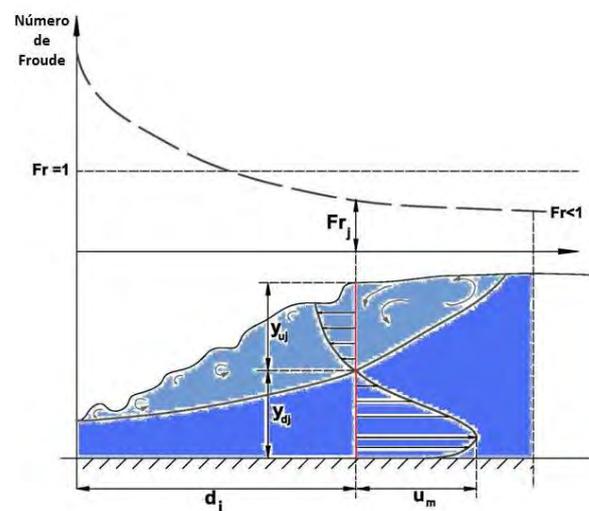


Figura 1: Variación del número de Froude y definición de los principales parámetros en un resalto hidráulico.

## 2.2 Método de corte inicial en función de los percentiles 99% y 1% y ajuste progresivo de los límites inferior y superior en función de estadísticos 5% y 95% (PCLU)

Dado que la distribución de velocidades en un resalto hidráulico no se ajusta a una distribución normal, es mejor estimar un umbral que tienda al límite superior de la señal registrada. El corte inicial en función de los percentiles 99% y 1% se realiza con el objeto de eliminar aquellos valores que aparecen en el registro de forma muy esporádica y cuyas amplitudes se desvían de forma exagerada con respecto al valor medio de la serie. La presencia de éstos spikes “solitarios” suelen invalidar cualquier otro procedimiento de filtrado.

El ajuste progresivo se basa en el corte de los límites superior e inferior, en función de los estadísticos 5% y 95% (Castillo, 2008). A continuación se describe el procedimiento.

Desde la media calculada  $\bar{u}$  y junto con el valor máximo registrado de la serie de datos  $u_{max}$ , se determina una primera amplitud relativa  $A_1 = u_{max} - \bar{u}$ . Seguidamente se calcula el valor  $u_{min} = \bar{u} - A_1$  y la amplitud general  $A = u_{max} - u_{min}$ . Finalmente se obtienen los valores de corte superior,  $X_{max,c} = u_{max} - (0.05A)$  e inferior,  $X_{min,c} = u_{min} + (0.05A)$ .

Se recomienda no hacer más de dos filtrados para no alterar sensiblemente la serie original.

El spike es reemplazado por el valor del corte superior o inferior, la media, la mediana o la media de los doce puntos que engloban al eliminado.

## 2.3 Método del umbral espacio-estado (PSTM+W)

Se basa en el concepto del mapa de representación tridimensional de Poincaré o representación Espacio-Estado, en el cual la variable y sus derivadas primera y segunda son graficadas unas en función de las otras (Ref. 2 y 4).

Se definen como spikes aquellos puntos que se sitúan fuera de la elipse correspondiente, cuyos ejes se determinan con el criterio Universal  $\lambda_U \sigma = \sigma \sqrt{2 \ln n}$ , para una variable aleatoria normal de media nula y desviación estándar  $\sigma$ .

El método se itera hasta que no se detecten más spikes, es decir, cuando el número de datos buenos (puntos dentro de la elipse) llegue a ser constante.

Cada iteración consta de los siguientes pasos:

1. Se calcula la primera y segunda derivadas con el algoritmo de diferencia central:

$$\Delta u_i = (u_{i+1} - u_{i-1}) / 2$$

$$\Delta^2 u_i = (\Delta u_{i+1} - \Delta u_{i-1}) / 2$$

2. Se calculan las desviaciones estándar de las tres variables,  $\sigma_u$ ,  $\sigma_{\Delta u}$  y  $\sigma_{\Delta^2 u}$  y de aquí, los valores máximos esperados a partir del criterio Universal.

3. Se obtiene el ángulo de rotación del eje mayor del plano  $\Delta^2 u_i = f(u_i)$ .

Según la cross-correlación (Goring y Nikora, 2002):

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\sum u_i \Delta^2 u_i}{\sum u_i^2} \right)$$

Según el ajuste de Gauss (Castillo 2009):

$$\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{(n \sum u_i \Delta^2 u_i - \sum u_i \sum \Delta^2 u_i) / (n \sum u_i^2 - (\sum u_i)^2)}{n} \right]$$

Siendo  $n$  el número de datos.

4. Para cada par de variables, se calculan los ejes de la elipse. En el plano  $\Delta u_i = f(u_i)$ , el eje mayor es  $\lambda_U \sigma_u$  y el eje menor  $\lambda_U \sigma_{\Delta u}$ ; para el plano  $\Delta^2 u_i = f(\Delta u_i)$ , el eje mayor es  $\lambda_U \sigma_{\Delta u}$  y el eje menor  $\lambda_U \sigma_{\Delta^2 u}$ ; y para el plano  $\Delta^2 u_i = f(u_i)$  cuyo eje mayor y menor son  $a$  y  $b$  respectivamente, y se obtienen de la solución del sistema de ecuaciones (Goring y Nikora, 2002):

$$(\lambda_U \sigma_U)^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta$$

$$(\lambda_U \sigma_{\Delta 2u})^2 = a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta$$

Se propuso (Ref. 2) una solución que cumple en cualquier situación la identidad trigonométrica (Castillo, 2009).

$$(\lambda_U \sigma_U)^2 = a^2 \cos^2(\theta/2) + b^2 (\lambda_U \sigma_u / \lambda_U \sigma_{\Delta 2u}) \sin^2(\theta/2)$$

$$(\lambda_U \sigma_{\Delta 2u})^2 = a^2 (\lambda_U \sigma_{\Delta 2u} / \lambda_U \sigma_u) \sin^2(\theta/2) + b^2 \cos^2(\theta/2)$$

La formulación propuesta por Castillo está más ajustada a la pendiente natural de la muestra (fig. 5).

5. En cada proyección de los planos espacio-estado, se identifican los puntos que se sitúan fuera de cada elipse y se reemplazan.

Este algoritmo utiliza los estimadores clásicos, media y desviación estándar, para la localización y el escalamiento de la elipse.

El programa WinADV incorpora los algoritmos de Goring y Nikora y el criterio de Chauvenet (Ref. 10).

## 3 Aplicaciones

Los distintos métodos han sido aplicados a dos registros, medidos en idénticas condiciones de muestreo. El registro “patológico” se obtuvo con el aparato calibrado para un rango de velocidad de  $\pm 100$  cm/s siguiendo las indicaciones de Wahl (Ref. 9), mientras que el registro “casi limpio” se registró empleando un rango de  $\pm 250$  cm/s.

En estas condiciones, los registros patológicos serían rechazados. No obstante, han servido para valorar el funcionamiento de nuevos algoritmos de filtrado, de forma que se ha logrado obtener un registro prácticamente semejante a su correspondiente registro casi limpio y filtrado.

## 4 Conclusiones

Frente al alto presupuesto que supone una sonda láser, la sonda ADV junto a la aplicación del filtrado de datos certifica una solución técnica y económica viable.

A la vista de los resultados obtenidos, la tabla de calibrado de los rangos de velocidad ofrecida por Wahl, queda invalidada en el caso de flujos altamente turbulentos y aireados.

Para registros de velocidad obtenidos dentro de un resalto hidráulico, la combinación de los métodos ATM+C y PCLU constituye el procedimiento más adecuado y robusto de detección y reemplazo de spikes.

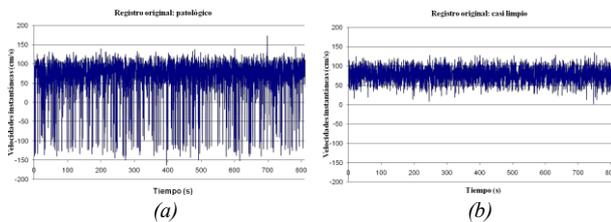


Figura 2: a) registro original “patológico”, b) registro original “casi limpio”.

Registro original:	Registro patológico	Registro casi limpio
Longitud de la serie (n):	4096	4096
Intervalo temporal (s):	0.2	0.2
Media (cm/s):	68.02	78.04
Desviación estándar (cm/s):	47.95	18.84
<b>Método ATM+C (Castillo 2009)</b>	2 iteraciones	0 iteraciones
Número de spikes:	589	82
Media (cm/s):	77.83	78.07
Desviación estándar (cm/s):	23.67	18.51
<b>Método PSTM+W (Wahl en el programa WinADV)</b>	1 iteración (Media y desviación estándar de serie recortada)	
Número de spikes:	694	588
Media de la muestra (cm/s):	78.12	78.29
Desviación estándar (cm/s):	23.51	27.9
<b>Método PSTM+W (Goring y Nikora)</b>	2 iteraciones	1 iteración
Número de spikes:	1357	712
Media (cm/s):	69.84	74.74
Desviación estándar (cm/s):	22	17.54
<b>Métodos ATM+C y PSTM+W combinados.</b>	ATM+C: 2 iteraciones PSTM+W: 1 iteración	ATM+C: 0 iteraciones PSTM+W: 1 iteración
Número de spikes:	1301	814
Media (cm/s):	76.08	74.64
Desviación estándar (cm/s):	18.92	17.46
<b>Métodos ATM+C y PCLU combinados (Castillo 2008-2009).</b>	ATM+C: 2 iteraciones PCLU: 1 iteración	ATM+C: 0 iteración PCLU: 1 iteración
Número de spikes:	848	332
Media (cm/s):	78.51	78.25
Desviación estándar (cm/s):	20.47	17.91

Tabla 1. Comparativa de los distintos métodos de filtrado.

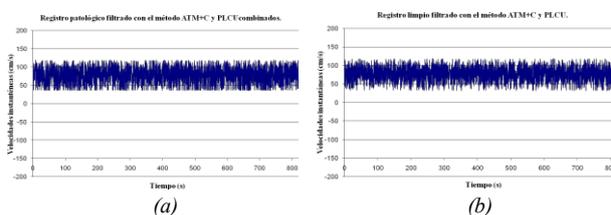


Figura 3: Datos filtrados con métodos ATM+C y PCLU combinados. a) Registro patológico. b) Registro casi limpio.

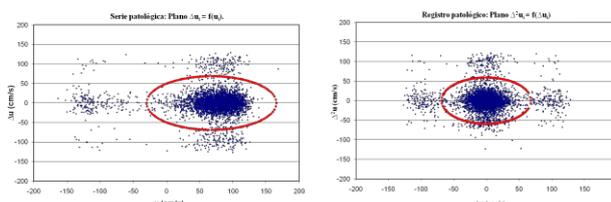


Figura 4: Aplicación al registro patológico del método Espacio-Estado de diferentes variables.

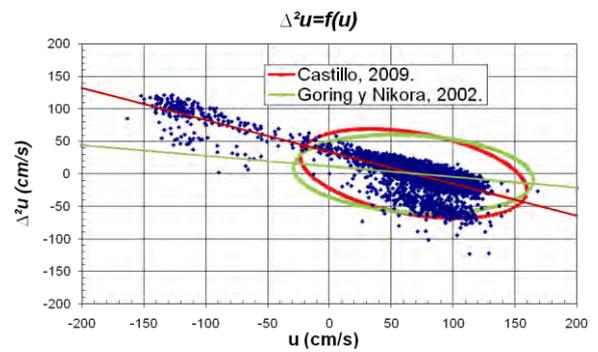


Figura 5. Aplicación en el registro patológico del método Espacio-Estado. Inclinación según Castillo 2009,  $\theta = -24.53^\circ$ . Inclinación según Goring y Nikora 2002,  $\theta = -9.17^\circ$ .

## Referencias bibliográficas

- [1] Blanckaert, K. and Lemmin, U. (2006), Means of noise reduction in acoustic turbulence measurements. Journal of Hydraulic Research Vol. 44, No. 1, pp. 3-17.
- [2] Castillo, L. (2009), Filtrado de velocidades y caracterización de parámetros dentro de resaltos hidráulicos libres y sumergidos. I Jornadas de Ingeniería del Agua. España, Madrid, Oct 27-28.
- [3] Castillo, L. (2008), Validation of instantaneous velocities measurements with ADV equipment in turbulent high two-phase flows. The Eight Int. Conference on Hydro-Science and Engineering (ICHE 2008). Nagoya, Japan, Sep 8-12.
- [4] Goring, G. and Nikora, V. (2002), Despiking acoustic Doppler velocimeter data. Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 128, N° 1, January 1. pp. 117-126.
- [5] Hurther, D. and Lemmin, U. (2001), A correction method for turbulence measurements with a 3-D acoustic Doppler velocity profiler. J. Atmos. Ocean. Technol. 18, 446-458.
- [6] Nikora, V.I. and Goring, D.G. (2000). Flow turbulence over fixed and weakly mobile gravel beds. Journal of Hydraulic Engineering, 126(9), pp. 679-690.
- [7] Ohtsu, F., Yasuda, Y. and Awazu, S. (1990), Free and submerged hydraulic jumps in rectangular channels. Research Inst. of Science and Technology, Nihon University, No 35.
- [8] Rouse, H., Siao, T.T. and Nagaratnam, S. (1959). Turbulence characteristics of the hydraulic jump. Trans. ASCE 124: pp. 926-966.
- [9] Wahl, T. L. (2000), Analyzing ADV data using WinADV. Proc., 2000 Joint Conference on Water Resources Engineering and Water Resources Planning and Management, ASCE, July 30-August 2, Minneapolis, [www.usbr.gov/wrll/twahl/winadv](http://www.usbr.gov/wrll/twahl/winadv).
- [10] Wahl, T. L. (2003), Discussion of “Despiking acoustic Doppler velocimeter data” by Derek G. Goring and Vladimir I. Nikora. January 2002, Vol. 128, No 1, pp. 117-126. Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, June 1. pp. 484-488.



## **SIMULACIÓN NUMÉRICA Y VALIDACIÓN DE LAS ACCIONES HIDRODINÁMICAS EN CUENCOS DE DISPACIÓN DE ENERGÍA**

Luís G. Castillo Elsitdié<sup>1</sup> José María Carrillo Sánchez<sup>1</sup>

**Línea prioritaria D. Seguridad de presas. Aspectos hidrológicos e Hidráulicos**

(1) Grupo de I+D+i Hidr@m. Departamento de Ingeniería Térmica y Fluidos.  
Universidad Politécnica de Cartagena.  
Escuela de Ingeniería Civil, Paseo Alfonso XIII, 52, 30203, Cartagena.  
e-mail: luis.castillo@upct.es, jose.carrillo@upct.es

La metodología de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) que permite simular flujos multifásicos se pueden agrupar en dos tipos generales: el modelo Euleriano y el modelo de transporte de partículas de Lagrange. El modelo Euleriano multifásico consta de dos sub-modelos: el modelo homogéneo y el modelo de transferencia interfluido o modelo inhomogéneo. En este tipo de modelo, cada fluido tiene su propio campo e interactúan en la interfase a través de términos de transferencia, existiendo de esta forma un campo de solución para cada fase.

Los diferentes métodos implementados en CFD se basan en la solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes y promediado de Reynolds, junto con modelos de turbulencia de distintos grados de complejidad, que van desde los modelos algebraicos de vorticidad para la viscosidad ( $k-\varepsilon$ ,  $RNG$ ,  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$ ), hasta los modelos de tensión de Reynolds ( $RMS$ ).

En el reintegro de los caudales desaguados por los órganos de desagüe mediante cuencos de amortiguación, la disipación de energía se produce principalmente mediante la generación de turbulencia. En las dos tipologías básicas (cuencos de resalto y cuencos de vertido en caída libre) aparecen fenómenos de alta turbulencia y aireación, que no pueden ser convenientemente estudiados con las metodologías clásicas.

Teniendo en cuenta esta problemática, y partiendo de los distintos resultados experimentales que existen, el grupo Hidr@m está llevando a cabo diferentes estudios para caracterizar velocidades (instrumentación Doppler), presiones (transductores piezoresistivos) y aireación (fibra óptica), en algunos cuencos de disipación de energía, tanto en la lámina vertiente como en el cuenco.

Los resultados de laboratorio sirven de base para validar y calibrar algunos programas comerciales CFD de tipo Euleriano (ANSYS-CFX y FLOW-3D). Más adelante se espera validar algunos programas de tipo Lagrangiano (XFLOW y MDST).





# SIMULACIÓN NUMÉRICA Y VALIDACIÓN DE LAS ACCIONES HIDRODINÁMICAS EN CUENCOS DE DISPACIÓN DE ENERGÍA

*Luís G. Castillo Elsitdié*  
*José María Carrillo Sánchez*



Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo reducido	Modelación numérica	Objetivos
--------------	------------------------------	-----------------	---------------------	-----------

**Programas CFD** → Resuelven los problemas de Mecánica de Fluidos, solucionando numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes y promediado de Reynolds:

Ecuación de Continuidad: 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0$$

Ecuación de Momentum: 
$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M$$

Ecuación de la Energía: 
$$\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E$$

Para resolver el problema de clausura (más incógnitas que ecuaciones), se han desarrollado diferentes algoritmos que tienen en cuenta los modelos de turbulencia.

Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo reducido	Modelación numérica	Objetivos
--------------	------------------------------	-----------------	---------------------	-----------

### Modelos generales de turbulencia

- Escala de disipación viscosa ( $k-\varepsilon$ , RNG,  $k-\omega$ )
- Tensiones de Reynolds (RMS)

### Modelos de turbulencia multifásicos

- Modelos algebraicos:
  - Modelo de la ecuación cero
  - Modelo de la ecuación cero de fase dispersada
- Modelo de dos ecuaciones ( $k-\varepsilon$ )
- Modelo de tensiones de Reynolds

Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo reducido	Modelación numérica	Objetivos
--------------	------------------------------	-----------------	---------------------	-----------

Disipación de energía en el vertido por coronación se realiza mediante:

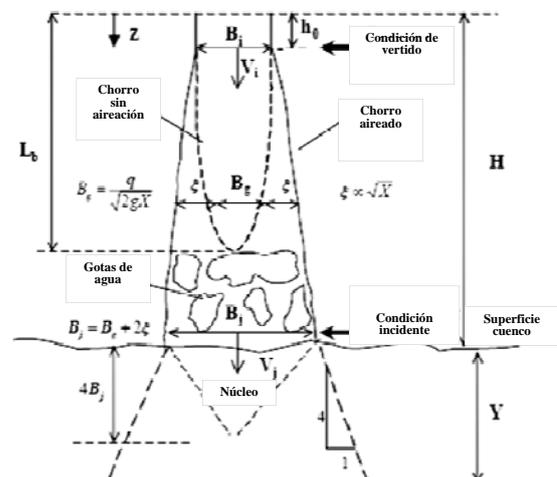
1) *Disgregación del chorro*

AIREACIÓN + ATOMIZACIÓN

2) *Arrastre de aire del chorro cuando entra en el cuenco*

3) *Difusión en el cuenco*

4) *Impacto en la solera del cuenco*



<b>Introducción</b>	<b>Caracterización del fenómeno</b>	<b>Modelo reducido</b>	<b>Modelación numérica</b>	<b>Objetivos</b>
---------------------	-------------------------------------	------------------------	----------------------------	------------------

Se han de considerar:

- 1) Condiciones de vertido

$$V_i = \sqrt{2gh_0} \quad B_i$$

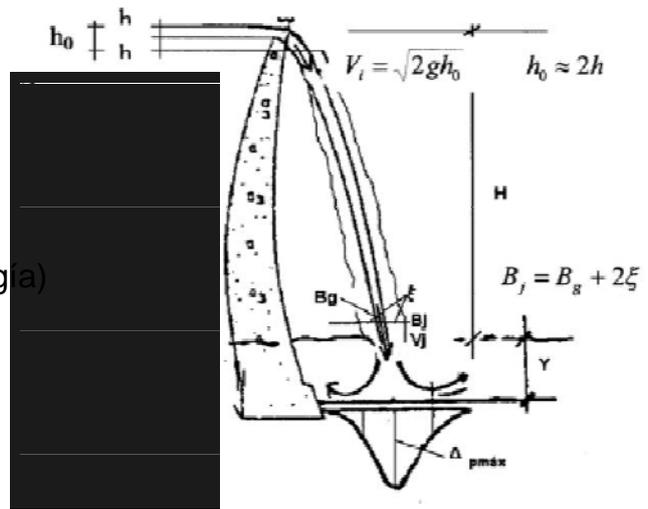
$$h_0 \approx 2h \quad (h \rightarrow \text{Altura de energía})$$

- 2) Condiciones de impacto

$$V_j \quad B_j = B_g + 2\xi$$

$B_g \rightarrow$  Ancho por condiciones gravitatorias

$\xi \rightarrow$  Distancia lateral de difusión del chorro por efectos de aireación y turbulencia



<b>Introducción</b>	<b>Caracterización del fenómeno</b>	<b>Modelo reducido</b>	<b>Modelación numérica</b>	<b>Objetivos</b>
---------------------	-------------------------------------	------------------------	----------------------------	------------------



Rango caudales:  
 $Q = 30 - 170 \text{ l/s}$

Dispositivo móvil  
(alturas de vertido entre 1.7 y 4 m)

Cuenco fijo de disipación  
(medidas de presión, velocidad y aireación)

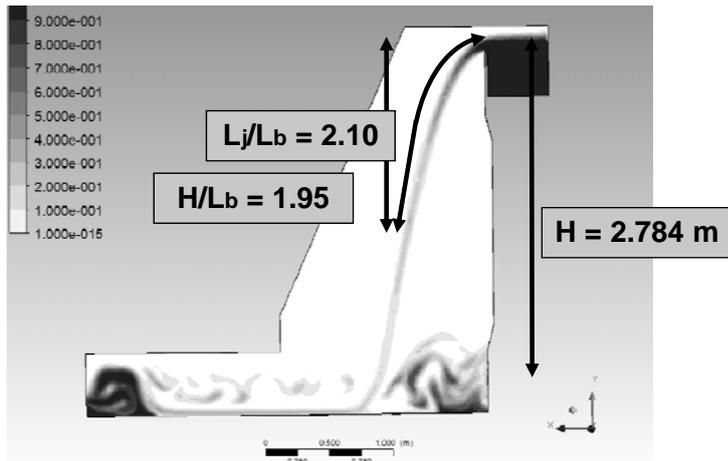
Canal de desagüe y aforo

### Consideraciones:

Régimen transitorio (60 segundos)

Cálculo homogéneo

Modelo de turbulencia *Shear Stress Transport* (basado en  $k-\omega$ )



Simulación bidimensional

Número de elementos

75.452

Intervalo de paso

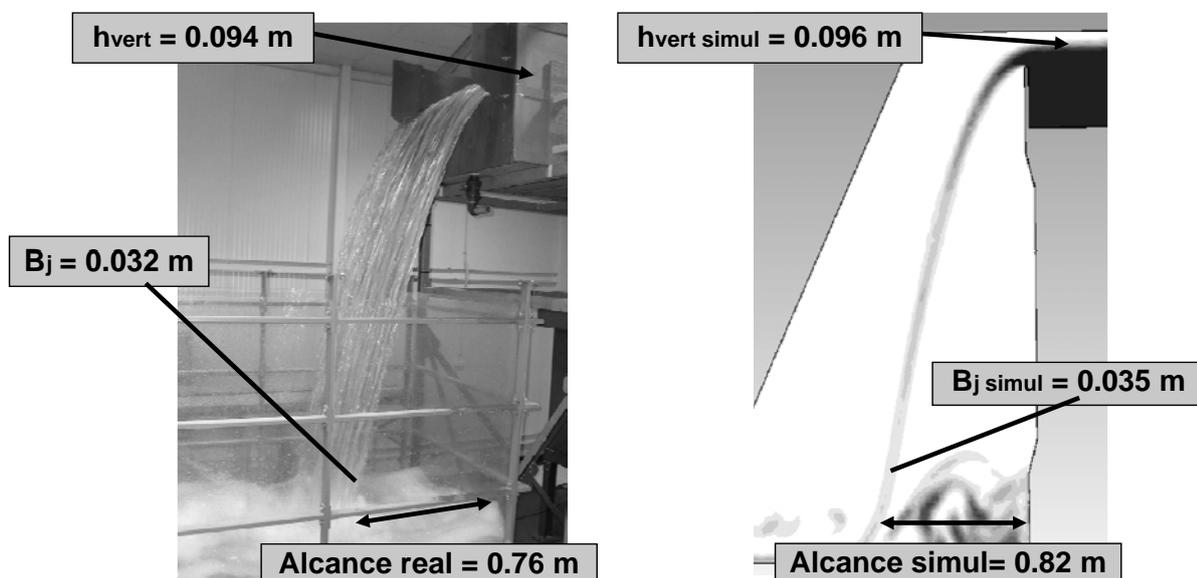
0.025 segundos

Tiempo de cálculo

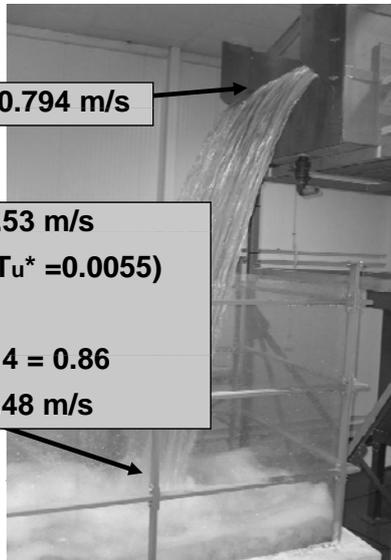
35 horas 33 minutos

### Primeras comparaciones simulación-modelo reducido:

Forma de la lámina vertiente (vuelo y ancho de chorro incidente)



**Primeras comparaciones simulación-modelo reducido:**  
Registro de velocidades obtenidas en la entrada y en la solera



$V_{vert} = 0.794 \text{ m/s}$

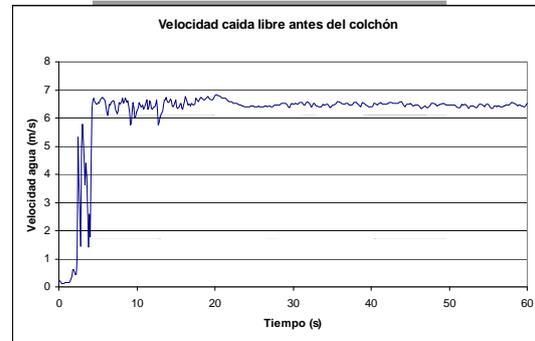
$V_{teórica} = 7.53 \text{ m/s}$

$T_u = 0.01$  ( $T_u^* = 0.0055$ )

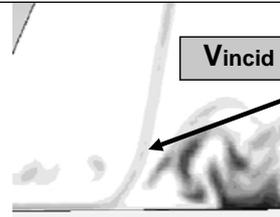
$C_p = 0.14$

$\Delta E = 1 - 0.14 = 0.86$

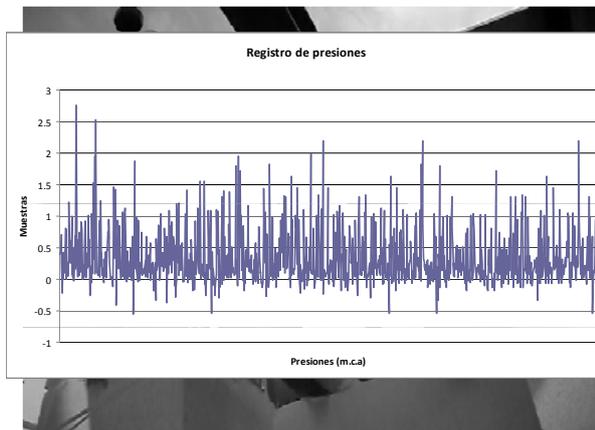
$V_{deduc.} = 6.48 \text{ m/s}$



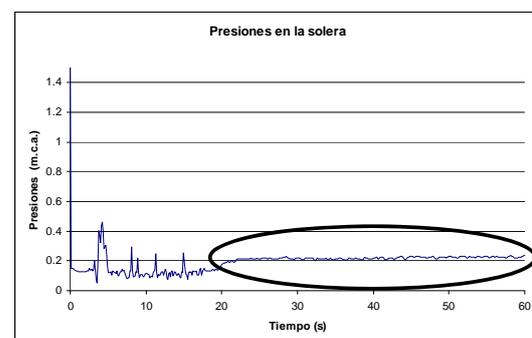
$V_{incid. simul.} = 6.46 \text{ m/s}$



**Primeras comparaciones simulación-modelo reducido:**  
Registro de presiones en la solera del cuenco



$P_{real} = 0.27 \text{ m.c.a.}$



$P_{simul} = 0.23 \text{ m.c.a.}$

**Objeto de la investigación** → Profundizar en la línea ya establecida mediante medición, caracterización de parámetros, verificación de los existentes y establecimiento de un modelo físicamente basado

Para llevar a cabo la investigación:

- 1) **Modelo físico** → Construido en el Laboratorio de Ingeniería Hidráulica de la UPCT

Medidas → Presiones (transductores presión piezoresistivos); velocidades (ADV); velocidades y geometría (cámara de alta velocidad); y diferentes tasas de aireación (fibra óptica)

- 2) **Modelos matemáticos** → Calibrados con el modelo físico

- Eulerianos → ANSYS-CFX, FLOW 3D...
- Lagrangianos → XFLOW, MDST...

## **CARACTERIZACIÓN DE VELOCIDADES Y LEY DE VARIACIÓN DEL NÚMERO DE FROUDE DENTRO DE RESALTOS HIDRÁULICOS**

Luís G. Castillo Elsitdié, Belén Molina Miñano, José María Carrillo Sánchez

**Línea prioritaria D. Seguridad de presas. Aspectos hidrológicos e Hidráulicos**

Grupo de I+D+i Hidr@m. Departamento de Ingeniería Térmica y Fluidos.  
Universidad Politécnica de Cartagena.

Escuela de Ingeniería Civil, Paseo Alfonso XIII, 52, 30203, Cartagena.

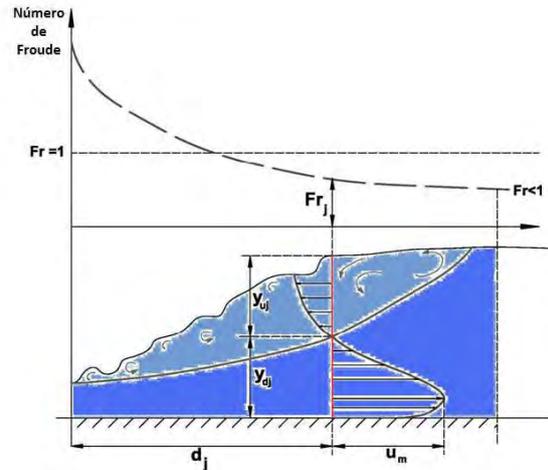
e-mail: luis.castillo@upct.es, belenmolina@top@hotmail.com, jose.carrillo@upct.es

En flujos bifásicos (agua-aire) y altamente turbulentos, los registros de velocidades obtenidos con un equipo ADV deben ser verificados y, de ser necesario, llevar a cabo un filtrado digital con el propósito de eliminar y/o corregir los datos anómalos, conservando las características fundamentales y la continuidad del registro.

Dos de los parámetros relevantes en la aplicación de los distintos métodos de filtrado son la aceleración y la velocidad, que para el caso de flujos turbulentos presentan diferentes particularidades. De este modo, en las mediciones realizadas dentro de resaltos hidráulicos, se propone que el umbral de aceleración  $\lambda_a$  se calcule en función de la posición del punto de medida  $d_j$  dentro del mismo y de su correspondiente número de Froude  $Fr_j$ :

$$\lambda_{aj} = Fr_j \sqrt{y_j} / (\Delta t \sqrt{g})$$

El valor  $y_j$  es igual a  $y_{dj}$  cuando el flujo del resalto se produce hacia aguas abajo, e igual a  $y_{uj}$  cuando es hacia aguas arriba (ver figura). Del análisis de los diferentes registros de velocidades instantáneas medidos dentro del resalto hidráulico, se ha llegado a establecer que el umbral debe ser  $\lambda_{aj} \geq 0.5$ .



Por otro lado, del análisis de los datos con diferentes criterios estadísticos, se debe establecer el umbral de velocidad más adecuado.

En ambos casos se analiza el mejor método de reemplazo del dato rechazado: media, mediana, media de los doce puntos que engloban al punto eliminado, etc.

Finalmente, se presenta la comparativa de los distintos métodos empleados, así como una ley de variación del número de Froude, dentro de distintos tipos de resaltos hidráulicos.



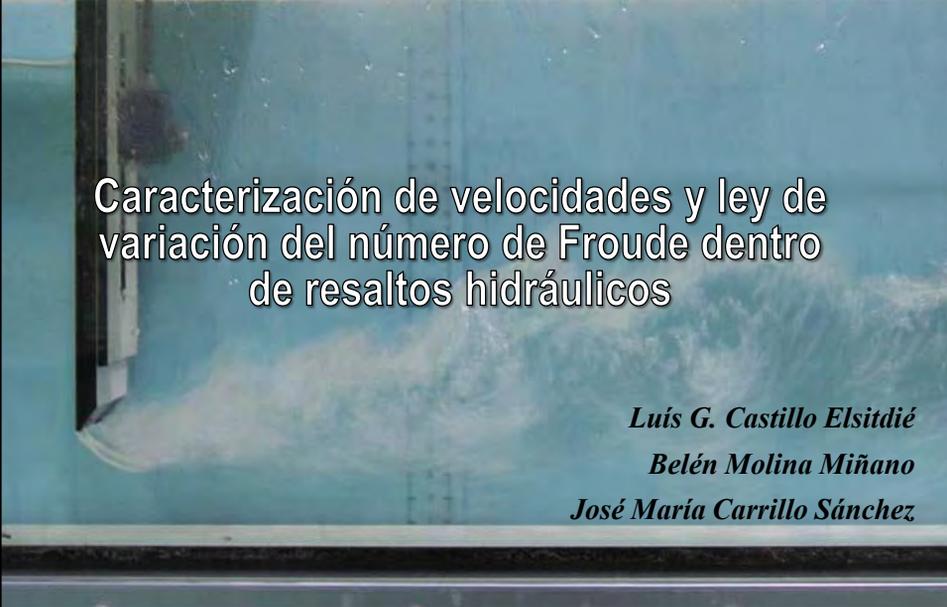


Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



## Caracterización de velocidades y ley de variación del número de Froude dentro de resaltos hidráulicos

*Luis G. Castillo Elsitdié*  
*Belén Molina Miñano*  
*José María Carrillo Sánchez*





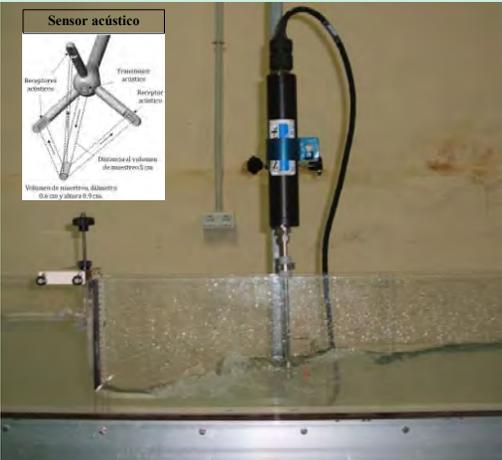
Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

### Adquisición de velocidades instantáneas en flujos con instrumentación Acoustic Doppler Velocimeter (ADV).

- Útil en hidráulica para caracterizar el flujo: laboratorio o campo.
- Confiable en flujos laminares y turbulentos sin presencia de aire. **El agua constituye el elemento fundamental de transmisión de la señal.**
- En flujos altamente turbulentos y aireados, las señales se alteran por la interposición de burbujas de aire en la señal.





Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

### Causas de la contaminación de los registros de velocidades medidas con equipo Doppler ADV.

**Ruido blanco**

Señales parásitas complicadas de eliminar.

**Turbulencia y aireación en flujos**

Datos anómalos aleatorios por una mala recepción de la señal.

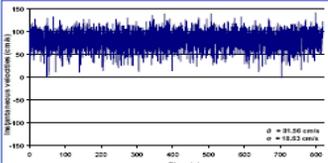
**Ambigüedades por diferencia de fase**

**SOLUCIONES O MEDIDAS A.**

Blancaert y Lemin (2006) proponen emplear sondas ADV de cuatro receptores.

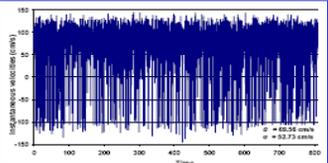


Filtrado de datos



Rango de velocidad calibrado en el ADV	Máxima velocidad horizontal esperada	Máxima velocidad vertical esperada
± 3 cm/s	± 30 cm/s	± 8 cm/s
± 10 cm/s	± 60 cm/s	± 15 cm/s
± 30 cm/s	± 120 cm/s	± 30 cm/s
± 100 cm/s	± 300 cm/s	± 75 cm/s
± 250 cm/s	± 360 cm/s	± 90 cm/s

Tabla de calibración de límites de velocidad: propuesta por Wahl (2001) en el programa WinADV.





Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

### Adquisición de velocidades instantáneas en flujos altamente turbulentos y aireados con instrumentación Doppler ADV.

Las señales sufren contribuciones de ruidos parásitos, "spikes".

Los **spikes** son señales de amplitudes exageradamente desviadas del valor medio de la serie.  
Pueden ser reducidos y/o eliminados por ajuste de los parámetros del equipo de medida, pero existen **situaciones en las que no pueden ser totalmente evitados.**

**RESALTO HIDRÁULICO**

Flujo bifásico (agua y aire)



- Turbulencia y aireación.
- Fuerte disipación de energía y mezcla.
- Levantamiento brusco de la superficie libre.
- Generación de ondas y espray.



**Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental**  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

## Procedimientos y tratamiento de datos.

El proceso de análisis para considerar un dato como “spike” involucra dos pasos:

- DETECCIÓN → Umbrales (aceleración, velocidad, corte de percentiles y/o estadísticos...).
- REEMPLAZO → Parámetros estadísticos o físicos (media, mediana, media de los doce puntos que engloban al punto eliminado, etc.).

**Algunos métodos de filtrado de datos.**

- Método del umbral de aceleración y velocidad, ATM+C (Castillo, 2009). (Basado en el método ATM de Goring y Nikora, 2000)
- Método del corte progresivo de los límites inferior y superior en función de estadísticos 5% y 95%, PCLU (Castillo, 2008).
- Método del umbral espacio-estado PSTM (Goring y Nikora, 2002).
- Método del umbral espacio-estado PSTM+W (programa WinADV por Whal, 2003).
- Método del umbral espacio-estado PSTM+C (Castillo, 2009).



**Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental**  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



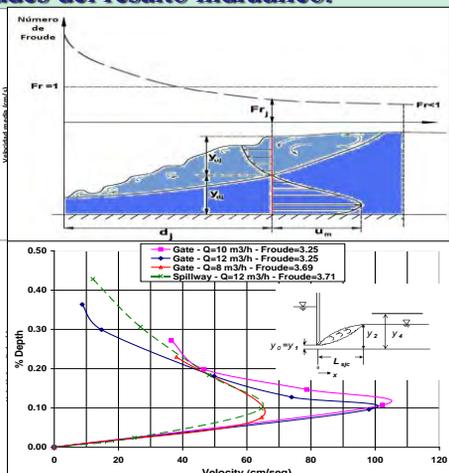
INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

## Método del umbral de aceleración y velocidad, ATM+C (Castillo, 2009). Particularidades del resalto hidráulico.

**UMBRAL DE VELOCIDAD:**  
*El Criterio de Chauvenet:*  
El dato se descarta basándose en cuánto difiere el valor dudoso de la media.  
- Si  $Pr < 1/2n \rightarrow$  se descarta.

**UMBRAL DE ACELERACIÓN:**  
En el caso de resaltos hidráulicos debe particularizarse:  
- Se calcula en función de la velocidad máxima obtenida ( $u_m$ ) en la sección/posición estudiada.  
- Se obtiene una aceleración máxima que representará el umbral de filtrado:  $a_{max} = u_m / \Delta t$   
- Si  $a_i = (u_i - u_{i-1}) / \Delta t > a_{max} \rightarrow$  el dato se descarta.

El reemplazo se hace por los 12 puntos que engloban al eliminado en ambos casos.





**Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental**  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

## Método del umbral espacio-estado PSTM (Goring y Nikora, 2002) y PSTM+C (Castillo, 2009).

Usa el concepto del mapa de representación tridimensional de Poincaré o representación Espacio-Estado.

Se definen como **spikes** aquellos puntos que se sitúan fuera de la **elipse** correspondiente.

Las ecuaciones de cálculo de los ejes a y b del plano  $\Delta^2 u_i = f(u)$  son:

-Goring y Nikora (2002):  
 $(\lambda_v \sigma_v)^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta$   
 $(\lambda_v \sigma_{\Delta u})^2 = a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta$

-Castillo (2009):  
 $(\lambda_v \sigma_v)^2 = a^2 \cos^2(\theta/2) + b^2 (\lambda_v \sigma_u / \lambda_v \sigma_{\Delta u}) \sin^2(\theta/2)$   
 $(\lambda_v \sigma_{\Delta u})^2 = a^2 (\lambda_v \sigma_{\Delta u} / \lambda_v \sigma_u) \sin^2(\theta/2) + b^2 \cos^2(\theta/2)$

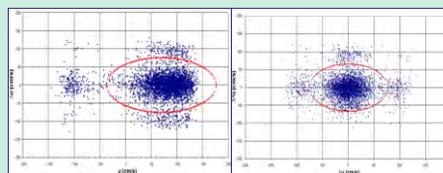
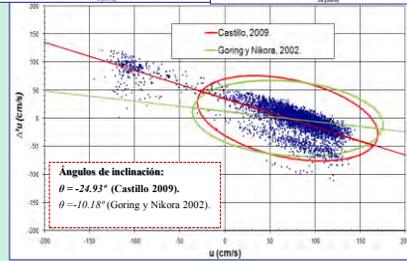
sistema de ecuaciones que cumple, en cualquier situación, la identidad trigonométrica.

Las ecuaciones del ángulo de rotación del eje son:

-La cross-correlación propuesta por Goring y Nikora (2002):  
 $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\sum u_i \Delta^2 u_i}{\sum u_i^2} \right)$

-Ajuste de Gauss propuesto por Castillo (2009):  
 $\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{(n \sum u_i \Delta^2 u_i - \sum u_i \sum \Delta^2 u_i)}{(n \sum u_i^2 - (\sum u_i)^2)} \right]$

El reemplazo se hace por la media de los 12 puntos que engloban al eliminado.

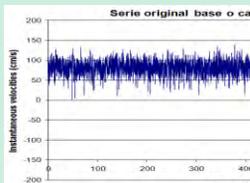


**Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental**  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



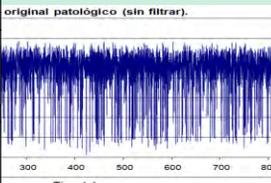
INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

TABLA COMPARATIVA DE RESULTADOS		
Registro original	R_base	R_patológico
Longitud de la serie de datos:	4096	4096
Intervalo temporal de muestreo (s):	0.20	0.20
Media tras filtrado (cm/s):	81.60	69.56
Desviación estándar tras filtrado (cm/s):	18.75	52.38



**Serie original base o ca**

Time (s) **Rv = 250 cm/s**

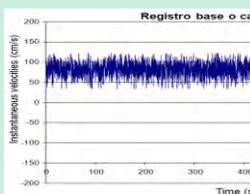


**original patológico (sin filtrar).**

Time (s)

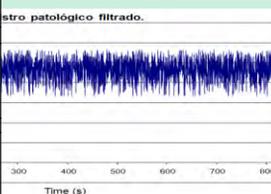
Métodos ATM+C (2009)		
Iteraciones:	0	0
Número de spikes:	101	768
Media tras filtrado (cm/s):	81.76	81.83
Desviación estándar tras filtrado (cm/s):	18.04	24.50

PLCU (Castillo 2008)		
Iteraciones:	2	2
Número de spikes:	175	1439
Media tras filtrado (cm/s):	81.75	78.51
Desviación estándar tras filtrado (cm/s):	18.20	28.75



**Registro base o ca**

Time (s)



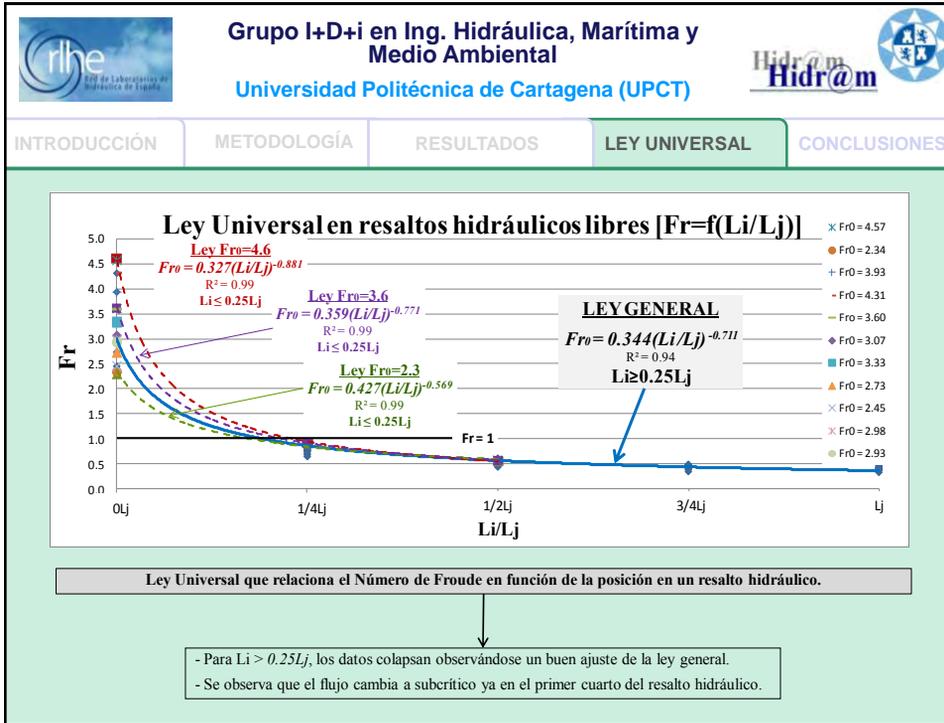
**stro patológico filtrado.**

Time (s)

Método PSTM		
Iteraciones:	0	1
Número de spikes:	771	1574
Media tras filtrado (cm/s):	77.48	70.90
Desviación estándar tras filtrado (cm/s):	17.81	24.21

Método PSTM+W (Programa WinADV por Wahl, 2003)		
Iteraciones (sin reemplazo):	0	0
Número de spikes:	41	581
Media tras filtrado (cm/s):	81.81	80.91
Desviación estándar tras filtrado (cm/s):	18.28	29.84

Método PSTM+C (Castillo, 2009)		
Iteraciones:	0	0
Número de spikes:	679	734
Media tras filtrado (cm/s):	78.13	75.55
Desviación estándar tras filtrado (cm/s):	17.67	29.27





Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



INTRODUCCIÓN
METODOLOGÍA
RESULTADOS
LEY UNIVERSAL
CONCLUSIONES

## Conclusiones

- En flujos altamente turbulentos y aireados, el rango de velocidad recomendado por el fabricante del equipo ADV no es el idóneo.
- El método ATM+C constituye el procedimiento más adecuado y robusto para la detección y reemplazo de spikes en el caso de resaltos hidráulicos.
- Frente a un equipo láser, la sonda ADV junto con una correcta aplicación de las técnicas de filtrado de datos, certifica una solución técnica y económica viable.
- La ley de variación del Número de Froude dentro de resaltos hidráulicos constituye una ley universal a partir del primer cuarto de la longitud del resalto hidráulico.



## **Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices**

L.G. Castillo E.<sup>1</sup>, J.M. Carrillo S.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Civil Engineering Department. Hidr@m Group  
Technical University of Cartagena  
Paseo Alfonso XIII, 52, 30203 Cartagena  
SPAIN

E-mail: [luis.castillo@upct.es](mailto:luis.castillo@upct.es), [jose.carrillo@upct.es](mailto:jose.carrillo@upct.es)

**Abstract:** *The energy dissipation in plunge pools are produced principally by turbulence generation. In the fall jet and in the dissipation basin appear high turbulence and aeration phenomena, that cannot be correctly studied by the classical methodologies.*

*The methods used in Computational Fluid Dynamics (CFD) are based on numerical solution of the Navier-Stokes and averaged Reynolds equations, together with turbulence models of different complexity grade: vortex's algebraic models for the viscosity ( $k$ - $\epsilon$ , RNG  $k$ - $\epsilon$ ,  $k$ - $\omega$ ) and Reynolds Stress Models (RSM).*

*Taking into account these problematic and in function of different experimental results, the Hidr@m group is carrying out different studies to characterize velocities (Doppler instrument), pressures (piezoresistive transducers) and aeration (optical fibre). These laboratory results are useful as a base to validate and calibrate some commercial programs CFD.*

**Keywords:** *dams, spillways, plunge pool, energy dissipation, pressure characterization, CFD.*

### **1. INTRODUCTION**

The rectangular jet or nappe flow constitutes one of the types of plunge pools in arch dams. The selection of the plunge pool depth is usually a technical and economic decision between a deep pool which needn't lining, or a shallow pool which needs a lining. Therefore, a designer needs to know the magnitude, frequency and extent of the dynamic pressure on the pool floor as a function of the jet characteristics.

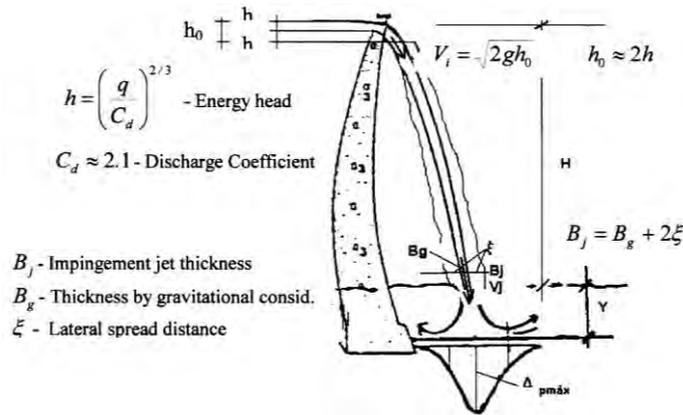
The characterization of pressures in plunge pools has been obtained using different scale models: Moore (1943), Lencastre (1961), Ervine and Falvey (1987), Withers (1991), Ervine et al. (1997), Bollaert (2002), Bollaert and Schleiss (2003) and Manso et al. (2005).

In Spain these line of research has been undertaken at Technical University of Cataluña by Castillo (1989, 1998), Armengou (1991), Castillo et al. (1991, 1999, 2007, 2009, 2010), Puertas (1994), and at Technical University of Cartagena by Castillo (2002, 2006, 2007).

The principal mechanism of energy dissipation are the spreading of the plunging jet (aeration and atomization in the air), air entrainment by the entering jet and diffusion in the pool and finally, the impact with the pool base (see Fig.1). For design considerations we define both the issuance conditions and the impingement conditions.

The issuance conditions, located at the exit of the spillway structure, are defined by the mean velocity  $V_i = (2gh_0)^{1/2}$ , where  $h_0$  is approximately equal twice times the energy head,  $h$ .

The principal impingement conditions situated at entrance to the pool are the mean velocity,  $V_j$ , and the impingement jet thickness,  $B_j = B_g + \xi$ , in where  $B_g$  is the thickness by gravity conditions and  $\xi$  is the jet lateral spread distance by turbulence effect and is approximately equal to the square root of the fall distance (Davies, 1972), and on the other hand, the jet thickness decreases due to gravity effect.

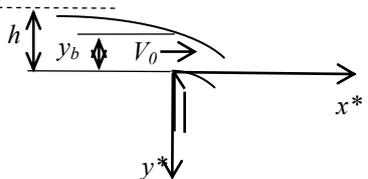
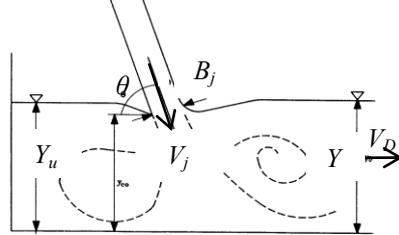


An important parameter constitutes the jet break-up length,  $L_b$ , beyond this distance the jet is completely developed, it no longer contains a core but consists essentially of blobs of water that disintegrate into finer and finer drops. For flows smaller than  $0.25 \text{ m}^2/\text{s}$  (laboratory tests values), the Horení's formula  $L_b \sim 6q^{0.32}$  (cited by Ervine et al., 1997) seems to be correct (Castillo, 2006).

For the nappe flow case, Castillo (2006, 2007) proposed some estimators of the turbulence intensity at issuance conditions ( $T_u^*$ ), jet break-up length ( $L_b$ ), lateral spread distance ( $\xi$ ), impingement thickness ( $B_j$ ) and the mean dynamic pressure coefficient ( $C_p$ ). Table 1 resume these formulations together with the jet trajectory ( $y=f(x)$ ) and the pool depth under nappe in basin ( $Y_U$ ).

**Table 1. Parametric formulations in nappe flow case**

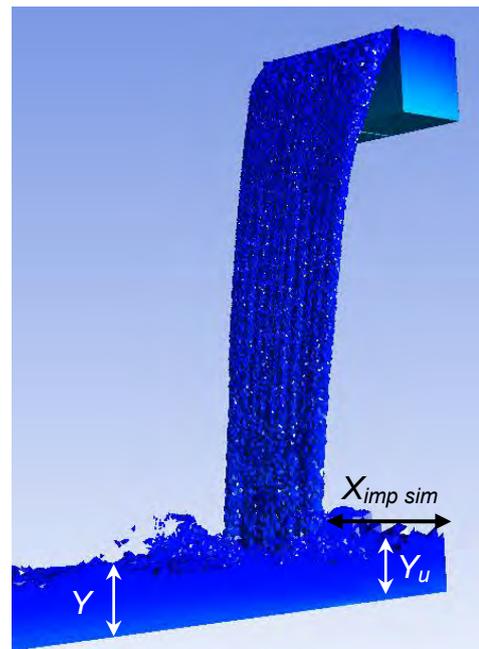
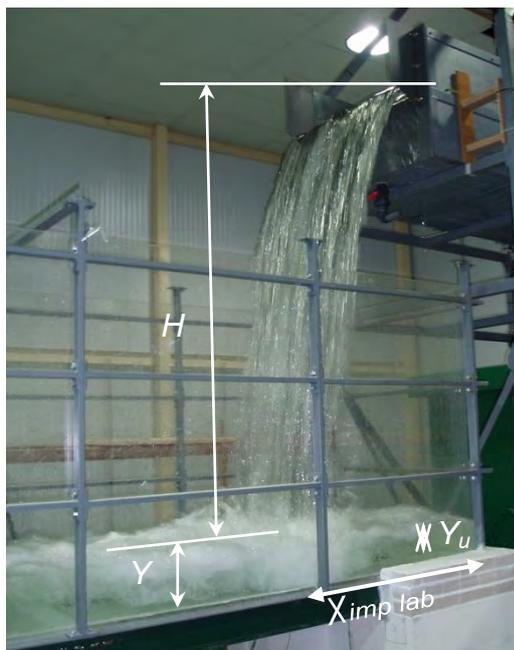
AUTOR	FORMULAE	OBSERVATIONS																																
Castillo (2006)	<p>Issuance conditions:</p> $T_u^* = q^{0.43} / IC$ $IC = 14.95g^{0.50} / (K^{1.22} C_d^{0.19})$ $\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{(1.07 T_u^* F_i^2)^{0.82}}$ <p>Impingement conditions:</p> $\xi = 2\phi \sqrt{h_0} [\sqrt{H} - \sqrt{h_0}]$ $B_j = \frac{q}{\sqrt{2gH}} + 4\phi \sqrt{h_0} [\sqrt{H} - \sqrt{h_0}]$ <p>Mean dynamics pressure (<math>C_p</math>):</p> <p><math>Y \leq 4B_j</math>:</p> $C_p = 0.36(H/L_b)^{-1.04}$ <p><math>Y &gt; 4B_j</math>:</p> $C_p = \frac{H_m - Y}{V_j^2 / 2g} = a e^{-b(Y/B_j)}$	<p><math>T_u^*</math>, turbulent intensity issuance conditions (to calculate <math>B_i</math> and <math>B_j</math>)</p> <p><math>q</math>, specific flow</p> <p><math>IC</math>, initial conditions</p> <p><math>g \approx 9.8 \text{ m/s}^2</math>, gravity acceleration</p> <p><math>K</math>, fit coefficient (<math>\approx 0.95</math>)</p> <p><math>C_d</math>, discharge coefficient</p> <p><math>L_b</math>, jet break-up length. <math>q &lt; 0.25 \text{ m}^2/\text{s}</math>, <math>L_b \approx 6q^{0.32}</math></p> <p><math>B_i</math>, issuance jet thickness</p> <p><math>T_u \approx 0.012</math> turbulent intensity issuance conditions (when <math>q \gg 0.25 \text{ m}^2/\text{s}</math>)</p> <p><math>F_i</math>, issuance conditions Froude Number</p> <p><math>B_j</math>, impingement jet thickness</p> <p><math>H</math>, height between upstream water level and downstream water level</p> <p><math>\phi = 1.07 T_u^*</math>, turbulence parameter in nappe flow case</p> <p><math>h_0 \approx 2h</math>, issuance conditions level</p> <p><math>H_m</math>, head mean registered at plunge pool Bottom (stagnation point)</p> <p><math>Y</math>, depth at plunge pool</p> <p><math>V_j</math>, impingement velocity</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;"><math>H/L_b</math></th> <th style="text-align: center;"><math>a</math></th> <th style="text-align: center;"><math>b</math></th> <th style="text-align: center;"><math>C_p</math> (<math>Y/B_j \leq 4</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">&lt; 0.5</td><td style="text-align: center;">0.98</td><td style="text-align: center;">0.070</td><td style="text-align: center;">0.78</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0.5-0.6</td><td style="text-align: center;">0.92</td><td style="text-align: center;">0.079</td><td style="text-align: center;">0.69</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">0.6-0.8</td><td style="text-align: center;">0.65</td><td style="text-align: center;">0.067</td><td style="text-align: center;">0.50</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1.0-1.3</td><td style="text-align: center;">0.65</td><td style="text-align: center;">0.174</td><td style="text-align: center;">0.32</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1.5-1.9</td><td style="text-align: center;">0.55</td><td style="text-align: center;">0.225</td><td style="text-align: center;">0.22</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2.0-2.3</td><td style="text-align: center;">0.50</td><td style="text-align: center;">0.250</td><td style="text-align: center;">0.18</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">&gt; 2.3</td><td style="text-align: center;">0.50</td><td style="text-align: center;">0.400</td><td style="text-align: center;">0.10</td></tr> </tbody> </table>	$H/L_b$	$a$	$b$	$C_p$ ( $Y/B_j \leq 4$ )	< 0.5	0.98	0.070	0.78	0.5-0.6	0.92	0.079	0.69	0.6-0.8	0.65	0.067	0.50	1.0-1.3	0.65	0.174	0.32	1.5-1.9	0.55	0.225	0.22	2.0-2.3	0.50	0.250	0.18	> 2.3	0.50	0.400	0.10
$H/L_b$	$a$	$b$	$C_p$ ( $Y/B_j \leq 4$ )																															
< 0.5	0.98	0.070	0.78																															
0.5-0.6	0.92	0.079	0.69																															
0.6-0.8	0.65	0.067	0.50																															
1.0-1.3	0.65	0.174	0.32																															
1.5-1.9	0.55	0.225	0.22																															
2.0-2.3	0.50	0.250	0.18																															
> 2.3	0.50	0.400	0.10																															
Scimeni (1930)	<p>Trajectory of jet central nappe</p> $x^* = [2.155(y^* + 1)^{1/2.33} - 1]$	<p><math>x, y</math>, coordinates axis</p> <p><math>h</math>, total head</p>																																

AUTOR	FORMULAE	OBSERVATIONS
	$x^* = x/h; \quad y^* = y/h$ 	$V_0 = \alpha V = \alpha(q/y_b)$ , jet initial velocity on weir Crest $\alpha$ , Coriolis coefficient $y_b$ , jet depth on weir crest
Cui Guang Tao (1985), Castillo (1989)	Pool depth under nappe $Y_u/Y = \sqrt{1 - 2F_D[(V_j/V_D)\beta \cos \theta - 1]}$ 	$Y_u$ , pool depth under nappe $Y$ , water cushion $F_D = V_D^2 / (gY)$ , Square Froude number $V_j$ , impingement velocity $V_D$ , downstream velocity $\beta \approx 0.6$ , head loss coefficient $\theta$ , impingement jet angle

## 2. PHYSICAL MODEL

An infrastructure has been constructed specifically for the study of turbulent jets and energy dissipation in the nappe flow case (see Figure 2), which allows us to study air-water two-phase phenomena (aeration, spray, spread and impact).

It consists of a mobile mechanism that allows to vary the discharge heights between 1.70 and 4.00 m and flows between 10 and 150 l/s. A methacrylate's energy dissipation basin (1.60 m height and 1.05 m wide) in which can be regulated different water cushion. Instantaneous pressure measurements are registered with piezoresistive transducers located on plunge pool bottom, instantaneous velocities with ADV equipment and mean velocities and aeration rates with fiber optical instrumentation. In addition, there are photographic and high-speed video instrumentation to characterize the phenomenon.



**Figure 2. Laboratory devices versus numerical simulation of plunge pool**

Figure 2 shows the laboratory nappe flow and a numerical simulation visualization (ANSYS CFX 12), for the same flow conditions:  $q=0.056 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H=2.29 \text{ m}$  and  $Y=0.16 \text{ m}$ . The measured impact point was  $X_{imp \text{ lab}}= 0.74 \text{ m}$  and the simulated result  $X_{imp \text{ sim}}=0.68 \text{ m}$ .

### 3. NUMERICAL MODELING

The main advantage of the methodology called "*Computational Fluid Dynamics*" (CFD) is the possibility it offers to investigate physical fluid systems, providing lot of data, increased profitability, flexibility and speed than that obtained with experimental procedures. However, to a correct use, it is necessary to contrast and to calibrate with data obtained in prototype or physics model.

In this paper, the CFD methodology is applied to the investigation of flows highly aerated and turbulent, using the code ANSYS CFX (2006). The software solves the differential equations of the phenomenon in control volumes defined by the meshing of the fluid domain, retaining the reference quantity (mass, momentum, energy) in the three directions for each control volume identified.

To complement the numerical solution of Reynolds equations and average Navier-Stokes (RANS), has been used "*Shear Stress Transport*" (SST) turbulence model. So, the  $k-\omega$  based SST model results adequate for the transport of the turbulent shear stress and give highly accurate predictions of the onset and the amount of flow separation under adverse pressure gradients.

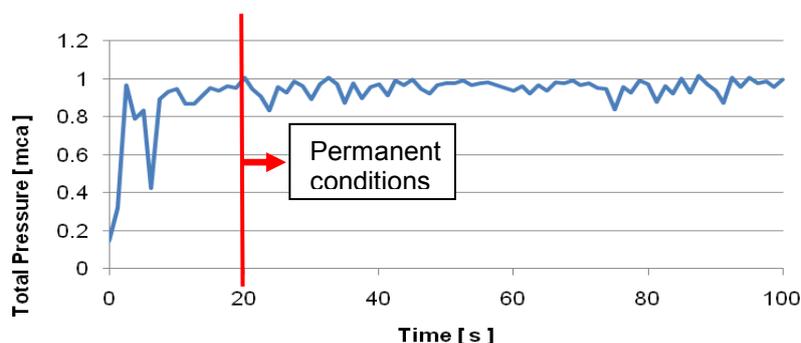
ANSYS CFX provides two models for simulating multiphase flows, bubbles, drops, solid particles and free surface flow: an Eulerian–Eulerian multiphase model (EE) and a Lagrangian Particle Tracking multiphase model (LP). The EE model has two different sub-models: the homogeneous and the Interfluid transfer or inhomogeneous model.

In the inhomogeneous model, each fluid has its own flow field. The fluids interact through terms of transfer at the interface (interfacial transfer of momentum, heat and mass are directly dependent on the contact surface area between the two phases) and there's a solution field for each phase separately.

The homogeneous model has been used in this study. It can be considered as a limit case of EE model, in which the transfer rate at the interface is very great. A common flow field is shared by all fluids, remained valid in flows domain by gravity when the phases are completely stratified (case of a free surface flow in which the interface is well defined). The homogeneous model does not need to be applied consistently to all equations. In this case, the velocity field may be modeled as inhomogeneous, but coupled with a homogeneous turbulence model.

The model boundary conditions corresponds to the flow, upstream and downstream levels and their hydrostatic pressures distributions. The total number of elements used in the simulation were 3,852,769 with length scale in the falling jet boundary and at stagnation point of 0.01m. The total wall clock time was 4.099E+05 seconds (CPU with 8 nucleus).

All scenarios have been calculated by a transient calculation time of 60 seconds, using a step interval of 0.05 seconds. Figure 3 shows an example of the pressure register obtained in one of the simulations. We can observe that permanent conditions are reached after 20 seconds of simulation.



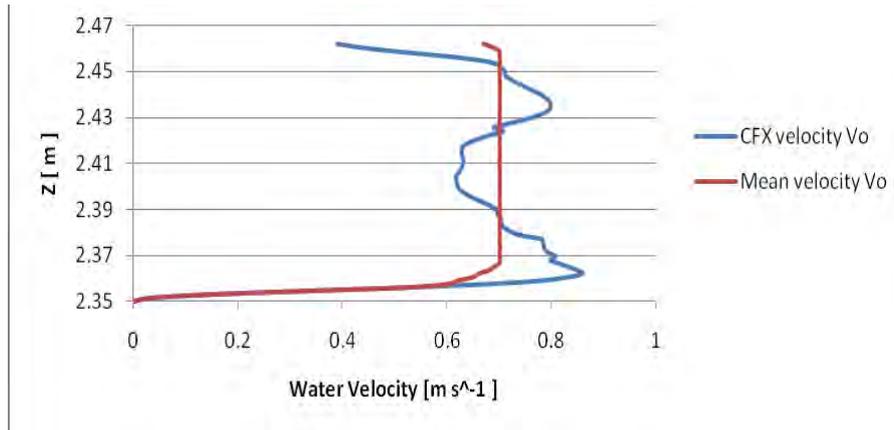
**Figure 3. Transient of total pressure in a point of the bottom of the plunge pool**



In general way, the results obtained with the three methods are similar except for some considerations discussed below, so that the results are encouraging to continue to the research.

In the section S1, the depth over the spillway  $y_b$  obtained with CFX and the measured value in the laboratory are very similar. However, we have not possibility to compare with the Parametric methodology because we have not any formulation yet.

Figure 5 shows how the velocity distribution at the discharge point (section S1) doesn't match a uniform profile. The mean velocities fits with the following Coriolis coefficients:  $\alpha=1.35$  ( $q=0.056 \text{ m}^2/\text{s}$ ) and  $\alpha=1.25$  ( $q=0.024 \text{ m}^2/\text{s}$ ). This uneven distribution of velocity also affects to the jet thickness ( $B_i$  and  $B_j$ ).



**Figure 5. Velocity distribution over the weir crest**

In sections S2, the turbulence index calculated with Parametrical methodology and CFX are:

$$q = 0.056 \text{ m}^2/\text{s}: \text{Parametric: } T_u^* = 0.0065 \\ \text{CFX: } T_u = 0.0058;$$

$$(V_i = 1.646 \text{ m/s}; \quad u' = 0.0046 \text{ m/s}, \quad v' = 0.00216 \text{ m/s}, \quad w' = 0 \text{ m/s}; \quad \Rightarrow \overline{v_i'} = 0.0051 \text{ m/s})$$

$$q = 0.024 \text{ m}^2/\text{s}: \text{Parametric: } T_u^* = 0.0045 \\ \text{CFX: } T_u = 0.0039$$

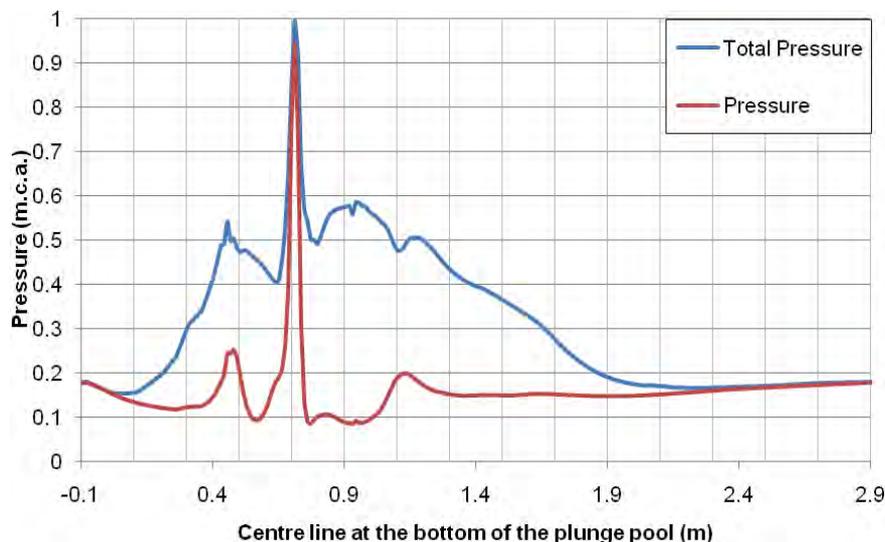
$$(V_i = 1.308 \text{ m/s}; \quad u' = 0.0046 \text{ m/s}, \quad v' = 0.00216 \text{ m/s}, \quad w' = 0 \text{ m/s}; \quad \Rightarrow \overline{v_i'} = 0.0051 \text{ m/s})$$

These results are similar and to confirm one of the hypothesis assumed in Parametric methodology, the perpendicular turbulent velocity to the flow plane is  $w' \approx 0$  (Castillo, 2006). However, the horizontal turbulent velocity  $u'$  is approximately the double that the vertical turbulent velocity ( $u' \approx 2v'$ ). Then the root-mean-square of the stream wise turbulent component would be  $\overline{v_i'} = \sqrt{(2v')^2 + v'^2} \approx 2.24v'$  and the turbulence parameter  $\phi = k(v_i'/V_i) \approx 2.24T_u^*$ . Nevertheless, for confirm this last affirmation, we need determine the indexes with laboratory measurements and carry out more simulations.

For flow  $q=0.056 \text{ m}^2/\text{s}$ , the break-up length calculated with CFX ( $L_b=2.24 \text{ m}$ ) results very similar to Parametrical result ( $L_b=2.38 \text{ m}$ ) when the water volume fraction is similar to 50%. However, for low flow ( $q=0.024 \text{ m}^2/\text{s}$ ) the break-up length with CFX ( $L_b=0.56 \text{ m}$ ) is very different to Parametrical result ( $L_b=1.81 \text{ m}$ ). For that reason we have used in this case the 20% of water volume ( $L_b=1.19 \text{ m}$ ).

The criterion to determine the depths ( $y_b$ ,  $Y_u$ ) and the jet thickness ( $B_i$ ,  $B_j$ ), was to limit the surface to a value of the 50% in water volume. The differences in the jet thickness in S2 and S3 sections between CFX and the Parametric methodology are due possibly to the arbitrary criterion that we have assumed. With this criterion had not possible to obtain the incident jet thickness for the lower flow and whose value was obtained with the 20% of water volume fraction.

The flow  $q=0.024 \text{ m}^2/\text{s}$  is fully disintegrated in the air (developed jet case) because the ratio break-up length to fall height is greater than one ( $H/L_b = 1.26$ ). By the way, the ratio water cushion to impingement jet thickness is very much greater than four ( $Y/B_j = 11.52$ ) and so, the jet is totally established. For these reasons, the mean dynamic pressures coefficients ( $C_p$ ) obtained by the three methods are very reduced. On the other hand, the flow  $q=0.056 \text{ m}^2/\text{s}$  is in the limit of a disintegrated partially jet ( $H/L_b=0.96$ ) and is totally established in the water cushion ( $Y/B_j=7.44$ ). The mean dynamic pressure coefficient ( $C_p$ ) calculated with CFX is slightly greater than the obtained with Parametrical and Lab methods because possibly the homogeneous simulation don't reproduced adequately the energy loss by effect of the jet aeration. Figure 6 shows the simulated pressure distribution in the symmetry line on the bottom of the plunge pool (stagnation point).



**Figure 6. Pressure distribution at stagnation point**

The jet angles and depths at pool depth under nappe ( $Y_U$ ) are very similar and so we can establish that these variables are adequately simulated.

The CFX's velocities in the impingement point (section S4) are slight lower than the theoretical velocities obtained with the Parametrical method. These results seems to be correct because would indicate the jet energy loss in the air. However in the section S4 (stagnation point), the simulated impact points  $X_{imp}$  are slightly lower with respect to the measurement and calculated values. This is probably due to that the different turbulent parameters in numerical model have not been adequately established yet. By the contrary, the Parametric values are slightly greater that measurements values because the Scimeni's (1930) formulation not consider the aeration's loss.

## 5. SUMMARY AND CONCLUSIONS

In order to improve the design of energy dissipation structures: arch dams, overtopping gravity dams, fall structures in channels, it is necessary to advance in the knowledge and characterization of the hydrodynamic actions.

The parametric methodology used in this paper are based only on the results of measurements of instantaneous pressure at the bottom of the stilling basin. To advance knowledge in this area is necessary to make more experimental studies, both physical models and prototypes, simultaneously characterizing the phenomena produced in the jet aeration and measures of pressures, velocities and aeration rates in stilling basin.

The laboratory results allow us to calibrate and validate some commercial software CFD. As can see, progress is being made in the characterization of the phenomenon of turbulent jets with ANSYS-CFX. Later we'll validate the results with FLOW-3D and with some Lagrangian program.

This is the objective of the presented paper, whose results and conclusions, we hope will contribute to advance the understanding of these phenomena.

## 6. ACKNOWLEDGMENTS

The research is part of the project PEPLAN: "Hydrological modelling in Semi-Arid Regions. Subproject 3: Modelling of intakes in ephemeral rivers" (Decreto 420/2008). The authors are grateful for financial support of Consejería de Universidades, Empresa e Investigación of Comunidad Autónoma of Región de Murcia.

## 7. REFERENCES

- Annandale, G.W. (2006). *Scour Technology. Mechanics and Engineering Practice*. McGraw-Hill, New York, USA.
- ANSYS CFX (2006). *ANSYS CFX. Reference Guide*. Release 11.0.
- Armengou, J. (1991). *Vertido libre por coronación presas bóveda. Análisis del campo de presiones en cuenco amortiguador*. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Bollaert, E. (2002). *Transient water pressures in joints and formation of rock scour due to high-velocity jet impact*. Laboratoire de Constructions Hydrauliques. Ed.: A. Schleiss. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Communication 13.
- Bollaert, E., Schleiss, A. (2003). *Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets Part I: A state-of-the-art review*. Journal of Hydraulic Research, Vol. 41, No.5, pp. 451-464.
- Castillo, L. (1989). *Metodología experimental y numérica para la caracterización del campo de presiones en los disipadores de energía hidráulica. Aplicación al vertido libre en presas bóveda*. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Castillo, L. (1998). *Revisión de las formulaciones de presión en los disipadores de energía en presas bóveda y corrección del coeficiente de presión dinámica*. Comunicación personal.
- Castillo, L., Puertas, J., Dolz, J. (1999). *Discussion about pressure fluctuations on plunge pool floors*. Journal of Hydraulic Research, Vol.37, No.2, pp. 272-788.
- Castillo, L. (2002). *Parametrical analysis of the ultimate scour and mean dynamic pressures at plunge pools*. Proceedings of the International Workshop on Rock Scour due to Falling High-velocity Jets. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 25-28 september 2002. Schleiss & Bollaert (eds). A.A. Balkema. ISBN 90 5809 518 5.
- Castillo, L. (2006). *Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools*. The 7th International Conference on Hydrosience and Engineering (ICHE-2006), IAHR, ASCE Environment and Water Resources Institute, Drexel University. College of Engineering. DSpace Digital Library. DU Haggerty Library (22 pages). Philadelphia, USA.
- Castillo, L. (2007). *Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool*. 32nd Congress of IAHR, the International Association of Hydraulic Engineering & Research, Vol.2, pp. 645-655, Venice, Italy.
- Castillo, L., Puertas, J. and Dolz, J. (2007). *Discussion about Scour of Rock due to the impact of plunging high velocity jets*. Journal of Hydraulic Research, Vol. 45, No. 6, pp. 715-723.
- Cui, G. T. (1985). *Gongba yiliu shuishe dui hechuang zuoyonghi ji qi yinxiang de yanjiu*. Shuli xuebao (8), pp. 53-68. [Efeito do impacto, no leito do rio, da lamina descarregada sobre uma barragem-abóbada. I.C.T. TR. 829 LNEC, Lisboa, 1986].
- Ervine, D.A. and Falvey, H.R. (1987). *Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools*. Proceedings of the Institutions of Civil Engineers, Part. 2, Vol. 83, pp. 295-314.
- Ervine, D.A., Falvey, H.T., Withers, W.A. (1997). *Pressure fluctuations on plunge pool floors*. Journal of Hydraulic Research. Vol. 35, No. 2, pp. 257-279.
- Manso, P.A., Bollaert, E.F.R., Schleiss, A.J. (2005). *Dynamic pressures generated by plunging jets in confined pools under extreme flood discharges*. XXXI IAHR Congress, Seoul, CD\_Rom, pp: 2848-2860.
- Puertas, J. (1994). *Criterios hidráulicos para el diseño de cuencos de disipación de energía en presas bóveda con vertido libre por coronación*. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Scimeni, E. (1930). *Sulla forma delle vene tracimanti*. L'Energia Elettrica, Aprile, pp. 293-305.
- Withers, W. (1991). *Pressure fluctuation in plunge pool of an impinging jet spillway*. PhD Thesis, University of Glasgow, United Kingdom.

# Consideraciones del mallado aplicadas al cálculo de flujos bifásicos con las técnicas de dinámica de fluidos computacional

José María Carrillo Sánchez, Luis Gerardo Castillo Elsitdié  
 Grupo de investigación Hidr@m - Ingeniería Hidráulica, Marítima y Medioambiental  
 Escuela de Ingeniería de Caminos y de Minas  
 Paseo Alfonso XIII, N° 52, 30203 Cartagena (España)  
 Teléfono: 968327012  
 E-mail: jose.carrillo@upct.es, luis.castillo@upct.es

**Resumen.** Cuando se realizan simulaciones con software de dinámica de fluidos computacional (denominados genéricamente CFD), el primer paso es generar un mallado de la zona de estudio (dominio fluido). La necesidad de partir de un mallado de gran calidad es tanto más importante cuanto mayor es la turbulencia en la zona de estudio. En la simulación de fenómenos bifásicos agua-aire con software CFD aumentan las exigencias del mallado. En este artículo se va a analizar la variabilidad de resultados que se obtienen con el software comercial ANSYS CFX, aplicado a un aliviadero de vertido libre, cuando se emplean distintos tipos de mallado a una misma situación de flujo. Posteriormente los resultados se comparan con los medidos en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena.

## 1 Consideraciones generales

Los software CFD obtienen la solución de los problemas de Mecánica de Fluidos resolviendo de forma numérica las ecuaciones de Navier-Stokes y promediado de Reynolds:

- Conservación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0$$

- Conservación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{S}_M$$

- Conservación de energía:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h_{tot}) &= \\ = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{U} \cdot \mathbf{S}_M + \mathbf{S}_E \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mu \left( \nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \mathbf{U} \right) \\ h_{tot} &= h + \frac{1}{2} \mathbf{U}^2 \end{aligned}$$

Donde  $p$  es la presión,  $\rho$  la densidad del fluido,  $\mathbf{U}$  el vector velocidad,  $\boldsymbol{\tau}$  el tensor de tensiones turbulentas,  $h$  la energía,  $\mathbf{S}_M$  el término de las fuerzas másicas,  $\mathbf{S}_E$  el término fuente,  $\lambda$  la viscosidad volumétrica,  $\mu$  la viscosidad dinámica y  $\delta$  el delta de Kronecker.

Para resolver el problema de clausura (sistema con más incógnitas que ecuaciones) se han desarrollado diferentes algoritmos que tienen en cuenta modelos de turbulencia de distintos grados de complejidad, que van desde los modelos algebraicos de vorticidad para la viscosidad ( $k-\epsilon$ ,  $RNG$ ,  $k-\omega$ ), hasta los modelos de tensión de Reynolds ( $RMS$ ).

## 2 Tipos de elementos de mallado

El dominio fluido del área de estudio se divide en volúmenes de control, en los cuales se deben satisfacer el equilibrio de las ecuaciones que rigen el fenómeno. Por tanto, las características y el número de estos elementos influye considerablemente en el proceso de resolución numérica.

ANSYS CFX (2006) ofrece la posibilidad de emplear diferentes tipologías de elementos para realizar el mallado del dominio fluido (Fig. 1). De este modo es capaz de poder adaptar el mallado a cualquier contorno de los sólidos que limitan el dominio fluido.

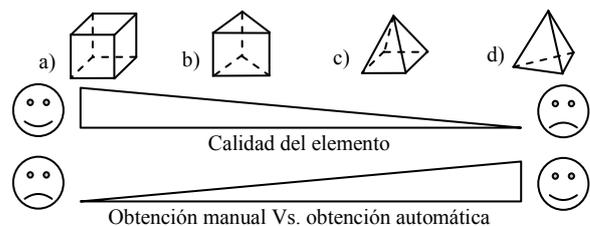


Figura 1. Tipologías de elementos. a) hexaédrico; b) prisma; c) pirámide; d) tetraedro.

La característica principal que diferencia a los distintos elementos es el número de nodos con el que resuelven las ecuaciones dentro de su volumen de control. A mayor número de nodos por elemento, más precisa será su resolución interna. En la Tabla 1 se expone un resumen de los datos.

Forma del elemento	Nodo por volumen de control
Tetraedro	4
Pirámide	5
Cuña o prisma	6
Hexaedro	8

Tabla 1. Tipología de elementos.

ANSYS incorpora un módulo de mallado semiautomático exclusivo para el campo de la dinámica de fluidos computacional (denominado CFX-Mesh), con el cual resulta rápido generar una malla híbrida de prismas y tetraedros.

En una fase avanzada, empleando el módulo para mallado manual de ANSYS, se puede seleccionar la opción "Hexa Core". Con esta opción se genera una malla predominantemente hexaédrica.

Entre las ventajas del mallado hexaédrico destacan la reducción del número de elementos del dominio fluido y la mejora de la convergencia de la solución, lo que origina como consecuencia menores tiempos de ejecución.

Por otro lado, se debe tener en cuenta a la hora de lanzar la simulación que una malla predominantemente tetraédrica requiere en torno a 1 GHz de memoria RAM por millón de elementos, mientras que la malla hexaédrica requiere aproximadamente 1 GHz por cada cien mil elementos.

### 3 Comparación de resultados

En este estudio, se ha realizado un cálculo transitorio de 60 segundos, usando un intervalo de paso de 0.05 segundos. En la Figura 2, se puede considerar que ya se han alcanzado condiciones permanentes a partir del segundo 20 de la simulación.

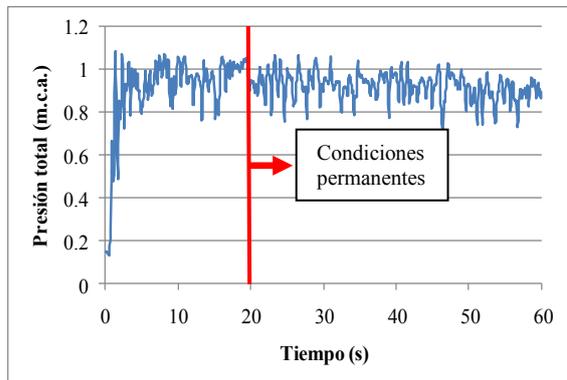


Figura 2. Simulación de la presión total en un punto del fondo del cuenco de disipación.

Se han analizado dos mallados con distinto grado de complejidad. Para realizar una comparativa más acertada, se realizó el mallado con elementos del mismo tamaño en cada una de las zonas:

A. Una única malla realizada con el mallador semiautomático del dominio fluido, CFX-Mesh, en la que existe predominio de elementos tetraédricos.

B. Mallado manual, dividiendo el dominio fluido en 17 partes conectadas, con predominio de elementos hexaédricos.

En la Tabla 2 se compara la distribución de las distintas tipologías de elementos para cada una de las dos mallas, así como el tiempo computacional requerido para realizar la simulación.

	Mallado	
	A	B
Nº Elementos	3.852.769	414.370
% Tetraedros	96.38	3.21
% Pirámides	0.00	6.74
% Prismas	3.62	0.69
% Hexaedros	0.00	89.36
Tiempo de computación (s)	3.081E+6	1.330E+06

Tabla 2. Número de elementos de las simulaciones y tiempo requerido de cálculo.

En la Figura 3 puede observarse, según el tipo de mallado, la diferencia en la resolución de la lámina del vertido libre. En la Figura 4 se grafican los perfiles de la lámina vertiente simulados con los dos tipos de mallado, junto a la solución teórico-práctica de Scimemi (1930).

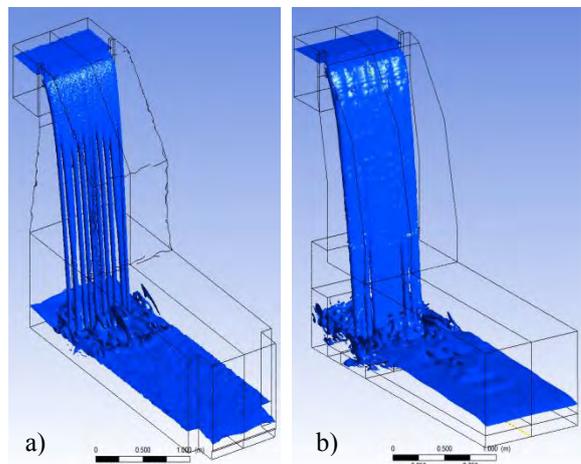


Figura 3. Simulación de lámina de vertido libre: a) mallado tetraédrico, b) mallado hexaédrico.

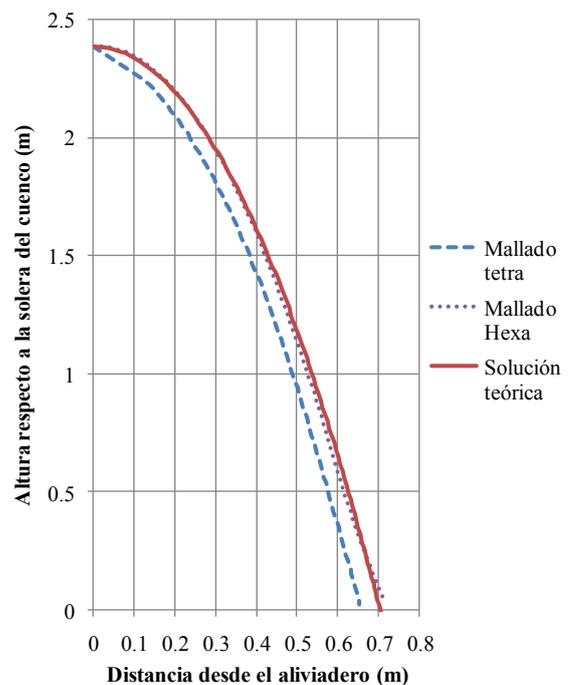


Figura 4. Perfiles de lámina de vertido libre con diferentes procedimientos de cálculo.

Teniendo en cuenta la teoría paramétrica propuesta por Castillo (2006) para la evaluación de acciones hidrodinámicas a pie de presa y revisada en Castillo y Carrillo (2011), en la Tabla 3 se comparan algunos de los parámetros que caracterizan el problema.

Para dar validez a la solución numérica, se tomarán como datos de partida los valores obtenidos en el laboratorio de hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena.

Las variables a comparar son:

- $h$  Calado en el embalse, medido a partir de la cota del aliviadero
- $y_b$  Calado del flujo a su paso sobre el labio del aliviadero
- $X_{imp}$  Distancia horizontal del aliviadero al punto de impacto
- $P_m$  Presión media obtenida en el punto de impacto
- $Y$  Calado en el cuenco de disipación
- $C_p$  Coeficiente de presión dinámica media:

$$C_p = \frac{P_m - Y}{V^2/2g}$$

siendo

- $V$  Velocidad incidente en el cuenco de amortiguamiento
- $g$  Aceleración de la gravedad

	Mallado		Laboratorio
	A	B	
$h$ (m)	0.087	0.095	0.087
$y_b$ (m)	0.070	0.086	0.082
$X_{imp}$ (m)	0.68	0.74	0.74
$P_m$ (m.c.a.)	1.15	0.92	1.01
$Y$ (m)	0.17	0.15	0.14
$C_p$	0.35	0.28	0.31

Tabla 3. Comparativa de parámetros representativos de la teoría de vertido libre.

### 3 Análisis de resultados

En la Tabla 2 se puede comprobar cómo al emplear elementos hexaédricos del mismo tamaño que los tetraédricos, el número de elementos se reduce considerablemente. Otra de las ventajas es que el tiempo de cálculo requerido para resolver la simulación se reduce a la mitad.

Como puede apreciarse en la Figura 4 y en la Tabla 3, mediante un mallado hexaédrico, se obtiene un valor de distancia de vuelo,  $X_{imp}$ , similar al observado en laboratorio, mientras que el mallado tetraédrico no es capaz de reproducir adecuadamente el despegue de la lámina de agua que se produce en el aliviadero en vertido libre.

Por otro lado, tal como se aprecia en la Figura 3, durante la caída de la lámina vertiente, éste se concentra en tubos, alejándose de la situación real observada en laboratorio. Sin embargo, al emplear un

mallado con elementos hexaédricos éste fenómeno tiende a reducirse y desaparecer.

Estos dos fenómenos resultan de suma importancia a la hora de analizar la variación del espesor del chorro aireado respecto a la distancia de caída.

### 4 Conclusiones

En la mayoría de las aplicaciones de CFD, los elementos tetraédricos resultan adecuados para la resolución del problema de estudio.

Sin embargo, tras analizar el caso de un aliviadero de vertido libre se ha comprobado que, debido al efecto de despegue de los contactos de pared y a la alta turbulencia que se genera en el cálculo bifásico (aire-agua), para una adecuada resolución es necesario emplear mallados de elementos hexaédricos y que, aunque complica la fase de preproceso de las simulaciones, resulta necesario para obtener una caracterización adecuada del fenómeno.

### Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento recibido de la Consejería de Universidades, Empresa e Investigación de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia, así como también al Centro de Supercomputación de la Fundación Parque Científico de Murcia por el acceso a los servicios del Centro de Cálculo.

### Referencias

- [1] ANSYS CFX (2006). "ANSYS CFX. Reference Guide". Release 11.0.
- [2] Benzley, S.E., Perry E., Merkley, K. and Clark, B. (1995). "A comparison of all-Hexahedra and all Tetrahedral Finite Element Meshes for elastic & elastoplastic analysis". Proc. 4th Int. Meshing. Sandia National Labs, pp 179-181.
- [3] Castillo, L.G. (2006). "Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools". The 7<sup>th</sup> International Conference on Hydrosience and Engineering. September, Philadelphia, USA.
- [4] Castillo, L.G. and Carrillo, J.M. (2011). "Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices". World Congress International Association of Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR). Brisbane, Australia.
- [5] Scimemi, E. (1930). "Sulla forma delle vene tracimanti. L'Energia Elettrica, Aprile, pp.293-305.
- [6] Wang, E., Nelson, T. and Rauch, R. (2004). "Back to Elements - Tetrahedra vs. Hexaedra". International ANSYS Conference Proceedings.
- [7] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and Nithiarasu, P. (2005). "The Finite Element Method for Fluid Dynamics", Elsevier Butterworth-Heinemann. ISBN: 0 7506 6322 7.



## **SIMULACIÓN NUMÉRICA EN ALVIADEROS DE VERTIDO LIBRE**

**José María Carrillo, Luis G. Castillo**

**Grupo de I+D+i Hidr@m. Universidad Politécnica de Cartagena. UPCT**

En el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena se están realizando estudios en modelo físico de las acciones hidrodinámicas a pie de presa por efecto de vertidos en caída libre.

De este modo, actualmente se están realizando campañas de medición de velocidades, presiones y aireación para avanzar en el conocimiento de los fenómenos que se producen dentro del cuenco de amortiguación.

Los resultados obtenidos están siendo comparados con simulaciones numéricas, realizadas mediante el software comercial ANSYS CFX, para obtener una adecuada caracterización del fenómeno bifásico aire-agua.

En la actual fase de simulación, se ha puesto de manifiesto la importancia de los elementos que configuran el mallado del dominio fluido en la obtención de la solución mediante programas de volúmenes finitos (ANSYS CFX en este caso). De este modo se ha constatado que, debido a la complejidad matemática originada por la separación del flujo y la alta turbulencia que se genera en los vertidos de caída libre, los resultados obtenidos con el mallado habitual del software no son del todo acertados, debiendo emplear elementos de mayor calidad.

En la Figura 1 puede observarse la forma de la lámina libre observada en el modelo físico ubicado en el laboratorio de la UPCT, junto a los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas, según el tipo de elemento predominante en el mallado del dominio fluido.

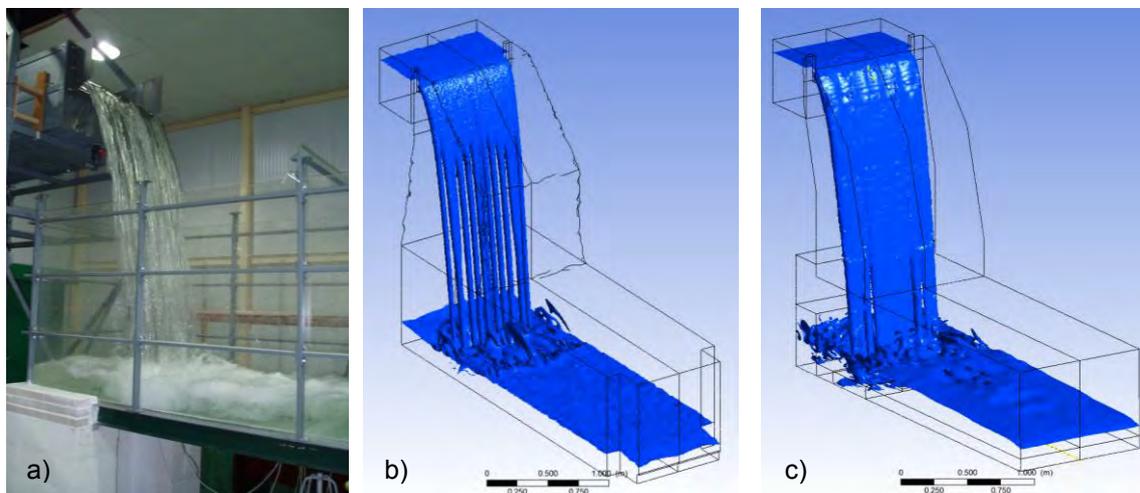


Figura 1. Forma de la lámina en vertido libre: a) observación en laboratorio, b) simulación con mallado de elementos tetraédricos, c) simulación con mallado de elementos hexaédricos.





Hidr@  
Hidr@m



# SIMULACIÓN NUMÉRICA EN ALIVIADEROS DE VERTIDO LIBRE

JOSÉ MARÍA CARRILLO SÁNCHEZ

LUIS G. CASTILLO ELSTIDIÉ

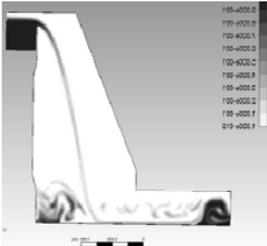
E.T.S.I. DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS DE MADRID, 9 DE JUNIO DE 2011

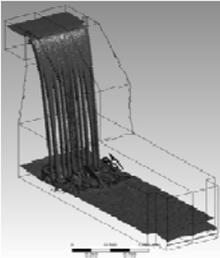
	Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)			
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos
<p>CFD → Resuelve los problemas de Mecánica de Fluidos, solucionando numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes y promediado de Reynolds (RANS):</p> <p>Ecuación de Continuidad: <math display="block">\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0</math></p> <p>Ecuación de Momentum: <math display="block">\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M</math></p> <p>Ecuación de la Energía: <math display="block">\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E</math></p> <p>Problema de clausura → más incógnitas que ecuaciones modelos de turbulencia</p>				

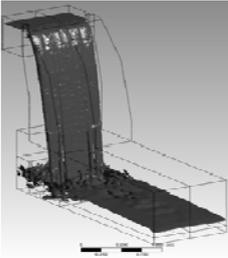
		Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)			
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos	
<p><b>Modelos de turbulencia</b></p> <p>Predicen los efectos de la turbulencia, sin resolver todas las escalas de las menores fluctuaciones turbulentas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Modelos de disipación viscosa (<math>k-\varepsilon</math>, RNG <math>k-\varepsilon</math>, <math>k-\omega</math>, <math>k-\omega</math> based Shear-Stress-Transport)</li> <li>➤ Modelos de tensiones de Reynolds (RMS) (Reynolds Stress Model, Omega based Reynolds Stress Model)</li> <li>➤ Modelos de turbulencia multifásicos</li> </ul>					

		Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)			
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos	
<p><b>Disipación de energía en vertido por coronación:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <i>Disgregación del chorro</i> <i>Aireación + atomización</i></li> <li>2) <i>Arrastre de aire cuando el chorro entra en el cuenco</i></li> <li>3) <i>Difusión en el cuenco</i></li> <li>4) <i>Impacto en la solera del cuenco</i></li> </ol>					

		Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)			
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos	
			<p>Rango caudales:  <math>Q = 10 - 150 \text{ l/s}</math></p> <p>Dispositivo móvil          (alturas de vertedero entre 1.70 y 4.00 m)</p> <p>Cuenca de disipación          (medidas de presión, velocidad y aireación)</p> <p>Canal de desagüe y aforo</p>		

		Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)			
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos	
<p>Consideraciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Régimen transitorio (60 segundos)</li> <li>Cálculo homogéneo</li> <li>Modelo de turbulencia <i>Shear Stress Transport</i> (basado en <math>k-\omega</math>)</li> <li>Intervalo de paso 0.05 segundos</li> </ul> <p>Evolución simulaciones:</p>					
			<p>Simulación 2D</p> <p>Cálculo acertado de velocidades en el chorro y calados en el aliviadero</p> <p>Fallo en las condiciones hidrodinámicas del cuenco</p>		

 Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)				
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos
<p><b>Consideraciones:</b>            Régimen transitorio (60 segundos)            Cálculo homogéneo            Modelo de turbulencia <i>Shear Stress Transport</i> (basado en <math>k-\omega</math>)            Intervalo de paso 0.05 segundos</p> <p><b>Evolución simulaciones:</b></p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2;"> <p>Simulación 3D (elementos tetraédricos)</p> <p>Simulación adecuada de velocidades y calados</p> <p>Formación de tubos en la lámina vertiente</p> <p>Aparición de turbulencia no coherente con el modelo de turbulencia por defectos de mallado</p> </div> </div>				

 Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)				
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos
<p><b>Consideraciones:</b>            Régimen transitorio (60 segundos)            Cálculo homogéneo            Modelo de turbulencia <i>Shear Stress Transport</i> (basado en <math>k-\omega</math>)            Intervalo de paso 0.05 segundos</p> <p><b>Evolución simulaciones:</b></p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2;"> <p>Simulación 3D (elementos hexaédricos)</p> <p>Simulación adecuada de velocidades y calados</p> <p>Lámina vertiente más real</p> <p>Mejor precisión en los parámetros analizados</p> </div> </div>				

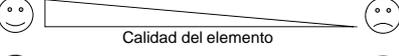

 Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
 Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)
 

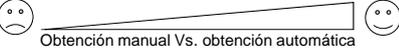
Introducción | Caracterización del fenómeno | Modelo físico | **Modelación numérica** | Objetivos

Tipología de elementos del mallado:

Volúmenes finitos {
 

- Balance de ecuaciones en cada elemento
- Influencia de la calidad de los elementos


  
 Calidad del elemento
 

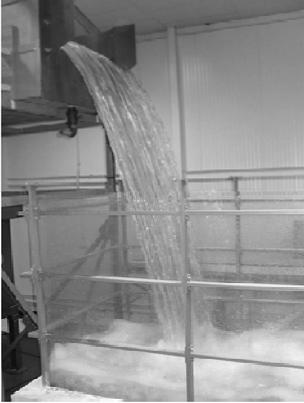

  
 Obtención manual Vs. obtención automática

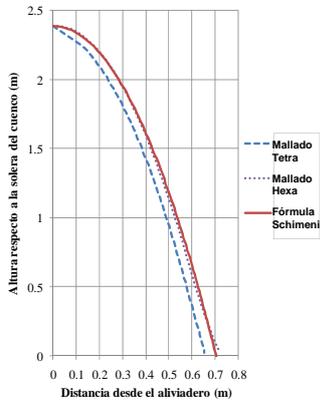
	Mallado	
	Tetraédrico	Hexaédrico
Nº Elementos	3.852.769	414.370
Nº Nodos	723.091	432.031
% Tetraedros	96.38	3.21
% Pirámides	0.00	6.74
% Prismas	3.62	0.69
% Hexaedros	0.00	89.36
Tiempo de computación	3.081E+6 ≈ 4.8 días	1.330E+06 ≈ 2.6 días
Memoria aproximada	4 GHz	4 GHz


 Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
 Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)
 

Introducción | Caracterización del fenómeno | Modelo físico | **Modelación numérica** | Objetivos

Comparación simulaciones:  
Forma de la lámina vertiente (vuelo del chorro)





The graph plots the height of the water jet above the nozzle (m) on the y-axis (0 to 2.5) against the distance from the nozzle (m) on the x-axis (0 to 0.8). Three data series are shown:
 

- Mallado Tetra** (dashed blue line): Shows the highest trajectory, reaching a peak height of approximately 2.4 m at 0.1 m distance.
- Mallado Hexa** (dotted blue line): Shows a trajectory similar to the Tetra mesh but slightly lower, peaking at about 2.3 m.
- Fórmula Schimmi** (solid red line): Shows the lowest trajectory, peaking at approximately 2.2 m.

		Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)																																	
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos																															
<p>Comparación simulaciones: Método paramétrico (Castillo, 2006; Castillo et al., 2007):</p>																																			
			<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th colspan="2">Mallado</th> <th rowspan="2">Laboratorio</th> </tr> <tr> <th>Tetraédrico</th> <th>Hexaédrico</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>h</math> (m)</td> <td>0.087</td> <td>0.090</td> <td>0.087</td> </tr> <tr> <td><math>y_b</math> (m)</td> <td>0.070</td> <td>0.086</td> <td>0.082</td> </tr> <tr> <td><math>X_{imp}</math> (m)</td> <td>0.68</td> <td>0.74</td> <td>0.74</td> </tr> <tr> <td><math>P_m</math> (m.c.a.)</td> <td>1.15</td> <td>0.92</td> <td>1.01</td> </tr> <tr> <td><math>Y</math> (m)</td> <td>0.17</td> <td>0.15</td> <td>0.14</td> </tr> <tr> <td><math>C_n</math></td> <td>0.35</td> <td>0.28</td> <td>0.31</td> </tr> </tbody> </table>				Mallado		Laboratorio	Tetraédrico	Hexaédrico	$h$ (m)	0.087	0.090	0.087	$y_b$ (m)	0.070	0.086	0.082	$X_{imp}$ (m)	0.68	0.74	0.74	$P_m$ (m.c.a.)	1.15	0.92	1.01	$Y$ (m)	0.17	0.15	0.14	$C_n$	0.35	0.28	0.31
	Mallado		Laboratorio																																
	Tetraédrico	Hexaédrico																																	
$h$ (m)	0.087	0.090	0.087																																
$y_b$ (m)	0.070	0.086	0.082																																
$X_{imp}$ (m)	0.68	0.74	0.74																																
$P_m$ (m.c.a.)	1.15	0.92	1.01																																
$Y$ (m)	0.17	0.15	0.14																																
$C_n$	0.35	0.28	0.31																																

		Grupo I+D+i en Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)			
Introducción	Caracterización del fenómeno	Modelo físico	Modelación numérica	Objetivos	
<p>Objeto → Profundizar en la línea de investigación ya establecida mediante medición, caracterización de parámetros, verificación de los datos existentes y establecimiento de un modelo físicamente basado</p> <p>Para llevar a cabo la investigación:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <u>Modelo físico</u> → Laboratorio de Ingeniería Hidráulica de la UPCT          Medidas → Presiones (transductores piezoresistivos); velocidades (ADV); velocidades y geometría (cámara de alta velocidad); y tasas de aireación (fibra óptica)</li> <li>2) <u>Modelo numérico</u> → ANSYS CFX           <ul style="list-style-type: none"> <li>- Modelo de turbulencia de 2 ecuaciones                Simulación tridimensional del conjunto</li> <li>- Modelo de turbulencia de segundo orden                Simulación detallada del chorro</li> </ul> </li> </ol>					

# Simulación de flujos bifásicos con metodología CFD y contrastación de resultados con medidas de laboratorio

José María Carrillo Sánchez

Universidad Politécnica de Cartagena. Grupo de I+D+i Hidr@m

jose.carrillo@upct.es

Luis G. Castillo Elsitdié

Universidad Politécnica de Cartagena. Grupo de I+D+i Hidr@m

luis.castillo@upct.es

## 1 Introducción

El vertido por coronación es una de las formas de disipación de energía empleado en las presas arco. La disipación de energía se realiza mediante la interacción del chorro en el aire y en el cuenco de disipación.

Para la adecuada elección de la profundidad del cuenco de amortiguación, el calculista debe conocer la magnitud y frecuencia de la presión dinámica en el fondo del cuenco en función de las características del chorro incidente.

Existen diferentes formulaciones empíricas que caracterizan las presiones en los cuencos de disipación. Todas ellas se basan en estudios de modelos a escala en laboratorio dada la complejidad de instalar instrumentación en prototipos. Se destacan los estudios de Moore (1943), Lencastre (1961), Cola (1965), Aki (1969), Hartung and Häusler (1973), Beltaos (1976), Xu-Do-Ming et al. (1983), Lemos et al. (1984), Cui Guang Tao et al. (1985), Ervine and Falvey (1987), Withers (1991), Ervine et al. (1997), Bollaert (2002), Bollaert and Schleiss (2003) and Manso et al. (2005).

En España, esta línea de investigación se ha desarrollado en la Universidad Politécnica de Cataluña por Castillo (1989, 1998), Armengou (1991), Castillo et al. (1991, 1999, 2007), Puertas (1994), y en la Universidad Politécnica de Cartagena por Castillo (2002, 2006, 2007) y Castillo et al. (2007, 2009, 2010, 2011).

La disipación de energía del chorro se puede dividir en cuatro fases: disgregación del chorro en el vuelo (aireación más atomización), arrastre de aire cuando el chorro entra en el cuenco, difusión en el cuenco y finalmente impacto con la solera del cuenco (Figura 1).

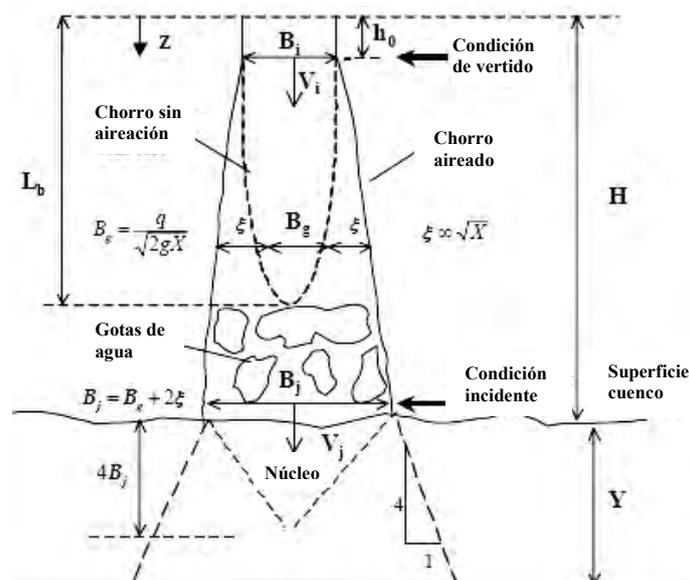


Figura 1 Esquema de comportamiento del chorro (adaptado desde Ervine et al. 1997)

De cara al diseño, se definen las condiciones de vertido e incidentes. Las condiciones de vertido, localizada a la salida del aliviadero, se establece mediante la velocidad media  $V_i = (2g/h_0)^{1/2}$ , siendo  $h_0$  aproximadamente el doble de la altura de la carga sobre el vertedero  $h$ . En la entrada del chorro al colchón de agua se definen las condiciones incidentes, definidas por la velocidad media  $V_j$  y el ancho del chorro  $B_j = B_g + 2\xi$ , donde  $B_g$  es el ancho por condiciones gravitatorias y  $\xi$  es la expansión lateral del chorro por efectos de aireación y turbulencia.

La longitud de rotura del chorro,  $L_b$ , presenta gran importancia en la metodología expuesta a continuación. Cuando se supera esta distancia el chorro se encuentra totalmente disgregado, estando formado por grandes gotas de agua que se van descomponiendo en gotas más pequeñas debido al rozamiento con el aire.

## 2 Metodología paramétrica

A partir del estudio de presiones en el cuenco, Castillo (2006, 2007) propuso la siguiente metodología paramétrica para estimar las variables a tener en cuenta en el fenómeno de vertido libre:

A partir de la intensidad de turbulencia en la condición de vertido,  $T_u^*$ , se obtienen los espesores del chorro en la condición inicial,  $B_i$ , e incidente,  $B_j$ , siendo:

$$T_u^* = \frac{q^{0.43}}{IC} \quad (1)$$

donde  $q$  es el caudal específico e  $IC$  son las condiciones iniciales de vertido:

$$IC = \frac{14.95g^{0.50}}{(K^{1.22}C_d^{0.19})} \quad (2)$$

siendo  $g$  la aceleración de la gravedad,  $K$  un coeficiente experimental de ajuste (para una primera aproximación se considera  $K \approx 0.85$ ), y  $C_d$  el coeficiente de descarga.

La longitud de rotura se obtiene de la expresión:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{(k_\varphi T_u F_i^2)^{0.82}} \quad (3)$$

siendo  $F_i$  el número de Froude,  $T_u$  la intensidad de turbulencia en la condición inicial de vertido ( $T_u \approx 0.012$  cuando  $q \gg 0.25 \text{ m}^2/\text{s}$ ) y  $k_\varphi$  coeficiente del parámetro de turbulencia.

La anchura del chorro incidente, viene determinada por:

$$B_j = B_g + 2\xi = \frac{q}{\sqrt{2gH}} + 4\varphi\sqrt{h_0}[\sqrt{H} - \sqrt{h_0}] \quad (4)$$

donde  $H$  es la diferencia entre la cota de la lámina libre aguas arriba y del cuenco, y  $\varphi = k_\varphi T_u^*$  es un nuevo parámetro de turbulencia (Castillo, 2006, Castillo et al., 2007, 2011).

Para el coeficiente de presión dinámica media en la solera del cuenco,  $C_p$ , Castillo considera dos formulaciones atendiendo a la relación entre el calado en el cuenco de amortiguación,  $Y$ , y la anchura del chorro incidente,  $B_j$ :

- Cuando  $Y \leq 4B_j$ , el coeficiente de presión dinámica media se calcula mediante la expresión:

$$C_p = 0.36(H/L_b)^{-1.04} \quad (5)$$

- Cuando  $Y > 4B_j$ , se obtiene a partir de la relación exponencial:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{V_j^2 / 2g} = a e^{-b(Y/B_j)} \quad (6)$$

donde  $H_m$  es la carga de presión media registrada en la solera del cuenco en el punto de estancamiento, y los coeficientes  $a$  y  $b$  se obtienen de la tabla 1.

Tabla 1 Parámetros  $a$  y  $b$  para el cálculo de  $C_p$  cuando  $Y > 4B_j$

$H/L_b$	$A$	$B$	$C_p$ ( $Y/B_j \leq 4$ )
< 0.5	0.98	0.070	0.78
0.5-0.6	0.92	0.079	0.69
0.6-0.8	0.65	0.067	0.50
1.0-1.3	0.65	0.174	0.32
1.5-1.9	0.55	0.225	0.22
2.0-2.3	0.50	0.250	0.18
> 2.3	0.50	0.400	0.10

Para la trayectoria central del corroy se considera la fórmula propuesta por Scimeni (1930):

$$x^* = [2.155(y^* + 1)^{1/2.33} - 1] \quad (7)$$

$$x^* = x/h; \quad y^* = y/h \quad (8)$$

donde  $x$  e  $y$  son los ejes de coordenadas con origen en el labio del aliviadero (figura 2).

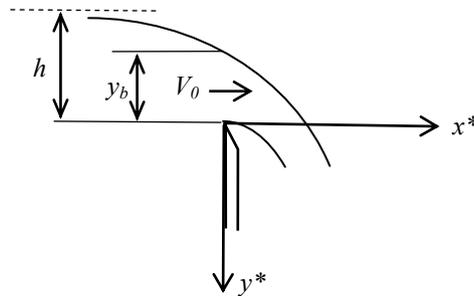


Figura 2 Origen de trayectoria según Scimeni (1930)

donde  $V_0 = \alpha V = \alpha(q/y_b)$  es la velocidad inicial del chorro (velocidad en el punto de vertido),  $\alpha$  el coeficiente de Coriolis e  $y_b$  el calado sobre el punto de vertido.

El calado del cuenco bajo el chorro,  $Y_u$ , se obtiene de la formulación propuesta por Cui Guang Tao (1985):

$$Y_u/Y = \sqrt{1 - 2F_D[(V_j/V_D)\beta \cos \theta - 1]} \quad (9)$$

donde  $F_D = V_D^2/(gY)$  es el cuadrado del número de Froude,  $V_D$  es la velocidad en el cuenco aguas abajo del punto de entrada,  $\beta \approx 0.6$  es el coeficiente de pérdidas a la entrada y  $\theta$  es el ángulo de incidencia del chorro (figura 3).

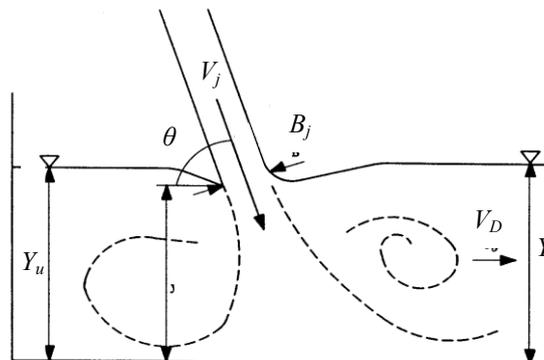


Figura 3 Esquema de relación de calados en el cuenco de amortiguamiento

### 3 Modelo físico

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena cuenta con una infraestructura diseñada específicamente para el estudio de chorros turbulentos y disipación de energía en aliviaderos de vertido libre.

El modelo físico (figura 4) permite analizar caudales entre 10 y 150 l/s, y consiste en un dispositivo móvil que permite variar la altura de vertido entre 1.70 y 4.00 metros, junto a un cuenco fijo de disipación de energía de metacrilato donde se pueden disponer diferentes colchones de agua.

Para avanzar en el conocimiento del fenómeno bifásico aire-agua analizado, actualmente se están realizando mediciones de presiones instantáneas con sensores piezorresistivos ubicados en la solera del cuenco, junto al estudio de velocidades instantáneas en diferentes secciones del cuenco mediante equipos Doppler.

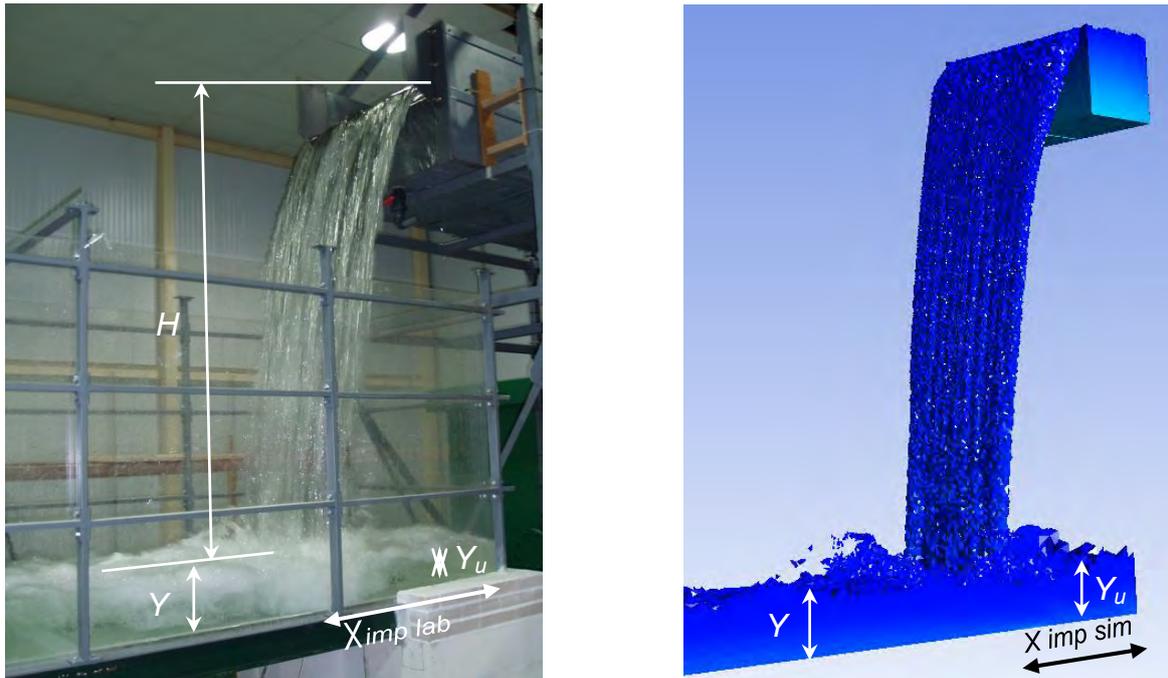


Figura 4 Lámina libre observada en laboratorio y simulada con ANSYS CFX ( $q=0.056 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H=2.29 \text{ m}$ ,  $Y=0.16 \text{ m}$ )

### 4 Modelo numérico

Partiendo del modelo físico comentado, y con los datos obtenidos en laboratorio, se realizó la modelación numérica con el programa comercial de Dinámica de Fluidos Computacional, CFD, ANSYS CFX (versión 12.1).

Al ser un software de volúmenes finitos, el dominio fluido del área de estudio queda dividido en volúmenes de control, en los cuales se debe satisfacer el equilibrio de las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen el fenómeno. Por tanto, las características y el número de estos elementos influyen considerablemente en el proceso de resolución numérica.

En el estudio de los chorros turbulentos aparecen fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que requieren elementos de mallado de gran calidad para su correcta resolución. La característica principal que diferencia a los distintos elementos es el número de nodos con el que resuelven las ecuaciones dentro de su volumen de control. A mayor número de nodos por elemento, más precisa será su resolución interna.

De las cuatro tipologías de elementos que permite el módulo de resolución de CFX, se optó por un mallado predominantemente basado en elementos hexaédricos, puesto que la alta turbulencia que se genera en el fenómeno estudiado, junto al despegue del flujo, requieren una mayor precisión de cálculo. Además, se ha comprobado que dichos elementos mejoran la convergencia de la solución.

En principio, las ecuaciones de Navier-Stokes describen los flujos laminar y turbulento sin necesidad de información adicional. Sin embargo, los flujos turbulentos con números de Reynolds reales abarcan un amplio rango de longitud de turbulencia y tiempos de escala. Su resolución directa implica tamaños de volúmenes finitos de mallado muy reducidos, dificultando en la práctica su solución numérica, puesto que exigen una enorme capacidades de cálculo.

Para obtener la solución en tiempos adecuados aparecen los modelos de turbulencia, diseñados para predecir los efectos de la turbulencia sin necesidad de resolver todas las escalas de turbulencia. De este modo el problema de clausura puede ser resuelto de forma eficiente.

Existen diversos modelos de turbulencia de distintos grados de complejidad que van desde los modelos isotrópicos de dos ecuaciones como el clásico  $k-\varepsilon$ , hasta modelos de cierre de segundo orden como el denominado modelo de tensiones de Reynolds ( $RMS$ ).

Los modelos de cierre de segundo orden resuelven independientemente cada componente de la velocidad turbulenta, pero tienen el inconveniente de su dificultad de convergencia. Por este motivo raramente son empleados en la industria, optándose por los modelos de dos ecuaciones dada su gran estabilidad y mayor eficiencia en la resolución.

El modelo de turbulencia  $k-\omega$  fue diseñado para obtener una alta precisión en fenómenos de separación del flujo y está recomendado para las simulaciones de alta precisión de capa límite. En este estudio se han considerado dos tipos de modelos de turbulencia basados en el modelo  $k-\omega$ :

- Modelo de cierre de primer orden "*Shear Stress Transport*".  
Estudio del conjunto chorro + cuenco de disipación.
- Modelo de cierre de segundo orden "*Baseline Reynolds Stress*".  
Estudio de las componentes turbulentas del chorro.

Para la resolución del fenómeno bifásico aire-agua presente en el estudio de los chorros turbulentos, se escogió el modelo homogéneo en detrimento del modelo inhomogéneo. Este modelo se puede considerar como un caso límite del primer modelo, donde la tasa de transferencia en la interfaz de ambos fluidos es muy grande. De este modo, resuelve la interfaz considerando que en la zona de interacción ambos fluidos comparten un mismo campo de velocidades.

Se ha realizado un cálculo transitorio de 60 segundos, usando un intervalo de paso de 0.05 segundos, cuya frecuencia corresponde a la empleada en las mediciones de presiones en la solera del cuenco con sensores piezorresistivos. En la figura 5, se puede considerar que a partir de los 20 segundos de la simulación ya se alcanzan condiciones permanentes.

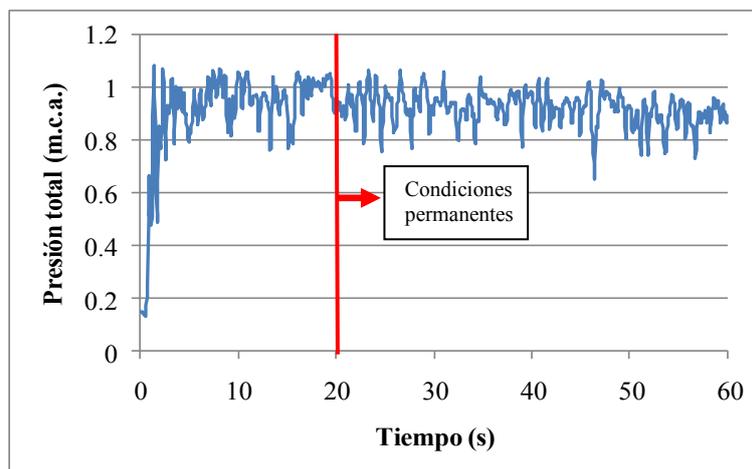


Figura 5 Simulación de la presión total en el punto de estancamiento del cuenco de disipación

Las condiciones de contorno empleadas en las simulaciones corresponden a los calados en las secciones de entrada y salida del flujo y sus distribuciones de presiones hidrostáticas.

El mallado está compuesto por un total de 750.544 elementos, siendo el tamaño de los mismos en las zonas de interés (caída del chorro e influencias del punto de estancamiento) de 0.01 m.

## 5 Resultados y discusión

Con el fin de reproducir del modo más fidedigno posible las condiciones de laboratorio, se midió la sección de entrada al modelo físico mediante equipos Doppler para determinar la turbulencia en el depósito del vertedero. Dicha sección se situó 0.50 m aguas arriba del punto de vertido, suficientemente alejada del mismo para evitar las distorsiones debidas a la contracción y aceleración que el flujo sufre en las inmediaciones del aliviadero (figura 6). Las velocidades turbulentas obtenidas con esta metodología se emplearon como dato de entrada en las simulaciones numéricas realizadas.

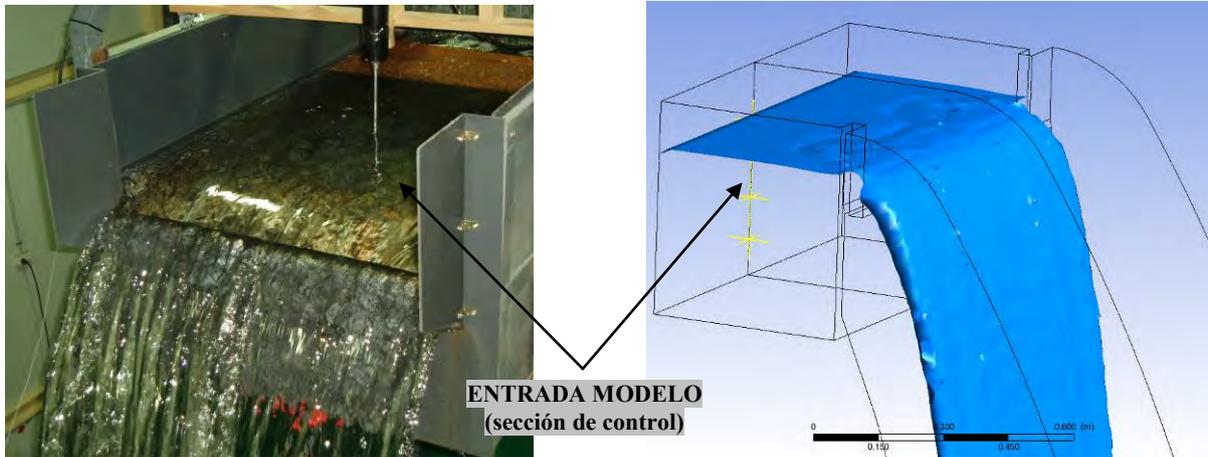


Figura 6 Sección de control de velocidades turbulentas

Una vez realizada la simulación con el modelo de turbulencia de segundo orden, se comparan las velocidades turbulentas registradas con el equipo Doppler, con la raíz cuadrática media obtenida por modelo numérico en dicha sección (figura 7).

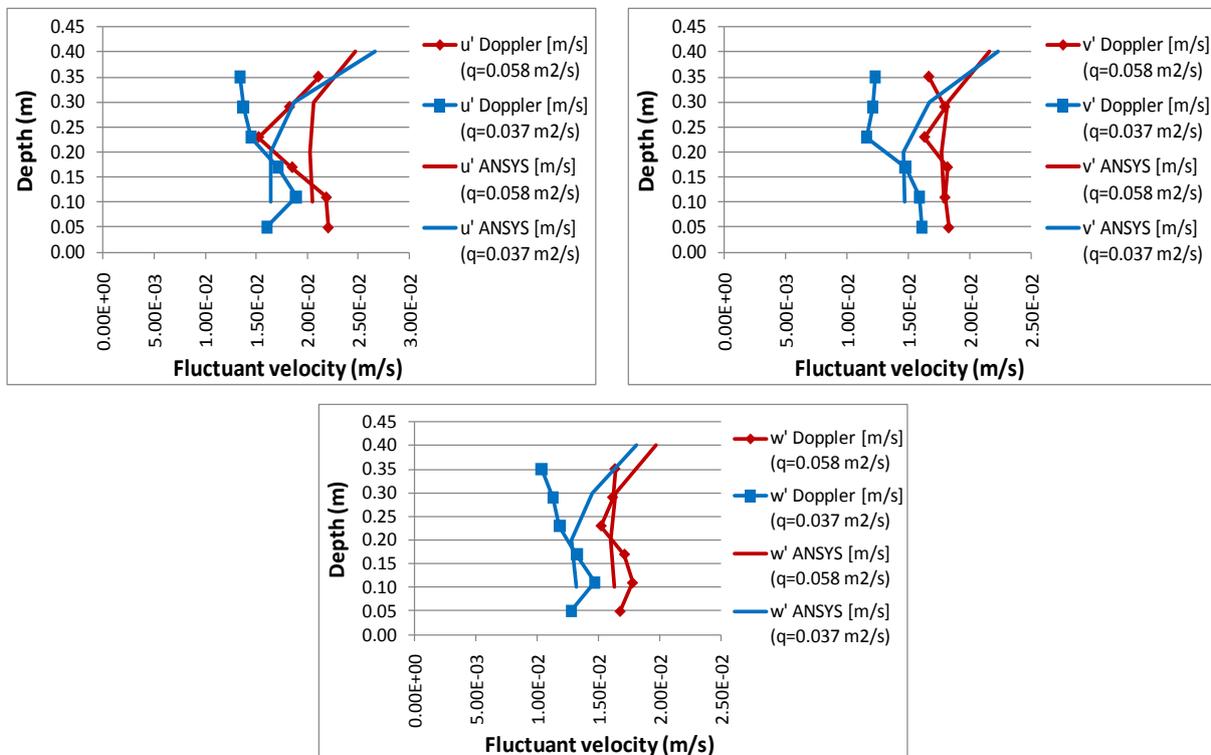


Figura 7 Comparación de velocidades turbulentas en la dirección horizontal ( $u$ ), transversal ( $v$ ) y vertical ( $w$ ), aguas arriba del punto de vertido

II Jornadas de Ingeniería del Agua, JIA 2011.  
Barcelona, España

Las raíces cuadráticas medias obtenidas en la simulación numérica y las registradas en laboratorio son del mismo orden en ambos caudales específicos analizados. Los valores de turbulencia a la entrada del modelo físico son elevados tal y como quedan reflejados en la tabla 2, situación que influye directamente en las características del chorro aguas abajo.

Tabla 2 Intensidad turbulenta en el depósito de cabecera

$q$ ( $m^2/s$ )	$u'_x$	$\bar{u}_x$	$T_{u_x}$
0.058	0.019	0.120	0.163
0.037	0.016	0.080	0.194

Considerando una línea de corriente que parte del aliviadero, a continuación se grafican las velocidades y velocidades turbulentas para tres caudales distintos:

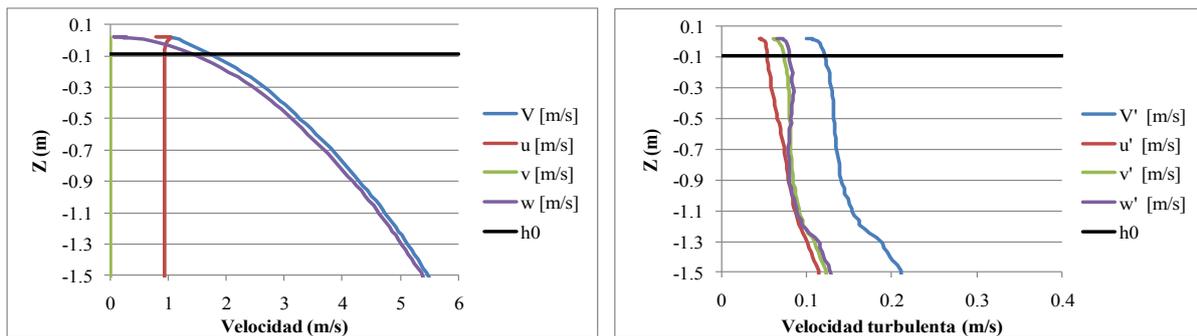


Figura 8 Velocidades medias y turbulentas ( $q = 0.058 m^2/s, h = 0.091 m$ )

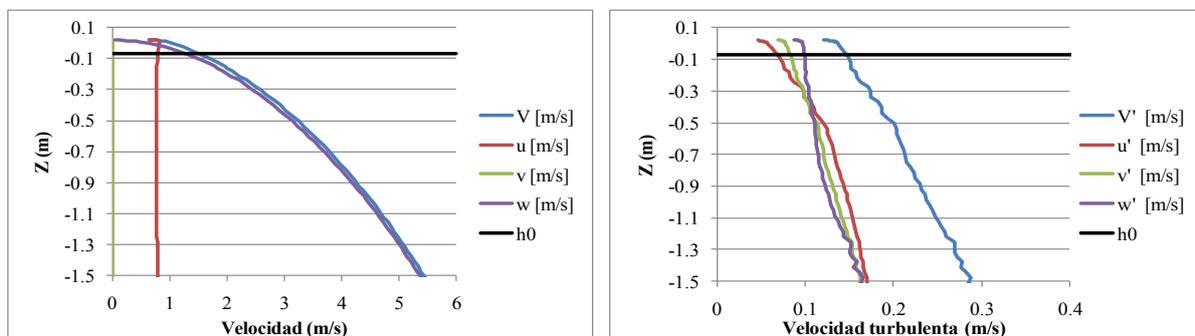


Figura 9 Velocidades y velocidades turbulentas ( $q = 0.037 m^2/s, h = 0.067 m$ )

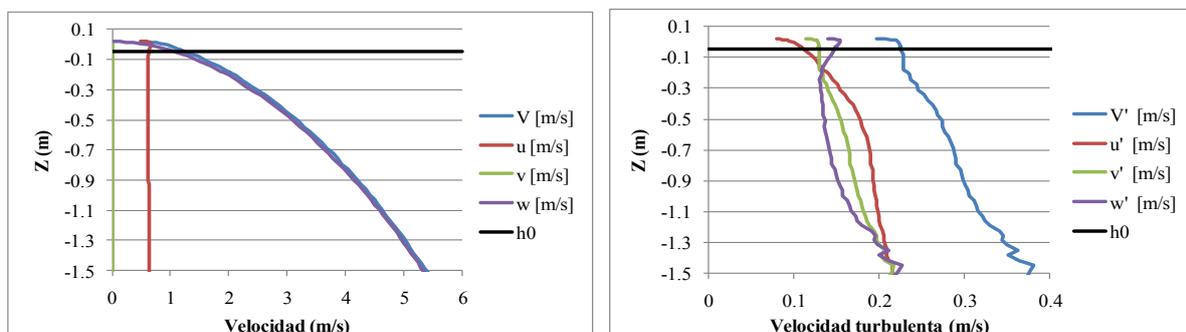


Figura 10 Velocidades medias y turbulentas ( $q = 0.023 m^2/s, h = 0.047 m$ )

II Jornadas de Ingeniería del Agua, JIA 2011.  
Barcelona, España

En las figuras 8, 9 y 10 se indica la variación de las velocidades turbulentas y totales. Las velocidades turbulentas llegan a igualarse a una cierta altura de caída, aumentado conforme incrementa el caudal específico. También se observa que dichas velocidades turbulentas se incrementan con la reducción del caudal específico.

Teniendo en cuenta los valores calculados en la condición de vertido o condición inicial, en la tabla 3 se obtiene las velocidades turbulentas totales en función de la componente turbulenta vertical,  $w'$ :

Tabla 3 Velocidades turbulentas en la sección de la condición inicial

$q$ (m <sup>2</sup> /s)	$V_i$ (m/s)	$u'$ (m/s)	$v'$ (m/s)	$w'$ (m/s)	$\bar{V}_i'$ (m/s)	$T_u$	$\bar{V}_i' = f(w')$
0.058	1.777	5.765e-02	7.260e-02	8.484e-02	1.26E-01	7.07e-02	1.48w'
0.037	1.285	6.830e-02	8.259e-02	9.740e-02	1.45E-01	1.13e-01	1.49w'
0.023	1.145	1.081e-01	1.225e-01	1.405e-01	2.15E-01	1.88e-01	1.53w'

De este modo, se obtiene  $\bar{V}_i' \approx 1.50w'$ , por lo que el parámetro turbulento a emplear en el método paramétrico sería  $\varphi = k_\varphi (\bar{V}_i' / V_i) \approx 1.50T_u^*$ . Sin embargo, para confirmar estos resultados se deben realizar más simulaciones y mediciones en laboratorio.

En la figura 11 se observa que aunque el flujo llega al vertedero con una elevada intensidad de turbulencia, éste se reduce rápidamente hasta alcanzar un valor constante. Este hecho es debido a que la aceleración del flujo por efecto de la gravedad es muy superior al incremento de la velocidad turbulenta en la caída.

También se observa que en la caída,  $k_\varphi$  oscila menos conforme aumenta el caudal específico. Este fenómeno se debe a que las diferencias entre las componentes turbulentas aumentan conforme se reduce el ancho del chorro, volviéndose más inestable al reducirse el núcleo compacto del mismo.

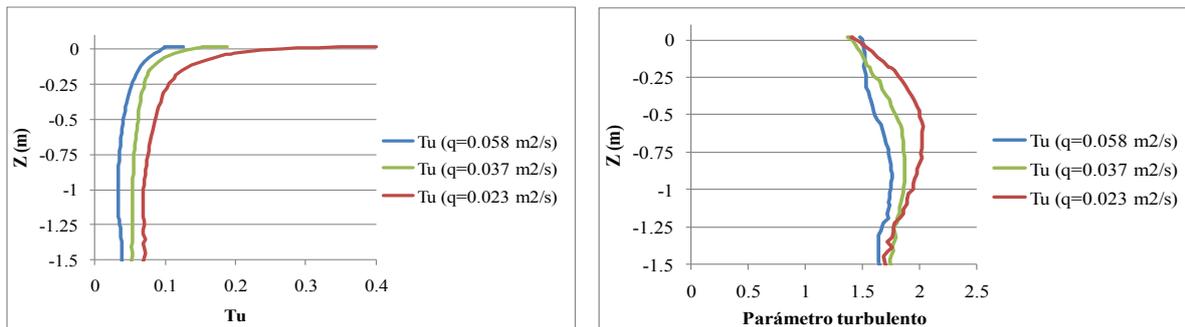


Figura 11 Evolución de la intensidad de turbulencia ( $T_u$ ) y del coeficiente del parámetro de turbulencia ( $k_\varphi$ )

En la tabla 4 se presenta una comparación de los parámetros más importantes que aparecen en el fenómeno de los chorros turbulentos. Los datos obtenidos de las simulaciones numéricas realizadas con ANSYS CFX y de las mediciones realizadas en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena se tabulan junto a los valores obtenidos con la Metodología paramétrica.

Tabla 4 Comparación del Método paramétrico con resultados de laboratorio y simulación numérica

$$q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}, H = 2.28 \text{ m}, h = 0.091 \text{ m}, Y = 0.17 \text{ m}, H/L_b = 0.73, Y/B_j = 6.71$$

	$y_b$ (m)	$V_0$ (m/s)	$V_i$ (m/s)	$B_i$ (m)	$L_b$ (m)	$V_j$ (m/s)	$B_j$ (m)	$Y_u$ (m)	$X_{imp}$ (m)	$\theta$ (°)	$C_p$
Param.	0.083	0.76	1.54	0.053	3.12	6.59	0.025	0.17	0.73	81.58	0.41
Lab	0.087	-	-	-	-	-	-	0.16	0.74	-	0.30
CFX	0.078	0.77	1.78	0.048	>H	6.32	0.022	0.12	0.75	82.75	0.27

Tabla 4 Cont. Comparación del Método paramétrico con resultados de laboratorio y simulación numérica

$$q = 0.037 \text{ m}^2/\text{s}, H = 2.30 \text{ m}, h = 0.067 \text{ m}, Y = 0.12 \text{ m}, H/L_b = 0.85, Y/B_j = 6.89$$

	$y_b$ (m)	$V_0$ (m/s)	$V_i$ (m/s)	$B_i$ (m)	$L_b$ (m)	$V_j$ (m/s)	$B_j$ (m)	$Y_u$ (m)	$X_{imp}$ (m)	$\theta$ (°)	$C_p$
Param.	0.061	0.66	1.32	0.040	2.72	6.64	0.017	0.13	0.62	82.96	0.35
Lab	0.067	-	-	-	-	-	-	0.12	0.64	-	0.25
CFX	0.052	0.65	1.29	0.042	>H	6.28	0.009	0.08	0.63	83.25	0.13

$$q = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}, H = 2.27 \text{ m}, h = 0.047 \text{ m}, Y = 0.13 \text{ m}, H/L_b = 0.97 \text{ m}, Y/B_j = 10.80$$

	$y_b$ (m)	$V_0$ (m/s)	$V_i$ (m/s)	$B_i$ (m)	$L_b$ (m)	$V_j$ (m/s)	$B_j$ (m)	$Y_u$ (m)	$X_{imp}$ (m)	$\theta$ (°)	$C_p$
Param.	0.043	0.59	1.13	0.029	2.33	6.62	0.012	0.13	0.51	84.21	0.10
Lab	0.047	-	-	-	-	-	-	0.12	0.54	-	0.09
CFX	0.038	0.58	1.15	0.035	1.10	6.15	-	0.08	0.53	83.23	0.06

En general, los valores obtenidos por las tres metodologías son similares, salvo algunas puntualizaciones.

Para obtener los calados, anchos del chorro y longitud de rotura en la simulación numérica se emplea un criterio fijo que consiste en delimitar la interfaz entre ambos fluidos mediante el 20 % de fracción volumétrica de agua. Los valores obtenidos con ANSYS CFX son similares a las observaciones en laboratorio y a los resultados del método paramétrico, debiéndose las divergencias al empleo de un mallado excesivamente grueso para delimitar con precisión la lámina libre. Las diferencias en el parámetro  $Y_u$ , posiblemente se deba a que en la zona situada bajo el chorro, el colchón presenta altas tasas de aireación, dificultando su obtención con el programa.

Las velocidades obtenidas con ANSYS CFX en la condición incidente son ligeramente inferiores a las obtenidas con el método paramétrico, debido a que este último no tiene en cuenta las pérdidas por rozamiento con el aire.

En los tres casos analizados, el chorro no tiene caída suficiente como para llegar a desintegrarse antes del impacto con el colchón de agua ( $H/L_b < 1$ ). Por otro lado, se tiene un colchón efectivo ( $Y/B_j > 4$ ). En estas condiciones, el coeficiente de presión dinámica media,  $C_p$ , calculado con el Método paramétrico es superior al obtenido con las otras metodologías debido a que los límites definidos en la tabla 1 se calcularon como envolvente de los datos obtenidos en campañas de laboratorio, quedando del lado de la seguridad. Se están realizando campañas de medición de presiones instantáneas para completar y definir con más datos dichas envolventes.

Los valores de  $C_p$  obtenidos con ANSYS CFX quedan por debajo de los resultados de laboratorio, porque posiblemente el modelo homogéneo no simula adecuadamente la pérdida de energía del chorro incidente en el aire y en el proceso de difusión, en el cuenco de disipación de energía.

## 6 Conclusiones

El método paramétrico empleado en el artículo está basado exclusivamente en los resultados de medidas de presiones instantáneas en la solera del cuenco de amortiguación de energía. Para avanzar en el conocimiento de los chorros turbulentos es necesario realizar más estudios experimentales, tanto en modelos como en prototipos, caracterizando simultáneamente el fenómeno de aireación del chorro junto a medidas de presión, velocidades y tasas de aireación.

Paralelamente, los resultados de laboratorio permiten calibrar y validar algunos programas comerciales de CFD. Como puede observarse, se están realizando avances en la caracterización del fenómeno de chorros turbulentos con ANSYS CFX. Está previsto realizar estudios similares con FLOW-3D, así como con algún software de tipo Lagrangiano.

## 7 Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento recibido de la Consejería de Universidades, Empresa e Investigación de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia.

## 8 Referencias bibliográficas

- Annandale, G.W. (2006). Scour Technology. McGraw-Hill, New York, USA.
- ANSYS CFX (2006). ANSYS CFX. Reference Guide. Release 11.0.
- Armengou, J. (1991). Vertido libre por coronación presas bóveda. Análisis del campo de presiones en cuenco amortiguador. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Bollaert, E., Schleiss, A. (2003). Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets Part I: A state-of-the-art review. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 41, No.5, pp. 451-464.
- Castillo, L. (1989). Metodología experimental y numérica para la caracterización del campo de presiones en los disipadores de energía hidráulica. Aplicación al vertido libre en presas bóveda. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Castillo, L., Puertas, J., Dolz, J. (1999). Discussion about pressure fluctuations on plunge pool floors. *Journal of Hydraulic Research*, Vol.37, No.2, pp. 272-788.
- Castillo, L. (2002). Parametrical analysis of the ultimate scour and mean dynamic pressures at plunge pools. *Proceedings of the International Workshop on Rock Scour due to Falling High-velocity Jets*. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 25-28 september 2002. Schleiss & Bollaert (eds). A.A. Balkema. ISBN 90 5809 518 5.
- Castillo, L. (2006). Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools. *The 7th International Conference on Hydroscience and Engineering (ICHE-2006)*, IAHR, ASCE Environment and Water Resources Institute, Drexel University. College of Engineering. DSpace Digital Lybrary. DU Haggerty Library. Philadelphia, USA.
- Castillo, L. (2007). Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool. *32nd Congress of IAHR, the International Association of Hydraulic Engineering & Research*, Vol.2, pp. 645-655, Venice, Italy.
- Castillo, L., Puertas, J. and Dolz, J. (2007). Discussion about Scour of Rock due to the impact of plunging high velocity jets. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 45, No. 6, pp. 715-723.
- Castillo, L.G. and Carrillo, J.M. (2011). Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices. *34<sup>th</sup> IAHR World Congress*. International Association of Hydro-Environment Engineering and Research. Brisbane, Australia.
- Cui, G. T. (1985). Gongba yiliu shuishe dui hechuang zuoyonghi ji qi yinxiang de yanjiu. *Shuli xuebao* (8), pp. 53-68. [Efeito do impacto, no leito do rio, da lamina descarregada sobre uma barragem-abóbada. I.C.T. TR. 829 LNEC, Lisboa, 1986].
- Ervine, D.A. and Falvey, H.R. (1987). Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools. *Proceedings of the Institutions of Civil Engineers, Part. 2*, Vol. 83, pp. 295-314.
- Ervine, D.A., Falvey, H.T., Withers, W.A. (1997). Pressure fluctuations on plunge pool floors. *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 35, No. 2, pp. 257-279.
- Manso, P.A., Bollaert, E.F.R., Schleiss, A.J. (2005). Dynamic pressures generated by plunging jets in confined pools under extreme flood discharges. *XXXI IAHR Congress*, Seoul, CD\_Rom, pp: 2848-2860.
- Puertas, J. (1994). Criterios hidráulicos para el diseño de cuencos de disipación de energía en presas bóveda con vertido libre por coronación. PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Scimeni, E. (1930). Sulla forma delle vene tracimanti. *L'Energia Elettrica*, Aprile, pp. 293-305.
- Withers, W. (1991). Pressure fluctuation in plunge pool of an impinging jet spillway. PhD Thesis, University of Glasgow, United Kingdom.

# Calibración de dos programas CFD. Aplicación a aliviaderos de vertido libre

José María Carrillo Sánchez, Luis Gerardo Castillo Elsitdié  
Grupo de investigación Hidr@m - Ingeniería Hidráulica, Marítima y Medioambiental  
Escuela de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos y de Ingeniería de Minas  
Paseo Alfonso XIII, N° 52, 30203 Cartagena (España)  
Teléfono: 968327012  
E-mail: jose.carrillo@upct.es, luis.castillo@upct.es

**Resumen.** La disipación de energía en cuencos de amortiguación se produce principalmente por la turbulencia generada. En la caída del chorro y dentro del cuenco aparecen fenómenos de alta turbulencia y aireación que no pueden ser estudiados adecuadamente con las metodologías tradicionales. Por este motivo, y con el fin de comprender mejor el fenómeno observado en laboratorio, se realiza un estudio complementario con programas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Estos programas, previa calibración con resultados de laboratorio, permiten simular la interacción entre diferentes fluidos como el fenómeno bifásico aire-agua que se origina en los aliviaderos de vertido libre. El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena cuenta con una infraestructura diseñada para el estudio de chorros turbulentos y cuencos de disipación de energía hidráulica cuyos datos nos permiten para calibrar y validar programas CFD.

## 1. Introducción

La principal ventaja de la metodología CFD es que permite resolver los problemas de mecánica de fluidos, proporcionando gran cantidad de resultados con mayor flexibilidad y velocidad que con los procedimientos experimentales. Sin embargo, para su correcto uso es necesario realizar una comparación y calibración previa con resultados obtenidos en modelos físicos y/o prototipos.

Al ser programas de volúmenes finitos, el dominio fluido del área de estudio queda dividido en volúmenes de control, en cada uno de los cuales se realiza el balance de las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen el fenómeno en las tres direcciones.

Para obtener la solución en tiempos adecuados se emplean modelos de turbulencia, que están diseñados para predecir dichos efectos sin necesidad de resolver todas las escalas de turbulencia. De este modo el problema de clausura puede ser resuelto de forma eficiente.

En ANSYS CFX se empleó el modelo de turbulencia *Shear-Stress-Transport* basado en  $k-\omega$ . El elevado rendimiento de este modelo de turbulencia ha sido demostrado en numerosos estudios de validación (Bardina et al., 1997).

En FLOW 3D se aplicó el modelo  $k-\epsilon$ . Aunque el modelo de turbulencia basado en la renormalización del modelo  $k-\epsilon$  (RNG  $k-\epsilon$ ) es teóricamente más preciso que el modelo estándar, Wilcox (2006) concluye que el modelo  $k-\epsilon$  podría ser más preciso en el estudio de chorros planos.

Para la resolución del fenómeno bifásico aire-agua presente en los chorros turbulentos, en ANSYS CFX se escogió el modelo homogéneo, mientras que en

FLOW 3D se escogió la opción de un fluido, junto a modelos físicos relacionados con la aireación y esponjamiento de la frontera aire-agua.

Para el mallado en ANSYS CFX (Figura 1a), debido a que la alta turbulencia junto al despegue del flujo requieren una elevada precisión de cálculo, se optó por emplear elementos hexaédricos con un tamaño de 0.01 m en la zona de vuelo del chorro y alrededor del punto de estancamiento. Además, se ha comprobado que dichos elemento mejoran la convergencia de la solución (Carrillo y Castillo, 2011).

En FLOW 3D se empleó un mallado de elementos hexaédricos con 0.005 m en la zona de vuelo del chorro y 0.01 m en la zona del colchón de agua (Figura 1b).

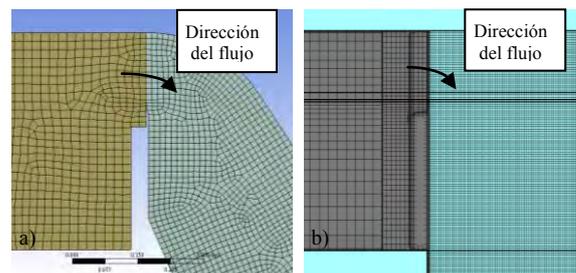


Figura 1. Detalle del mallado del dominio fluido en la zona del vertedero: a) ANSYS CFX, b) FLOW 3D

Las condiciones de contorno corresponden a los calados en las secciones de entrada y salida del flujo y sus distribuciones de presiones hidrostáticas. En la sección de entrada se consideró una turbulencia  $T_{u,x}$  del 16%, correspondiente a la obtenida en laboratorio con velocímetros de metodología Doppler.

En todos los escenarios, se ha realizado un cálculo en régimen transitorio de 60 segundos, de modo que a partir de los 20 segundos se puede considerar que se

han alcanzado las condiciones permanentes. Los datos se tomaron cada 0.05 s, que corresponde a la frecuencia de muestreo empleada en laboratorio para registrar las presiones en la solera del cuenco.

En *ANSYS CFX* se ha utilizado un intervalo de paso de 0.05 s, mientras que en *FLOW 3D* se ha considerado un intervalo fijo de 0.0001 s con el fin de evitar que el programa emplee intervalos de paso inferiores cuando se alcanzan las condiciones permanentes.

El tiempo medio de cálculo en un ordenador de 8 núcleos en *ANSYS CFX* fue de 4.099e+05 s ( $\approx$  5 días), mientras que en *FLOW 3D* se requieren 1.073e+06 s ( $\approx$  12 días).

Para la obtención de la lámina libre tanto en el chorro rectangular como en el cuenco de disipación se ha considerado un valor de fracción volumétrica de agua de 0.50. La Figura 2 muestra las superficies libres obtenidas con los programas *CFD* una vez se han alcanzado las condiciones permanentes.

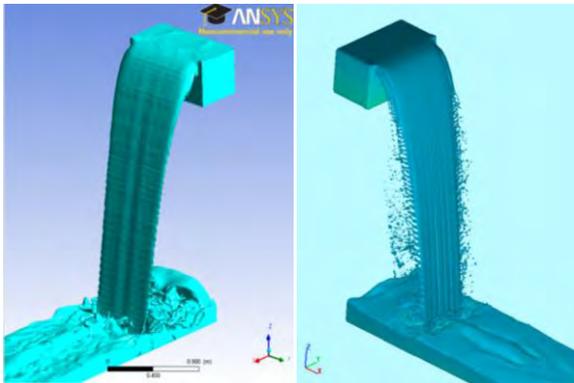


Figura 2. Lámina libre del chorro obtenida con *ANSYS CFX* y *FLOW 3D* ( $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $T_{u,x} = 0.16$ ,  $H = 2,27 \text{ m}$ ,  $h = 0,087 \text{ m}$ ,  $Y = 0,17 \text{ m}$ )

## 2. Resultados y discusión

Partiendo del modelo físico ubicado en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT, en este trabajo se presenta la comparativa de los resultados de laboratorio con los obtenidos en las simulaciones numéricas realizadas con los programas comerciales *ANSYS CFX* (versión 12.1) y *FLOW 3D* (versión 10.0), aplicados al estudio de chorros altamente turbulentos y aireados y cuencos de disipación. Los resultados se comparan también con la Metodología Paramétrica propuesta por Castillo (2006) para la evaluación de acciones hidrodinámicas a pie de presa, revisada por Castillo y Carrillo (2011).

Para realizar la comparación se consideran la sección del vertedero  $S_1$ , la condición inicial  $S_2$  (situada a la cota  $z = -h$ ), la condición incidente del chorro  $S_3$  y el impacto con la solera  $S_4$  (Fig. 3).

Las variables a considerar son:

- $H$  Diferencia entre la cota de lámina libre aguas arriba del aliviadero y en el cuenco
- $h$  Carga sobre vertedero
- $y_b$  Calado del flujo a su paso sobre el labio del aliviadero

- $V_0$  Velocidad del flujo a su paso sobre el labio del aliviadero
- $V_i$  Velocidad en la condición inicial
- $B_i$  Ancho del chorro en la condición inicial
- $V_j$  Velocidad incidente
- $B_j$  Ancho del chorro incidente
- $L_b$  Longitud de rotura del chorro
- $X_{imp}$  Distancia horizontal del aliviadero al punto de impacto
- $H_m$  Presión media del registro obtenido en el punto de estancamiento
- $Y_u$  Calado en el cuenco de disipación aguas arriba del impacto
- $Y$  Calado en el cuenco de disipación aguas abajo del impacto
- $\theta$  Ángulo de incidencia del chorro
- $C_p$  Coeficiente de presión dinámica media:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{V_j^2 / 2g}$$

siendo

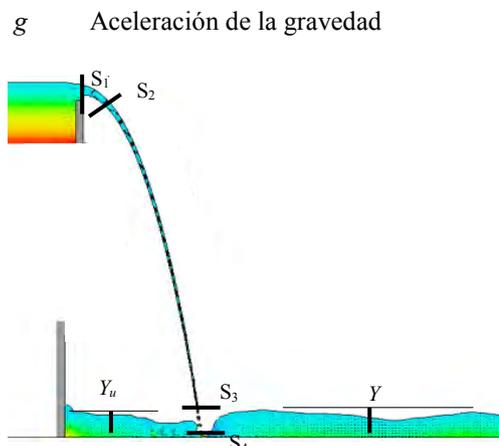


Figura 3. Descripción de las secciones a considerar

En la Tabla 1 se recogen los resultados obtenidos en las principales variables que intervienen en el fenómeno de chorros turbulentos.

Tabla 1: Comparación de variables que intervienen en el fenómeno de chorros turbulentos ( $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $T_{u,x} = 0.16$ ,  $H = 2.27 \text{ m}$ ,  $h = 0.087 \text{ m}$ ,  $Y = 0.17 \text{ m}$ )

	ANSYS CFX	FLOW 3D	Lab.	Param.
$h$ (m)	0.089	0.087	0.087	0.087
$y_b$ (m)	0.078	0.072	0.082	0.083
$V_0$ (m/s)	0.77	0.83	-	0.76
$V_i$ (m/s)	1.78	1.87	-	1.54
$B_i$ (m)	0.048	0.034	-	0.053
$V_j$ (m/s)	6.32	6.76	-	6.59
$B_j$ (m)	0.022	0.012	-	0.025
$L_b$ (m)	$> H$	$> H$	-	3.12
$X_{imp}$ (m)	0.75	0.70	0.74	0.73
$H_m$ (m.c.a.)	0.92	0.86	0.85	1.10
$Y_u$ (m)	0.12	0.18	0.16	0.17
$Y$ (m)	0.16	0.17	0.17	0.17
$\theta$ ( $^\circ$ )	82.75	82.18	-	81.58
$C_p$	0.37	0.30	0.34	0.41

En la tabla anterior se observa que con los 4 métodos se obtienen resultados muy similares. En todos los casos se tienen condiciones de colchón efectivo ( $Y > 4B_j$ ) y el chorro todavía mantiene un núcleo de agua compacto antes del impacto ya que no existe distancia suficiente de caída para que se produzca la disgregación total del chorro ( $H < L_b$ ).

En general las velocidades obtenidas con *FLOW 3D* son superiores a las obtenidas con *ANSYS CFX* (y por tanto menores los espesores del chorro). En *FLOW 3D* se observa que  $V_j$  es similar a la velocidad de caída libre sin tener en cuenta las pérdidas por rozamiento. Sin embargo, *FLOW 3D* obtiene una distancia al impacto  $X_{imp}$  inferior a *ANSYS CFX* y a la observada en laboratorio.

Por otro lado, los resultados del colchón aguas arriba del impacto del chorro  $Y_u$  con *ANSYS CFX* no son muy acertados, debido a que la alta tasa de aireación en esta zona, dificulta la obtención de la lámina libre.

Finalmente, el coeficiente de presión dinámica media obtenido con el Método Paramétrico es mayor que los otros debido a que esta formulación fue obtenida a partir de las envolventes de presiones medidas en laboratorio, quedando del lado de la seguridad, y siendo recomendado su uso hasta una turbulencia del 5% aguas arriba de la zona de vertido.

La Figura 4 compara la distribución de presiones obtenidas en el punto de estancamiento, cuando en las simulaciones se han alcanzado las condiciones de régimen permanente. *FLOW 3D* muestra una distribución similar a la observada en laboratorio. Sin embargo, los resultados de *ANSYS CFX* están más acotados y próximos al valor medio de los otros registros de presiones, debido posiblemente al tipo de promediado temporal del modelo de turbulencia *RANS* que *ANSYS CFX* realiza.

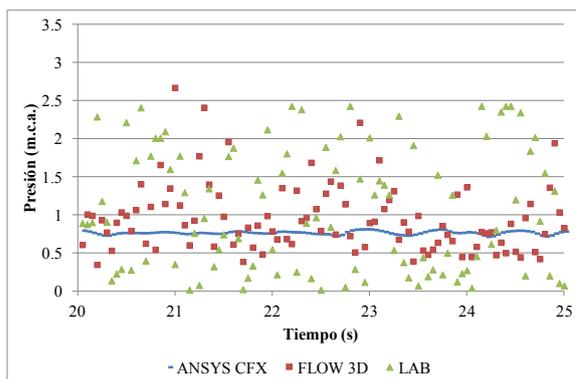


Figura 4. Distribución de presiones en el punto de estancamiento ( $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $T_{ux} = 0,16$ ,  $H = 2,27 \text{ m}$ ,  $h = 0,087 \text{ m}$ ,  $Y = 0,17 \text{ m}$ )

### 3. Conclusiones

Con el fin de mejorar el diseño de las estructuras de disipación y avanzar en el conocimiento de los chorros turbulentos, es necesario realizar más estudios experimentales, tanto en modelos como en prototipos, caracterizando simultáneamente el fenómeno de aireación del chorro junto a medidas de presión, velocidades y tasas de aireación.

Tras comparar los dos programas *CFD*, se puede decir que:

- *FLOW 3D* no es muy preciso en las inmediaciones de los puntos de estancamiento. Por otro lado, cada simulación requiere un tiempo de resolución mayor al requerido en *ANSYS CFX* y una capacidad de disco duro de aproximadamente 100 GB.
- *ANSYS CFX* obtiene un registro de presión promediado que contrasta con la variabilidad natural del fenómeno. Por otro lado, cuando la entrada de aire es muy elevada, la obtención de la lámina libre resulta bastante complicada.

### Referencias

- [1] ANSYS CFX (2010). ANSYS CFX. Reference Guide. Release 13.0.
- [2] Bardina, J.E., Huang, P.G. & Coakley, T.J. (1997). "Turbulence Modeling Validation Testing and Development". NASA Technical Mem. 110446.
- [3] Carrillo, J.M., Castillo, L.G. (2011). "Consideraciones del mallado aplicadas al cálculo de flujos bifásicos con las técnicas de dinámica de fluidos computacional". IV Jornada de Introducción a la Investigación de la UPCT, Cartagena, España.
- [4] Carrillo, J.M., Castillo, L.G. (2011). "Simulación de flujos bifásicos con metodología CFD y contrastación de resultados con medidas de laboratorio". II Jornadas de Ingeniería del Agua, Barcelona, España.
- [5] Castillo, L.G. (2006). "Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools". The 7<sup>th</sup> International Conference on Hydroscience and Engineering. September, Philadelphia, USA.
- [6] Castillo, L., Puertas, J., Dolz, J. (2007). "Discussion about Scour of Rock due to the impact of plunging high velocity jets". Journal of Hydraulic Research, Vol. 45, No. 6, pp. 715-723.
- [7] Castillo, L.G., Carrillo, J.M. (2011). "Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices". World Congress International Association of Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR). Brisbane, Australia.
- [8] FLOW 3D (2011). FLOW Science, Inc. FLOW 3D. Theory v10.0.
- [9] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Nithiarasu, P. (2005). "The Finite Element Method for Fluid Dynamics", Elsevier Butterworth-Heinemann, ISBN 0-7506-6322-7.
- [10] Wilcox, D.C. (2006). "Turbulence modeling for CFD", DCW Industries, Inc., ISBN 978-1-928729-08-2.



## HYDRODYNAMICS CHARACTERIZATION IN PLUNGE POOLS. SIMULATION WITH CFD METHODOLOGY AND VALIDATION WITH EXPERIMENTAL MEASUREMENTS

Luis G. Castillo<sup>1</sup>, José M. Carrillo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Civil Engineering, Universidad Politécnica de Cartagena, Spain

Paso Alfonso XIII, 52, 30203 Cartagena, Spain

E-mail: luis.castillo@upct.es, jose.carrillo@upct.es

### Abstract

The energy dissipation in plunge pools are produced principally by turbulence generation. In fall jets and in dissipation basins appear high turbulence and aeration phenomena, that cannot be correctly studied by the classical methodologies.

The Hydraulics Laboratory of the Universidad Politécnica de Cartagena (Spain) has an infrastructure designed specifically for the study of turbulent jets and energy dissipation in plunge pools. To improve the knowledge of the phenomenon of turbulent jets, we are measuring aeration rates by means of fiber optical equipment, velocities in different sections of the stilling basin with Doppler instrumentations and pressures on the bottom of the plunge pool with piezoresistive transducers.

The methodology of Computational Fluid Dynamics (*CFD*) simulates the interaction between different fluids, such as the air-water two-phase flows.

The methods used in *CFD* are based on numerical solution of the Reynolds Averaged Navier-Stokes (*RANS*) equations, together with turbulence models of different degrees of complexity. The turbulence models can be classified as either eddy viscosity models (e.g. *k-ε*, *RNG k-ε*, *k-ω*) or Reynolds Stress Models (*RSM*). Two equations turbulence models are using to analyze most of the variables involved in the phenomenon, while second-order closure models are employing to obtain a better characterization of the turbulence of the jet.

This paper compares the Parametric theory proposed by Castillo (2006, 2007) for the evaluation of hydrodynamic action in plunge pools, revised by Castillo and Carrillo (2011), with more and new laboratory measurements and the simulation results obtained with *CFD* software *ANSYS CFX* and *FLOW 3D*.

### Introduction

The rectangular jet or nappe flow constitutes one of the types of plunge pools in arch dams. The selection of the plunge pool depth is usually a technical and economic decision between a deep pool which needn't lining, or a

shallow pool which needs a lining. Therefore, a designer needs to know the magnitude, frequency and extent of the dynamic pressure on the pool floor as a function of the jet characteristics.

The characterization of pressures in plunge pools has been obtained using different scale models: Moore (1943), Lencastre (1961), Ervine and Falvey (1987), Withers (1991), Ervine et al. (1997), Bollaert (2002), Bollaert and Schleiss (2003), Manso et al. (2005) and Federspiel (2011).

In Spain these line of research has been undertaken at Universidad Politécnica de Cataluña by Castillo (1989, 1998), Armengou (1991), Puertas (1994), Castillo et al. (1991, 1999) and at Universidad Politécnica de Cartagena by Castillo (2002, 2006, 2007, 2009, 2010, 2011).

The principal mechanism of energy dissipation are the spreading of the plunging jet (aeration and atomization in the air), air entrainment by the entering jet and diffusion in the pool and finally, the impact with the pool base. For design considerations we define both the issuance conditions and the impingement conditions.

The issuance conditions, located at the exit of the spillway structure, are defined by the mean velocity  $V_i = (2gh_0)^{1/2}$ , where  $h_0$  is approximately equal twice times the energy head,  $h$ .

The principal impingement conditions situated at entrance to the pool are the mean velocity,  $V_j$ , and the impingement jet thickness,  $B_j = B_g + \zeta$ , in where  $B_g$  is the thickness by gravity conditions and  $\zeta$  is the jet lateral spread distance by turbulence effect and is approximately equal to the square root of the fall distance (Davies, 1972), and on the other hand, the jet thickness decreases due to gravity effect.

Another important parameter is the jet break-up length,  $L_b$ , beyond this distance the jet is completely developed, it no longer contains a core but consists essentially of blobs of water that disintegrate into finer and finer drops. For flows smaller than 0.25 m<sup>2</sup>/s (laboratory tests values), the Horeni's formulae  $L_b \sim 6q^{0.32}$  (cited by Ervine et al., 1997) seems to be correct (Castillo, 2006).

For the nappe flow case, Castillo (2006, 2007) proposed some estimators of the turbulence intensity at issuance conditions ( $T_u^*$ ), jet break-up length ( $L_b$ ), lateral spread

distance ( $\xi$ ), impingement thickness ( $B_j$ ) and the mean dynamic pressure coefficient ( $C_p$ ).

The turbulence intensity at issuance conditions for laboratory specific flow ( $q < 0.25 \text{ m}^2/\text{s}$ ) is:

$$T_u^* = q^{0.43}/IC \quad (1)$$

$IC$  are the initial conditions with dimensions [ $L^{0.86}T^{-0.43}$ ]:

$$IC = 14.95g^{0.50}/(K^{1.22}C_d^{0.19}) \quad (2)$$

where  $g$  is the gravity acceleration,  $K$  is a non-dimensional fit coefficient ( $\approx 0.85$ ) and  $C_d$  the discharge coefficient [ $L^{0.5}T^{-1}$ ].

The jet break-up length is obtained with the expression:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{(K_\phi T_u F_i^2)^{0.82}} \quad (3)$$

being  $F_i$  and  $T_u = \overline{V}_i'/V_i$  the Froude Number and the turbulent intensity in issuance conditions.  $\overline{V}_i'$  and  $V_i$  are the RMS and mean velocities of the stream wise.  $K_\phi = \overline{V}_i'/w'$  is the turbulence parameter coefficient.

The impingement jet thickness is obtained with:

$$B_j = B_g + 2\xi = \frac{q}{\sqrt{2gH}} + 4\phi\sqrt{h_0}[\sqrt{H} - \sqrt{h_0}] \quad (4)$$

where  $H$  is the height between upstream water level and downstream water,  $\phi = K_\phi T_u$  is the turbulence parameter in nappe flow case and  $h_0 \approx 2h$  the issuance conditions level.

For the mean dynamic pressure coefficient, Castillo (2006) considers two cases:

If  $Y \leq 4B_j$ :

$$C_p = 0.36(H/L_b)^{-1.04} \quad (5)$$

If  $Y > 4B_j$ :

$$C_p = \frac{H_m - Y}{V_j^2/2g} = ae^{-b(Y/B_j)} \quad (6)$$

where  $H_m$  is the head mean registered at plunge pool bottom (stagnation point),  $Y$  is the depth at plunge pool and  $V_j$  is the impingement velocity. The parameters  $a$  and  $b$  of the equation (6) can be obtained from the Table 1.

Table 1: Parameters of the mean dynamic pressure coefficient when  $Y > 4B_j$ :

$H/L_b$	$a$	$b$	$C_p$ ( $Y/B_j > 4$ )
< 0.5	0.98	0.070	0.78
0.5-0.6	0.92	0.079	0.69
0.6-0.8	0.65	0.067	0.50
1.0-1.3	0.65	0.174	0.32
1.5-1.9	0.55	0.225	0.22
2.0-2.3	0.50	0.250	0.18
> 2.3	0.50	0.400	0.10

The trajectory of the central nappe is obtained with the Scimemi formulae (1930).

$$x^* = 2.155(y^* + 1)^{\frac{1}{2.33}} - 1$$

$$x^* = x/h; \quad y^* = y/h \quad (7)$$

where  $x$  and  $y$  are the coordinates axis.

The jet initial velocity on weir crest is:

$$V_0 = \alpha V = \alpha (q/y_b) \quad (8)$$

being  $\alpha$  the Coriolis coefficient and  $y_b$  the jet depth on weir crest.

The ratio between the pool depth under nappe,  $Y_u$ , and the water cushion,  $Y$ , is calculated with the Cui Guang Tao formulae (1985, revised by Castillo, 1989):

$$Y_u/Y = \sqrt{1 - 2F_D[(V_j/V_D)\beta \cos\theta - 1]} \quad (9)$$

where  $F_D = V_D^2/(gY)$  is the square Froude number,  $V_D$  is the downstream velocity in the water cushion,  $\beta \approx 0.6$  is the head loss coefficient and  $\theta$  is the impingement jet angle.

### Turbulent Jets Device

The device of turbulent jets and energy dissipation in the nappe flow case (Figure 1), allows us to study air-water two-phase phenomena (aeration, spray, spread and impact).

The mobile mechanism allows us to vary the discharge heights between 1.70 and 4.00 m and flows between 10 and 150 l/s. The plunge pool is a methacrylate's box (1.60 m height and 1.05 m wide) in which can be regulated different water cushion. Instantaneous pressure measurements are registered with piezoresistive transducers located on plunge pool bottom, instantaneous velocities with ADV equipment and mean velocities and aeration rates with fiber optical instrumentation. In addition, the high-speed video instrumentation will permit us to characterize the turbulence phenomenon.

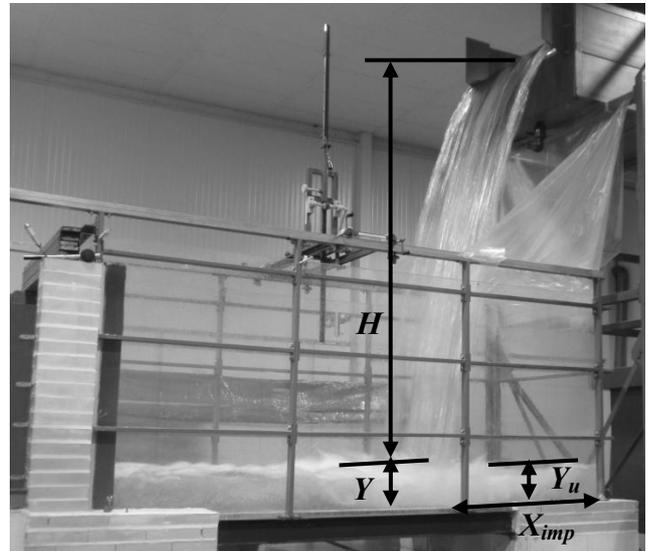


Figure 1: Structure of turbulent jets

## Numerical Modeling

The main advantage of the methodology called "Computational Fluid Dynamics" (*CFD*) is the possibility it offers to investigate physical fluid systems, providing lot of data, increased profitability, flexibility and speed than that obtained with experimental procedures. However, to a correct use, it is necessary to contrast and to calibrate with data obtained in prototype or physics model.

In this paper, the *CFD* methodology is applied to the investigation of flows highly aerated and turbulent, using the programs *ANSYS CFX* (2009) and *FLOW 3D* (2011). The programs solve the differential equations of the phenomenon in control volumes defined by the meshing of the fluid domain, retaining the reference quantity (mass, momentum, energy) in the three directions for each control volume identified.

To complement the numerical solution of Reynolds equations and average Navier-Stokes (*RANS*), turbulence models has been used. There are many turbulent models of diverse complexity, from the isotropic models of two-equation like the classic  $k-\varepsilon$  to the second moment closure models (*SMC*) like the Reynolds Stress Model.

The *SMC* models are based on the solution of a transport equation for each of the independent Reynolds stresses in combination with the  $k-\varepsilon$  or the  $k-\omega$  equation. The experience shows that the increased number of transport equations in the *SMC* models leads to reduced numerical robustness, requires increased computational effort and for this reason are rarely used.

The two equations models have been widely applied in the solution of many flows of engineering interest. The  $k-\varepsilon$  (*k-epsilon*) model, has been implemented in most general purpose *CFD* codes and is considered the industry standard model, but may not be suitable to solve flows with boundary layer separation. The  $k-\omega$  based models try to give a highly accurate predictions of the flow separation.

In *ANSYS CFX* we used the  $k-\omega$  based Shear-Stress-Transport (*SST*) model. This model was designed to give highly accurate predictions of the onset and the amount of flow separation under adverse pressure gradients by the inclusion of transport effects into the formulation of the eddy-viscosity. The best performance of this model has been demonstrated in a large number of validation studies (Bardina et al, 1997).

In *FLOW 3D* we used the  $k-\varepsilon$  model. Even though the based on Renormalization-Group (*RNG*)  $k-\varepsilon$  model is theoretically more accurate than the standard  $k-\varepsilon$  model, Wilcox (2006) obtained that the  $k-\varepsilon$  model seems to be more accurate than the *RNG*  $k-\varepsilon$  in plane jets.

In *ANSYS CFX* we have also used a Reynolds Stress model based on the  $\omega$ -equation to solve the turbulent component velocities ( $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ) in the falling jet.

To solve the two-phase air-water in *ANSYS CFX* we used the homogeneous model. It can be considered as a limit case of the inhomogeneous model, in which the transfer rate at the interface is very great. A common flow field is shared by all fluids, remained valid in flows domain by gravity when the phases are completely stratified (case of a free surface flow in which the interface is well defined).

In *FLOW 3D* we selected the one fluid option, joined the air entrainment, density evaluation and drift flux explicit models.

In the study of turbulent jets flow separation and high turbulence exist. They need high quality mesh elements in order to solve the problem with the highest accuracy. The mean difference among the different mesh elements is the number of nodes and their distribution. In this way, more node number drove to obtain better results.

We have used in both software hexahedral mesh elements. The total number of elements used in the *ANSYS CFX* simulation was 750,544 elements, with length scale in the falling jet boundary and at stagnation point of 0.01 m.

In *FLOW 3D* firstly we started modeling the failing jet boundary and the water cushion near the impact point with 0.005 m length scale, but it was observed that the mean pressure in the stagnation point was 1.62 meters, almost two times the lab measurements. Possibly due to the high horizontal velocity downstream the stagnation point ( $\approx 6$  m/s), the flow sweeps the water cushion near the jet impact (see Figure 2). This seems to be related with the turbulence models available in *FLOW 3D*. However, if the mesh size is changed then you can correct this unreal situation. In this way, it was used 1,978,756 elements, with 0.005 m length scale in the falling jet boundary and 0.01 m in the water cushion.

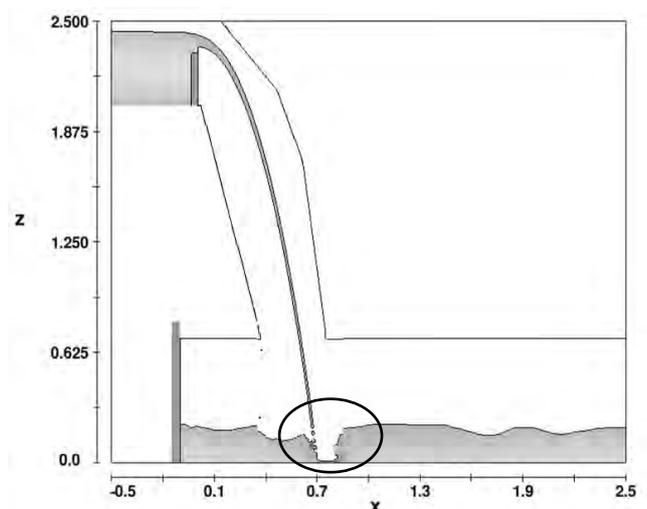


Figure 2: Sweep of the water cushion under the jet impact in *FLOW 3D*

The model boundary conditions correspond to the flow and turbulence inlet, upstream and downstream levels and their hydrostatic pressures distributions.

All scenarios have been calculated by a transient calculation time of 60 seconds and to obtain the results we have used a 20 Hz frequency, the same as used in the lab pressure measurements. In Figure 3 we can observe that permanent conditions are reached after 20 seconds of simulation. In *ANSYS CFX* we solved using a step interval of 0.05 seconds while in *FLOW 3D* we fixed the time step in 0.0001 seconds in order to avoid that the solver use a smaller time due to step stability solver criteria when the permanent condition starts.

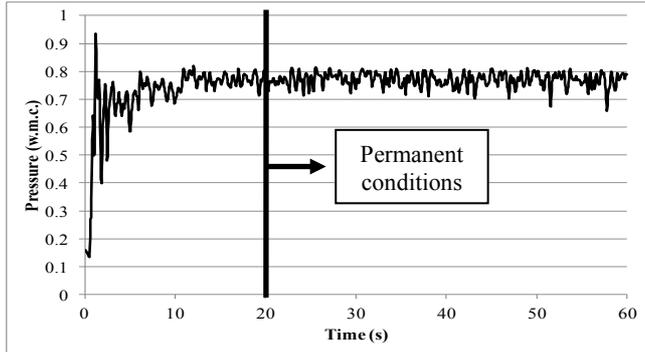


Figure 3: Transient of total pressure at the stagnation point of the plunge pool

The mean total wall clock time in *ANSYS CFX* was  $4.099\text{E}+05$  seconds ( $\approx 5$  days) and  $1.073\text{E}+06$  seconds ( $\approx 12$  days) in *FLOW 3D* in a CPU with 8 cores.

We have used the ratio 0.5 of Water Volume Fraction in order to obtain the free surface in the jet and in the stilling basin. Figure 4 shows the free surface obtained with the *CFD* programs when permanent conditions are reached. We can see that the jet profile is very similar to the lab jet shows in the description of the lab device.

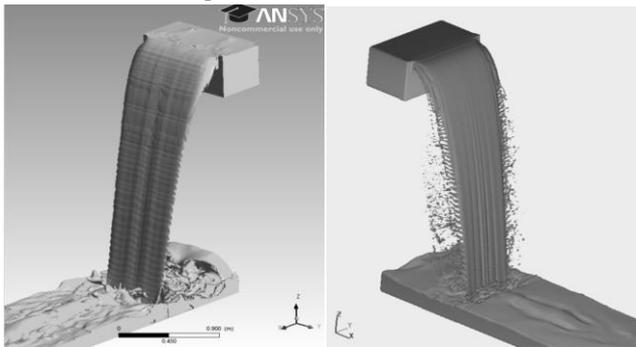


Figure 4: Free surface of turbulent jets solved with *ANSYS CFX* and *FLOW 3D* ( $q = 0.058\text{m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27\text{m}$ ,  $h=0.087\text{m}$ ,  $Y = 0.17\text{m}$ )

## Results and Discussion

In order to entry the most accurate laboratory conditions in the numerical models, we measured the weir upstream section with Acoustic Doppler Velocimeter. In this way, we could know the real turbulence level in the inlet section. The measured section was located 0.50 m upstream the free discharge weir in order to avoid the perturbations near the weir.

The turbulent velocities measured with *ADV* methodology was used as input data in the numerical simulations.

In Figure 5 we can see the differences among the numerical solutions and the lab measurements in the pressure distribution at the stagnation point when permanent conditions are reached. *ANSYS CFX* obtains a little variability of pressure at the stagnation point while *FLOW 3D* shows a distribution more similar to the lab measurements.

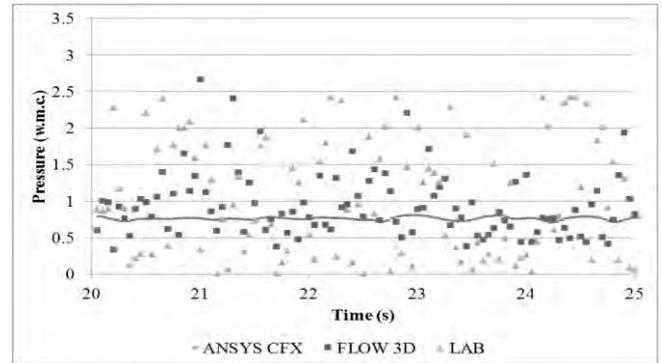


Figure 5: Pressure at the stagnation point of the plunge pool Table 2 shows a comparison of the most important parameter that appears in the phenomenon of turbulent jets. Data were extracted from the numerical modeling carried out with *ANSYS CFX* and *FLOW 3D* and measurements in the Hydraulic Laboratory of the Universidad Politécnic de Cartagena. This data are compared too with the results proposed by Castillo (2006) and called here as Parametric methodology.

Table 2: Comparison of the principal measurement and calculated variables ( $q = 0.058\text{m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27\text{m}$ ,  $h=0.087\text{m}$ ,  $Y = 0.17\text{m}$ )

	CFX ( $T_{u,x}=0.16$ )	FLOW3D ( $T_{u,x}=0.16$ )	Lab	Param.
$h$ (m)	0.089	0.087	0.087	0.087
$y_b$ (m)	0.078	0.072	0.082	0.083
$V_0$ (m/s)	0.77	0.83	-	0.76
$V_i$ (m/s)	1.78	1.87	-	1.54
$B_i$ (m)	0.048	0.034	-	0.053
$V_j$ (m/s)	6.32	6.76	-	6.59
$B_j$ (m)	0.022	0.012	-	0.025
$L_b$ (m)	> H	> H	-	3.12
$X_{imp}$ (m)	0.75	0.70	0.74	0.73
$H_m$ (w.c.m.)	0.92	0.86	0.85	1.10
$Y_u$ (m)	0.12	0.18	0.16	0.17
$Y$ (m)	0.16	0.17	0.17	0.17
$\theta$ ( $^\circ$ )	82.75	82.18	-	81.58
$C_p$	0.37	0.30	0.34	0.41

In this table we can see that the four methodologies offer very similar results. In all of them we have effective cushion ( $Y > 4 B_j$ ). Also a solid core jet reaches the water cushion because there is not enough distance of fall to

produce the disintegration of the jet ( $H < L_b$ ). The main differences correspond to the jet thickness obtained in *FLOW 3D* that are little smaller than the other methods. The calculation of  $Y_u$  in *ANSYS CFX* is difficult because of the high air entrainment rate in this point complicates the free surface visualization. On the other hand, the mean dynamic pressure coefficient obtained with Parametric methodology is bigger than the other due to the parameter of the Table 1 (obtained as upper envelope of lab measurements). This formulation is valid up to an inlet turbulence of 0.05.

Due to we have a high turbulence ( $T_{u,x} = 0.16$ ) in the inlet of our physic dispositive, we considered necessary to know how different turbulence rates in the inlet affect the numerical solutions.

In order to know the turbulent parameter  $K_\phi$ , we simulated the failing jets in *ANSYS CFX* using a second moment closure turbulent model based on the  $\omega$ -equation. So, we have considered three different turbulences in the inlet condition ( $T_{u,x} = 0.16, 0.03$  and  $0.01$ ). Following a streamline we can see in the Figure 6 the evolution of  $T_u$  for each inlet turbulent intensity  $T_{u,x}$ .

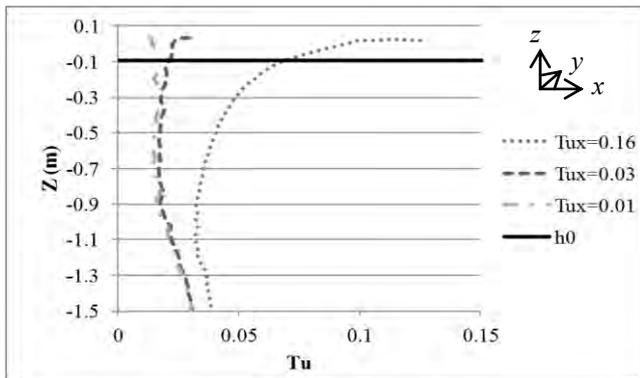


Figure 6: Evolution of the turbulence of the failing jet  
This Figure shows us that, even thought the turbulences in the inlet condition are different,  $T_u$  tends to be equal when there are sufficient distance of fall from the weir.

In a similar way, we can see the evolution of the turbulent parameter  $K_\phi$  (Figure 7).

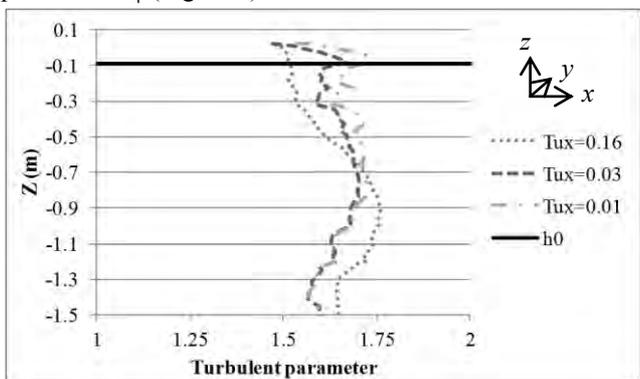


Figure 7: Evolution of the turbulent parameter  $K_\phi$   
For this specific flow we observe in Figure 7 that  $K_\phi$  is between 1.5 and 1.75.

Table 3 shows the results obtained in the initial conditions of the Parametric methodology ( $Z = -h$ ), for different turbulences at the inlet condition.

Table 3: Turbulent velocities ( $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ) in the initial conditions section ( $Z = -h$ ),  $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$  and  $h = 0.087 \text{ m}$

	CFX ( $T_{u,x}=0.16$ )	CFX ( $T_{u,x}=0.03$ )	CFX ( $T_{u,x}=0.01$ )
$V_i$ (m/s)	1.78	1.67	1.65
$u'$ (m/s)	5.765e-02	1.969e-02	1.543e-02
$v'$ (m/s)	7.260e-02	2.096e-02	1.545e-02
$w'$ (m/s)	8.484e-02	2.204e-02	1.546e-02
$\bar{V}'$ (m/s)	1.257e-01	3.623e-02	2.675e-02
$T_u$	7.060e-02	2.170e-02	1.621e-02
$\bar{V}' = f(w')$	1.48w'	1.64w'	1.73w'

In previous studies it was found that the turbulent parameter of plane jets is approximately 1.50 when  $T_{u,x}$  in the inlet condition, is near to 16 %. The results of this study show that if the turbulence at the inlet condition decreases, the vertical turbulent velocity  $w'$  decreases, then the turbulent parameter increases to the value of  $K_\phi \approx 1.73$ .

However, we need to follow working in order to get a universal relation between the inlet turbulent intensity and the turbulent parameter in the initial conditions.

Finally, Tables 4 and 5 shows the results obtained with *ANSYS CFX* and *FLOW 3D*, varying the turbulence in the inlet condition.

Table 4 shows that the variation of the turbulence at the inlet condition of *ANSYS CFX* only affects the mean pressure at the stagnation point and therefore vary the  $C_p$  while the other parameters have almost the same value.

Table 4: Comparison of the principal variables obtained with *ANSYS CFX* ( $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27 \text{ m}$ ,  $h = 0.087 \text{ m}$ ,  $Y = 0.17 \text{ m}$ )

	CFX ( $T_{u,x}=0.16$ )	CFX ( $T_{u,x}=0.03$ )	CFX ( $T_{u,x}=0.01$ )
$h$ (m)	0.089	0.089	0.089
$y_b$ (m)	0.078	0.077	0.078
$V_0$ (m/s)	0.77	0.79	0.79
$V_i$ (m/s)	1.78	1.75	1.75
$B_i$ (m)	0.048	0.048	0.047
$V_j$ (m/s)	6.32	6.30	6.32
$B_j$ (m)	0.022	0.023	0.022
$L_b$ (m)	$> H$	$> H$	$> H$
$X_{imp}$ (m)	0.75	0.75	0.74
$H_m$ (w.c.m.)	0.92	0.84	0.86
$Y_u$ (m)	0.12	0.10	0.115
$Y$ (m)	0.16	0.16	0.16
$\theta$ ( $^\circ$ )	82.75	82.42	82.49
$C_p$	0.37	0.34	0.34

Nevertheless, Table 5 shows that the variation of the turbulence not affects the results of *FLOW 3D*.

Table 5: Comparison of the principal variables obtained with *FLOW 3D* ( $q = 0.058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2.27 \text{ m}$ ,  $h=0.087 \text{ m}$ ,  $Y = 0.17\text{m}$ )

	FLOW3D ( $T_{u,x}=0.16$ )	FLOW3D ( $T_{u,x}=0.03$ )	FLOW3D ( $T_{u,x}=0.01$ )
$h$ (m)	0.087	0.087	0.087
$y_b$ (m)	0.072	0.071	0.071
$V_0$ (m/s)	0.83	0.81	0.81
$V_i$ (m/s)	1.87	1.84	1.84
$B_i$ (m)	0.034	0.034	0.034
$V_j$ (m/s)	6.76	6.80	6.74
$B_j$ (m)	0.012	0.014	0.011
$L_b$ (m)	>H	>H	>H
$X_{imp}$ (m)	0.70	0.71	0.71
$H_m$ (w.c.m.)	0.86	0.88	0.89
$Y_u$ (m)	0.18	0.175	0.175
$Y$ (m)	0.17	0.18	0.18
$\theta$ (°)	82.18	82.39	82.33
$C_p$	0.30	0.30	0.31

### Conclusions

In order to improve the design of energy dissipation structures: arch dams, overtopping gravity dams, fall structures in channels, it is necessary to advance in the knowledge and characterization of the hydrodynamic actions.

The parametric methodology used in this paper is based only on the results of pressure measurements at the bottom of the stilling basin.

To advance knowledge in this area it is necessary to make more experimental studies, both physical models and prototypes, simultaneously characterizing the phenomena produced in the jets aeration and measures of pressures, velocities and aeration rates in stilling basins.

To conclude our comparison between *CFD* programs, we can say that *FLOW 3D* is not very accurate near stagnation points, forcing us to increase the mesh size, against the meshing theory. On the other hand, *ANSYS CFX* obtains a average pressures register in contrast to the natural variability of the phenomenon.

The laboratory results allow us to calibrate and validate some commercial programs *CFD*. As can see, progress in the characterization of the phenomenon of turbulent jets with *ANSYS CFX* and *FLOW 3D* are being made. Later we wish to validate the results with some Lagrangian program.

This is the objective of the present paper, whose results and conclusions will hopefully contribute to advance the understanding of these phenomena.

### References

- Annandale, G.W. (2006). Scour Technology. *McGraw-Hill*, N.Y, USA.
- ANSYS CFX (2010). ANSYS CFX. *Reference Guide. Release 13.0*.
- Armengou, J. (1991). Vertido libre por coronación presas bóveda. Análisis del campo de presiones en cuenco amortiguador. *PhD Thesis*. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Bardina, J.E., Huang, P.G. & Coakley, T.J. (1997). Turbulence Modeling Validation Testing and Development. *NASA Technical Mem.* 110446.
- Bollaert, E. & Schleiss, A. (2003). Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets Part I: A state-of-the-art review. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 41, No.5, pp. 451-464.
- Castillo, L. (1989). Metodología experimental y numérica para la caracterización del campo de presiones en los disipadores de energía hidráulica. Aplicación al vertido libre en presas bóveda. *PhD Thesis*. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Castillo, L., Puertas, J. & Dolz, J. (1999). Discussion about pressure fluctuations on plunge pool floors. *Journal of Hydraulic Research*, Vol.37, No.2, pp. 272-788.
- Castillo, L. (2002). Parametrical analysis of the ultimate scour and mean dynamic pressures at plunge pools. Proc. *École Polytechnique Fédérale de Lausanne*, Switzerland. Schleiss & Bollaert (eds). A.A. Balkema.
- Castillo, L. (2006). Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools. *The 7th International Conference on Hydroscience and Engineering (ICHE-2006)*, IAHR, ASCE, Drexel University. College of Engineering. DSpace Digital Lybrary. DU Haggerty Library. Philadelphia, USA.
- Castillo, L. (2007). Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool. *32nd Congress of IAHR, the International Association of Hydraulic Engineering & Research*, Vol.2, pp. 645-655, Venice, Italy.
- Castillo, L., Puertas, J. & Dolz, J. (2007). Discussion about Scour of Rock due to the impact of plunging high velocity jets. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 45, No. 6, pp. 715-723.
- Castillo, L. & Carrillo, J.M. (2011). Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices. *34th IAHR World Congress. International Association of Hydro-Environment Engineering and Research*. Brisbane, Australia.
- Cui, G. T. (1985). Gongba yiliu shuishe dui hechuang zuoyonghi ji qi yinxiang de yanjiu. *Shuli xuebao* (8), pp. 53-68. [Efeito do impacto, no leito do rio, da lamina descarregada sobre uma barragem-abóbada. I.C.T. TR. 829 LNEC, Lisboa, 1986].
- Davies, J.T. (1972). Turbulence phenomena. *Academic Press*, New York.
- Ervine, D.A. & Falvey, H.R. (1987). Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools. *Proceedings of the Institutions of Civil Engineers*, Part. 2, Vol. 83, pp. 295-314.
- Ervine, D.A., Falvey, H.T. & Withers, W.A. (1997). Pressure fluctuations on plunge pool floors. *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 35, No. 2, pp. 257-279.
- Federspiel, M.P. (2011). Response of an Embedded Block Impacted by High-Velocity Jets. *PhD Thesis*. École Politechnique Fédérale de Lausanne, Suisse.
- FLOW 3D (2011). FLOW Science, Inc. *FLOW 3D. Theory v10.0*.
- Manso, P.A., Bollaert, E.F.R. & Schleiss, A.J. (2005). Dynamic pressures generated by plunging jets in confined pools under extreme flood discharges. *XXXI IAHR Congress*, Seoul, CD\_Rom, pp: 2848-2860.
- Puertas, J. (1994). Criterios hidráulicos para el diseño de cuencos de disipación de energía en presas bóveda con vertido libre por coronación. *PhD Thesis*. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Scimeni, E. (1930). Sulla forma delle vene tracimanti. *L'Energia Elettrica*, Aprile, pp. 293-305.
- Wilcox D.C. (2006). Turbulence modeling for CFD. *DCW Industries, Inc*.
- Withers, W. (1991). Pressure fluctuation in plunge pool of an impinging jet spillway. *PhD Thesis*, University of Glasgow, United Kingdom.

## NUMERICAL SIMULATION AND VALIDATION OF INTAKE SYSTEMS WITH CFD METHODOLOGY

Luis G. Castillo<sup>1</sup>, Jose M. Carrillo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Civil Engineering, Universidad Politecnica de Cartagena, Spain  
Paso Alfonso XIII, 52, 30203 Cartagena, Spain  
E-mail: luis.castillo@upct.es, jose.carrillo@upct.es

### Abstract

Intake systems generally consist in a rack located in the bottom of the channel, so that the water collected passes down the rack. These structures have been adopted in small mountain rivers with steep slopes and irregular riverbed, with intense sediment transport and flood flow.

Its design is intended to meet two primary objectives: : to derive as much water as it possible with the minimum solids. Nosedá (1956) studied different typologies of racks. The racks were formed with bars with *T* profiles with the wing willing horizontal parallel to the direction of the flow, and *L* profiles with the long side perpendicular to the horizontal direction of flow. The bars used had the same width, but the longitudinal layout was modified to consider different spacing between them.

In each test was measured the flow collected in the rack and the longitudinal profile of the flow in the centerline of the channel.

The methodology of Computational Fluid Dynamics (*CFD*) simulate the interaction between different fluids, such as the sediment-water two-phase flows that appear in the phenomenon of intake systems.

The methods used in *CFD* are based on numerical solution of the Reynolds Averaged Navier-Stokes (*RANS*) equations, together with turbulence models of different degrees of complexity.

This paper compares some of the experimental results in clear water, obtained by Nosedá with the simulations results obtained with the *CFD* commercial programs *ANSYS CFX* and *FLOW 3D*.

### Introduction

When we design a intake system we need considerer aspects geomorphologic, hydraulic, structural and economic in order to avoid unnecessary maintenance and functionality problems during the entire life of the project.

The efficiency of racks depend on diverse factors as e.g. number of bars, flow entrain conditions, inclination, shape and spacing between bars.

The theoretical analysis supposes that the flux over the rack can be treated as a one-dimensional movement with flow progressively decreasing. In this way, it is considered a hydrostatic pressure distribution over the rack in the flow direction.

The hydraulic comportment of the racks is also influenced by the bars disposition. In the longitudinal bars, the flow collected appears as a function of the local energy flow while in transversal bars or circular perforations the flow collected is related with the local flow level (Mostkow, 1957).

Starting form velocity measurements in the free surface, Brunella et al. (2003) obtained that the dissipation effects are insignificant. However, in the final part of the racks this effects cannot be neglected due to the local effects of the flow level generate friction effects.

Righetti et al. (2000) consider that it is possible calculate the flow differential of the water collected with the following formulae:

$$dq(x) = C_q \omega \sqrt{2g(H_0 + \Delta z)} dx \quad (1)$$

where  $\omega$  is the total area of the spacing,  $dx$  is the increment longitudinal in the flow direction,  $H_0$  is the specific energy in the start of the rack,  $\Delta z$  is the difference between the initial rack section and the analyzed section and  $C_q$  is the discharge coefficient. According this author,  $C_q = \sin \alpha$ , being  $\alpha$  the angle of the velocity vector of water collected with the rack plane (Figure 1).

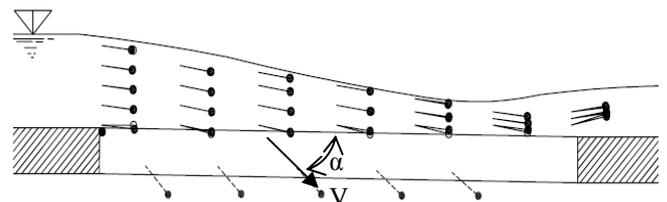


Figure 1: Inclination  $\alpha$  of the streamlines of the flow collected, (Righetti et al., 2000)

## Purpose

As a result of the existence of boundary layer separations and high turbulence that difficult the study with traditional methodologies, we consider necessary carry out a parallel numerical modeling study in order to complement the data obtained in physics models. For this reason, we used two Computational Fluid Dynamic program (*CFD*) in order to obtain the next points:

- To verify the *ANSYS CFX* and *FLOW 3D* program capacity as a tool of flow analysis over intake systems.
- To prove the accuracy of their solutions, a comparison with the experimental measurements obtained by Nosedá (1956), is carried out.

## Physic Model

The physic model studied by Nosedá (Figure 2) was built with Plexiglas wall that permitted to see the flow. It consisted in a 8-meter length and 0.50-meter width channel, a rack with different slopes, the discharge channel and the discharge water collected channel. The rack had aluminum bars and was located in the bottom of the channel.

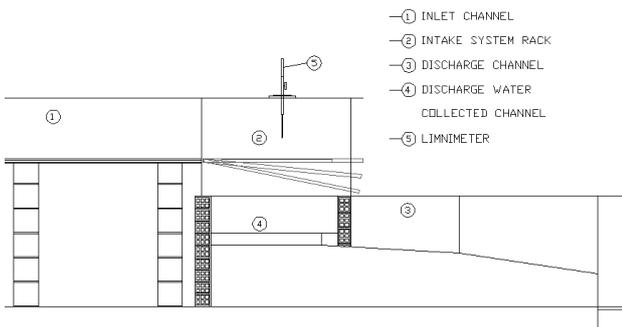


Figure 2: Lab model of the intake system

The experiments were carry out with different types of rack. The racks were built with *T* profile and *L* profile bars. The bars used had the same width, but the longitudinal layout was modified to consider different spacing between them. In Table 1 we can see the geometric characteristics of each experiment that we have modeled with *CFD* program.

Table 1: Geometric characteristics of the lab experiments

Experiment	A	B	C
Length, $L$ (m)	0.900	0.900	0.900
Bar type (mm)	T 30/25/2	T 30/25/2	T 30/25/2
Direction of the flow	Longitudinal	Longitudinal	Longitudinal
Spacing, $b_1$ (mm)	5.70	8.50	11.70
Coefficient $m = \frac{b_1}{b_1+30}$	0.16	0.22	0.28

In each experiment, the entrain and exit flows and the longitudinal flow profile were measured.  $q_1$  is the entrain specific flow,  $q_2$  is the specific discharge flow and  $q_d$  is the specific discharge flow collected in the intake system. Table 2 shows the entrain specific flows measured.

Table 2: Entrain specific flows in the physic model

Nº experiment	1	2	3	4	5
$q_1$ (l/s/m)	53.8	77.0	114.6	155.4	198.3

Finally, in Table 3 we can see the flow characteristics in the inlet of the intake system where  $e_0$  is the flow specific energy and  $h_1$  is the depth.

Table 3: Principal characteristics in the physic model

Rack type	$q_1$ (l/s/m)	$e_0$ (cm)	$h_1$ (cm)	$\frac{h_1}{e_0}$
Horizontal A, B, C rack with subcritical flow in the inlet	53.8	9.98	6.66	0.667
	77.0	12.68	8.45	0.667
	114.6	16.53	11.02	0.667
	155.6	20.25	13.50	0.667
	198.3	23.82	15.88	0.667

## Numerical Model

The Computational Fluid Dynamics programs allow us to simulate the interaction among different fluids as a two-phase air-water or flows and different concentrations in the case of sediment transport. The programs solve the fluid mechanic problem into whatever geometric configuration, providing lot of data, increased profitability, flexibility and speed than that obtained with experimental procedures. However, to a correct use, it is necessary to contrast and to calibrate with data obtained in prototype or physics model. To test the hydraulic compartment of a intake system, the experimental data measured by Nosedá was used in order to model and calibrate the *CFD* program (*ANSYS CFX* and *FLOW 3D*).

The *CFD* codes solve the differential Navier-Stokes equations of the phenomenon in control volumes defined by the meshing of the fluid domain, retaining the reference quantity (mass, momentum, energy) in the three directions for each control volume identified. The Navier-Stokes equations are:

Continuity equation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (2)$$

Momentum equation:

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (3)$$

Energy equation:

$$\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E \quad (4)$$

were

$$\tau = \mu \left( \nabla U + (\nabla U)^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot U \right) \quad (5)$$

$$h_{\text{tot}} = h + \frac{1}{2} U^2 \quad (6)$$

being  $p$  the pressure,  $\rho$  the flow density,  $U$  the velocity vector,  $\tau$  the stress,  $h$  the energy,  $S_M$  the sum of body forces,  $S_E$  the momentum source,  $\lambda$  the volumetric viscosity,  $\mu$  the dynamic viscosity and  $\delta$  the Kronecker Delta function.

To complement the numerical solution of Reynolds equations and average Navier-Stokes (*RANS*), has been used turbulence model. There are many turbulent models of diverse complexity, from the isotropic models of two-equation like the classic  $k-\varepsilon$  to the second moment closure models (*SMC*) like the Reynolds Stress Model.

The *SMC* models are based on the solution of a transport equation for each of the independent Reynolds stresses in combination with the  $k-\varepsilon$  or the  $k-\omega$  equation. The experience shows that the increased number of transport equations in the *SMC* models leads to reduced numerical robustness, requires increased computational effort and for this reason are rarely used.

The two-equation models has been widely applied in the solution of many flows of engineering interest. The  $k-\varepsilon$  (*k-epsilon*) model, has been implemented in most general purpose *CFD* codes and is considered the industry standard model, but may not be suitable to solve flows with boundary layer separation. The  $k-\omega$  based models try to give a highly accurate predictions of the flow separation.

In *ANSYS CFX* we used the  $k-\omega$  based Shear-Stress-Transport (*SST*) model. This model was designed to give a highly accurate predictions of the onset and the amount of flow separation under adverse pressure gradients by the inclusion of transport effects into the formulation of the eddy-viscosity. The best performance of this model has been demonstrated in a large number of validation studies (Bardina et al, 1997).

In *FLOW 3D* we used the Renormalization-Group (*RNG*)  $k-\varepsilon$  model (Yakhot and Orszag, 1986; Yakhot and Smith, 1992). This turbulence model applies statistical methods to the derivation of the averaged equations for turbulence quantities, such as turbulent kinetic energy and its dissipation rate. Generally, the *RNG*  $k-\varepsilon$  model has wider applicability than the standard  $k-\varepsilon$  model. In particular, the *RNG* model is known to describe low intensity turbulence flows and flows having strong shear regions more accurately (Flow 3D, 2011).

To solve the two-phase air-water in *ANSYS CFX* we used the homogeneous model. In *FLOW 3D* we selected the one fluid option, join the air entrainment models.

In the study of intake system exist flow separation and high turbulence that need high quality mesh elements in order to solve the problem with the highest accuracy.

We have used in both program hexahedral mesh elements. The total number of elements used in the *ANSYS CFX* simulation was 109,262 elements, with 0.004 m length scale near the rack and 0.008 m in the rest of the model. In *FLOW 3D* we used mesh size with 0.002 m length scale near the rack and 0.004 m in the rest of the model in order to approach to the bar contours, using 331,484 elements.

The model boundary conditions corresponds to the flow at the inlet, upstream and downstream levels and their hydrostatic pressures distributions. In the bottom of the exit channel of water collected by the rack we used opening boundary condition in *ANSYS CFX* and outflow in *FLOW 3D* due that in this boundary the hydrostatic pressure condition is not allow.

For simplicity, we considered that in the intake system all the longitudinal bars work in the same mode. For this reason, we considered the existence of symmetry conditions in the central plane of the spacing between bars. In Figure 3 we can see that the domain fluid modeled have the longitudinal bar in the middle of two symmetry conditions.

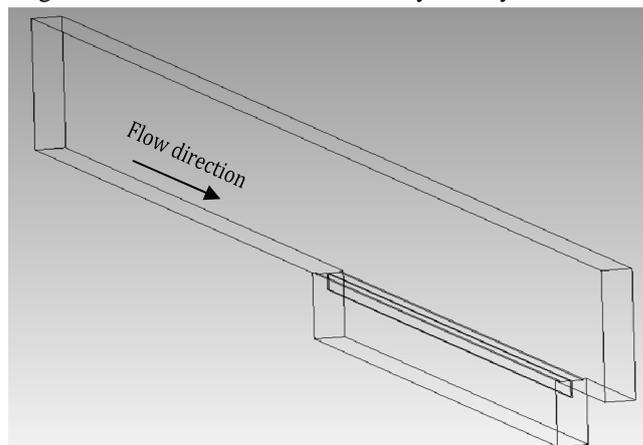


Figure 3: Detail of fluid domain geometry

*ANSYS CFX* allows to model steady state simulations. We have used a 0.05-second time-step. Using a 8-core CPU, the mean resolution time was 1.20 hours.

In *FLOW 3D* it is only able to run transient state simulations. However it is possible to use stop criteria when the simulation reach the steady state. The timescale is obtained in each step in order to satisfy different internal stability criteria. Figure 4 shows the evolution of the time-step size in each step and how the time-step decreases when the simulation is reaching the steady state. The final time-step in the majority of the simulations was near 0.0002 seconds, requiring 1.30 hours to solve the whole problem. However, in some simulations the time-step reached the 0.00002 seconds, increasing the time resolution up to 11 hours.

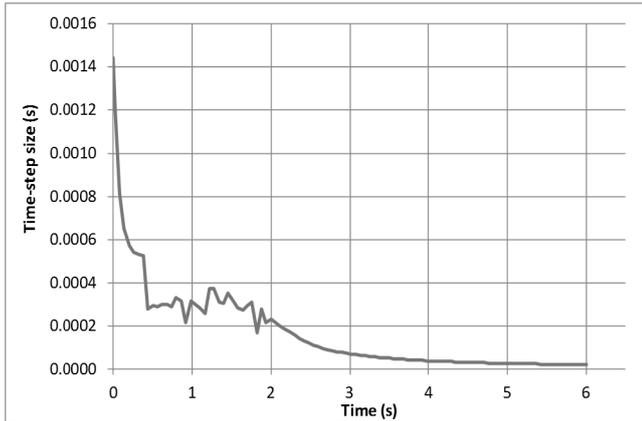


Figure 4: Varying of the time-step size in *FLOW 3D*.

### Results and Discussion

In order to know the accuracy of the numerical simulations data, in the first place, we are going to compare the longitudinal flow profiles over the centre of the bar with the results obtained in the physic model by Nosedá.

Figure 5 compares the flow profiles measured in lab over the centre of the bars with the data obtained with the two programs, with spacing  $b_1 = 11.70$  mm (coefficient  $m=0.28$ ) and specific flow  $q_1= 198.30$  l/s/m and  $q_1= 53.80$  l/s/m. We can see that, for the biggest spacing between bars, the water profiles obtained with *CDF* methodology are very similar to the lab measurements.

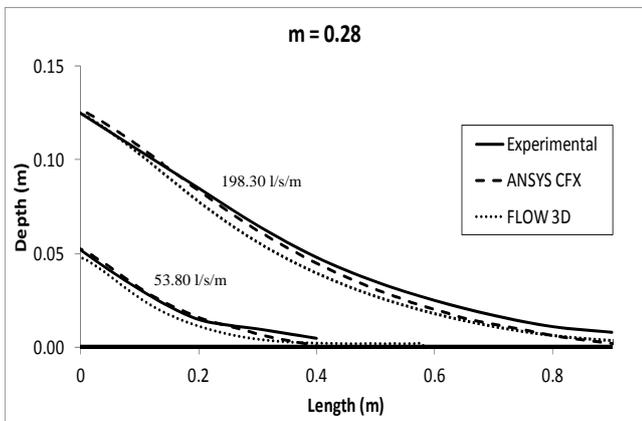


Figure 5: Flow profiles over the centre of the bar with horizontal rack,  $b_1 = 11.70$ mm and  $q_1$  53.8 and 198.30 l/s/m

In a similar way, Figure 6 compares the depth of the longitudinal flow profiles obtained with the biggest and the smallest specific flows using the three methodologies, and considering spacing  $b_1 = 8.50$ mm ( $m = 0.22$ ) and specific flow  $q_1= 198.30$  l/s/m and  $q_1= 53.80$  l/s/m. We can see that *ANSYS CFX* obtains a profile a little more accurate than *FLOW 3D*.

Finally, Figure 7 graphs the depth water profiles considering  $b_1 = 5.70$  mm ( $m = 0.16$ ) and specific flow  $q_1=198.30$  l/s/m and  $q_1= 53.80$  l/s/m. We can observe that *ANSYS CFX* reproduces with better accuracy the free

surface profiles, while *FLOW 3D* obtains profiles up to 1.5 cm below the lab measurements in the final part of the rack.

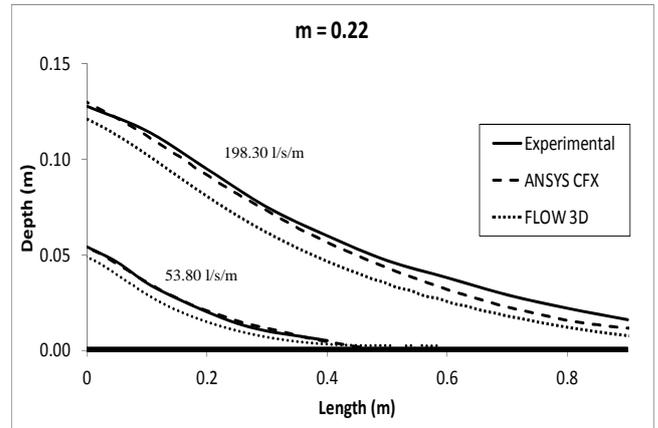


Figure 6: Flow profiles over the centre of the bar with horizontal rack,  $b_1 = 8.50$  mm and  $q_1$  53.8 and 198.30 l/s/m

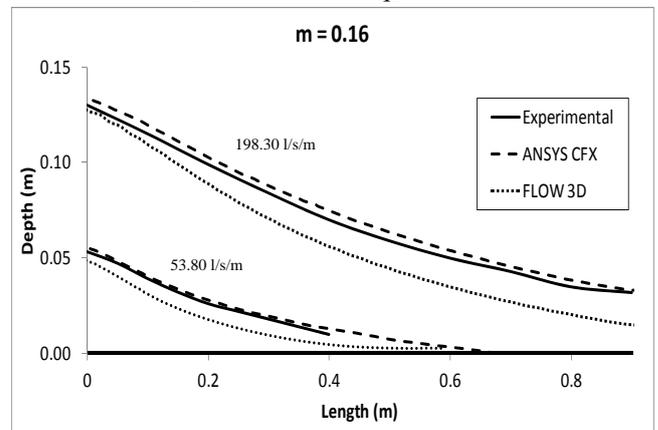


Figure 7: Flow profiles over the centre of the bar with horizontal rack,  $b_1 = 5.70$  mm and  $q_1$  53.8 and 198.30 l/s/m

After this, we compare the ratio between specific flow,  $q_1$ , and specific flow collected in the intake system,  $q_{di}$ , for the three spacing.

In this way, in Figure 8 we can see that the ratio flow entrain-flow collected is almost the same for the intake system with the biggest separation between bars.

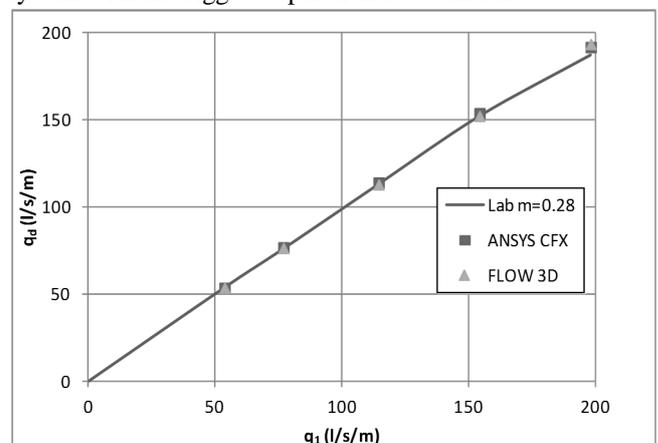


Figure 8: Derivation capacity of the intake system, with  $b_1=11.70$  mm

With the intermedium spacing, we obtained similar results too, except for  $q_I=198.31/s/m$  in which both programs collect more flow (Figure 9).

The results obtained in the modelation of the highest flow rates with the smallest separation (Figure 10) shows that FLOW 3D collects more flow than the lab measurements.

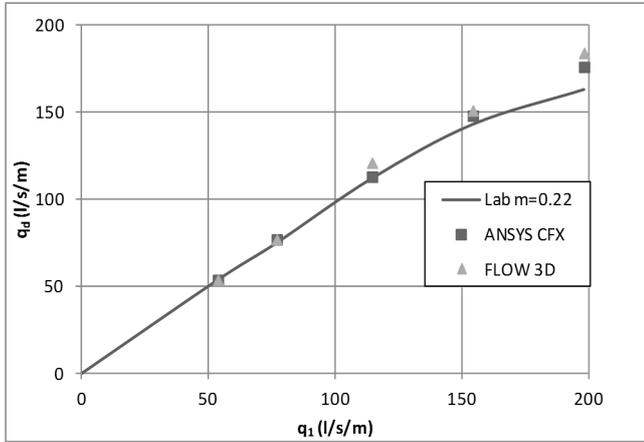


Figure 9: Derivation capacity of the intake system, with  $b_I=8.50$  mm

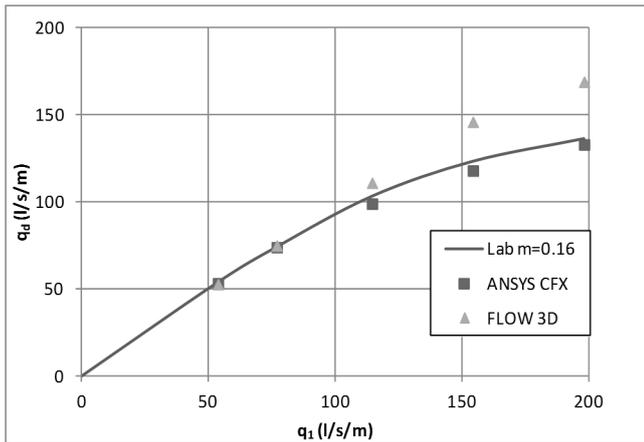


Figure 10: Derivation capacity of the intake system, with  $b_I=5.70$  mm

Carrying out a qualitative analysis of streamlines, in Figure 11 and 12 we can see the semejance among the streamlines calculated in the numeric simulations and the obtained with laser methodology by Righetti and Lanzoni (2008).

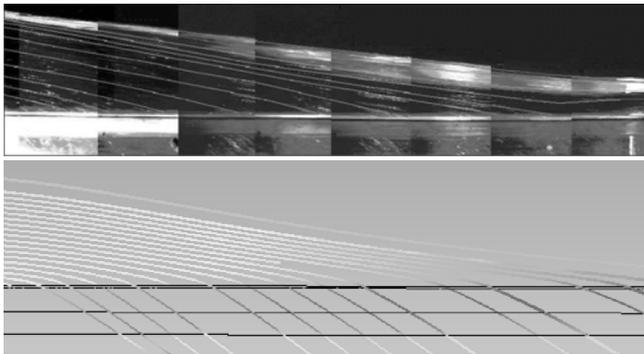


Figure 11: Streamlines over the rack. Up: Photo with laser light by Righetti and Lanzoni (2008). Down: Result obtained with ANSYS CFX

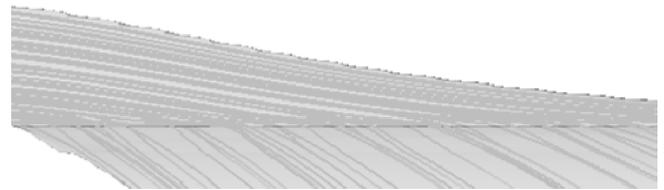


Figure 12: Streamlines over the rack. Result obtained with FLOW 3D

Finally, we compare the angle of the velocity vector of water collected with the rack plane,  $\alpha$ , measured in the centre of the spacing between bars.

Righetti et al. (2000) obtained in their lab studies that the range of  $\sin \alpha$  is among 0.5 and 0.7, reducing according the depth water decrease.

Figures 13, 14 and 15 shows the results obtained with numerical simulations using CFD programs for the specific flow  $q_I=198.30$  l/s/m and  $q_I= 53.80$  l/s/m. Despite the fact that we have used different setting bars and flows, we can see that the values obtained are in the same rate than the observed in lab, reducing  $\sin \alpha$  downstream with the decreasing of the depth water, where the result obtained with FLOW 3D show a little more variability of  $\sin \alpha$ .

On the other hand, there are not significant variations among the results obtained with different spacing.

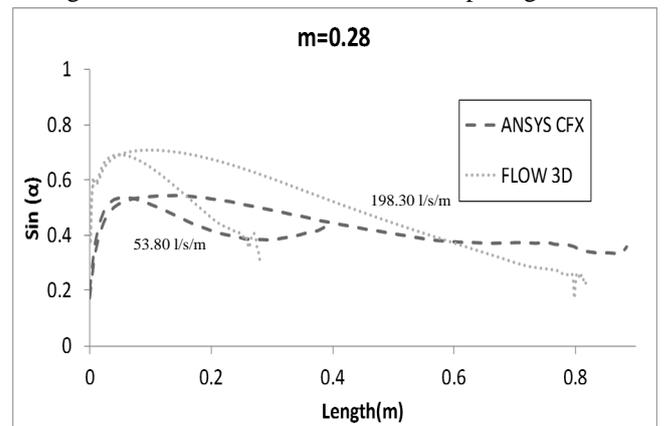


Figure 13: Variation of  $\sin(\alpha)$  in the centre of the spacing, with  $b_I= 11.70$  mm and  $q_I$  53.8 and 198.30 l/s/m

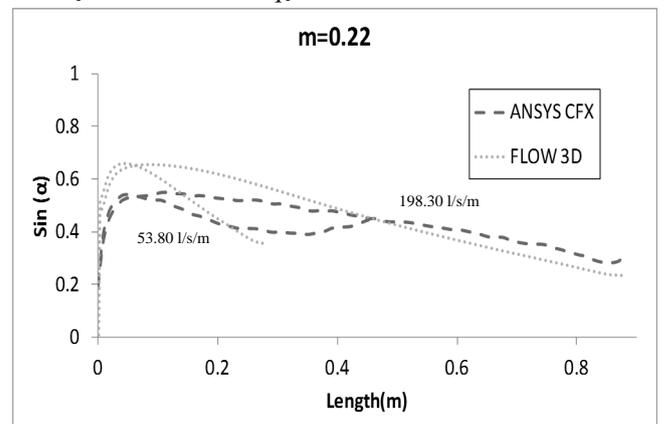


Figure 14: Variation of  $\sin(\alpha)$  in the centre of the spacing, with  $b_I= 8.50$  mm and  $q_I$  53.8 and 198.30 l/s/m

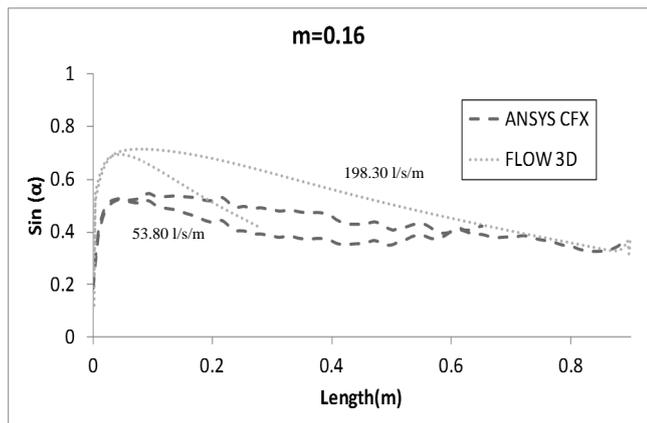


Figure 15: Variation of  $\sin(\alpha)$  in the centre of the spacing, with  $b_1 = 5.70$  mm and  $q_1$  53.8 and 198.30 l/s/m

### Conclusions

In this paper we have tested the accuracy of the numeric results obtained with *CFD* methodology in order to model a intake system.

With these results, we can highlight the following advantages of each program in the intake system modeling:

#### ANSYS CFX

- Allows to use a steady state.
- We can use a fix time-step so that we approximately know when the simulation will finish.
- $k-\omega$  based and second moment closure turbulence models can be used.

#### FLOW 3D

- We can verify the evolution of the solution while it is solving the problem.
- It is possible to use a stop criteria when the steady state is reached.
- The water free surface obtaining is easier.

In summary, we can say that *ANSYS CFX* has a little more capacity to model flows over intake systems.

Nevertheless, to improve knowledge in this area it is necessary to make more experimental studies, both physical models and prototypes, simultaneously characterizing the phenomena produced over the rack and measured of depths, velocities and sediment rates. This will allow us to calibrate and validate the *CFD* codes.

### Future Works

This work consists in the study of clean water over a rack using *CFD* methodology. In order to improve the knowledge of this structures, we are building an intake system in the Hydraulic Laboratory of the Universidad Politecnica de Cartagena (Figure 16).

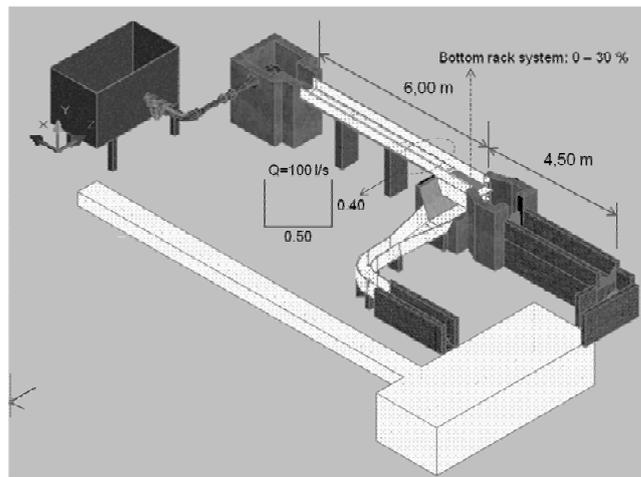


Figure 16: Physic model of intake system

We will analyze different configuration of bars (shape, spacing, tilt) and the effect of different sediment concentrations flowing over a intake system.

### Acknowledgments

The research is part of the project PEPLAN: "Hydrological modeling in Semi-Arid Regions. Subproject 3: Modeling of intakes in ephemeral rivers". The authors are grateful for financial support of Consejería de Universidades, Empresa e Investigación of Comunidad Autónoma of Región de Murcia.

### References

- ANSYS CFX (2010). ANSYS, Inc. ANSYS CFX. Reference Guide. Release 13.0.
- Bardina, J.E., Huang, P.G. & Coakley, T.J. (1997). Turbulence Modeling Validation Testing and Development. *NASA Technical Memorandum* 110446.
- Brunella, S., Hager, W. & Minor, H. (2003). Hydraulics of Bottom Rack Intake. *Journal of Hydraulic Engineering*/ January, USA: 4- 9.
- Castillo, L. & Lima, P. (2010). Análisis del dimensionamiento de la longitud de reja en una captación de fondo. *XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Punta del Este, Uruguay.
- FLOW 3D (2011). FLOW Science, Inc. *FLOW 3D. Theory v10.0*.
- Noseda, G. (1956). Correnti permanenti con portata progressivamente decrescente, defluenti su griglie di fondo. *L'Energia Elettrica*, pp. 565-581.
- Righetti, M., Rigon, R. & Lanzoni, S. (2000). Indagine sperimentale del deflusso attraverso una griglia di fondo a barre longitudinali. *Proc., XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Vol. 3, Genova, Italy, 112-119.
- Righetti, M. & Lanzoni, S. (2008). Experimental Study of the Flow Field over Bottom Intake Racks. *Journal of Hydraulic Engineering* © ASCE/ January 2008/pp. 15-22.
- Yakhot, V. & Orszag, S.A. (1986). Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory. *Journal of Scientific Computing*, Volume 1, Number 1, pp. 3-51.
- Yakhot, V. & Smith, L.M. (1992). The renormalization group, the  $\epsilon$ -expansion and derivation of turbulence models. *Journal of Scientific Computing*, Volume 7, Number 1, pp. 1.

IAHR

CIC

**XXV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA  
SAN JOSÉ, COSTA RICA, 9 AL 12 DE SEPTIEMBRE DE 2012**

**CARACTERIZACIÓN DEL FENÓMENO DE VERTIDO LIBRE FRENTE A  
VARIACIÓN DEL ÍNDICE DE TURBULENCIA INICIAL CON  
METODOLOGÍA CFD**

*Luis G. Castillo Elsitdié, José María Carrillo Sánchez*  
*Universidad Politécnica de Cartagena. Grupo de I+D+i Hdr@m. España*  
*luis.castillo@upct.es, jose.carrillo@upct.es*

**RESUMEN:**

La turbulencia constituye uno de los principales mecanismos de disipación de energía en los cuencos de vertido libre. En la caída de los chorros y en los cuencos surgen fenómenos de alta turbulencia y aireación que no pueden ser estudiados de modo adecuado con las metodologías tradicionales.

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena (España) cuenta con una infraestructura diseñada específicamente para el estudio de chorros turbulentos y su difusión en el cuenco de disipación de energía. Para avanzar en el conocimiento de este tipo de estructuras, se están realizando mediciones de tasas de aireación, velocidades y presiones en distintas secciones del cuenco.

La metodología de Dinámica de Fluidos Computacional (*CFD*) simula la interacción entre diferentes fluidos, como el fenómeno bifásico aire-agua, pero debe ser verificada y calibrada.

Este artículo compara la Metodología Paramétrica propuesta por Castillo (2006, 2007) para la evaluación de acciones hidrodinámicas en cuencos de disipación, revisada por Castillo y Carrillo (2011), con nuevas mediciones de laboratorio y los resultados de simulaciones obtenidos con programas *CFD*.

**ABSTRACT:**

Turbulence constitutes one of the principal mechanisms of energy dissipation in plunge pools. In fall jets and in dissipation basins appear high turbulence and aeration phenomena that cannot be correctly studied by the classical methodologies.

The Hydraulics Laboratory of the Universidad Politécnica de Cartagena (Spain) has an infrastructure designed specifically for the study of turbulent jets and their diffusion in the energy dissipation basin. To improve the knowledge of the phenomenon of this structures type, aeration rates, velocities and pressures in different sections of the stilling basin are being measured.

The methodology of Computational Fluid Dynamics (*CFD*) simulates the interaction between different fluids, such as the air-water two-phase flows but it must be tested and calibrated.

This paper compares the Parametric Methodology proposed by Castillo (2006, 2007) for the evaluation of hydrodynamic action in plunge pools, revised by Castillo and Carrillo (2011), with more and new laboratory measurements and the simulation results obtained with *CFD* programs.

**PALABRAS CLAVES:** cuenco de disipación; chorro turbulento; *CFD*

## INTRODUCCIÓN

El vertido por coronación es una de las formas de disipación de energía empleado en las presas arco. La elección del tipo de cuenco de amortiguación suele ser una decisión técnico-económica entre un cuenco de gran profundidad y sin revestimiento y un cuenco con poca profundidad y con revestimiento.

Para la adecuada elección de la profundidad del cuenco, es necesario conocer la magnitud y frecuencia de la presión dinámica en la solera en función de las características del chorro incidente.

Existen diferentes formulaciones empíricas que caracterizan las presiones en los cuencos de disipación. Todas ellas se basan en estudios de modelos a escala en laboratorio dada la complejidad de instalar instrumentación en prototipos. Destacan los estudios de Moore (1943), Lencastre (1961), Cola (1965), Aki (1969), Hartung and Häusler (1973), Beltaos (1976), Xu-Do-Ming et al. (1983), Lemos et al. (1984), Cui Guang Tao et al. (1985), Ervine and Falvey (1987), Withers (1991), Ervine et al. (1997), Bollaert (2002), Bollaert and Schleiss (2003), Manso et al. (2005) y Federspiel (2011).

En España, esta línea de investigación se ha desarrollado en la Universidad Politécnica de Cataluña por Castillo (1989, 1998), Armengou (1991), Castillo et al. (1991, 1999, 2007), Puertas (1994), y en la Universidad Politécnica de Cartagena por Castillo (2002, 2006, 2007) y Castillo et al. (2007, 2009, 2010, 2011).

La disipación de energía del chorro se puede dividir en cuatro fases: disgregación del chorro en el vuelo (aireación más atomización), arrastre de aire cuando el chorro entra en el cuenco, difusión en el cuenco y finalmente impacto con la solera del cuenco.

Se definen dos condiciones a tener en cuenta de cara al diseño de vertidos por coronación:

- Condiciones de vertido. Se localizan a la salida del aliviadero, en la sección del chorro cuya cota corresponde a  $z = -h$ , siendo  $z$  la componente vertical con origen en el labio del aliviadero y sentido ascendente, y  $h$  la carga sobre vertedero medida a partir del umbral de vertido.
- Condiciones incidentes. Se obtienen en la sección transversal del chorro justo antes del impacto con el colchón de agua.

En la condición inicial se considera la velocidad media del flujo  $V_i = (2g/h_0)^{1/2}$ , siendo  $h_0$  aproximadamente el doble de la altura de la carga sobre el vertedero. En la sección inmediatamente anterior al impacto del chorro con el colchón de agua se definen velocidad media  $V_j$  y el ancho del chorro  $B_j = B_g + 2\zeta$ , donde  $B_g$  es el espesor del chorro por condiciones gravitatorias, que disminuye debido a la gravedad, y  $\zeta$  es la expansión lateral del chorro por efectos de aireación y turbulencia, variando con la raíz cuadrada de la distancia de caída (Davies, 1972).

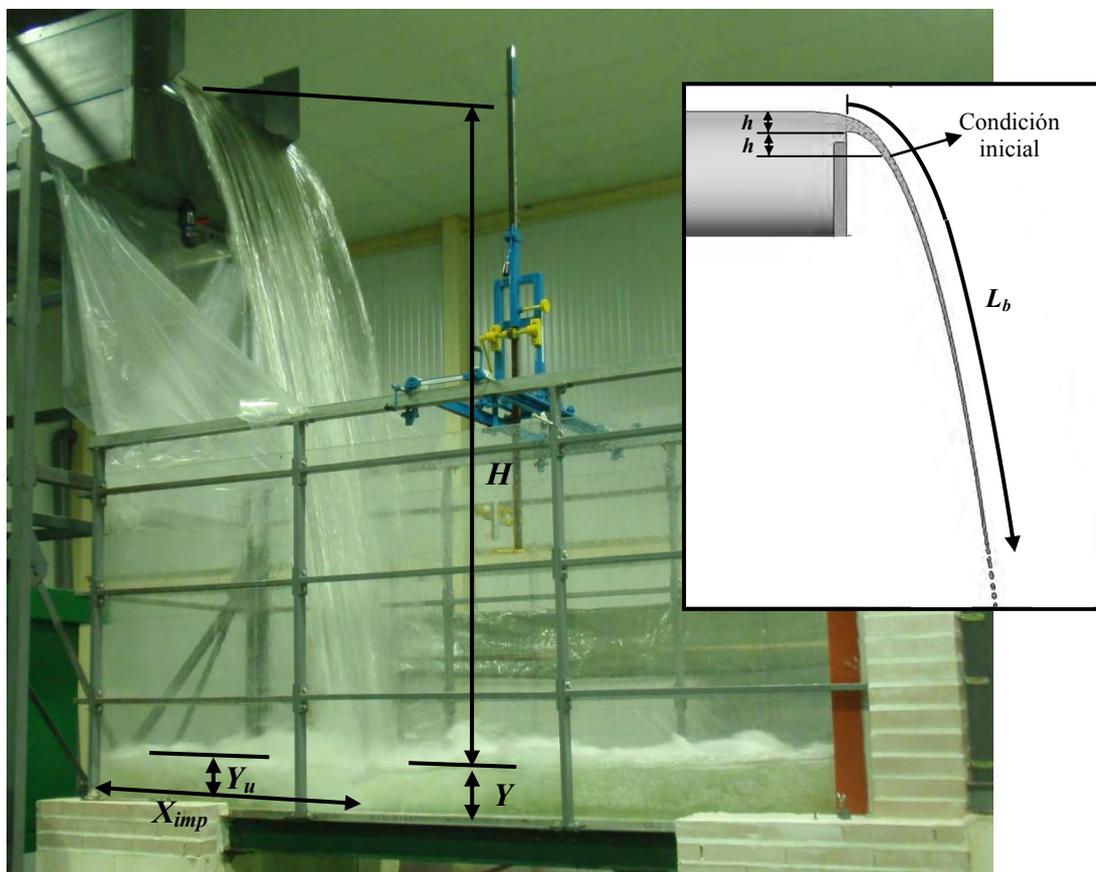
La longitud de rotura del chorro,  $L_b$ , es la distancia a partir de la cual el chorro se encuentra totalmente disgregado, estando formado por grandes gotas de agua que se van descomponiendo en gotas más pequeñas debido al rozamiento con el aire. Para caudales de hasta  $0,25 \text{ m}^2/\text{s}$  (caudales de laboratorio), la fórmula de Horeni  $L_b \approx 6 q^{0.32}$  (citada por Ervine et al., 1997) parece ser correcta (Castillo, 2006).

A partir del estudio de registros de presiones instantáneas en la solera de cuencos de disipación, Castillo (2006, 2007) propuso una Metodología Paramétrica para el cálculo del coeficiente de presión dinámica  $C_p$  en el punto de estancamiento. Para su obtención se tiene en cuenta la diferencia entre la cota de la lámina libre aguas arriba del aliviadero y la superficie libre en el cuenco  $H$ , la carga de presión media registrada en el punto de estancamiento  $H_m$ , el ancho del chorro en la condición incidente  $B_j$ , la longitud de rotura del chorro y el calado en el cuenco  $Y$ .

Para el cálculo de la longitud de rotura y del ancho del chorro en la condición incidente se requiere conocer la intensidad de turbulencia en la condición inicial, obtenida como  $T_u = \overline{V_i'}/V_i$ , donde  $\overline{V_i'}$  y  $V_i$  son la raíz cuadrática media y la velocidad media del chorro en la dirección principal. Por otro lado, se requiere conocer el coeficiente del parámetro de turbulencia  $K_\phi = \overline{V_i'}/w'$ , siendo  $w'$  la componente turbulenta vertical de la velocidad.

## DISPOSITIVO DE CALIBRACIÓN

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena cuenta con una infraestructura diseñada específicamente para el estudio de chorros turbulentos y disipación de energía en aliviaderos de vertido libre. En la Figura 1 puede observarse la forma de la napa y la elevada entrada de aire que produce como consecuencia del impacto del chorro con el cuenco de amortiguación, así como la zona de condiciones iniciales y la longitud de desintegración del chorro.



**Figura 1.-** Dispositivo de chorros turbulentos y detalle de la zona del vertedero

El dispositivo, que permite analizar caudales entre 10 y 150 l/s, consiste en un cajón móvil que permite variar la altura de vertido entre 1.70 y 4.00 metros, junto a un cuenco fijo de disipación de energía de 1.05 m de ancho y 1.60 m de altura construido en metacrilato donde se pueden disponer diferentes profundidades de colchón de agua.

Para avanzar en el conocimiento del fenómeno bifásico aire-agua analizado, actualmente se están realizando mediciones de presiones instantáneas con sensores piezorresistivos ubicados en la solera del cuenco, junto al estudio de velocidades instantáneas en diferentes secciones del cuenco mediante equipos Doppler y tasas de aireación con la metodología de fibra óptica. Además, se cuenta con una cámara de video de alta velocidad para el estudio del fenómeno turbulento.

## MODELO NUMÉRICO

La principal ventaja de la metodología *CFD* es que permite resolver los problemas de mecánica de fluidos, proporcionando gran cantidad de resultados con mayor flexibilidad y velocidad que con los procedimientos experimentales. Sin embargo, para su correcto uso es necesario realizar una comparación y calibración previa con resultados obtenidos en modelos físicos y/o prototipos.

En este trabajo se presenta la modelación numérica realizada con los programas comerciales de Dinámica de Fluidos Computacional *ANSYS CFX* (versión 12.1) y *FLOW 3D* (versión 10.0) y su

contrastación con los datos obtenidos en laboratorio en el estudio de chorros altamente turbulentos y aireados.

Al ser programas de volúmenes finitos, el dominio fluido del área de estudio queda dividido en volúmenes de control, en cada uno de los cuales se calculan los parámetros del flujo (velocidad, presiones, etc.) en tiempos discretos, cumpliendo el equilibrio de las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen el fenómeno en las tres direcciones.

En principio, las ecuaciones de Navier-Stokes describen los flujos laminar y turbulento sin necesidad de información adicional. Sin embargo, los flujos turbulentos con números de Reynolds reales abarcan un amplio rango de longitud de turbulencia y tiempos de escala. Su resolución directa implica tamaños de volúmenes finitos de mallado muy reducidos, dificultando en la práctica su solución numérica, al exigir enormes capacidades de cálculo.

Para obtener la solución en tiempos adecuados se emplean los modelos de turbulencia, diseñados para predecir los efectos de la turbulencia sin necesidad de resolver todas las escalas de turbulencia. De este modo el problema de clausura puede ser resuelto de forma eficiente.

Se han desarrollado numerosos modelos que aproximan la turbulencia basándose en el promediado de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes (*RANS*). Algunos de ellos tienen aplicaciones específicas mientras que otros pueden ser aplicados a una gran cantidad de flujos con un grado razonable de fiabilidad. Los modelos de turbulencia tienen distintos grados de complejidad que van desde los modelos isotrópicos de dos ecuaciones como el clásico  $k-\varepsilon$ , hasta los modelos de cierre de segundo orden como el denominado modelo de tensiones de Reynolds (*SMC*).

Los modelos de cierre de segundo orden resuelven de modo independiente cada componente de las tensiones de Reynolds, combinando las ecuaciones de transporte con las ecuaciones  $k-\varepsilon$  o  $k-\omega$ , y obteniendo las componentes de la velocidad turbulenta. Sin embargo, las experiencias con estos modelos muestran que el incremento del número de ecuaciones de transporte en los modelos *SMC* provoca una reducción de la robustez de la solución, requiriendo un mayor esfuerzo computacional. Por este motivo raramente son empleados en la industria, optándose por los modelos de dos ecuaciones dada su gran estabilidad y mayor eficiencia en la resolución.

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones han sido empleados para obtener la solución de muchos flujos de interés ingenieril. El modelo  $k-\varepsilon$  ha sido implementado en la mayoría de los códigos *CFD* y se le considera el modelo estándar en la industria, pero no resulta adecuado para resolver flujos con separación de la capa límite. Sin embargo, los modelos basados en  $k-\omega$  se orientan a obtener una mejor caracterización en los fenómenos de separación de flujos.

En este estudio se han considerado dos tipos de modelo:

- Modelos de cierre de primer orden:  
Estudio del conjunto chorro + cuenco de disipación.
- Modelos de cierre de segundo orden:  
Estudio de las componentes turbulentas del chorro.

En *ANSYS CFX* se empleó el modelo de turbulencia *Shear-Stress-Transport* basado en  $k-\omega$ . Este modelo ha sido diseñado para obtener una mayor precisión en la zona de inicio de separación del flujo bajo gradientes de presión adversos (simulación de la capa límite), mediante la inclusión de los efectos del transporte en la formulación de la viscosidad de remolino. El mejor rendimiento de este modelo de turbulencia ha sido demostrado en numerosos estudios de validación (Bardina et al., 1997).

En *FLOW 3D* se aplicó el modelo  $k-\varepsilon$ . Aunque el modelo de turbulencia basado en la renormalización de las ecuaciones del modelo  $k-\varepsilon$  (*RNG k-ε*) es teóricamente más preciso que el modelo estándar, Wilcox (2006) afirma que en el estudio de chorros planos el modelo estándar parece ser más preciso que el *RNG k-ε*.

En *ANSYS CFX* también se empleó un modelo de Tensiones de Reynolds basado en la ecuación  $\omega$  para resolver las componentes turbulentas de la velocidad ( $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ) en el chorro plano.

Para la resolución del fenómeno bifásico aire-agua presente en los chorros turbulentos, en *ANSYS CFX* se escogió el modelo homogéneo. Este modelo se puede considerar como un caso límite del modelo inhomogéneo, donde la tasa de transferencia en la interfaz de ambos fluidos es

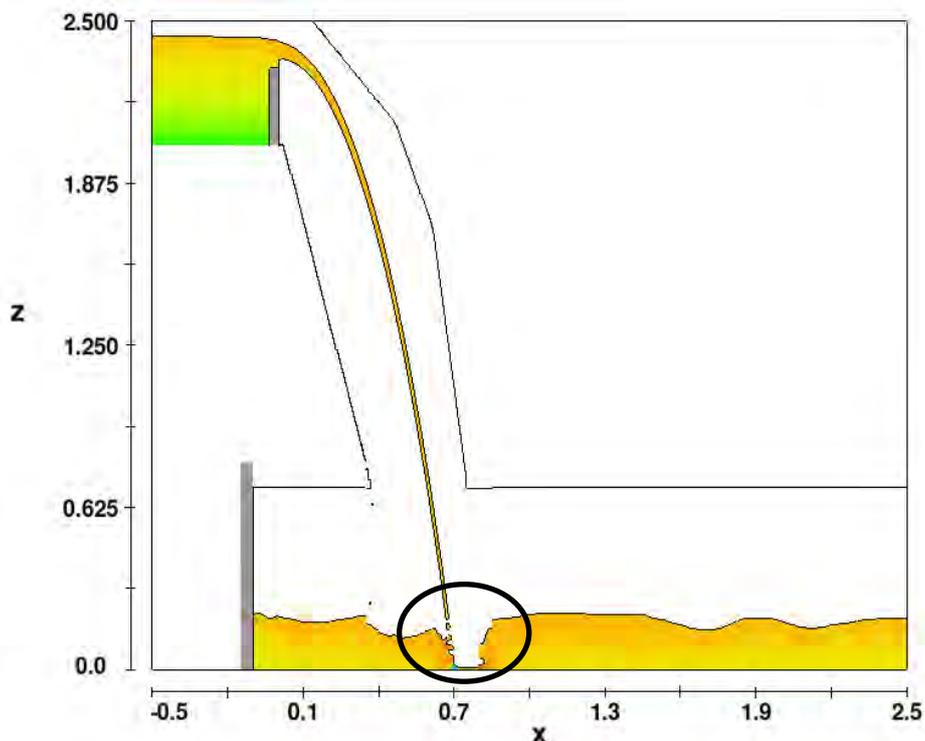
muy grande. De este modo, resuelve la interfaz considerando que en la zona de interacción ambos fluidos comparten un mismo campo de velocidades.

En *FLOW 3D* se escogió la opción de un fluido, junto a los modelos físicos asociados a la entrada de aire.

En el estudio de los chorros turbulentos aparecen fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que requieren elementos de mallado de gran calidad para su correcta resolución. Las características principales que diferencia a los distintos elementos son el número de nodos con el que resuelven las ecuaciones dentro de su volumen de control y su distribución espacial. De este modo, a mayor número de nodos por elemento y con distribución espacial más regular, más precisa será su resolución interna.

De las cuatro tipologías de elementos que permite el módulo de resolución de *ANSYS CFX*, se optó por un mallado basado en elementos hexaédricos, puesto que la alta turbulencia que se genera en el fenómeno estudiado, junto al despegue del flujo, requieren una mayor precisión de cálculo. Además, se ha comprobado que dichos elementos mejoran la convergencia de la solución. El total de elementos empleados fue de 750 544, con un tamaño de 0,01 m en la zona de vuelo del chorro y alrededor del punto de estancamiento.

En *FLOW 3D* también se empleó una malla regular de elementos hexaédricos. Inicialmente, se modeló el vuelo del chorro y la zona alrededor del punto de estancamiento con elementos de 0,005 m, pero se observó que la presión media calculada en el punto de estancamiento era casi el doble que la presión obtenida en las campañas de laboratorio. Esto posiblemente surge como consecuencia de que en la simulación numérica el colchón de agua se desplaza hacia aguas abajo del punto de impacto, a pesar de existir un colchón eficaz (Figura 2). Esta anomalía parece estar relacionado con los modelos de turbulencia y la forma en que *FLOW 3D* resuelve el flujo en contacto con las paredes y las zonas de parada.



**Figura 2.-** Barrido del colchón de agua en la sección aguas abajo del impacto del chorro en *FLOW 3D*

Con el fin de evitar esta situación irreal, se aumentó el tamaño de los elementos en la zona del colchón. El mallado final empleado en *FLOW 3D* consistió en elementos de 0,005 m en la zona de vuelo del chorro y 0,01 m en la zona del colchón de agua, empleándose así un total de 1 978 756 elementos.

Las condiciones de contorno empleadas en las simulaciones corresponden a los calados en las secciones de entrada y salida del flujo y sus distribuciones de presiones hidrostáticas.

En todos los escenarios, se ha realizado un cálculo transitorio de 60 s, obteniendo los datos con una frecuencia de 20 Hz, que corresponde a la frecuencia de muestreo empleada en las mediciones de presiones en laboratorio. En la Figura 3 se puede observar que a partir de los 20 s de la simulación ya se alcanzan condiciones permanentes.

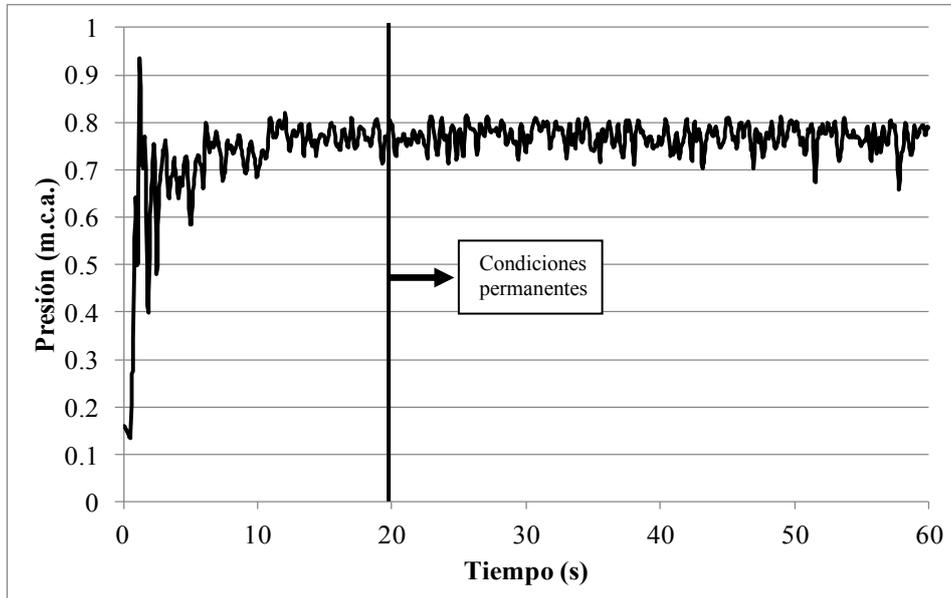


Figura 3.- Simulación de la presión total en el punto de estancamiento del cuenco de disipación

En *ANSYS CFX* se ha utilizado un intervalo de paso de 0,05 s, mientras que en *FLOW 3D* se ha considerado un intervalo fijo de 0,0001 s con el fin de evitar que el programa emplee intervalos de paso inferiores cuando se alcanzan las condiciones permanentes.

El tiempo medio de cálculo en un ordenador de 8 núcleos en *ANSYS CFX* fue de  $4,099e+05$  s ( $\approx 5$  días), mientras que en *FLOW 3D* se requieren  $1,073e+06$  s ( $\approx 12$  días).

Para la obtención de la lámina libre tanto en el chorro rectangular como en el cuenco de disipación se ha considerado un valor de fracción volumétrica de agua de 0,50. La Figura 4 muestra las superficies libres obtenidas con los programas *CFD* una vez se han alcanzado las condiciones permanentes. Se puede ver que el perfil del chorro es muy similar al observado en la infraestructura de laboratorio, descrita en la sección anterior.

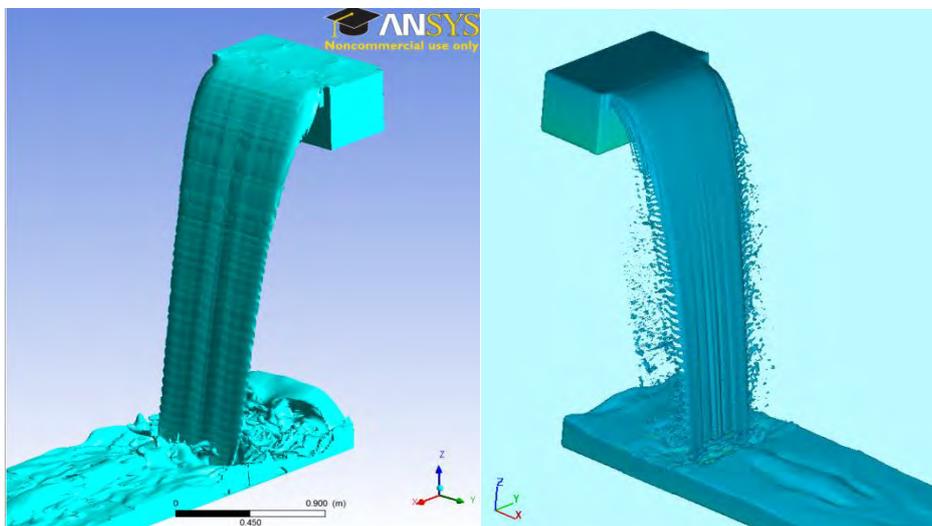
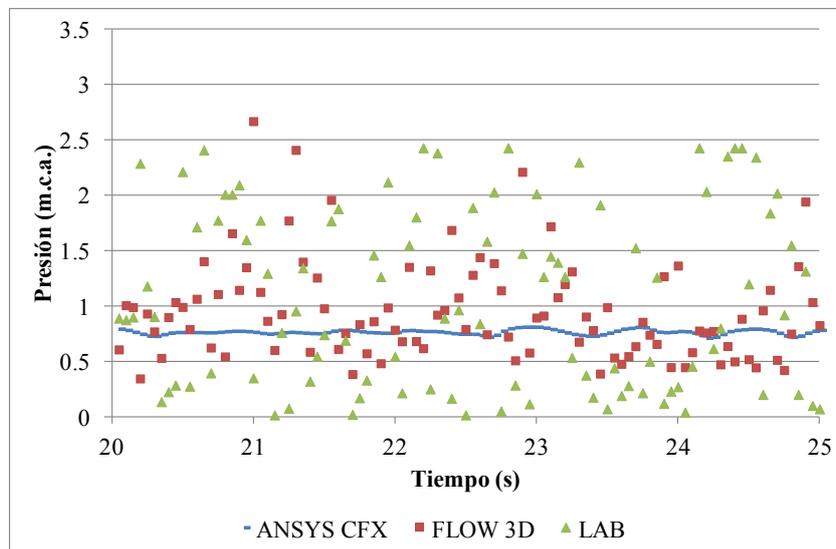


Figura 4.- Lámina libre del chorro obtenida con *ANSYS CFX* y *FLOW 3D*  
 $(q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}, H = 2,27 \text{ m}, h = 0,087 \text{ m}, Y = 0,17 \text{ m})$

**RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

Con el fin de reproducir adecuadamente las condiciones de laboratorio, se determinó la turbulencia en la condición de contorno situada aguas arriba del vertedero por medio con un equipo *ADV* (Acoustic Doppler Velocimeter). Esta condición de contorno se localiza 0,50 m aguas arriba del punto de vertido ( $h_{máx} = 0,087$  m), suficientemente alejada del mismo para evitar las distorsiones debidas a la contracción y aceleración que el flujo sufre en las inmediaciones del aliviadero. Las velocidades turbulentas obtenidas se emplearon como dato de entrada en las simulaciones numéricas realizadas.

La Figura 5 muestra las diferencias entre los registros de presiones de las simulaciones numéricas y las mediciones realizadas en laboratorio, obtenidas en el punto de estancamiento del cuenco cuando ya se han alcanzado las condiciones de régimen permanente. Se observa que *FLOW 3D* muestra una distribución similar a la observada en laboratorio. Sin embargo, los resultados de *ANSYS CFX* están más acotados y próximos al valor medio  $H_m$  de los otros registros de presiones, debido posiblemente al tipo de promediado temporal del modelo de turbulencia *RANS* que utiliza el programa.



**Figura 5.-** Distribución de presiones en el punto de estancamiento ( $q = 0,058$  m<sup>2</sup>/s,  $H = 2,27$  m,  $h = 0,087$  m,  $Y = 0,17$  m)

La Tabla 1 muestra una comparativa de los parámetros más importantes obtenidos en las simulaciones numéricas, las mediciones realizadas en el laboratorio y la Metodología Paramétrica (Castillo (2006) y Castillo y Carrillo (2011)), donde  $C_p$  ha sido obtenido en las simulaciones numéricas y en laboratorio con la expresión:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{v_j^2 / 2g} \quad [1]$$

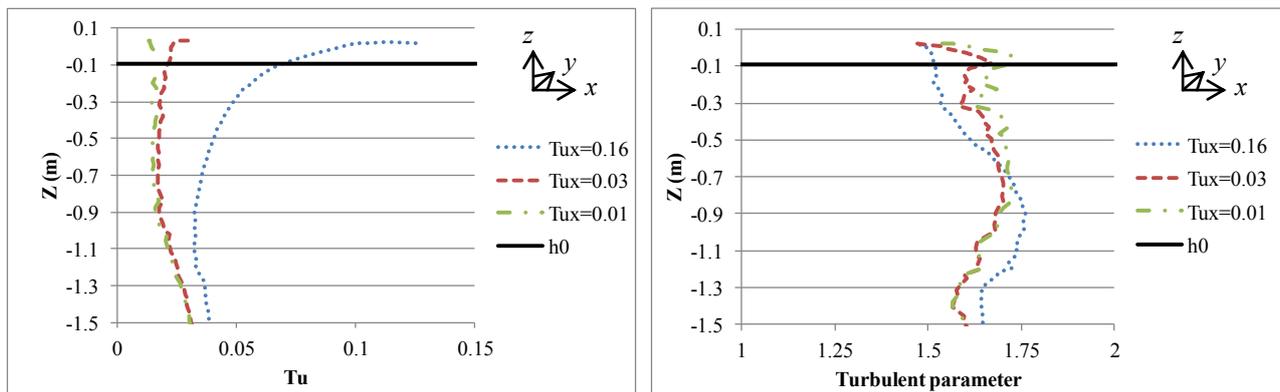
**Tabla 1.-** Comparación de las principales variables medidas y calculadas ( $q = 0,058$  m<sup>2</sup>/s,  $H = 2,27$  m,  $h = 0,087$  m,  $Y = 0,17$  m)

	$y_b$ [m]	$V_0$ [m/s]	$V_i$ [m/s]	$B_i$ [m]	$V_j$ [m/s]	$B_j$ [m]	$L_b$ [m]	$X_{imp}$ [m]	$H_m$ [m.c.a.]	$Y_u$ [m]	$Y$ [m]	$C_p$
ANSYS [ $T_{u,x}=0,16$ ]	0,078	0,77	1,78	0,048	6,32	0,022	> H	0,75	0,92	0,12	0,16	0,37
FLOW 3D [ $T_{u,x}=0,16$ ]	0,072	0,83	1,87	0,034	6,76	0,012	> H	0,70	0,86	0,18	0,17	0,30
Lab	0,082	-	-	-	-	-	-	0,74	0,85	0,16	0,17	0,34
Param.	0,083	0,76	1,54	0,053	6,59	0,025	3,12	0,73	1,10	0,17	0,17	0,41

En la tabla anterior se puede ver que en general con los 4 métodos se obtienen resultados muy similares. En todos los casos el chorro todavía mantiene un núcleo de agua compacto en la zona de incidencia ya que no existe distancia suficiente de caída para que se produzca la disgregación total del chorro ( $H < L_b$ ) y además, también en todos los casos, se dispone de un colchón efectivo ( $Y > 4B_j$ ). Las principales diferencias corresponden a los espesores del chorro obtenidos con *FLOW 3D* que son ligeramente inferiores que los obtenidos con los otros métodos. Por otro lado, los resultados del colchón aguas arriba del impacto del chorro  $Y_u$  con *ANSYS CFX* no son muy acertados, debido a que la alta tasa de aireación en esta zona, dificulta la determinación de la frontera líquida. Finalmente, el coeficiente de presión dinámica media obtenido con el Método Paramétrico es mayor que los otros debido a que esta formulación fue obtenida a partir de las envolventes de presiones medidas en laboratorio, quedando del lado de la seguridad, y siendo recomendado su uso hasta una turbulencia del 5% en la zona de vertido.

Debido a la alta turbulencia medida en la condición de contorno en la entrada ( $T_{u,x} = 0,16$ ), se consideró necesario conocer cómo afecta la variación de la turbulencia inicial a las soluciones numéricas. Así, para conocer la variación del parámetro turbulento  $K_\phi$  del Método Paramétrico, se simuló en *ANSYS CFX* la caída del chorro con un modelo de turbulencia de segundo orden basado en la ecuación  $\omega$  y, considerando tres turbulencias distintas en la citada condición de contorno ( $T_{u,x} = 0,016; 0,05; 0,01$ ).

Siguiendo una línea de corriente que parte del vertedero, en la Figura 6 se puede ver la evolución de  $T_u$  para cada una de las turbulencias iniciales  $T_{u,x}$  consideradas. Se observa que, aunque las turbulencias en la condición inicial son diferentes,  $T_u$  tiende a un valor próximo a 0,03 cuando existe una suficiente distancia de caída. De forma similar, se grafica la evolución del parámetro turbulento  $K_\phi$ , donde se observa que para este caudal específico,  $K_\phi$  se encuentra entre 1,50 y 1,75.



**Figura 6.-** Evolución de la turbulencia  $T_u$  y del parámetro turbulento  $K_\phi$  durante la caída del chorro ( $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0,087 \text{ m}$ )

La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos en la condición inicial, tal como se especifica en el Método Paramétrico ( $Z = -h$ ).

**Tabla 2.-** Velocidades turbulentas ( $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ ) en la condición inicial ( $Z = -h$ ), obtenidas con *ANSYS CFX* ( $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $h = 0,087 \text{ m}$ )

	$V_i$ [m/s]	$u'$ [m/s]	$v'$ [m/s]	$w'$ [m/s]	$\bar{V}_i$ [m/s]	$T_u$	$\bar{V}_i = f(w')$ [m/s]
ANSYS [ $T_{u,x}=0,16$ ]	1,78	5,765e-02	7,260e-02	8,484e-02	1,257e-01	7,062e-02	1,48w'
ANSYS [ $T_{u,x}=0,05$ ]	1,67	1,969e-02	2,096e-02	2,204e-02	3,623e-02	2,170e-02	1,64w'
ANSYS [ $T_{u,x}=0,01$ ]	1,65	1,543e-02	1,545e-02	1,546e-02	2,675e-02	1,612e-02	1,73w'

En estudios anteriores, se obtuvo que el parámetro turbulento de un chorro rectangular es aproximadamente 1,50 cuando la turbulencia en la sección de entrada es aproximadamente del 16%. Los resultados de la tabla anterior muestran que si la turbulencia en la condición de entrada decrece, la velocidad turbulenta vertical  $w'$  en la condición inicial decrece, y por tanto el parámetro turbulento se aproxima a  $K_\phi \approx 1,73$ . Sin embargo, para confirmar estos resultados se deben realizar más simulaciones numéricas y mediciones en laboratorio.

Finalmente, las Tablas 3 y 4 recogen los resultados obtenidos con los programas *ANSYS CFX* y *FLOW 3D*, respectivamente, en función de la variación de la turbulencia en la condición de contorno inicial.

**Tabla 3.-** Comparación de las principales variables obtenidas con *ANSYS CFX* en función de la turbulencia en la condición de contorno inicial ( $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2,27 \text{ m}$ ,  $h = 0,087 \text{ m}$ ,  $Y = 0,17 \text{ m}$ )

	$y_b$ [m]	$V_\theta$ [m/s]	$V_i$ [m/s]	$B_i$ [m]	$V_j$ [m/s]	$B_j$ [m]	$L_b$ [m]	$X_{imp}$ [m]	$H_m$ [m.c.a.]	$Y_u$ [m]	$Y$ [m]	$C_p$
ANSYS [ $T_{u,x}=0,16$ ]	0,078	0,77	1,78	0,048	6,32	0,022	> H	0,75	0,92	0,12	0,16	0,37
ANSYS [ $T_{u,x}=0,05$ ]	0,077	0,79	1,75	0,048	6,30	0,023	> H	0,75	0,84	0,10	0,16	0,34
ANSYS [ $T_{u,x}=0,01$ ]	0,078	0,79	1,75	0,047	6,32	0,022	> H	0,74	0,86	0,12	0,16	0,34

**Tabla 4.-** Comparación de las principales variables obtenidas con *FLOW 3D* en función de la turbulencia en la condición de contorno inicial ( $q = 0,058 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $H = 2,27 \text{ m}$ ,  $h = 0,087 \text{ m}$ ,  $Y = 0,17 \text{ m}$ )

	$y_b$ [m]	$V_\theta$ [m/s]	$V_i$ [m/s]	$B_i$ [m]	$V_j$ [m/s]	$B_j$ [m]	$L_b$ [m]	$X_{imp}$ [m]	$H_m$ [m.c.a.]	$Y_u$ [m]	$Y$ [m]	$C_p$
FLOW 3D [ $T_{u,x}=0,16$ ]	0,072	0,83	1,87	0,034	6,76	0,012	> H	0,70	0,86	0,18	0,17	0,30
FLOW 3D [ $T_{u,x}=0,05$ ]	0,071	0,81	1,84	0,034	6,80	0,014	> H	0,71	0,88	0,18	0,18	0,30
FLOW 3D [ $T_{u,x}=0,01$ ]	0,071	0,81	1,84	0,034	6,74	0,011	> H	0,71	0,89	0,18	0,18	0,31

En las Tablas 3 y 4 se observa que la variación de la turbulencia en la condición inicial de los modelos apenas afectan al coeficiente de presión dinámica media  $C_p$  en el punto de estancamiento, siendo en todos los casos superiores los valores obtenidos con *ANSYS CFX*.

Los resultados de velocidades con *FLOW 3D* son superiores a los obtenidos con *ANSYS CFX* (y por tanto menores los espesores del chorro). En *FLOW 3D* se observa que  $V_j$  es similar a la velocidad de caída sin tener en cuenta las pérdidas por rozamiento. Sin embargo, *FLOW 3D* obtiene una distancia al impacto  $X_{imp}$  inferior a *ANSYS CFX* y a la observada en laboratorio.

## CONCLUSIONES

Con el fin de mejorar el diseño de las estructuras de disipación y avanzar en el conocimiento de los chorros turbulentos, es necesario realizar más estudios experimentales, tanto en modelos como en prototipos, caracterizando simultáneamente el fenómeno de aireación del chorro junto a medidas de presión, velocidades y tasas de aireación. De este modo, los resultados de laboratorio nos permiten calibrar y validar los códigos de *CFD*.

La Metodología Paramétrica aplicada está basada exclusivamente en los resultados de medidas de presiones instantáneas en la solera de cuencos.

Tras comparar los dos programas *CFD*, se puede decir que:

- *FLOW 3D* no es muy preciso en las inmediaciones de los puntos de estancamiento, habiéndonos visto forzados a incrementar el tamaño de los elementos del mallado para

obtener una solución acorde a los resultados observados en laboratorio, en contra de la teoría de mallado. Por otro lado, cada simulación necesita un tiempo de resolución mayor al requerido en *ANSYS CFX* y una capacidad de disco duro de aproximadamente 100 GB.

- *ANSYS CFX* obtiene un registro de presión promediado que contrasta con la variabilidad natural del fenómeno. Por otro lado, cuando la entrada de aire es muy elevada, la obtención de la lámina libre resulta bastante complicada.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación se financia con los fondos del Ministerio de Ciencia e Innovación de España y los fondos Europeos de Desarrollo Regional (FEDER), Proyecto BIA2011-28756-C03-02.

## REFERENCIAS

- ANSYS CFX** (2010). *ANSYS CFX. Reference Guide. Release 13.0.*
- Armengou, J.** (1991). *Vertido libre por coronación presas bóveda. Análisis del campo de presiones en cuenco amortiguador.* PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J.** (1997). "Turbulence Modeling Validation Testing and Development". *NASA Technical Mem. 110446.*
- Bollaert, E. and Schleiss, A.** (2003). "Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets Part I: A state-of-the-art review". *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 41, No.5, pp. 451-464.
- Castillo, L.** (1989). *Metodología experimental y numérica para la caracterización del campo de presiones en los disipadores de energía hidráulica. Aplicación al vertido libre en presas bóveda.* PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Castillo, L., Puertas, J. and Dolz, J.** (1999). "Discussion about pressure fluctuations on plunge pool floors". *Journal of Hydraulic Research*, Vol.37, No.2, pp. 272-788.
- Castillo, L.** (2002). "Parametrical analysis of the ultimate scour and mean dynamic pressures at plunge pools". *Proc. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland.* Schleiss & Bollaert (eds). A.A. Balkema. ISBN 90 5809 518 5.
- Castillo, L.** (2006). "Areated jets and pressure fluctuation in plunge pools". *The 7th International Conference on Hydrosience and Engineering (ICHE-2006)*, IAHR, ASCE, Drexel University. College of Engineering. DSpace Digital Lybrary. DU Haggerty Library. Philadelphia, USA.
- Castillo, L.** (2007). "Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool". *32nd Congress of IAHR, the International Association of Hydraulic Engineering & Research*, Vol.2, pp. 645-655, Venice, Italy.
- Castillo, L., Puertas, J. and Dolz, J.** (2007). "Discussion about Scour of Rock due to the impact of plunging high velocity jets". *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 45, No. 6, pp. 715-723.
- Castillo, L. and Carrillo, J.M.** (2011). "Numerical simulation and validation of hydrodynamics actions in energy dissipation devices". *34th IAHR World Congress. International Association of Hydro-Environment Engineering and Research.* Brisbane, Australia.
- Davies, J.T.** (1972). *Turbulence phenomena.* Academic Press, New York and London.
- Ervine, D.A. and Falvey, H.R.** (1987). "Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools". *Proceedings of the Institutions of Civil Engineers*, Part. 2, Vol. 83, pp. 295-314.
- Ervine, D.A., Falvey, H.T. and Withers, W.A.** (1997). "Pressure fluctuations on plunge pool floors". *Journal of Hydraulic Research.* Vol. 35, No. 2, pp. 257-279.
- Federspiel, M.P.** (2011). *Response of an Embedded Block Impacted by High-Velocity Jets.* PhD Thesis. École Politechnique Fédérale de Lausanne, Suisse.
- FLOW 3D** (2011). FLOW Science, Inc. *FLOW 3D. Theory v10.0.*
- Manso, P.A., Bollaert, E.F.R. and Schleiss, A.J.** (2005). "Dynamic pressures generated by plunging jets in confined pools under extreme flood discharges". *XXXI IAHR Congress*, Seoul, CD\_Rom, pp: 2848-2860.
- Puertas, J.** (1994). *Criterios hidráulicos para el diseño de cuencos de disipación de energía en presas bóveda con vertido libre por coronación.* PhD Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, España.
- Wilcox D.C.** (2006). *Turbulence modeling for CFD.* DCW Industries, Inc.
- Withers, W.** (1991). *Pressure fluctuation in plunge pool of an impinging jet spillway.* PhD Thesis, University of Glasgow, United Kingdom.

IAHR

CIC

**XXV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA  
SAN JOSÉ, COSTA RICA, 9 AL 12 DE SETIEMBRE DE 2012**

**SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UN SISTEMA DE  
CAPTACIÓN DE FONDO CON METODOLOGÍA CFD**

*Luis G. Castillo Elsitdié, José María Carrillo Sánchez*  
*Universidad Politécnica de Cartagena. Grupo de I+D+i Hidr@m. España*  
*luis.castillo@upct.es, jose.carrillo@upct.es*

**RESUMEN:**

Conocida la escasez de agua en el sureste español y el modo en que se presentan las precipitaciones, se plantea la necesidad de diseñar sistemas de captación en cauces efímeros con el fin de captar parte del flujo de las avenidas.

Las captaciones de fondo consisten generalmente en un sistema de rejillas situadas en el lecho de un cauce, de modo que el agua captada ingresa a través del mismo hacia una canal lateral. El comportamiento de las rejillas de fondo ha sido objeto de estudio de varios investigadores tales como Garot (1939), De Marchi (1946), Bouvard (1953), Nosedá (1956), Frank (1956), Mostkow (1957), Drobir (1999), Brunella (2003) y Righetti (2008).

Sin embargo, debido a los innumerables efectos que se producen sobre las rejillas, no es posible abordar todo el problema de caracterización con las metodologías tradicionales. Por este motivo se considera necesario realizar un estudio aplicando técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional con el fin de entender mejor el fenómeno hidráulico observado en distintas experiencias de laboratorio, para lo cual previamente hay que calibrar los modelos numéricos con los resultados de laboratorio.

**ABSTRACT:**

Knowing the scarce of water in the Spanish South East and how the rain occurs, we considered the possibility of designing intake systems in beds of ephemeral rivers in order to try to capture part of the runoff flow.

The intake systems generally consist in a rack located in the bottom of a river channel, so that the water collected passes down the rack and leads to the side channel. The behavior of the background grids has been studied by several researchers such as Garot (1939), De Marchi (1946), Bouvard (1953), Nosedá (1956), Frank (1956), Mostkow (1957), Drobir (1999), Brunella (2003) and Righetti (2008).

However, due to the many effects that occur on the bars, it is not possible to analyze the whole problem of characterization with traditional methodologies. For this reason we consider it necessary to carry out studies with Computational Fluid Dynamics methodologies to improve in the knowledge of the hydraulics phenomenon observed in different laboratory experiences, for which we have previously to calibrate the numerical models using lab results.

**PALABRAS CLAVES:** captación; reja; CFD

## INTRODUCCIÓN

Las captaciones de fondo consisten generalmente en una reja situada en el lecho de un cauce, de modo que el agua captada pasa a través de la reja. Estas estructuras han sido generalmente adoptadas en pequeños ríos de alta montaña, con pronunciadas laderas, y que presentan un lecho irregular, con intenso transporte de sedimentos y flujo de avenidas.

Con el fin de captar la mayor cantidad de agua con la menor longitud de reja, aguas arriba se realizan estructuras para el control del flujo en la entrada. Su diseño está encaminado a cumplir con dos objetivos primordiales y contradictorios: por un lado, captar la mayor cantidad de agua posible y, por el otro, derivar el mínimo de materiales sólidos, evitando la obstrucción de la reja y la entrada de materiales sólidos al canal lateral.

La eficiencia del sistema de rejillas depende de diversos factores tales como: el número de rejillas, las condiciones de entrada del flujo, la inclinación, forma y espaciamiento de los barrotes.

Su diseño, basado en consideraciones geomorfológicas, hidráulicas, estructurales y económicas, requiere especial atención para evitar el mantenimiento innecesario y los problemas de funcionamiento que no pueden resolverse fácilmente, y que tienen que ser tolerados durante la vida útil del proyecto.

Algunos de los análisis teóricos que han sido planteados asumen que el flujo sobre la reja puede ser tratado como un movimiento unidimensional con caudal progresivamente decreciente, considerando como válida la distribución hidrostática de presiones sobre la reja en la dirección del flujo.

El comportamiento hidráulico de las rejillas de fondo se ve también influenciado por la disposición de las barras. En el caso de barras longitudinales, la derivación de caudales se expresa como una función del valor de la energía de flujo local mientras que en el caso de barras transversales o perforaciones circulares, la derivación de caudales se relaciona con la profundidad de flujo local (Mostkow, 1957).

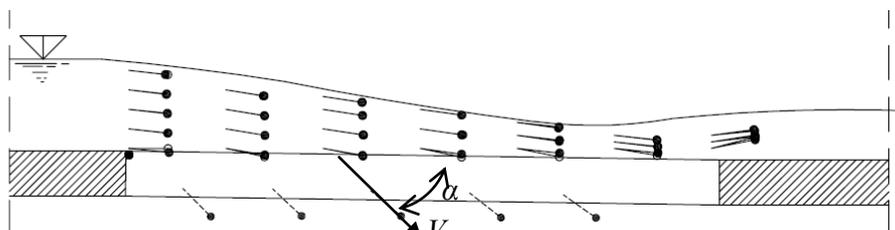
Nosedá (1956) estudió diferentes tipologías de rejillas de captación. Los experimentos se realizaron con cuatro tipos diferentes de rejillas, formadas con barras de aluminio de perfiles *T*, con el ala horizontal dispuesta paralelamente a la dirección de la corriente, o perfiles *L* con el lado mayor horizontal perpendicular a la dirección del flujo. Las barras empleadas tenían la misma anchura, pero en la disposición longitudinal se modificó la anchura de la hendidura entre ellas. En los ensayos se midieron los perfiles longitudinales del flujo y el caudal captado por la reja.

Las mediciones de las velocidades sobre la superficie libre llevaron a Brunella et al. (2003) a confirmar que los efectos de disipación son insignificantes, excepto al final de la reja donde, debido a efectos locales de la profundidad del flujo, la fricción aumenta significativamente.

Righetti et al. (2000) determinan que se puede obtener el diferencial del caudal captado en el sistema de rejillas mediante la siguiente expresión:

$$dq(x) = C_q \omega \sqrt{2g(H_0 + \Delta z)} dx \quad [1]$$

donde  $\omega$  es el área total libre entre rejillas,  $dx$  es el diferencial de longitud de reja en la dirección del flujo,  $H_0$  es la energía específica al inicio de la reja,  $\Delta z$  es la diferencia de calado entre la sección inicial de la reja y la analizada.  $C_q = \text{sen}(\alpha)$ , es el coeficiente de descarga, donde  $\alpha$  es el ángulo del vector velocidad saliente de la reja con la dirección del plano de la reja (Figura 1).



**Figura 1.-** Inclinación  $\alpha$  de las líneas de corriente del caudal derivado en la reja (Righetti et al., 2000)

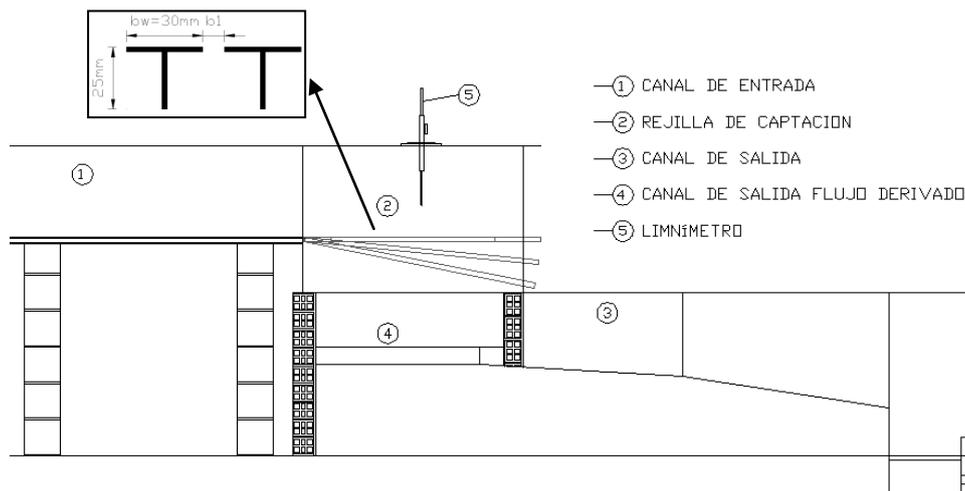
## OBJETIVOS

Debido a la existencia de fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que dificultan el estudio con metodologías tradicionales, se considera necesario realizar una modelación numérica de estas estructuras análogo a los experimentos realizados en campo y laboratorio. Con este fin se aplicaron dos programas comerciales de Dinámica de Fluidos Computacional (*CFD*), buscando los siguientes objetivos:

- Verificar la capacidad de los programas *CFD* (*ANSYS CFX* y *FLOW 3D*) como herramientas de análisis del flujo sobre rejas de captación de fondo.
- Comprobar la fiabilidad de las soluciones, realizando una comparación con los resultados experimentales obtenidos por Nosedá (1956).

## MODELO FÍSICO

El modelo empleado por Nosedá (Figura 2) consiste en un canal de aproximación de 8 metros de longitud y 0,50 metros de ancho, al final del cual se sitúa el sistema de rejas, el canal de salida y el canal de recogida del flujo captado. Las paredes se construyeron en plexiglás permitiendo visualizar el flujo desde el lateral.



**Figura 2.-** Modelo de Nosedá (1956) para el estudio de sistemas de captación de fondo

Los ensayos que se analizan en este trabajo corresponden a las rejas de aluminio de perfiles *T* con el ala horizontal dispuesta paralelamente a la dirección de la corriente. Las barras empleadas tenían la misma anchura, pero en la disposición longitudinal se modificó la anchura de la hendidura entre ellas. La Tabla 1 proporciona las diferentes características de los ensayos.

**Tabla 1.-** Características geométricas de las rejas

Ensayo	Longitud, L	Ancho, B	Tipo de barra	Dirección de la barra	Espaciamiento, $b_1$	Coefficiente
[mm]	[m]	[m]	[mm]	(respecto a la corriente)	[mm]	$m = \frac{b_1}{b_1 + b_w}$
A	0,900	0,500	T 30/25/2	Longitudinal	5,70	0,16
B	0,900	0,500	T 30/25/2	Longitudinal	8,50	0,22
C	0,900	0,500	T 30/25/2	Longitudinal	11,70	0,28

Las rejas se probaron con tres inclinaciones distintas (horizontal, e inclinaciones del 10% y del 20% hacia aguas abajo).

En cada prueba se midió el caudal entrante,  $q_1$ , el caudal de descarga aguas abajo de la reja,  $q_2$ , y el perfil longitudinal del flujo en la línea central del canal. De este modo, el caudal recogido en el

sistema de captación se obtiene como  $q_d = q_1 - q_2$ . La Tabla 2 proporciona los valores de  $q_1$  ensayados en laboratorio.

**Tabla 2.-** Caudales de entrada en el modelo físico

Nº experimento	1	2	3	4	5
$q_1$ [l/s/m]	53,8	77,0	114,6	155,4	198,3

La Tabla 3 muestra las características del flujo al inicio del sistema de captación, donde  $e_0$  es la energía específica del flujo y  $h_1$  es el calado.

**Tabla 3.-** Caudales de entrada en el modelo físico

Tipo de reja	$q_1$ [l/s/m]	$e_0$ [cm]	$h_1$ [cm]	$\frac{h_1}{e_0}$
<b>Reja A, B, C horizontal con flujo subcrítico en la entrada</b>	53,8	9,98	6,66	0,667
	77,0	12,68	8,45	0,667
	114,6	16,53	11,02	0,667
	155,4	20,25	13,50	0,667
	198,3	23,82	15,88	0,667

## MODELACIÓN NUMÉRICA

Los programas de Dinámica de Fluidos Computacional (*CFD*) permiten simular la interacción entre distintos fluidos, como es el caso de los flujos bifásicos agua-aire o agua con distintas densidades habituales en fenómenos de transporte de sedimentos, resolviendo los problemas de mecánica de fluidos dentro de cualquier configuración geométrica. Sin embargo, con el fin de probar la fiabilidad de estas herramientas en casos concretos, es necesario realizar una verificación con resultados experimentales afianzados.

Los programas de *CFD* simulan el flujo resolviendo numéricamente las ecuaciones diferenciales de Navier-Stokes en volúmenes de control de modo que se cumpla el balance de las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad [2]$$

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad [3]$$

$$\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E \quad [4]$$

donde

$$\tau = \mu \left( \nabla U + (\nabla U)^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot U \right) \quad [5]$$

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} U^2 \quad [6]$$

siendo  $p$  la presión,  $\rho$  la densidad del fluido,  $U$  el vector velocidad,  $\tau$  el tensor de tensiones turbulentas,  $h$  la energía,  $S_M$  el término de las fuerzas másicas,  $S_E$  el término fuente,  $\lambda$  la viscosidad volumétrica,  $\mu$  la viscosidad dinámica y  $\delta$  el delta de Kronecker.

Para obtener la solución en tiempos adecuados se emplean los denominados modelos de turbulencia, diseñados para caracterizar dichos efectos sin necesidad de resolver todas las escalas de turbulencia. De este modo el problema de clausura puede ser resuelto de forma eficiente.

Existen diversos modelos de turbulencia de distintos grados de complejidad que van desde los modelos isotrópicos de dos ecuaciones como el clásico  $k$ - $\epsilon$ , hasta modelos de cierre de segundo

orden como el denominado modelo de tensiones de Reynolds (*RMS*). Los modelos de cierre de segundo orden resuelven independientemente cada componente de la velocidad turbulenta, pero tienen el inconveniente de su dificultad de convergencia. En este estudio se han empleado modelos de turbulencia de cierre de primer orden.

Para la resolución con *ANSYS CFX* se ha optado por el modelo de turbulencia "Shear Stress Transport", basado en el modelo  $k-\omega$ . Este modelo fue diseñado para dar una elevada precisión del inicio y de la cantidad de flujo separado bajo gradientes de presión adversos, mediante la inclusión de los efectos de transporte en la formulación de la viscosidad de remolino, lo que se traduce en la mejor predicción de la separación del flujo. El rendimiento superior de este modelo ha sido demostrado en un gran número de estudios de validación (Bardina et al, 1997), por lo que está recomendado para las simulaciones de alta precisión de capa límite.

Por su parte, para la simulación con *FLOW 3D* se ha escogido el modelo *RNG k-ε* (Yakhot y Orszag, 1986; Yakhot y Smith, 1992) que constituye una mejora del modelo estándar  $k-\epsilon$ . Este modelo se basa en un análisis grupal renormalizado de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Para la resolución del fenómeno bifásico aire-agua, en *ANSYS CFX* se escogió el modelo homogéneo, mientras que en *FLOW 3D* se escogió la opción de un fluido, junto con los modelos físicos de entrada de aire.

Por simplicidad, se considera que en el sistema de captación todas las barras longitudinales trabajan de modo análogo, por lo que se puede considerar que se presentan condiciones de simetría en el plano central de las hendiduras que separan las barras longitudinales. De este modo, para el diseño del dominio fluido se han considerado estas condiciones, modelándose el comportamiento del flujo alrededor de una única barra del sistema de captación.

En el estudio de una reja de captación de fondo aparecen fenómenos de despegue del flujo y alta turbulencia que requieren elementos de mallado de gran calidad para su correcta resolución. La característica principal que diferencia a los distintos elementos es el número de nodos con el que resuelven las ecuaciones dentro de su volumen de control. A mayor número de nodos por elemento, más precisa será su resolución interna. Por este motivo se han empleado en ambos programas mallados con elementos hexaédricos.

El mallado usado en *ANSYS CFX* consta de un total de 109.262 elementos, siendo el tamaño de los mismos en las zonas de interés (inmediaciones de la reja) de 0,004 m y 0,008 m en el resto del modelo (Figura 3a). Para ajustarnos adecuadamente a la geometría del problema, en *FLOW 3D* se han empleado elementos con un tamaño de 0,002 m alrededor de las barras y 0,004 m en el resto del modelo, obteniéndose un total de 331.484 elementos (Figura 3b).

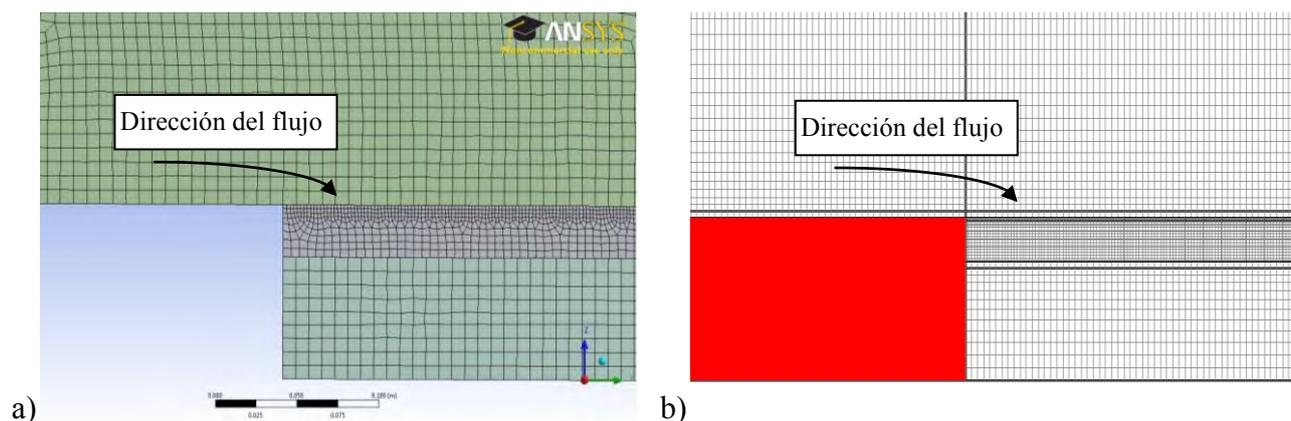


Figura 3.- Detalle del mallado del dominio fluido: a) *ANSYS CFX*, b) *FLOW 3D*

Las condiciones de contorno empleadas en las simulaciones corresponden a los calados en las secciones de entrada y salida del flujo y sus distribuciones de presiones hidrostáticas. En la salida situada bajo el sistema de rejas se emplearon límites abiertos debido a que no se conoce de antemano el calado de flujo ni se cumple la condición de presión hidrostática.

Las simulaciones se han realizado en un equipo informático con 8 núcleos. En *ANSYS CFX* se realizó el estudio en régimen permanente. Empleado un intervalo de paso fijo de 0,05 segundos, el tiempo de resolución medio de las simulaciones fue de 1 hora 10 minutos. Por su parte, *FLOW 3D* no permite llevar a cabo simulaciones en régimen permanente, aunque permite emplear criterios de parada que finalizan la simulación cuando ésta llega al estado estacionario. La mayoría de las simulaciones se resolvió con un intervalo de paso en torno a 0,0002 segundos, obtenido en función de criterios de estabilidad internos, lo que requirió un tiempo de cálculo medio de 1 hora 20 minutos. Sin embargo, en algunas simulaciones se observó que, cuando se estaban alcanzando las condiciones estacionarias, el intervalo de paso disminuyó hasta 0,00002 segundos, alargando la resolución de la simulación hasta 11 horas.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con el fin de conocer la fiabilidad de las simulaciones numéricas, se van a comparar los perfiles longitudinales del flujo obtenidos sobre el centro de la barra con los resultados obtenidos en laboratorio.

La Figura 4 muestra los resultados obtenidos para el caudal específico mayor y menor ensayados en laboratorio, considerando tres tipos de espaciamiento entre barras ( $b_1 = 11,70$  mm,  $m = 0,28$ ;  $b_1 = 8,50$  mm,  $m = 0,22$ ;  $b_1 = 5,70$  mm,  $m = 0,16$ ). Los perfiles de flujo han sido obtenidos con una fracción de volumen agua/aire de 0,50 en *ANSYS CFX* y, con la variable de superficie libre que resuelve *FLOW 3D*.

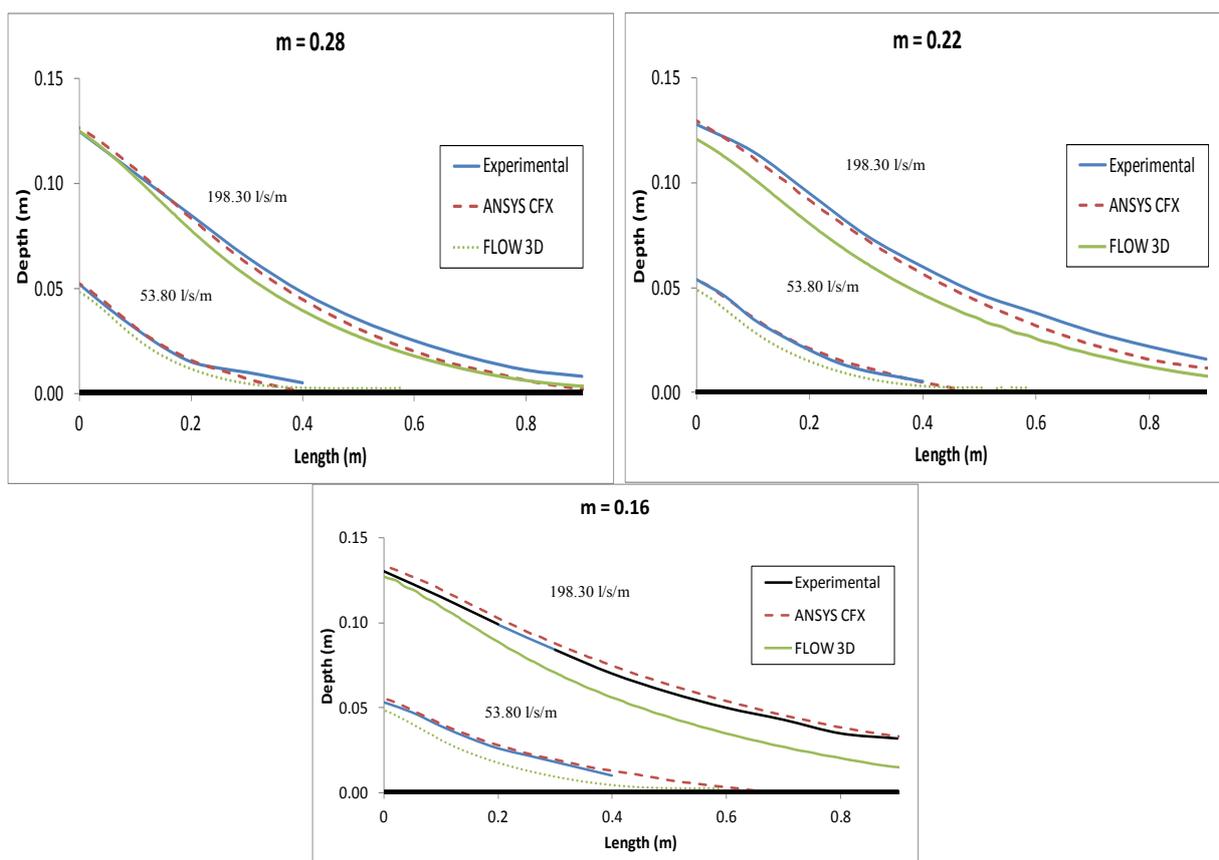


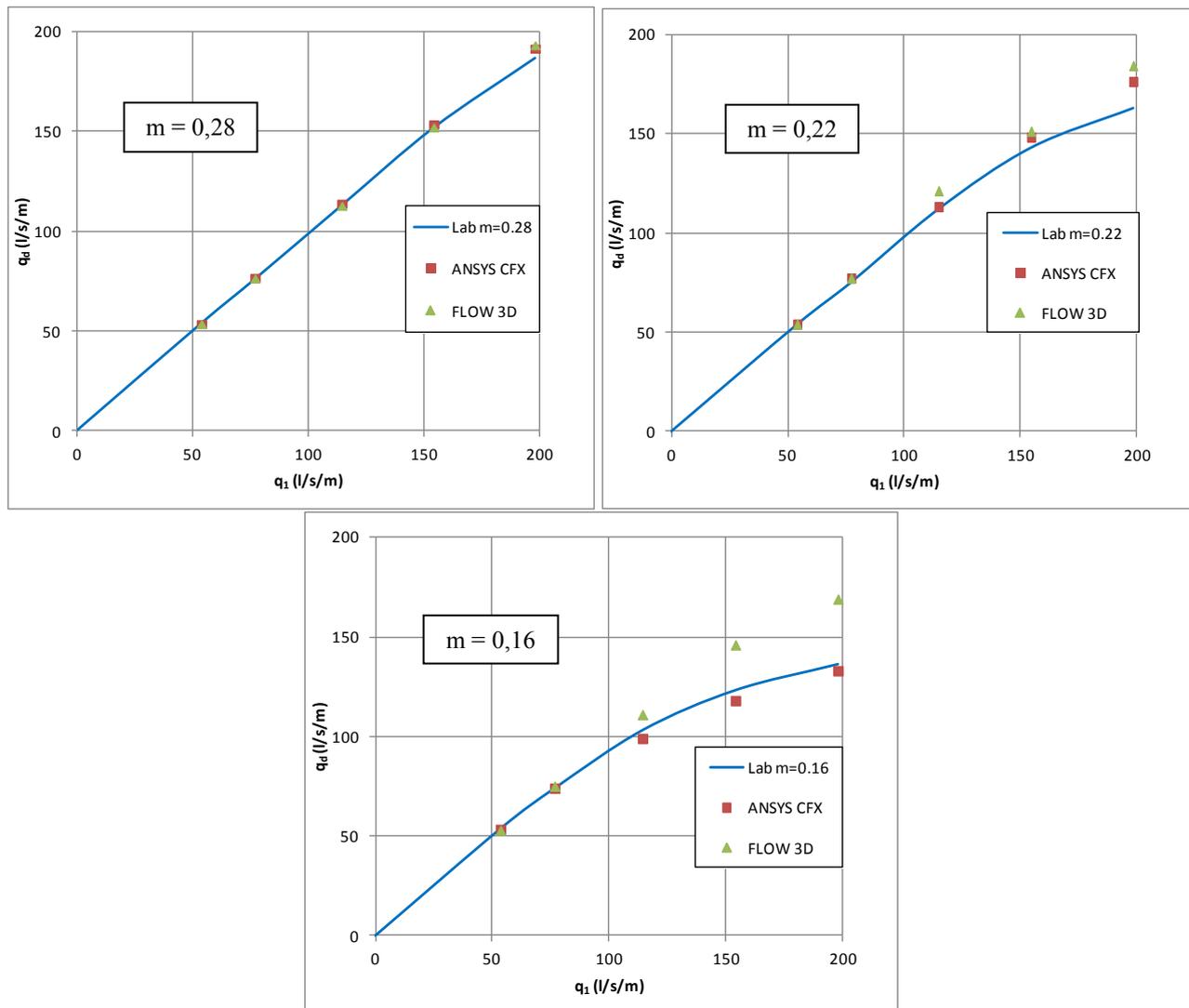
Figura 4.- Perfiles de flujo sobre el centro de la barra con la reja en posición horizontal en función del espaciamiento entre barras

En las figuras se observa que en general *ANSYS CFX* se ajusta mejor a la forma del perfil longitudinal de flujo observada en laboratorio.

Por su parte, *FLOW 3D* modela de modo adecuado los perfiles en las simulaciones realizadas con el mayor espaciamiento. Sin embargo, conforme el espaciamiento entre barras va

disminuyendo, *FLOW 3D* obtiene calados ligeramente inferiores a los otros dos métodos, situación que se va agravando conforme el flujo avanza sobre el sistema de captación. La máxima diferencia entre los perfiles corresponde al ensayo realizado con separación entre barras de 5,70 mm y caudal específico  $q_1 = 198,30$  l/s/m, en el cual existe una diferencia en la parte final de la reja de 1,5 cm.

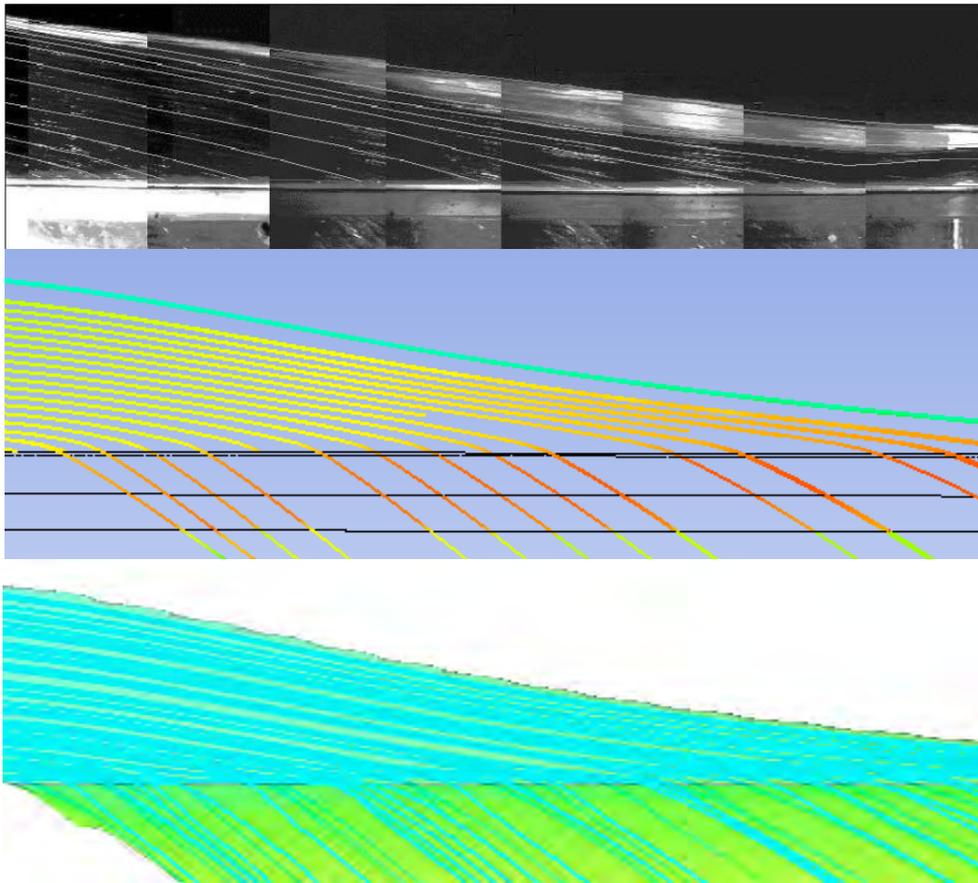
La Figura 5 muestra los caudales captados en el sistema de rejillas, en función del caudal de entrada al modelo, obtenidos tanto en laboratorio como con los programas, para cada uno de los tres espaciamientos considerados.



**Figura 5.-** Capacidad de derivación del sistema de captación con la reja en posición horizontal y diferentes espaciamientos

Se puede observar en los gráficos anteriores que para la mayor separación entre barras ambos programas obtienen una relación caudal de entrada - caudal captado muy similar a la observada en laboratorio. Con el espaciamiento intermedio, los dos programas reproducen muy bien la situación, salvo en el máximo caudal en el que consideran que el caudal captado en el sistema de rejillas es algo superior al observado en laboratorio. Al modelar caudales grandes con el espaciamiento inferior, *FLOW 3D* considera que el caudal captado es superior al obtenido con las otras dos metodologías, lo que concuerda con el descenso de calado en el perfil longitudinal observado en esta simulación.

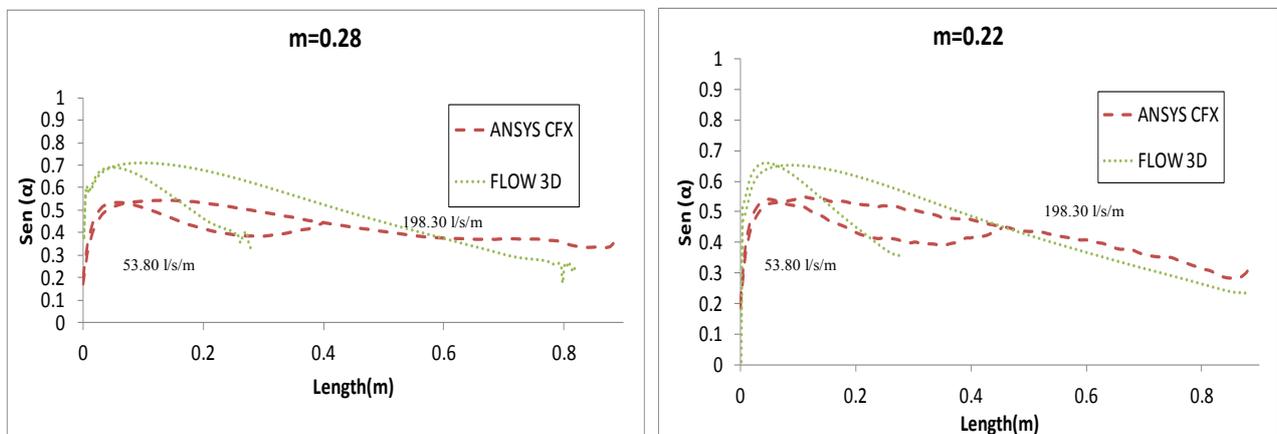
Llevando a cabo un análisis cualitativo de las líneas de corriente que se producen al pasar el flujo sobre el sistema de captación, en la Figura 6 se pueden ver las semejanzas que existen entre las líneas de corriente obtenidas con luz láser por Righetti y Lanzoni (2008), con las calculadas mediante los programas *CFD*.



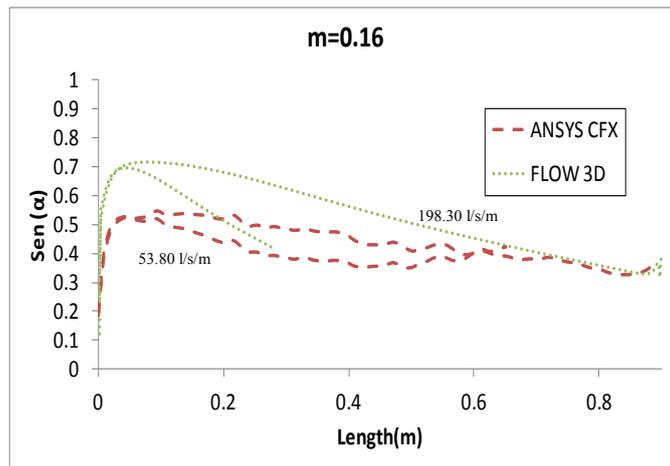
**Figura 6.-** Líneas de corriente sobre la reja. Arriba: foto con luz láser de Righetti y Lanzoni (2008). Centro: resultados obtenidos con *ANSYS CFX*. Abajo: resultado obtenido con *FLOW 3D*

A partir de los resultados obtenidos en laboratorio, Righetti et al. (2000) consideran que la variación del seno del ángulo del vector de la velocidad en el centro de las hendiduras,  $\alpha$ , está comprendido entre 0.5 y 0.7, disminuyendo hacia aguas abajo conforme disminuye el calado.

En la Figura 7 se muestran los resultados obtenidos con las simulaciones numéricas para los caudales específicos  $q_l = 198,30 \text{ l/s/m}$  y  $q_l = 53,80 \text{ l/s/m}$ . Se observa que, pese a las diferencias en caudales y configuración del sistema de rejas empleado, los valores obtenidos están en el rango de los observados en laboratorio, disminuyendo  $sen(\alpha)$  a lo largo de la reja y confirmando su analogía con el coeficiente de descarga. Se aprecia también que los resultados obtenidos con *FLOW 3D* son más sensibles a la variación de  $sen(\alpha)$ . Por otro lado, no existen variaciones significativas entre los resultados obtenidos con los distintos espaciamientos.



**Figura 7.-** Distribución de  $sen(\alpha)$  en la hendidura entre dos barras adyacentes obtenidas en las simulaciones con *CFD*.



**Figura 7.Cont.-** Distribución de  $sen(\alpha)$  en la hendidura entre dos barras adyacentes obtenidas en las simulaciones con *CFD*.

## CONCLUSIONES

En este trabajo hemos analizado la fiabilidad de los resultados numéricos obtenidos en un sistema de captación con dos programas comerciales de *CFD*. Con estos resultados, podemos remarcar las siguientes ventajas que ofrece cada programa.

### Ventajas de *ANSYS CFX*:

- Posibilidad de realizar un cálculo en régimen permanente.
- Se puede emplear un intervalo fijo de paso, por lo que se conoce de modo aproximado cuánto demorará la simulación.
- Permite emplear modelos de turbulencia basados en  $\omega$  y de segundo orden.

### Ventajas de *FLOW 3D*:

- Se puede ver la evolución de la resolución mientras resuelve.
- Criterio de parada cuando se alcanza el régimen permanente.
- Obtención más sencilla de la frontera que limita la lámina libre.

Teniendo en cuenta estos resultados, se puede concluir que *ANSYS CFX* se ajusta un poco mejor a los resultados obtenidos en el laboratorio.

Sin embargo, para caracterizar correctamente el flujo sobre sistemas de captación se deben realizar más simulaciones apoyadas en modelos físicos y prototipos, caracterizando simultáneamente el fenómeno mediante la medición de calados, velocidades y concentraciones de sedimentos. De este modo podremos avanzar en la calibración de las herramientas informáticas.

## FUTUROS TRABAJOS

Este trabajo ha consistido en el estudio del flujo de agua clara a su paso por el sistema de rejas aplicando técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional.

En el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena se ha construido una infraestructura (Figura 8) con el fin de mejorar el conocimiento de estos sistemas de captación.

Este dispositivo nos permitirá analizar la influencia de diferentes configuraciones de barras (forma, espaciamiento, inclinación) sobre el flujo de captación cuando se modelan diferentes concentraciones de sedimentos.

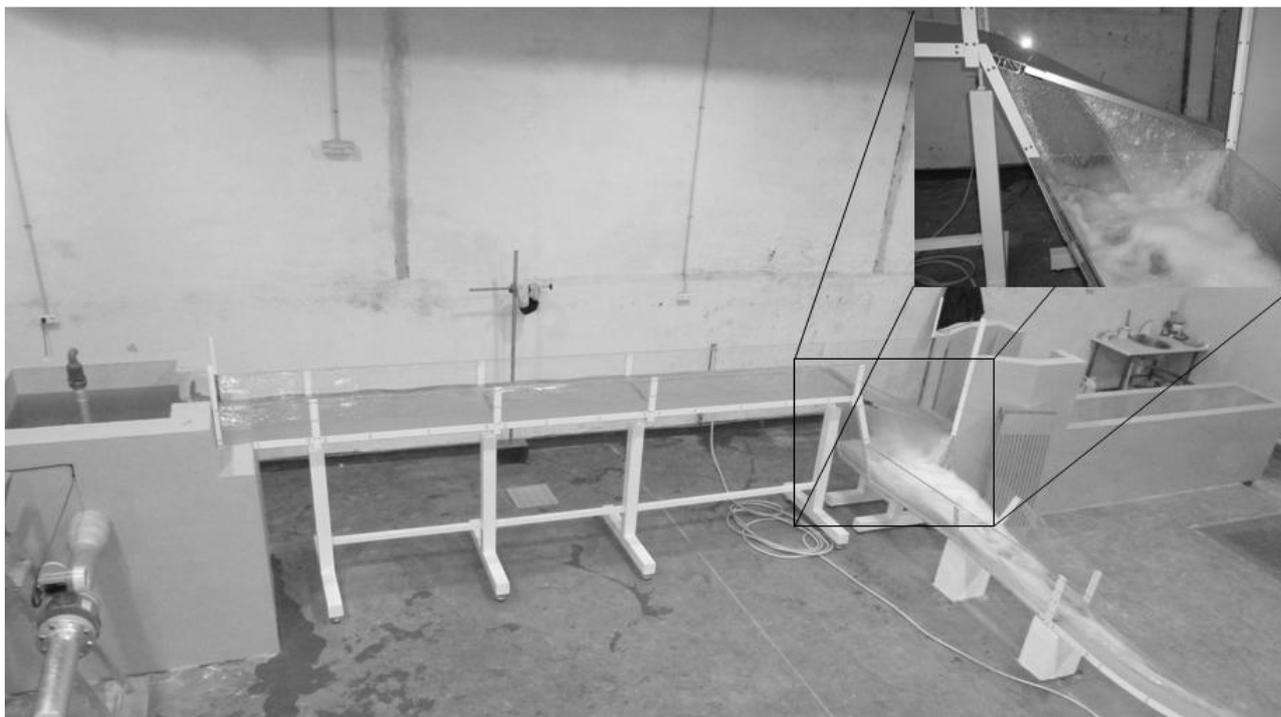


Figura 8.-Sistema de captación de fondo y detalle del flujo a través de la reja

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación forma parte del proyecto PEPLAN: "Modelación Hidrológica en Regiones Semiáridas. Subproyecto 3: Modelación de captaciones en cauces efímeros". Los autores agradecen la financiación de la Consejería de Universidades, Empresa e Investigación de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia.

## REFERENCIAS

- ANSYS CFX (2010). ANSYS, Inc. *ANSYS CFX. Reference Guide. Release 13.0.*
- Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J. (1997). "Turbulence Modeling Validation Testing and Development". *NASA Technical Memorandum 110446.*
- Brunella, S., Hager, W. and Minor, H. (2003). "Hydraulics of Bottom Rack Intake". *Journal of Hydraulic Engineering/* January, USA: 4- 9.
- Castillo, L. y Lima, P. (2010). "Análisis del dimensionamiento de la longitud de reja en una captación de fondo". *XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Punta del Este, Uruguay.
- FLOW 3D (2011). FLOW Science, Inc. *FLOW 3D. Theory v10.0.*
- Nosedá, G. (1956). "Correnti permanenti con portata progressivamente decrescente, defluenti su griglie di fondo". *L'Energia Elettrica*, pp. 565-581.
- Righetti, M., Rigon, R. and Lanzoni, S. (2000). "Indagine sperimentale del deflusso attraverso una griglia di fondo a barre longitudinali". *Proc., XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Vol. 3, Genova, Italy, 112-119.
- Righetti, M. and Lanzoni, S. (2008). "Experimental Study of the Flow Field over Bottom Intake Racks". *Journal of Hydraulic Engineering* © ASCE/ January 2008/pp. 15-22.
- Yakhot, V. and Orszag, S.A. (1986). "Renormalization group analysis of turbulence". I. Basic theory. *Journal of Scientific Computing*, Volume 1, Number 1, pp. 3-51.
- Yakhot, V. and Smith, L.M. (1992). "The renormalization group, the  $\epsilon$ -expansion and derivation of turbulence models". *Journal of Scientific Computing*, Volume 7, Number 1, pp. 1.

**Línea prioritaria D: Seguridad de presas. Aspectos hidrológicos e hidráulicos**

**MEDIDAS DE VELOCIDAD EN CHORROS RECTANGULARES Y  
CONTRASTE CON SIMULACIONES CFD. PROYECTO EMULSIONA**

**Luis G. Castillo, José M. Carrillo**

**Universidad Politécnica de Cartagena. UPCT**

La turbulencia constituye uno de los principales mecanismos de disipación de energía en los aliviaderos de vertido libre. La elevada aireación que sufre el chorro vertiente favorece el amortiguamiento de la energía antes de su restitución al medio natural.

Dentro de los trabajos considerados en el PROYECTO EMULSIONA, el SUBPROYECTO JETEMULSION abarca la medición de concentraciones de aire y velocidades en chorros rectangulares.

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena cuenta con una infraestructura diseñada específicamente para el estudio de disipación de energía en chorros turbulentos.



*Fig.1 Vista del modelo físico.*

La medición de velocidades medias y tasas de aireación en distintas secciones del chorro vertiente se realiza con equipos bifásicos de fibra óptica.

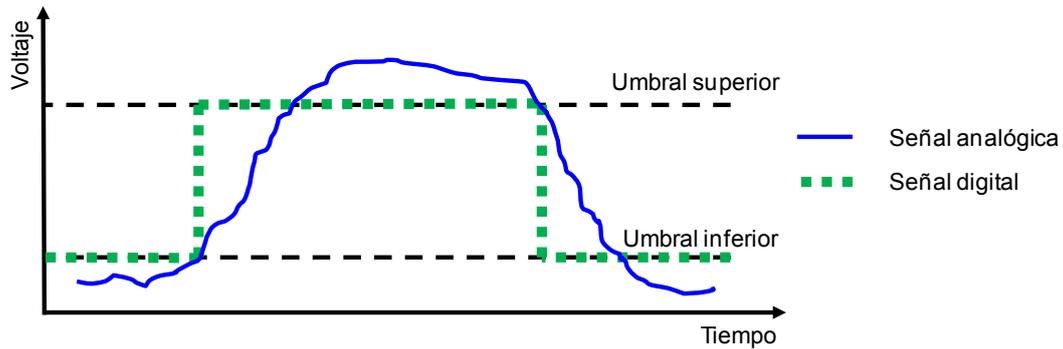


Fig. 2 Digitalización de la señal bifásica aire-agua.

Los datos obtenidos se comparan con los resultados simulados mediante programas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Las primeras comparaciones entre los resultados obtenidos en el modelo numérico y las mediciones realizadas en el modelo físico muestran una buena concordancia en velocidades. Sin embargo, las tasas de aireación simuladas son del orden de un 20 % superiores a las registradas.

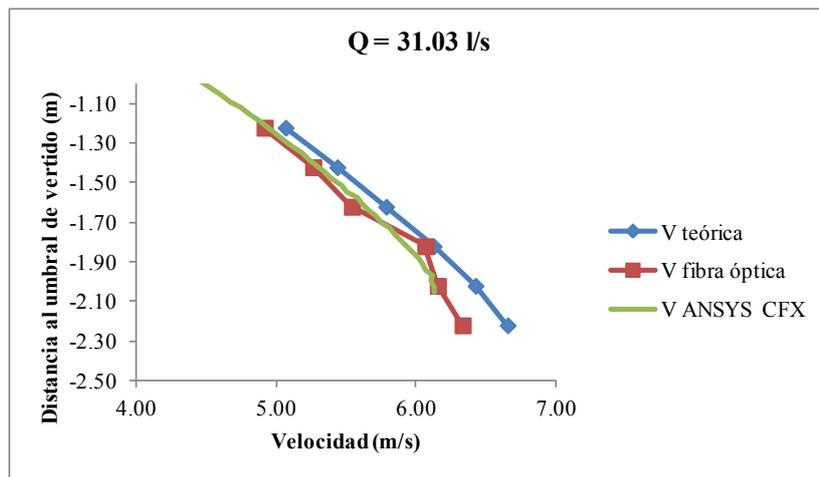


Fig. 3 Velocidades en chorro rectangular en caída libre.

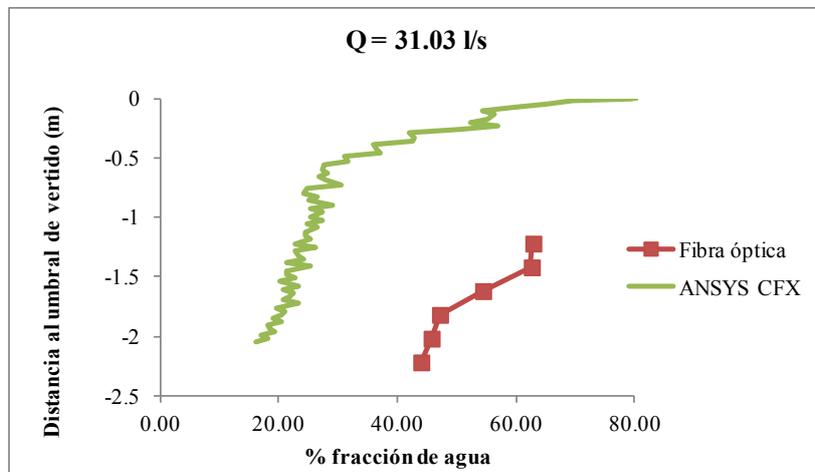


Fig. 4 Fracción volumétrica de agua en chorro rectangular en caída libre.

# MEDIDAS DE VELOCIDAD EN CHORROS RECTANGULARES Y CONTRASTE CON SIMULACIONES CFD. PROYECTO EMULSIONA

LUIS G. CASTILLO ELSITDIÉ  
JOSÉ MARÍA CARRILLO SÁNCHEZ

CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACIÓN DE OBRAS PÚBLICAS, CEDEX

MADRID, 3 DE JULIO DE 2012

Introducción

Modelo físico

Modelación numérica

Análisis de resultados

Objetivos

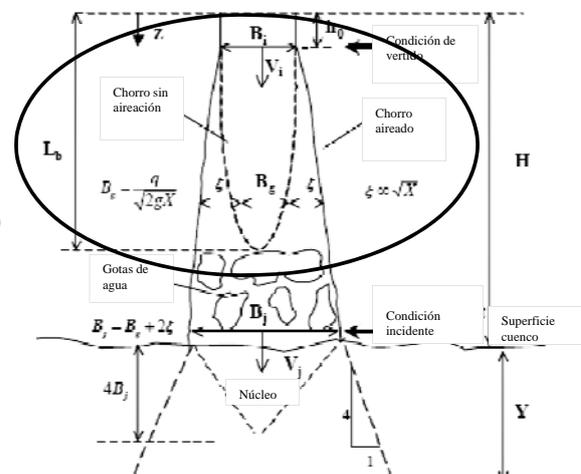
Disipación de energía en vertido por coronación:

1) *Disgregación del chorro*  
*Aireación + atomización*

2) *Arrastre de aire cuando el chorro*  
*entra en el cuenco*

3) *Difusión en el cuenco*

4) *Impacto en la solera del cuenco*



### Infraestructura de laboratorio:



Rango caudales:  
Q= 10 – 150 l/s

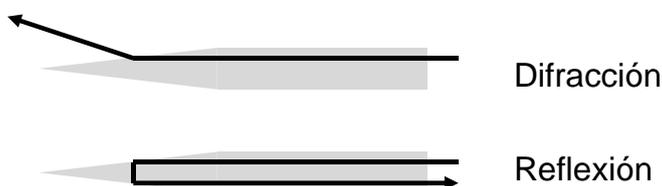
Dispositivo móvil  
(alturas de vertedero  
entre 1.70 y 4.00 m)

Cuenca de disipación  
(medidas de presión,  
velocidad y aireación)

Canal de desagüe y  
aforo

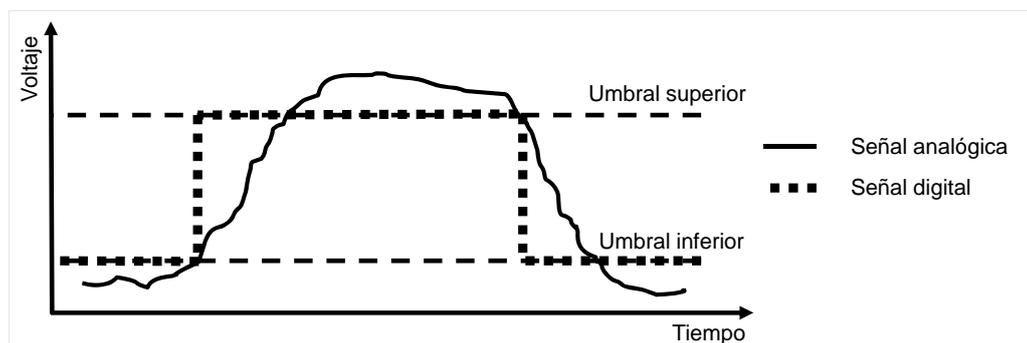
### Sistema de medición de fibra óptica:

Principio de funcionamiento:



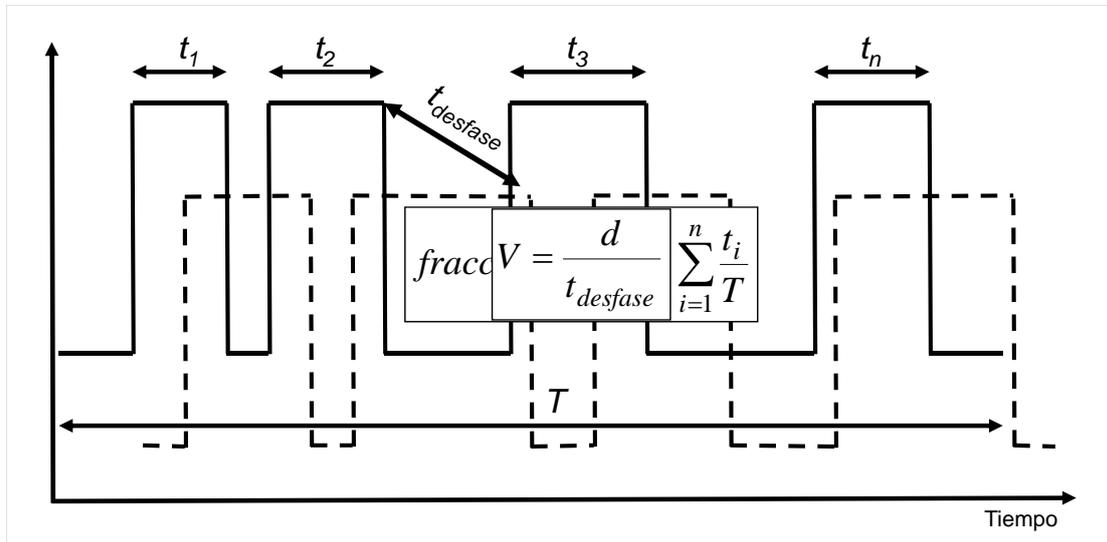
Fórmula de Fresnel:

$$reflectividad = K \left( \frac{n_{fluido} - n_{sonda}}{n_{fluido} + n_{sonda}} \right)^2$$



### Sistema de medición de fibra óptica:

Principio de funcionamiento:



### Sistema de medición de fibra óptica:

Consideraciones:



$$Q = 50 \text{ l/s}$$

$$B_i \approx 0.055 \text{ m}$$

$$B_j \approx 0.025 \text{ m}$$

$$Q = 20 \text{ l/s}$$

$$B_i \approx 0.03 \text{ m}$$

$$B_j \approx 0.01 \text{ m}$$

CFD → Resuelve los problemas de Mecánica de Fluidos, solucionando numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes y promediado de Reynolds (RANS):

Ecuación de Continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0$$

Ecuación de Momentum:

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M$$

Ecuación de la Energía:

$$\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E$$

Problema de clausura → Modelos isotrópicos de disipación viscosa (*k-ε*, *RNG k-ε*, *k-ω*, *k-ω based*)

Consideraciones:

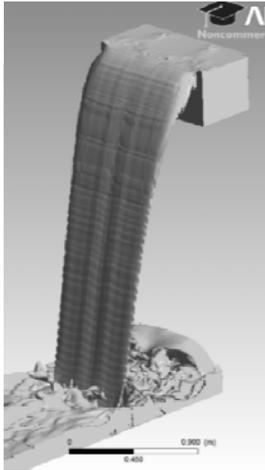
Método de discretización:

Formulación integral	Formulación diferencial
Las propiedades se conservan exactamente	Las propiedades se conservan aproximadamente
Propiedades promediadas en un volumen de control	Propiedades físicas locales
Cantidades globales difíciles de tratar	Cantidades específicas fáciles de tratar
Cálculo de las superficies trabajoso	Discretización de ecuaciones trabajosa
<b>Volúmenes finitos y elementos finitos</b>	<b>Diferencias finitas</b>

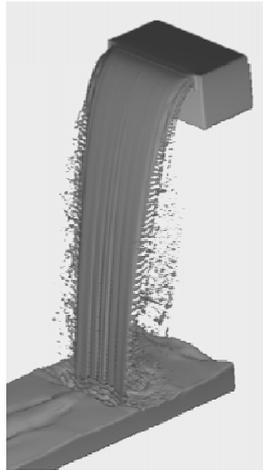
$$ET = - \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right)_i^n \frac{\Delta t}{2} + \left( \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} \right)_i^n \frac{(\Delta x)^2}{12} + \dots$$

Comparativa:

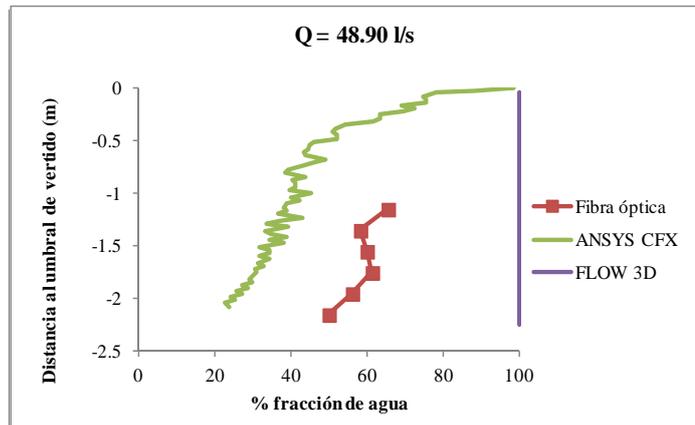
Q – 48.90 l/s



ANSYS CFX

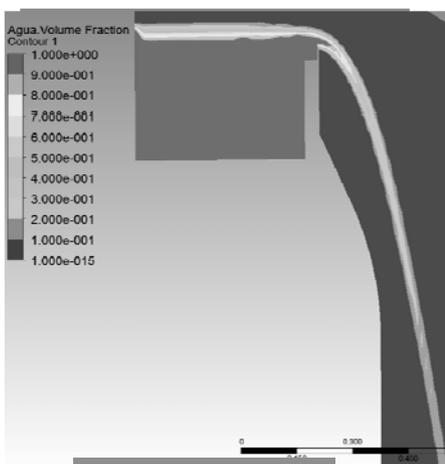


FLOW 3D



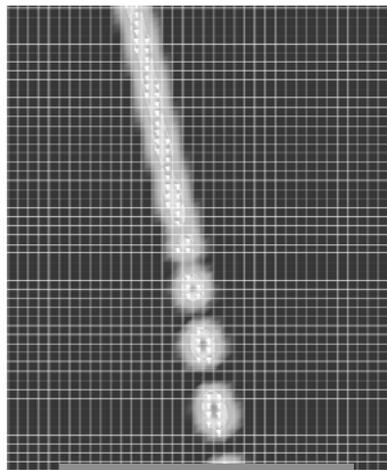
Comparativa:

Q – 19.84 l/s



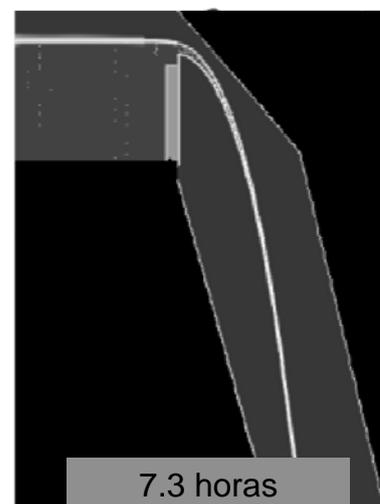
2.0 horas

ANSYS CFX  
Mallado 0.01 m



5.5 horas

FLOW 3D  
Mallado 0.005 m

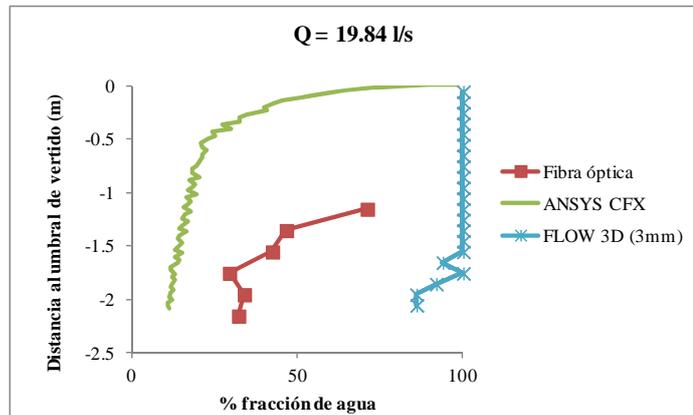
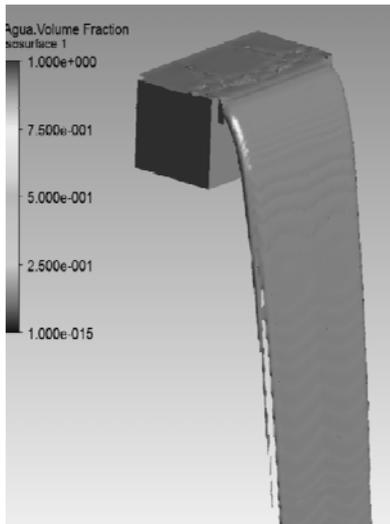


7.3 horas

FLOW 3D  
Mallado 0.003 m

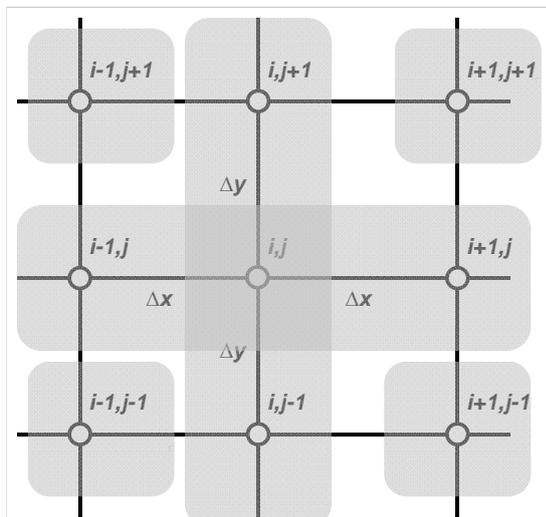
Comparativa:

Q – 19.84 l/s



Consideraciones FLOW 3D:

Esquema de diferencias finitas

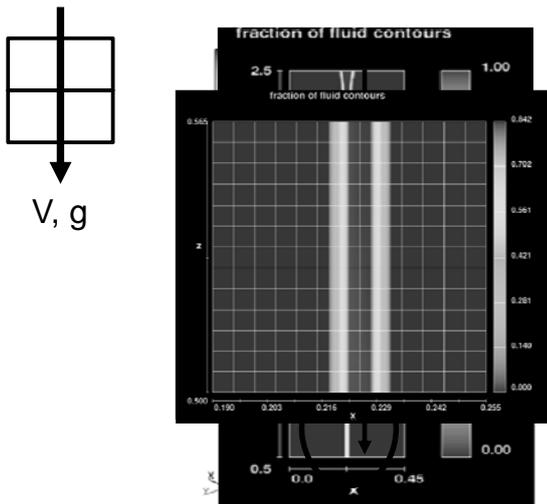


$$\left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{ij} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} - u_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} - u_{i+1,j}}{(\Delta x)^2}$$

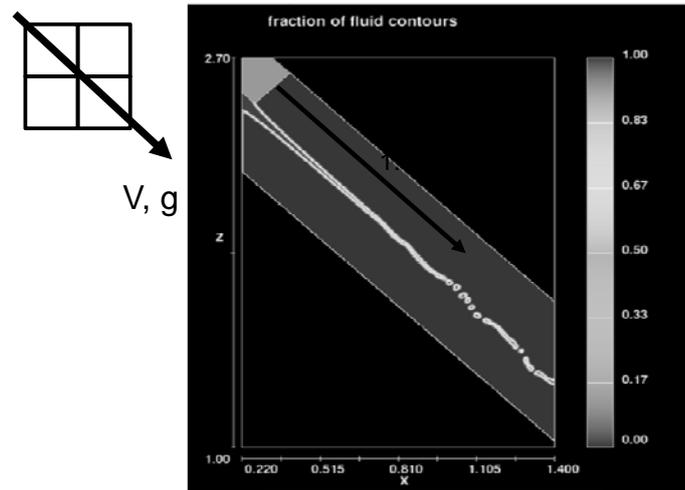
### Consideraciones FLOW 3D:

Esquema de diferencias finitas

Chorro alineado con la malla



Chorro oblicuo a la malla



Objeto → Profundizar en la línea de investigación ya establecida

- 1) Modelo físico → Laboratorio de Ingeniería Hidráulica de la UPCT
  - Presiones (transductores piezorresistivos)
  - Velocidades (ADV, fibra óptica, hilo caliente, PIV, cámara de alta velocidad)
  - Tasas de aireación (fibra óptica)
  - Geometría (cámara de alta velocidad)

- 2) Modelo numérico

- Modelo de turbulencia de 2 ecuaciones (ANSYS CFX y FLOW 3D)  
Simulación tridimensional del conjunto
- Modelo de turbulencia de segundo orden (ANSYS CFX)  
Simulación detallada del chorro



**Línea prioritaria A: Criterios hidromorfológicos para  
la recuperación de espacios fluviales degradados**

## **ÁNÁLISIS Y VALIDACIÓN DE MEDICIONES SOBRE SISTEMAS DE CAPTACIÓN**

**Luis G. Castillo, Juan T. García, José M. Carrillo**

**Grupo I+D+i Hidr@m. Universidad Politécnica de Cartagena. UPCT**

Conocida la escasez de agua en el sureste español y el modo en que se presentan las precipitaciones, se plantea la necesidad de diseñar sistemas de captación en cauces efímeros con el fin de captar parte del flujo de las avenidas y controlar los daños aguas abajo.

Las captaciones de fondo consisten generalmente en una reja situada en el lecho de un cauce, de modo que el agua captada pasa a través de la reja y se conduce a una balsa de almacenamiento.

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena cuenta con una infraestructura diseñada específicamente para el estudio de estos sistemas de captación. Este dispositivo permite analizar la influencia de diferentes configuraciones de barras (forma, espaciamiento, inclinación) sobre el flujo de captación cuando se modelan diferentes concentraciones de sedimentos (Figuras 1 y 2).



*Fig.1 Vista general de la infraestructura de captación.*



*Fig.2 Detalle del flujo a su paso por la reja.*

Se está analizando la relación de caudales captados, la distribución sobre la superficie de la reja (Fig. 3) y el funcionamiento hidráulico del sistema de recogida: canal lateral, transición, rápida y decantador (Fig. 4).

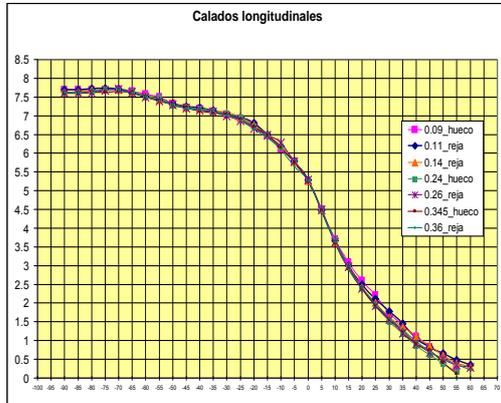


Fig.3 Detalle del paso del agua a través de la reja.

Fig. 4 Detalle de reja, canal lateral y transición.

Los datos obtenidos se comparan con los resultados simulados mediante programas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Las primeras comparaciones entre los resultados obtenidos en el modelo numérico y las mediciones realizadas en el modelo físico muestran una buena concordancia (Fig. 5).

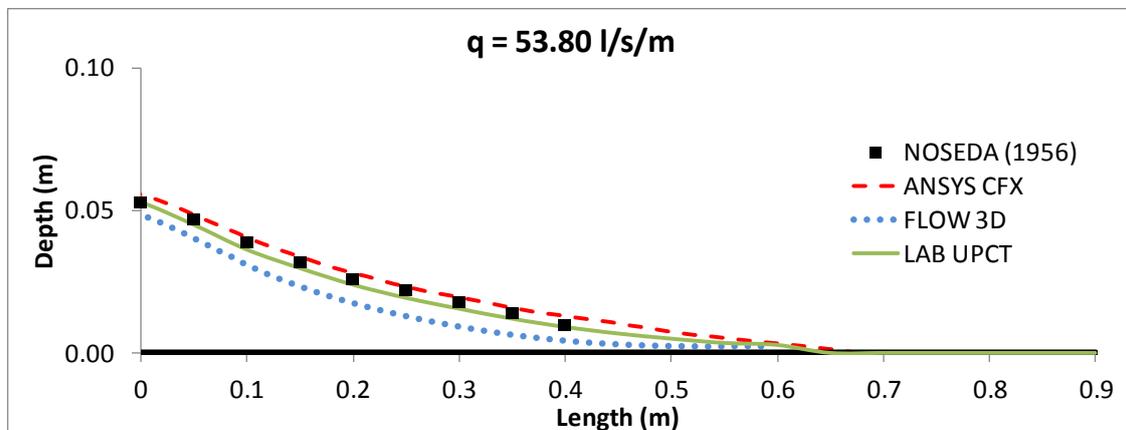


Fig.5 Perfiles de flujo medidos y simulados a lo largo de una captación de fondo.

Una vez calibrados los modelos numéricos en agua clara, se procederá a analizar la variabilidad de los diferentes parámetros de diseño en diferentes condiciones de flujo y grado de concentración de sedimentos.



Grupo I+D+i Ing. Hidráulica, Marítima y Medio Ambiental  
Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT)



## ANÁLISIS Y VALIDACIÓN DE MEDICIONES SOBRE SISTEMAS DE CAPTACIÓN DE FONDO

*Luis G. Castillo Elsitdié*  
*Juan T. García Bermejo*  
*José M. Carrillo Sánchez*

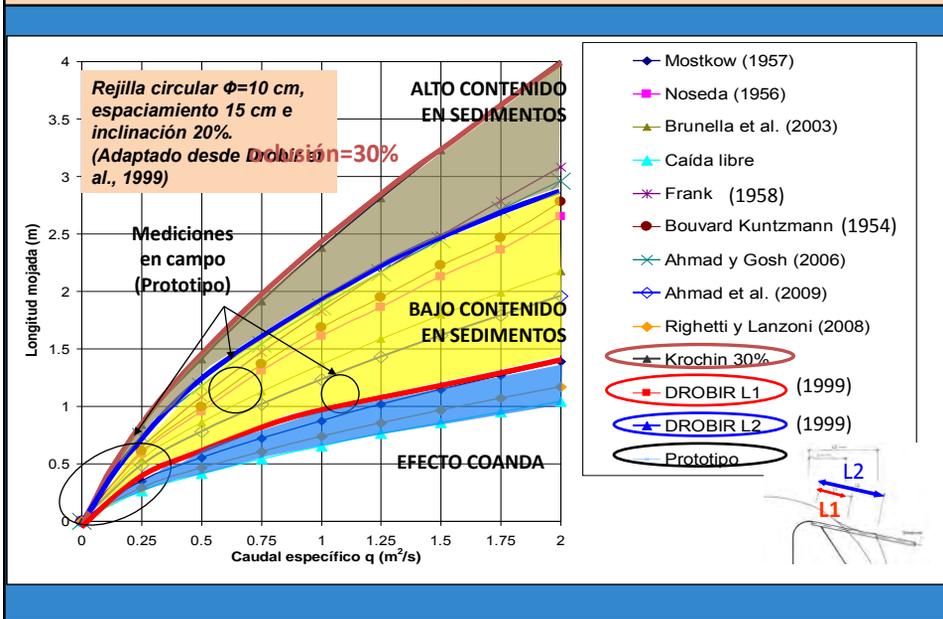
Julio 2012. V Seminario RLHE sobre las Líneas Prioritarias de  
Investigación de la Red



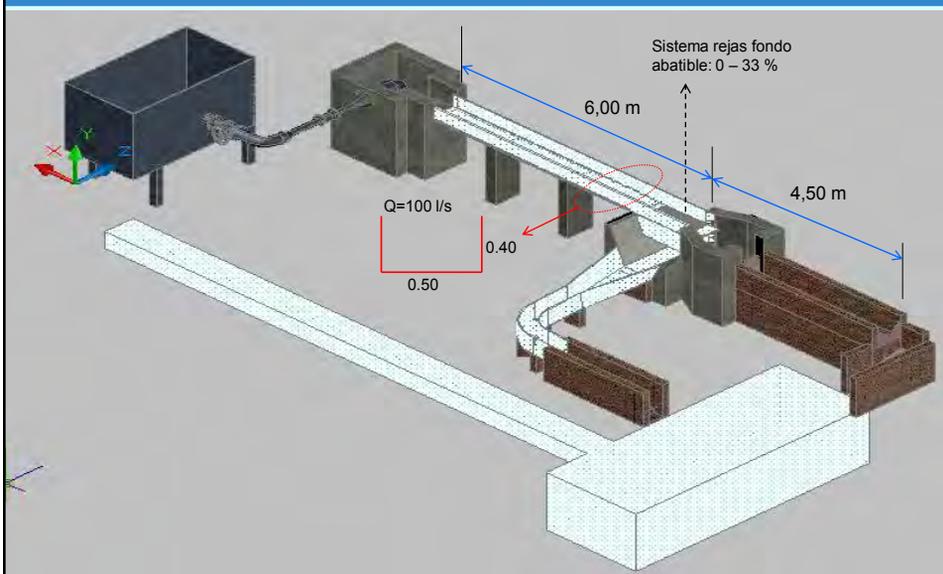
### Obra de captación de fondo en el barranco de Las Angustias



## Formulaciones existentes: Longitudes mínimas de reja en proyección horizontal, en función del caudal específico de captación

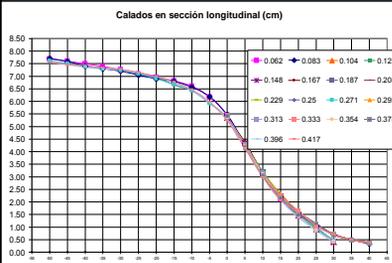


## Modelo físico diseñado

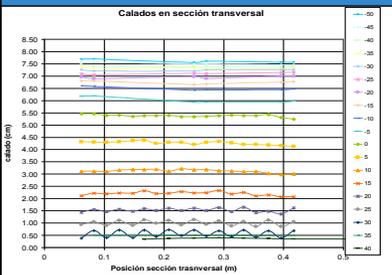




# Mediciones Modelo físico



Valores para:  $i=0$ ;  
 $q=53,8$  l/s.m; y  
 $m=0,28$



# Primeros resultados Modelo físico



## ECUACIONES DE CÁLCULO RUNGE KUTTA

Ecuación diferencial de primer orden obtenida para  $H=cte$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{m.C_q.2.\sqrt{h.\cos\alpha.(H_0 + x.sen\alpha - h.\cos\alpha)} + h.sen\alpha}{3.h.\cos\alpha - 2.(H_0 + x.sen\alpha)}$$

Ecuación diferencial de primer orden obtenida para  $E=cte$

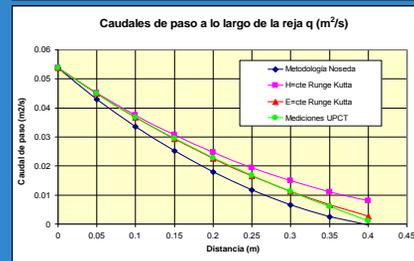
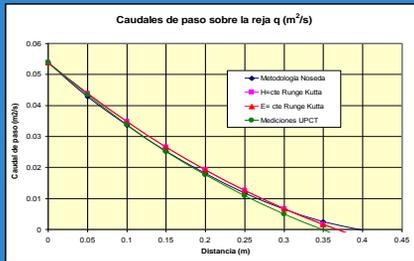
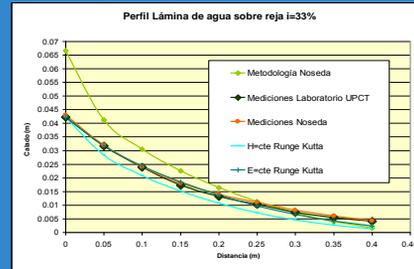
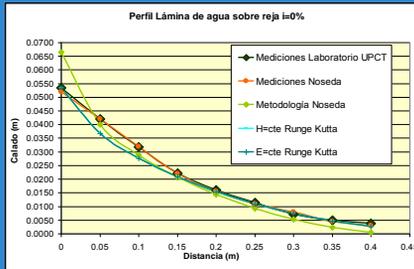
$$\frac{dh}{dx} = \frac{m.C_q.2.\sqrt{h.\cos\alpha.(E_0 - h.\cos\alpha)}}{3.h.\cos\alpha - 2.(E_0)}$$



# Primeros resultados Modelo físico



CASO:  $q=53,8 \text{ l/s.m}$  y  $m=0,28$ . Ptes reja= 0 y 33%

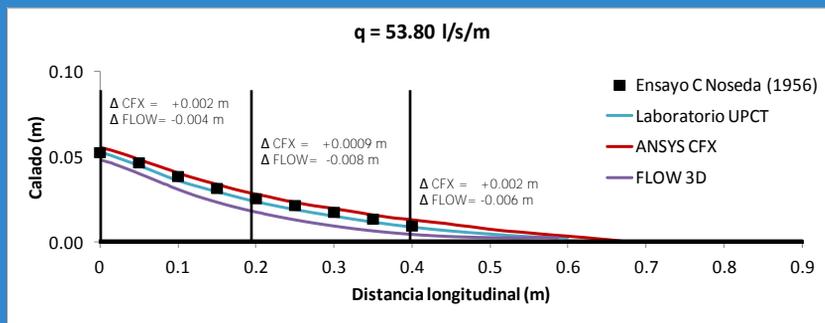


# Primeros resultados CFD



## Perfil longitudinal

- Perfiles de flujo sobre el centro de la barra.

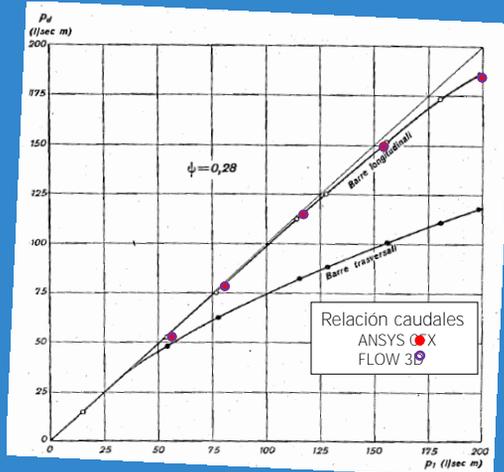




# Primeros resultados CFD



## Capacidad de captación



$q$ entrada (l/s/m)	$q_d$ Nosedá (l/s/m)	$q_d$ CFX (l/s/m)	$q_d$ FLOW (l/s/m)
198.30	187.00	191.80	193.53
154.40	152.00	153.80	152.35
114.60	113.00	114.10	113.01
77.00	76.00	76.91	76.59
53.80	53.80	53.74	53.80

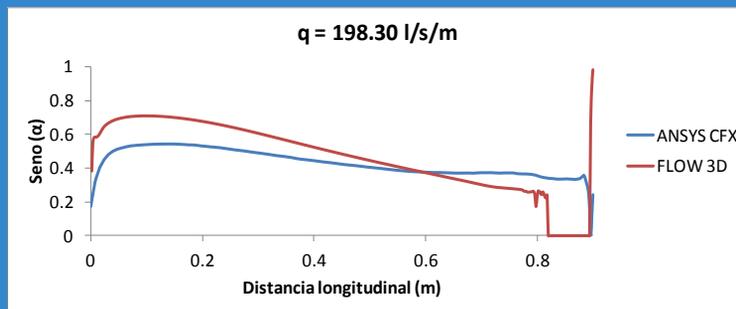


# Primeros resultados CFD



## Coefficiente de descarga

- Analogía entre  $\sin(\alpha)$  y Coeficiente de descarga,  $C_q$ . (Righetti et al., 2000)



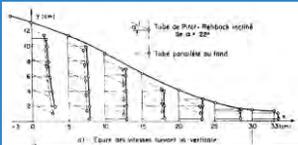
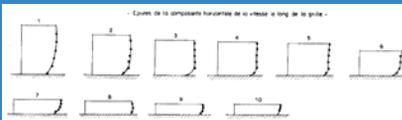
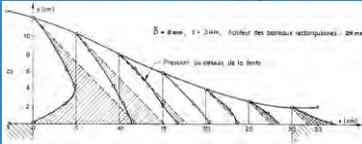


# Próximos pasos



## Sobre modelo físico y CFD

1) Trazado I.d.c, medición de velocidades y presiones



Mostkow,  
M. A.  
(1957)

2) Introducción de sedimentos: optimizar longitudes de captación

3) Validación de formulación de flujo sobre reja: cálculo de coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  de corrección de  $v$  y  $p$

4) Formulación para coeficiente de descarga

5) CRITERIOS DE DISEÑO DE OBRAS DE CAPTACIÓN DE FONDO PARA CAUCES EFÍMEROS



# GRACIAS

