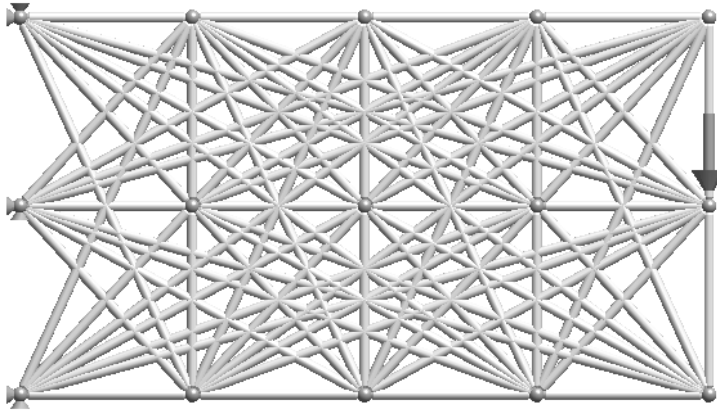
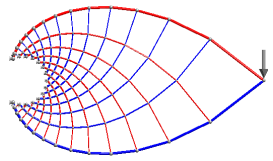




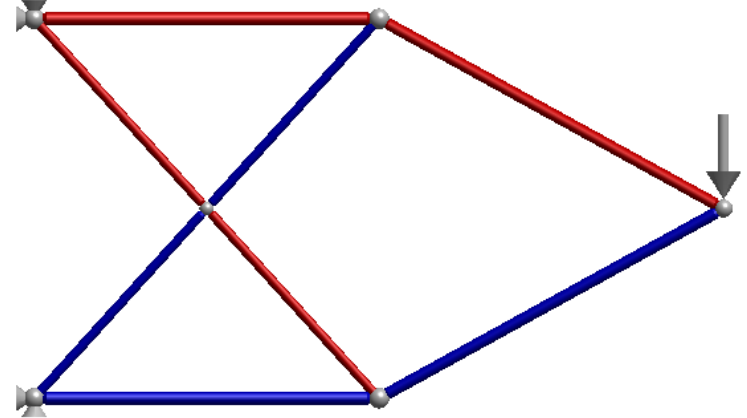
**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA  
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS Y CONSTRUCCIÓN**

# **DISEÑO ÓPTIMO SIMULTÁNEO DE TOPOLOGÍA Y GEOMETRÍA DE ESTRUCTURAS ARTICULADAS MEDIANTE TÉCNICAS DE CRECIMIENTO**

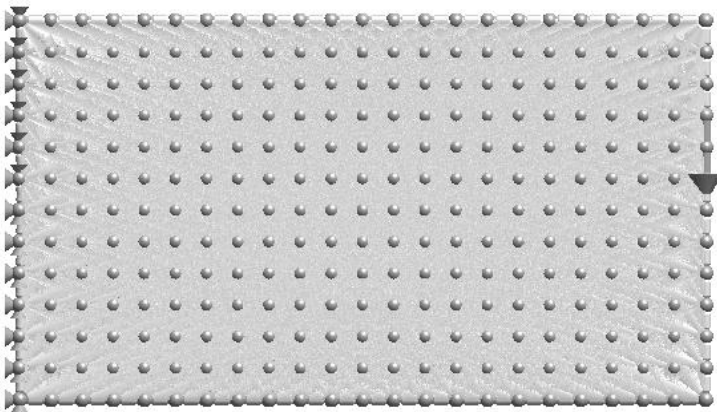
Cartagena, 12 de marzo de 2012



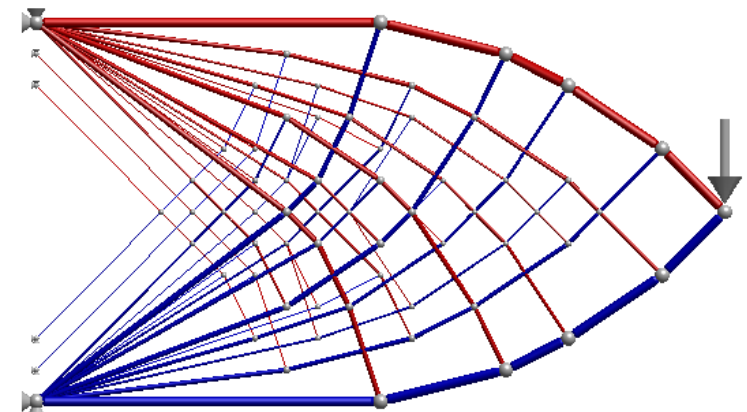
Universo estructural 4x2. 15 nudos, 72 barras



Topología óptima. 6 nudos, 8 barras. Masa = 6,47931



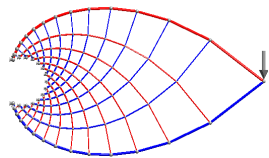
Universo estructural 22x12. 299 nudos, 27242 barras



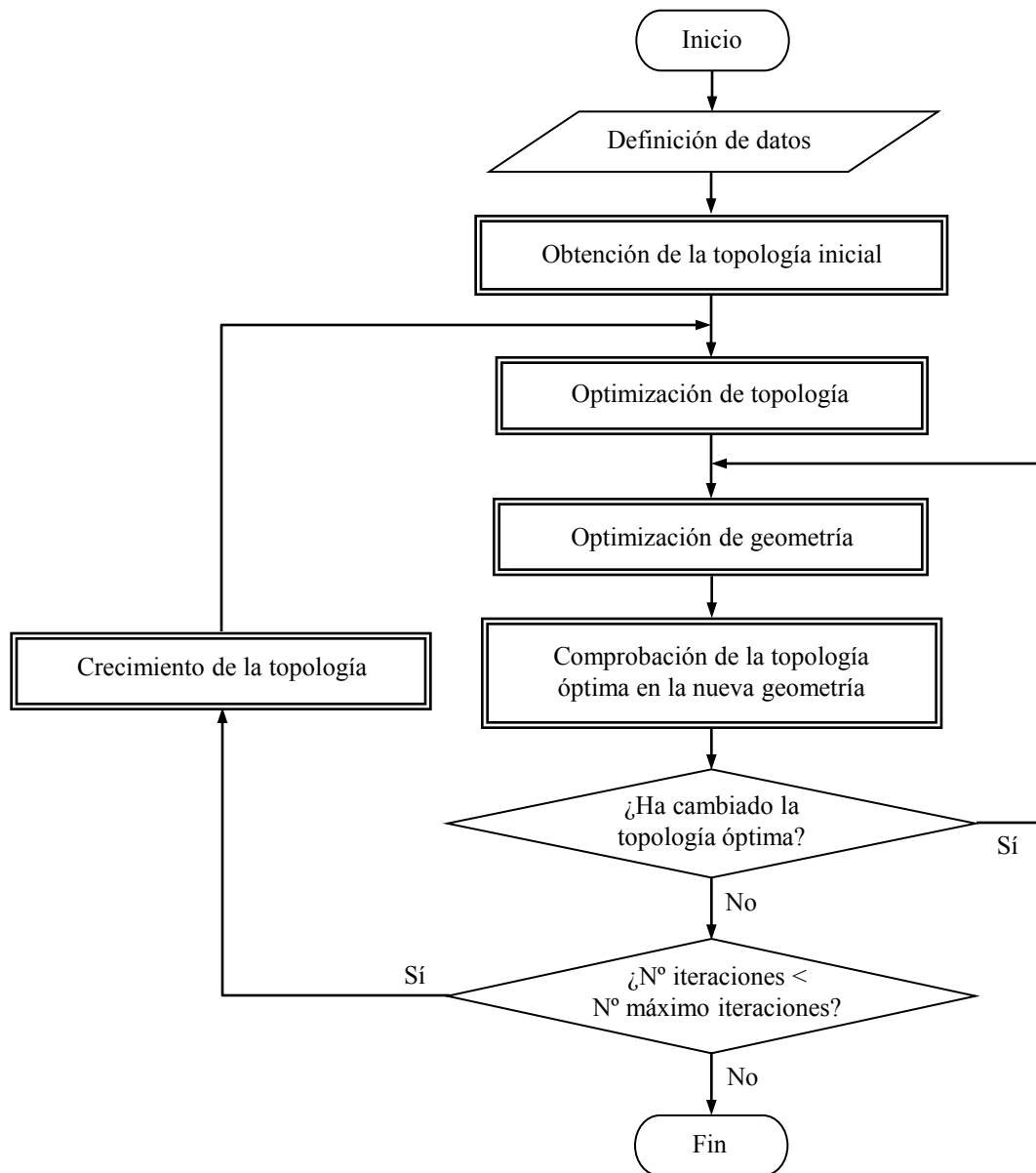
Topología óptima. 105 nudos, 206 barras. Masa = 6,10349

T  
T  
O

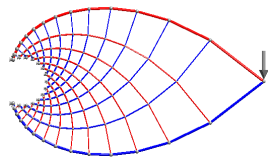
# Método de crecimiento propuesto



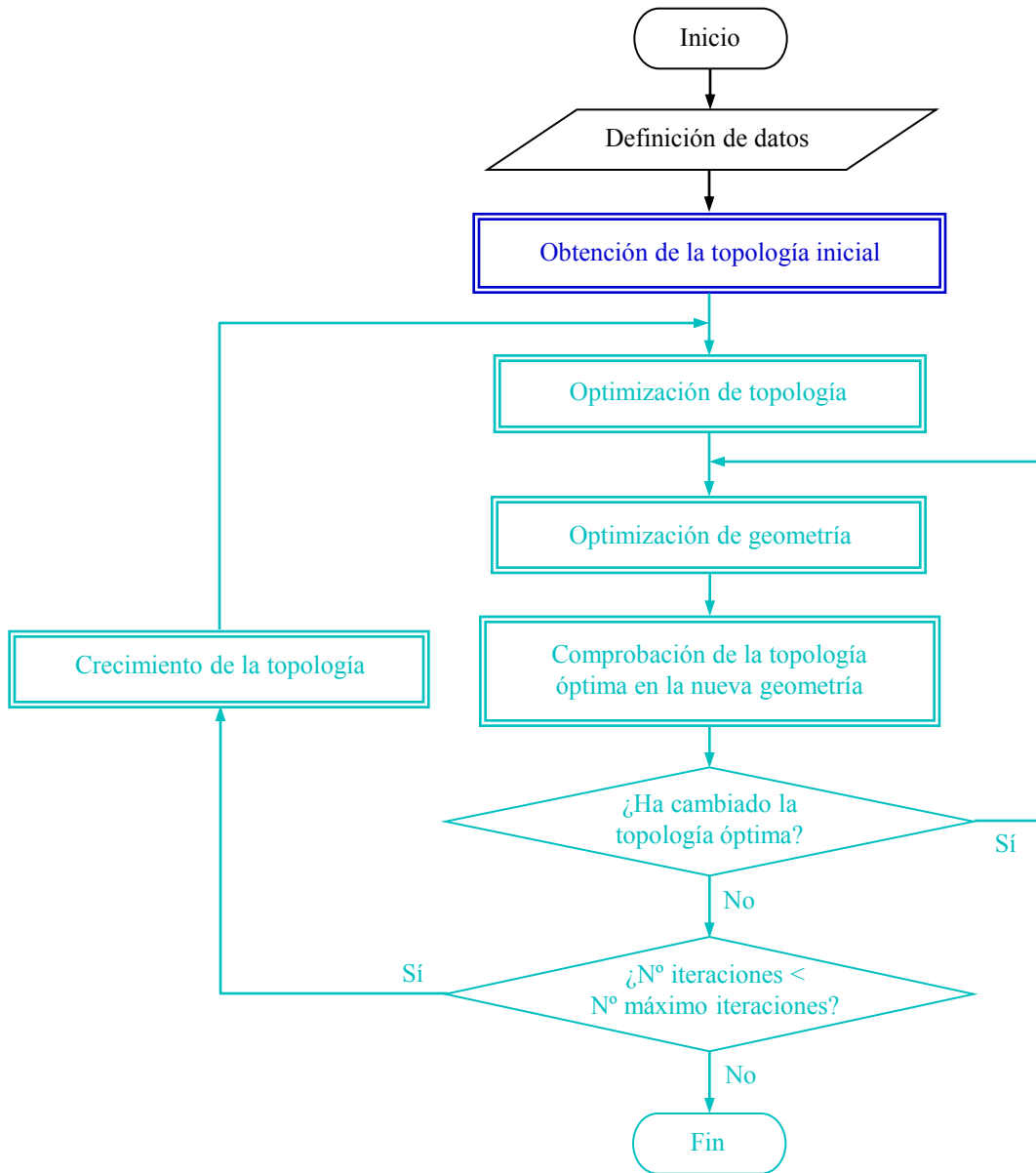
T  
T  
O



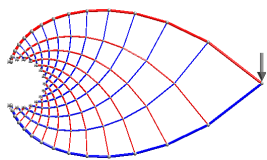
# Método de crecimiento propuesto



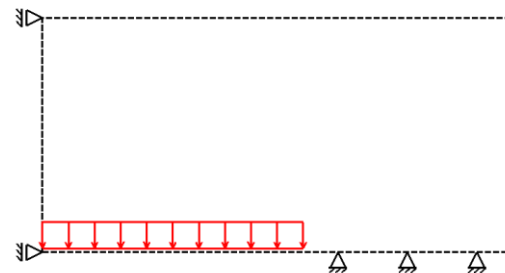
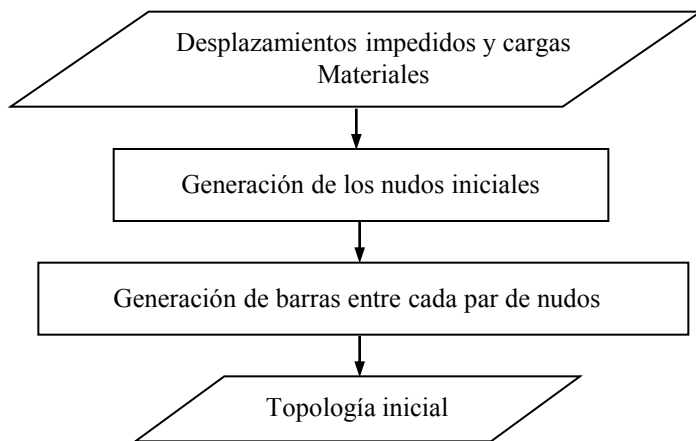
T  
T  
O



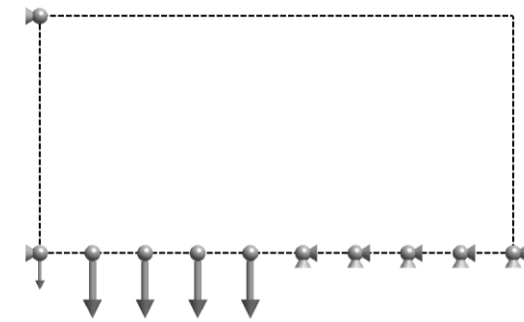
# Obtención de la topología inicial



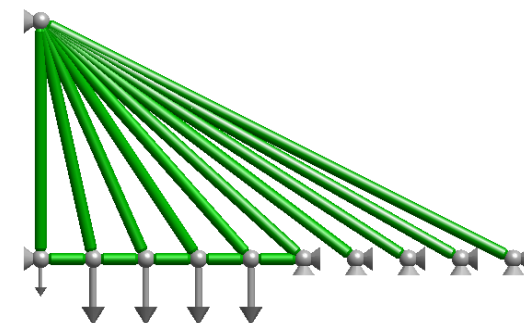
T  
T  
O



Datos iniciales

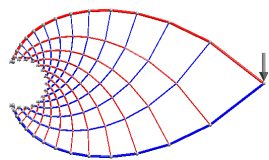


Nudos iniciales

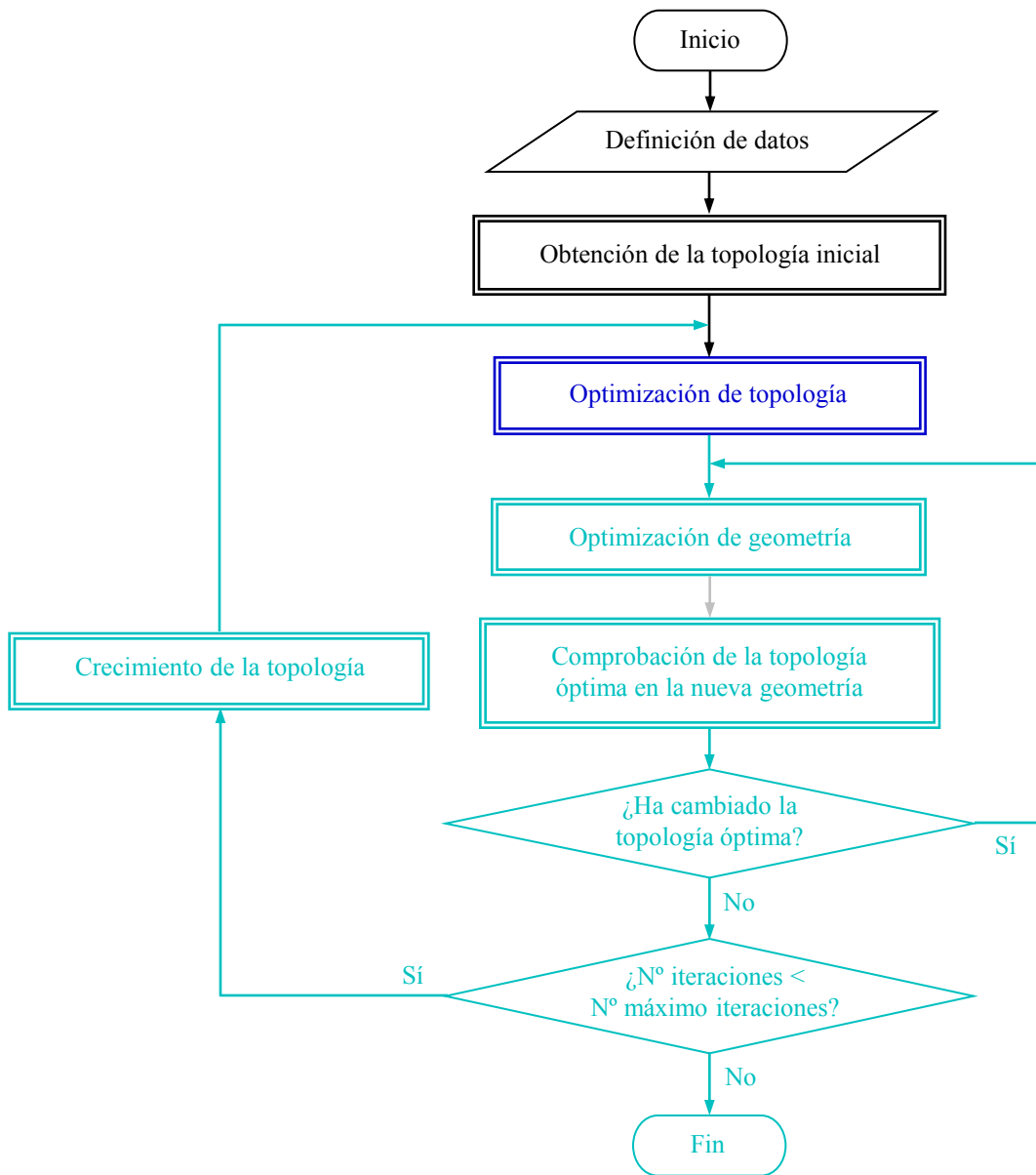


Universo estructural inicial

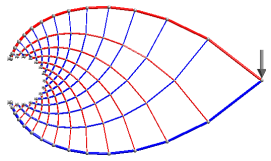
# Método de crecimiento propuesto



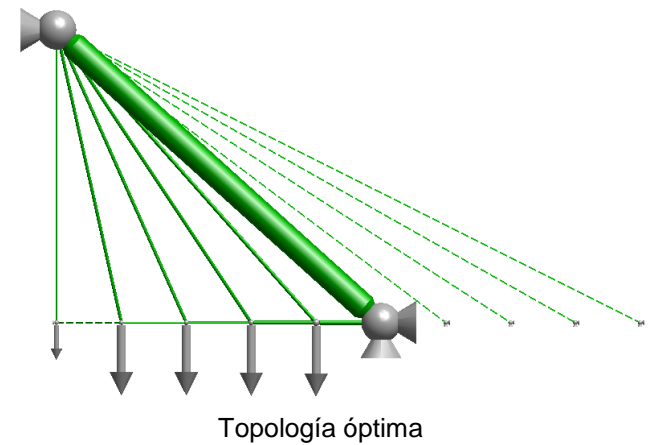
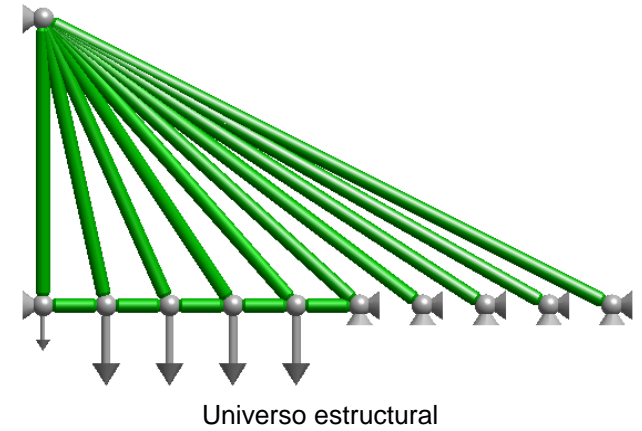
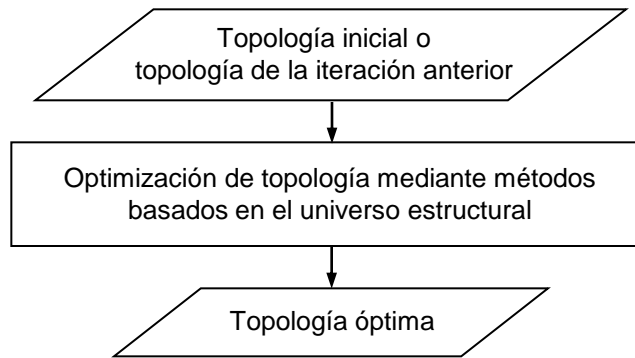
T  
T  
O



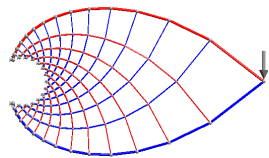
# Optimización de topología



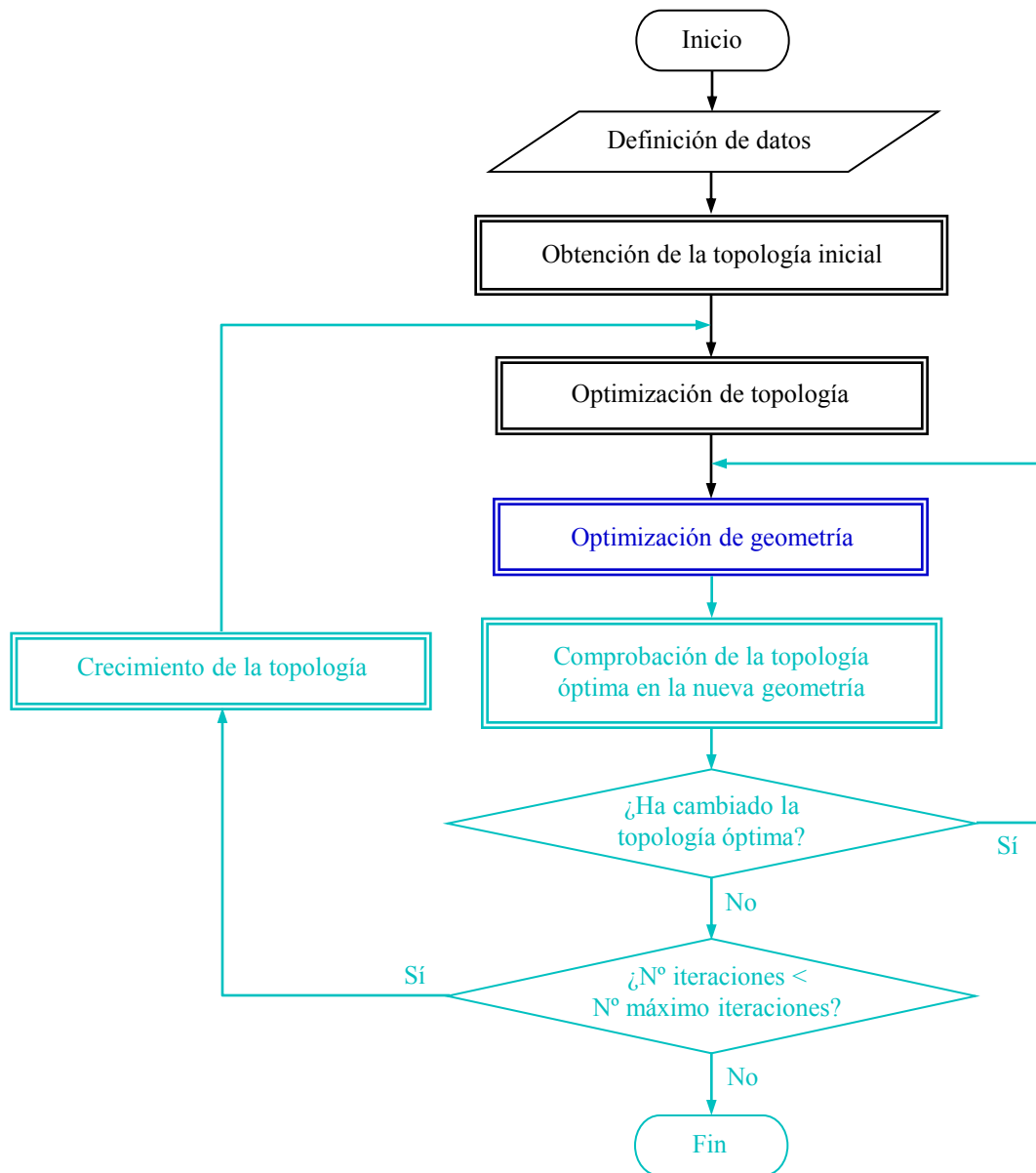
T  
T  
O



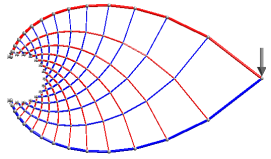
# Método de crecimiento propuesto



T  
T  
O

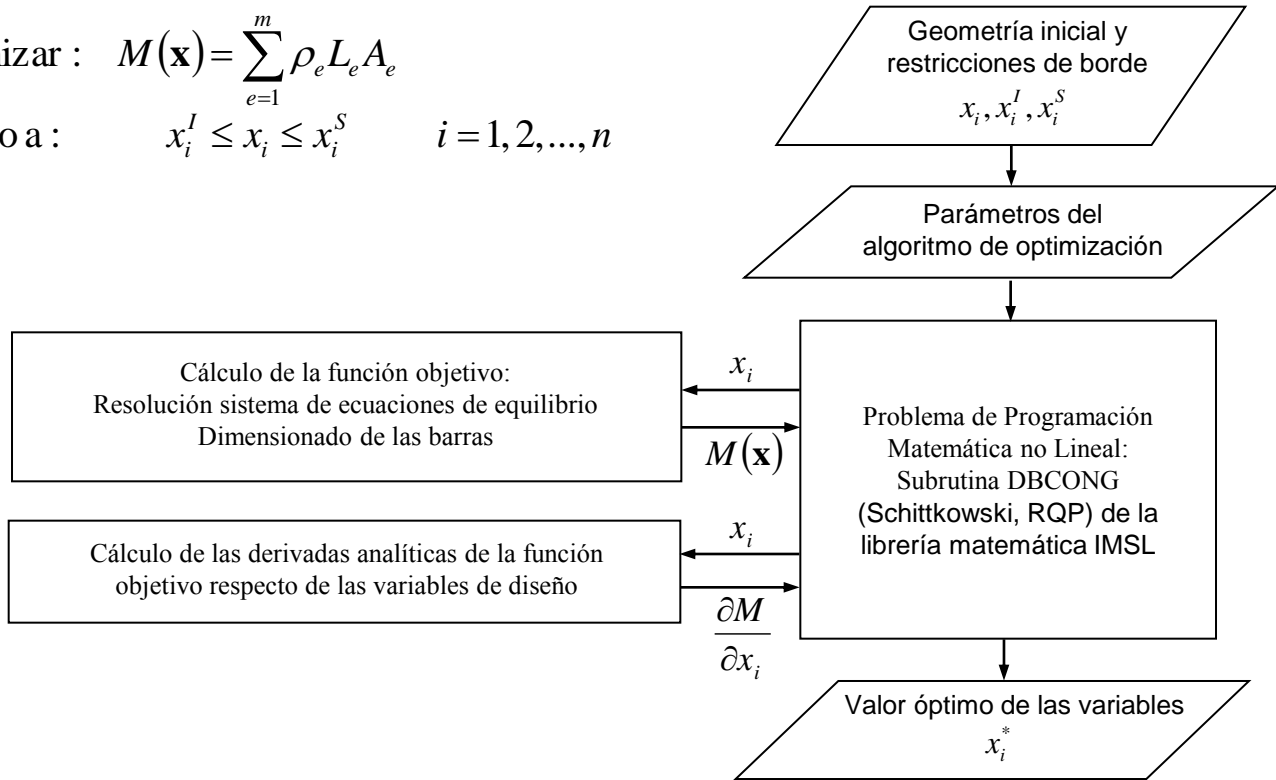




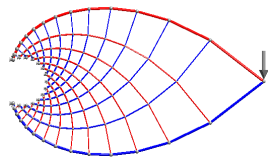


T  
T  
O

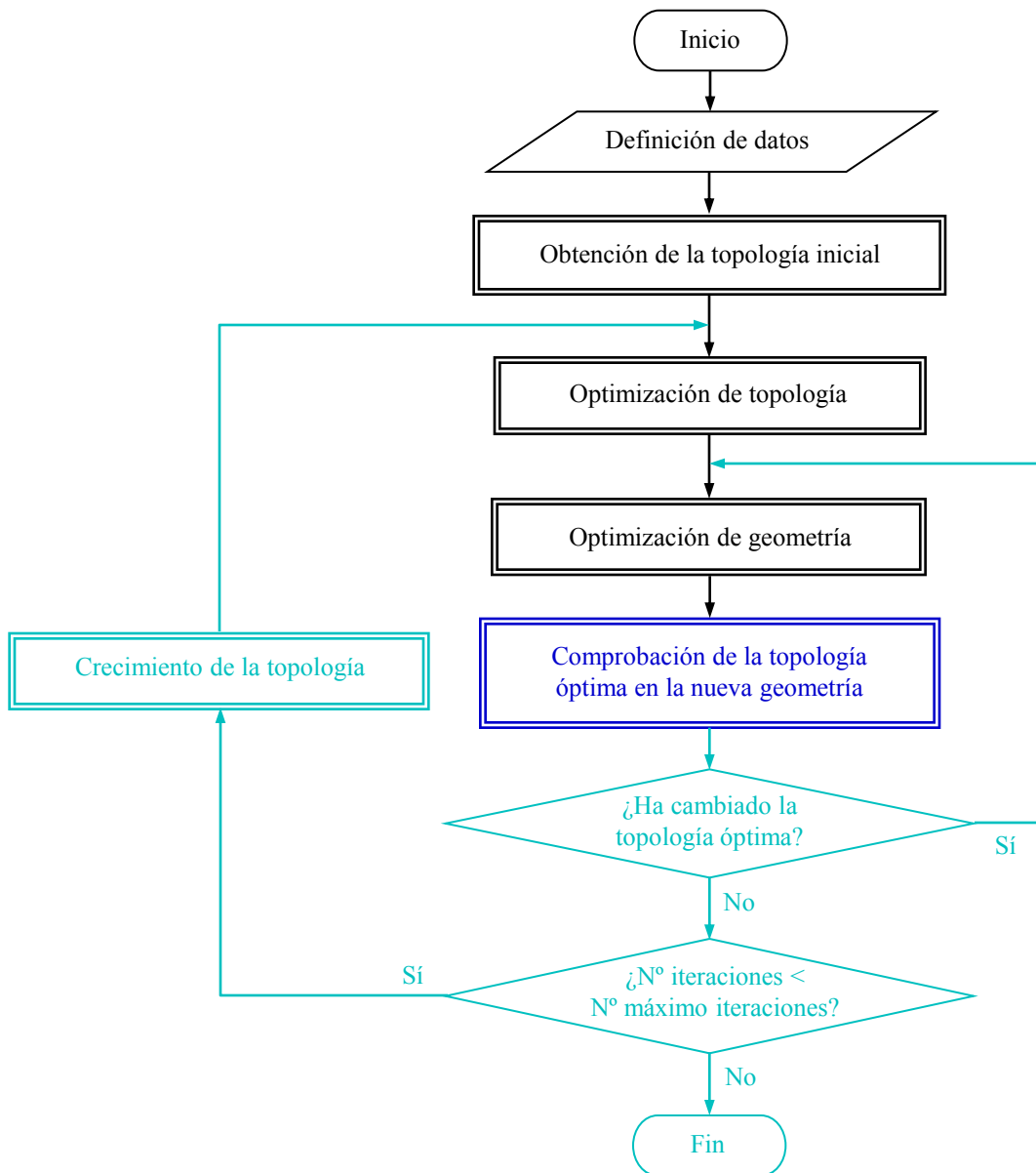
$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{x}}{\text{minimizar}} : \quad & M(\mathbf{x}) = \sum_{e=1}^m \rho_e L_e A_e \\ \text{sujeto a :} \quad & x_i^I \leq x_i \leq x_i^S \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

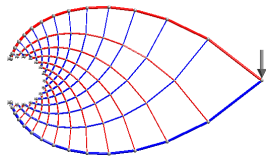


# Método de crecimiento propuesto

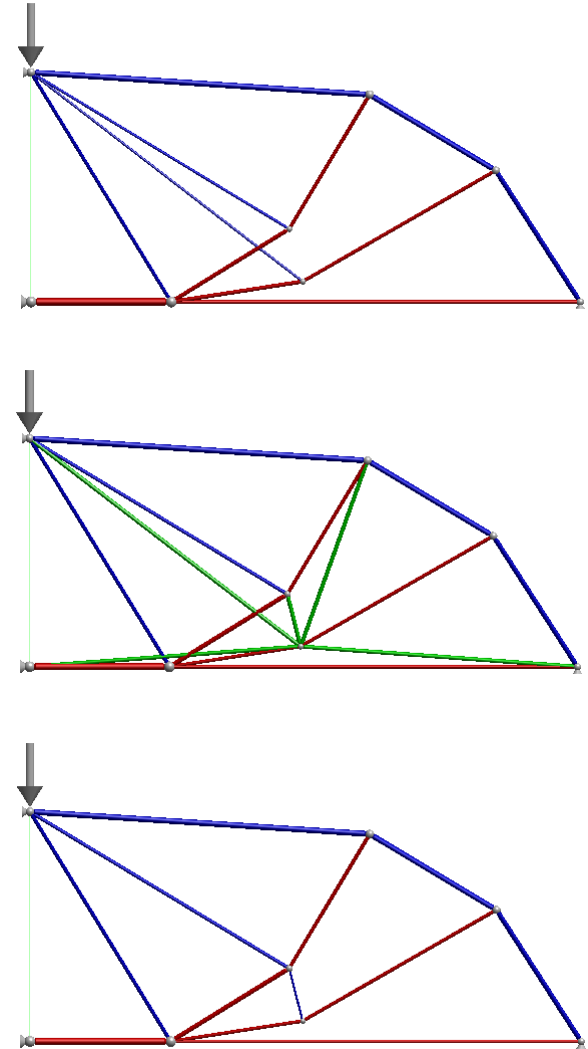
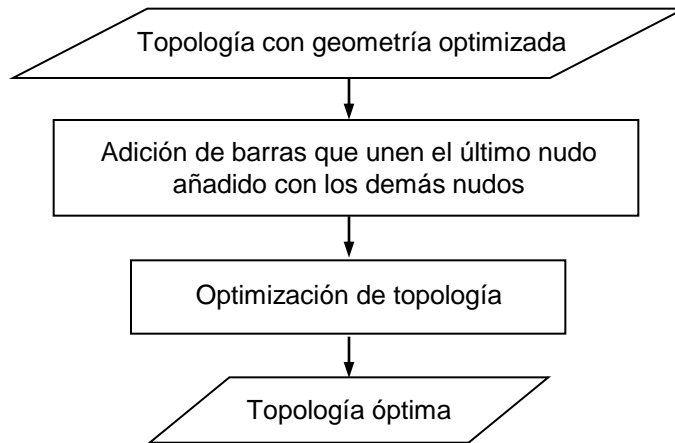


T  
T  
O

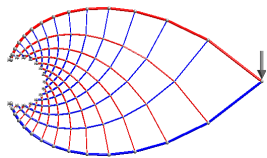




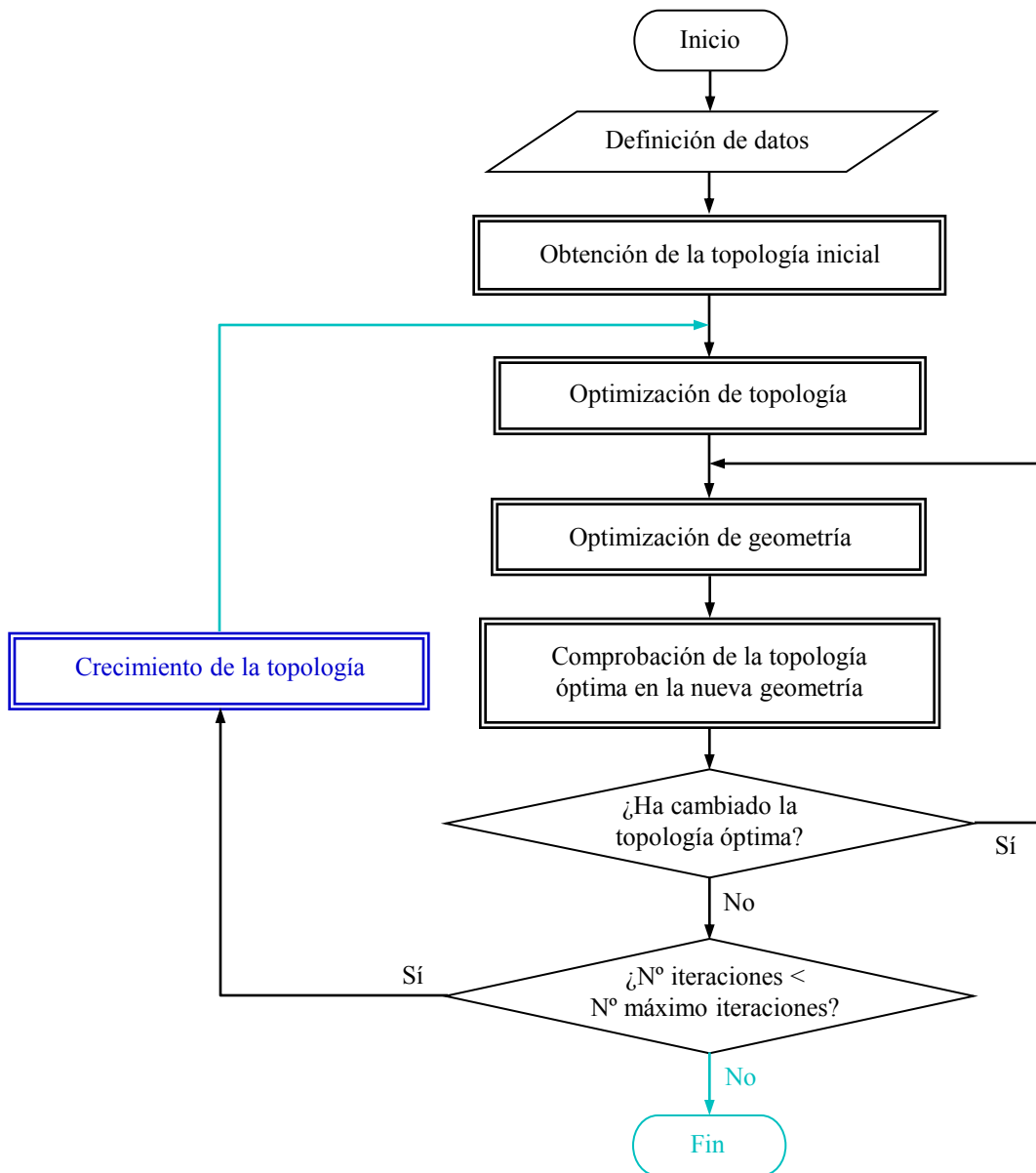
T  
T  
O

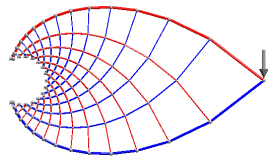


# Método de crecimiento propuesto

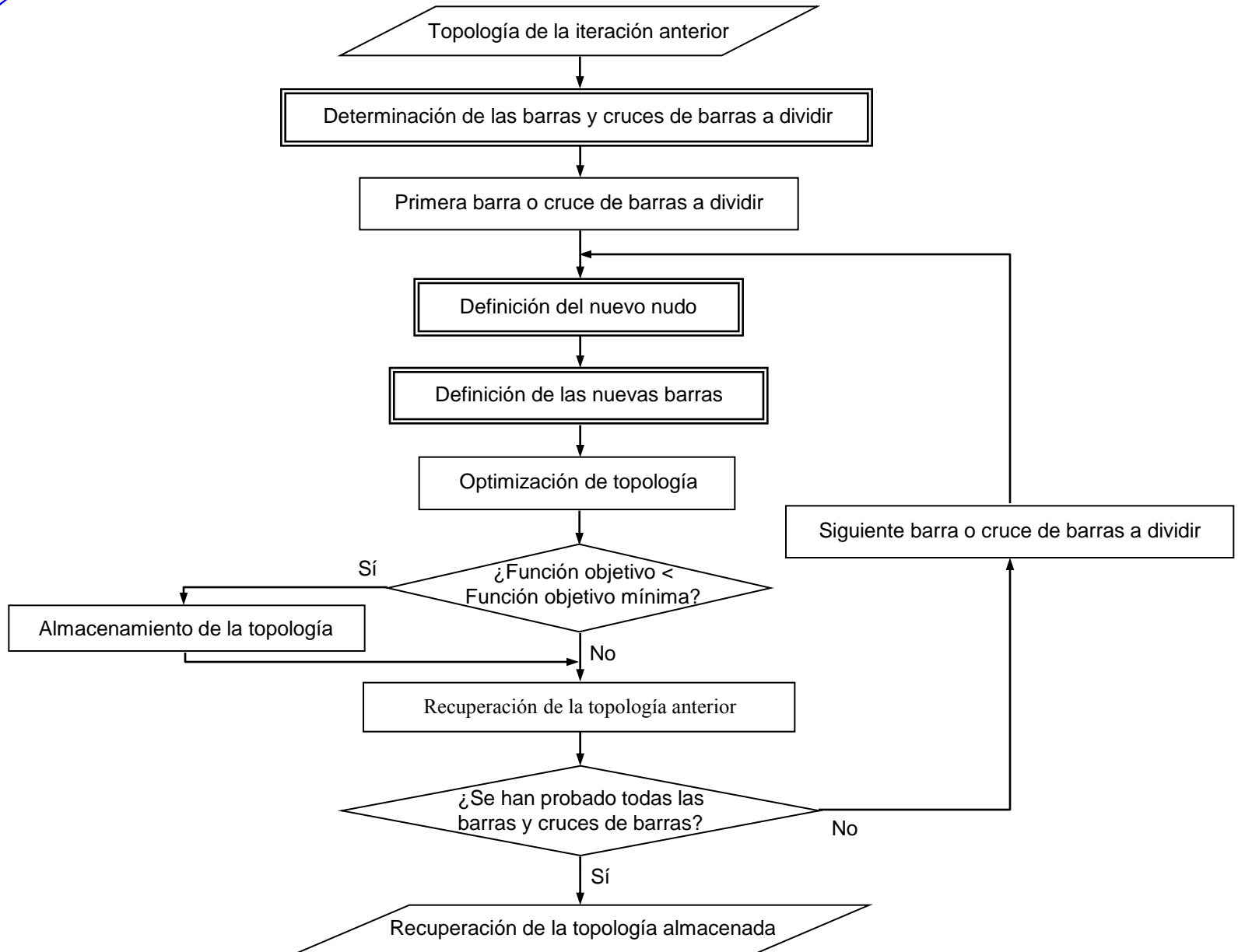


T  
T  
O

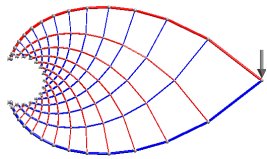




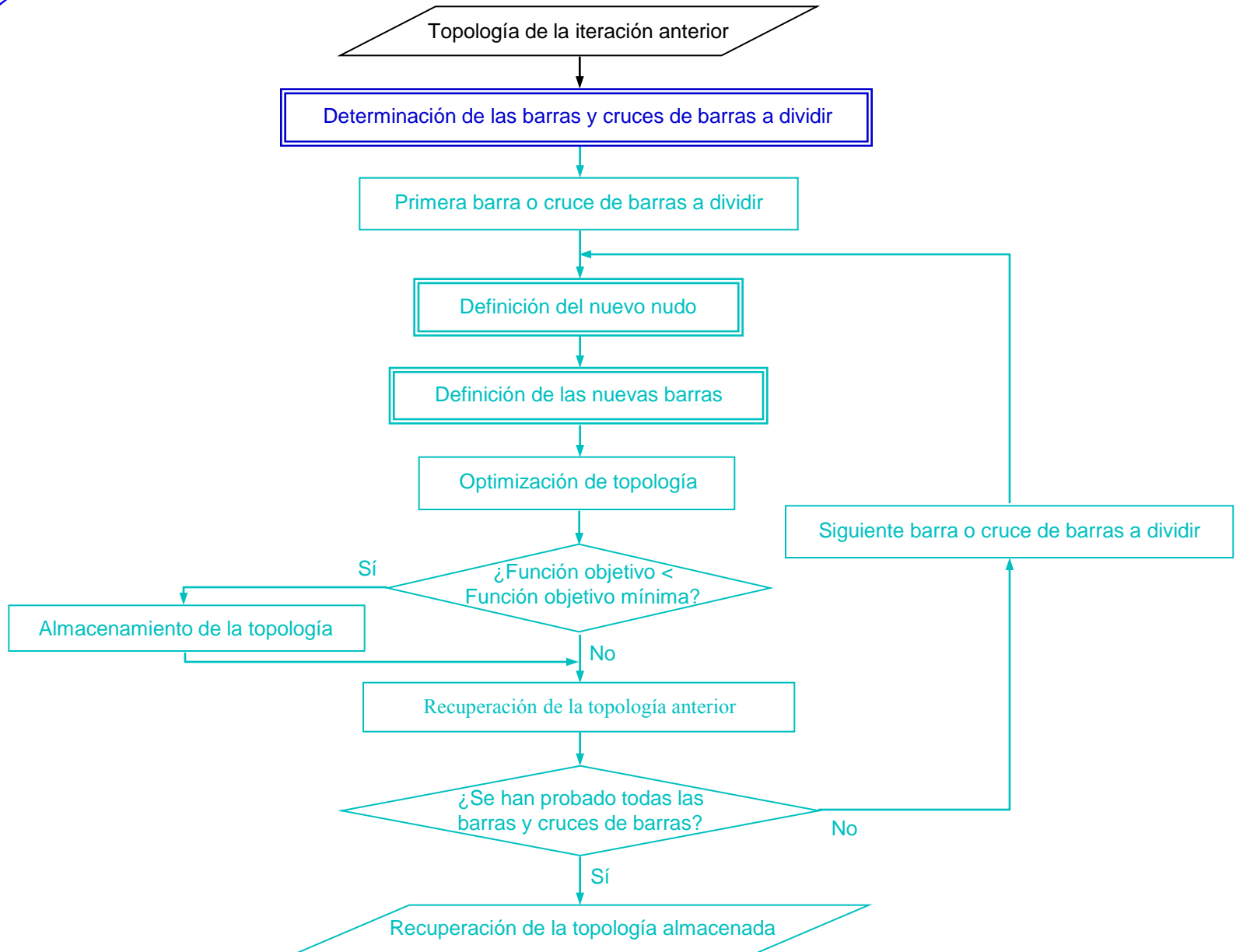
# Crecimiento de la topología



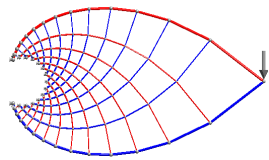
T  
T  
O



# Crecimiento de la topología

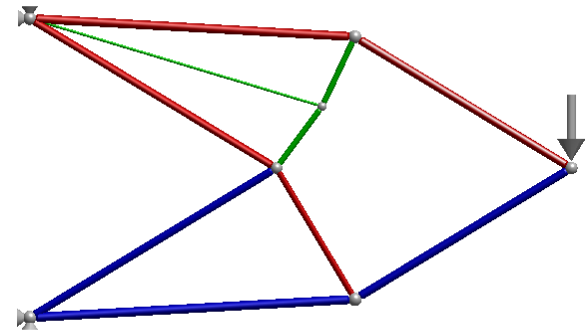
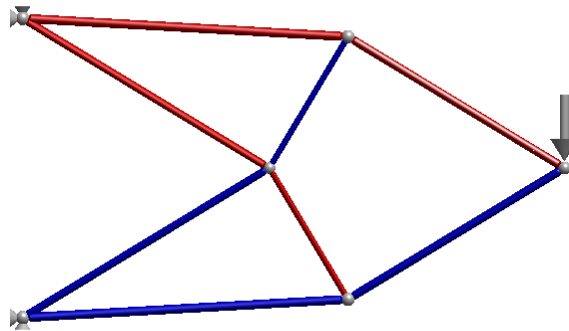


T  
T  
O



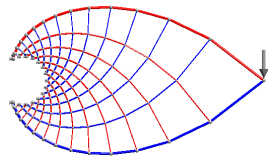
## Determinación de las barras y cruces de barras a dividir

- En el método propuesto, para el crecimiento de la topología se utilizan dos criterios: dividir una barra o dos barras que se cruzan
- En la bibliografía no se ha encontrado un criterio, que sea válido siempre, para la elección de la mejor barra o cruce de barras a dividir
  - o La barra más larga (Rule)

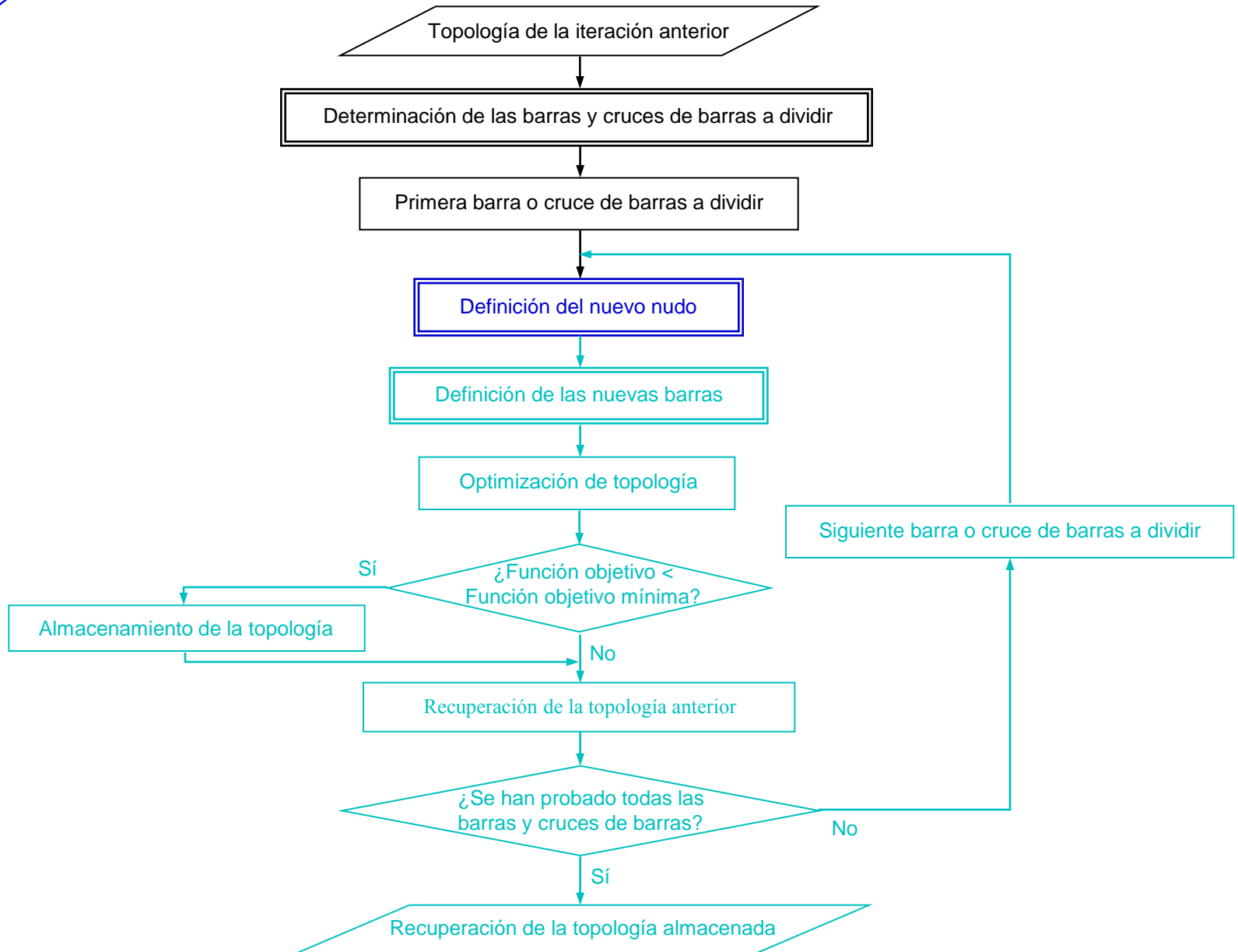


- En el método propuesto se han probado diferentes alternativas (barra más larga, barra de mayor área, ...) sin éxito
- Dado que el coste computacional no es alto, se ha optado por probar todas las barras y todos los cruces de barras y elegir aquél con el que menor función objetivo se obtenga.

T  
T  
O

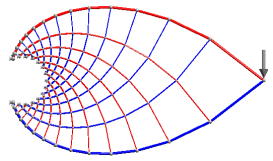


# Crecimiento de la topología



T  
T  
O

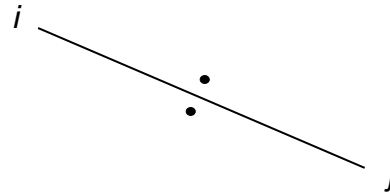




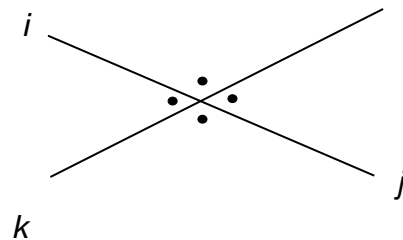
## Definición del nuevo nudo (1)

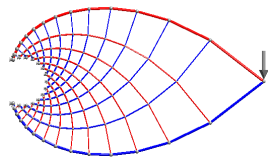
### Métodos generales

- Puntos de una rejilla
- Puntos aleatorios (usado por McKeown, 1998)
- Entorno de los puntos medios de las barras (usado por Rule, 1994, y por Bojczuk y Mróz, 1998)



- Entorno de los cruces de las barras

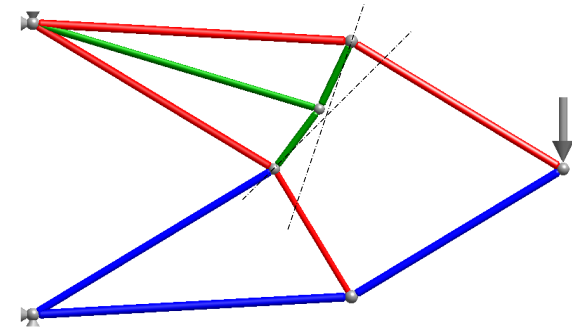
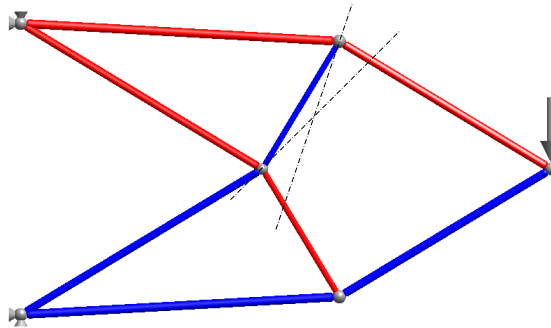




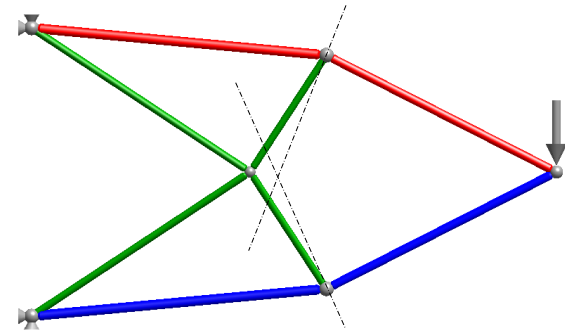
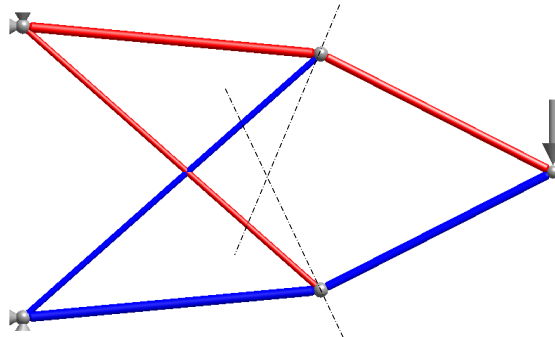
## Definición del nuevo nudo (2)

*Método basado en las direcciones principales de tensión*

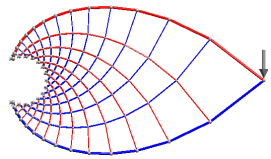
- Modificar la topología para mejorar la ortogonalidad de las barras en los nudos
  - o División de una barra



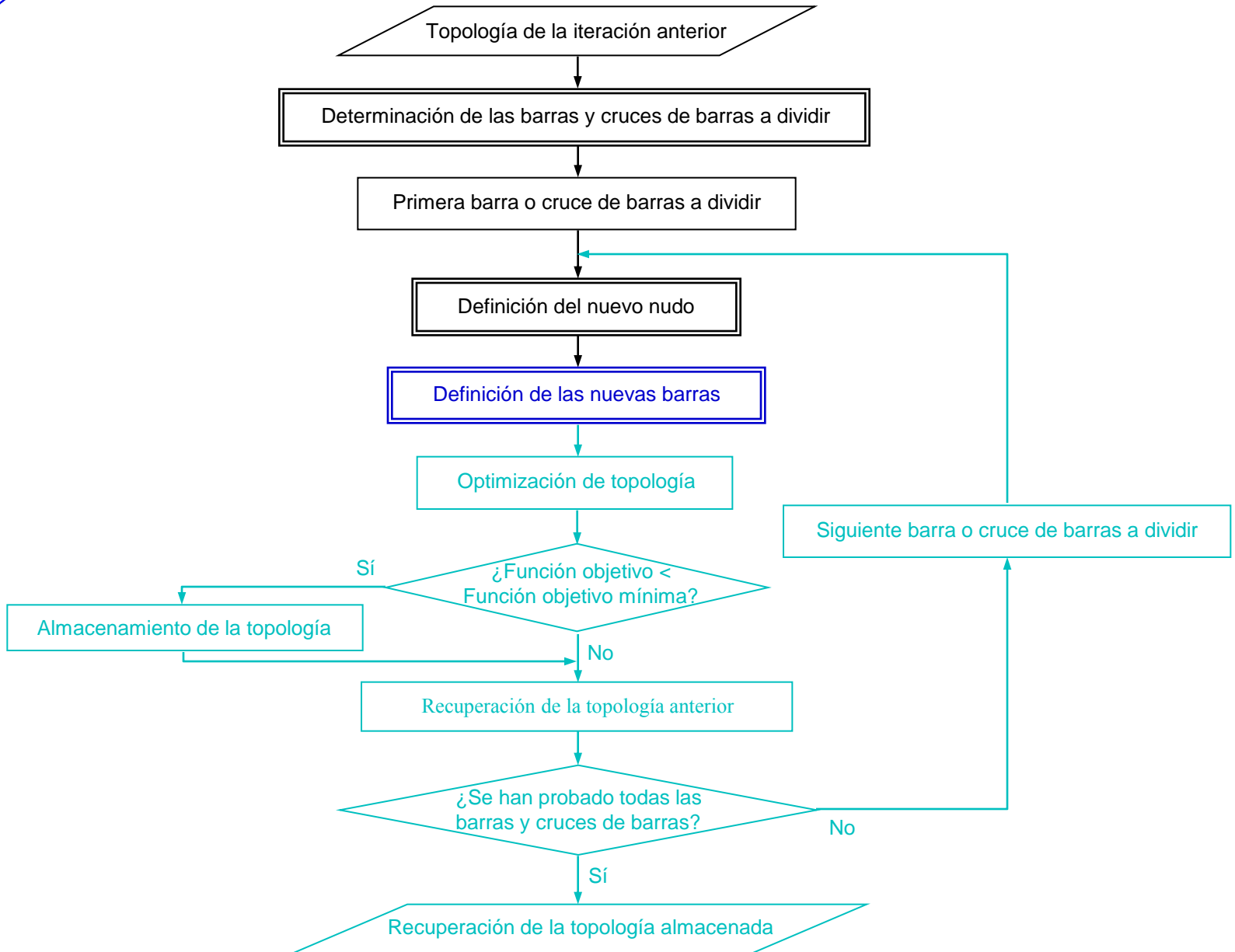
- o División de dos barras que se cruzan



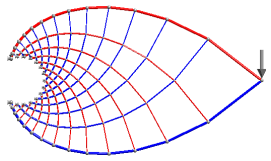
- El nuevo nudo se sitúa en el punto medio del *spline* cúbico que pasa por los nudos y tiene las pendientes de las bisectrices.



# Crecimiento de la topología



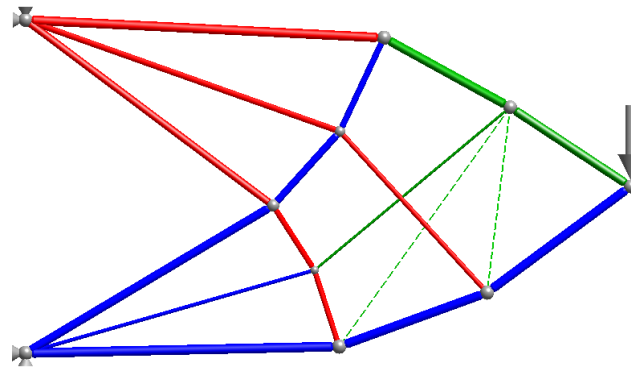
T  
T  
O



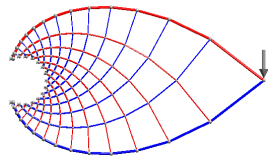
## Definición de las nuevas barras (1)

### *División de una barra*

- Para mantener la isostaticidad hay que añadir una nueva barra que conecte el nuevo nudo con otro
- En la bibliografía no se ha encontrado un criterio, que sea válido siempre, para la elección del nudo con el que conectar el nuevo nudo
  - Nudo más cercano (Rule, y Bojczuk y Mróz)
  - Nudo más cercano a la perpendicular a la barra por el punto medio

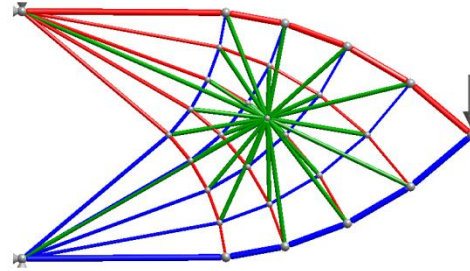


- En el método propuesto se ha recurrido a añadir varias barras y, mediante una optimización de topología, decidir cuál es la mejor.

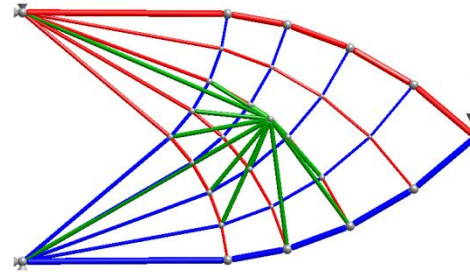


## Definición de las nuevas barras (2)

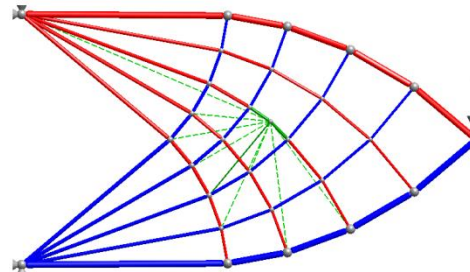
- Para asegurar que no se va a descartar la barra correcta, se pueden añadir todas las barras posibles uniendo el nuevo nudo con todos los demás

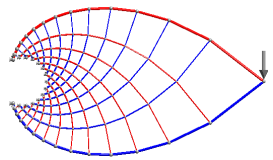


- Se descartan las barras que están al mismo lado de la barra que el nuevo nudo



- Una vez obtenido el universo estructural, se optimiza la topología

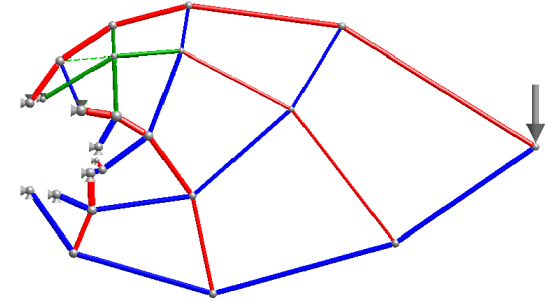
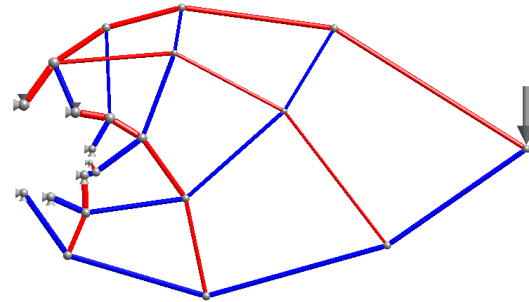




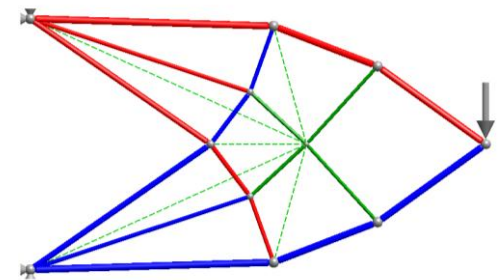
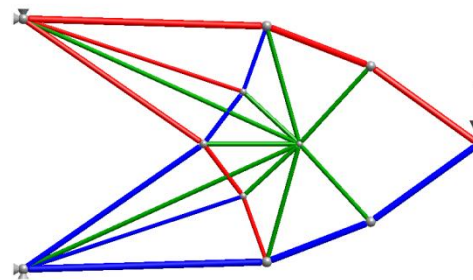
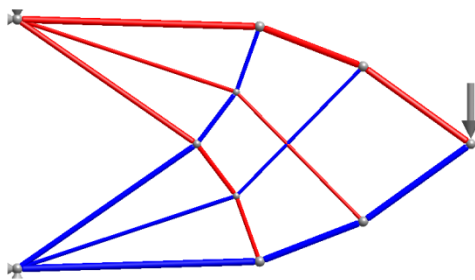
## Definición de las nuevas barras (3)

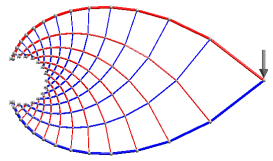
### *División de dos barras que se cruzan*

- Las mejores barras no siempre son las que resultan de dividir las dos barras que se cruzan



- Para elegir las nuevas barras a añadir se sigue el mismo procedimiento que al dividir cada una de las barras de forma independiente

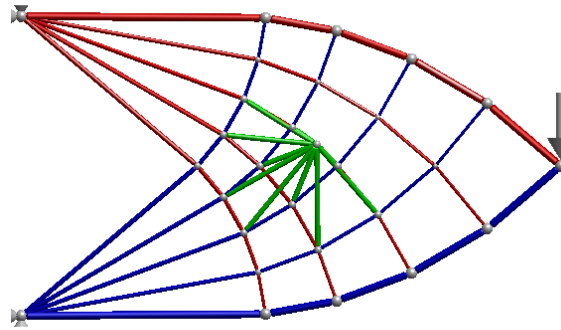




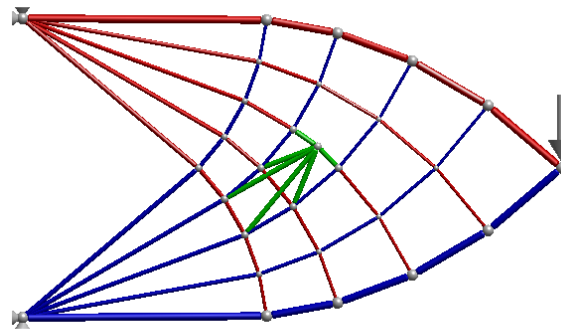
## Definición de las nuevas barras (4)

*Criterios prácticos para limitar el número de barras a añadir al nuevo nudo*

- Limitar el número de cruces de barras

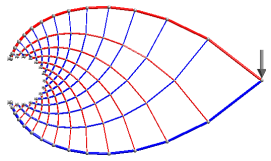


- Limitar el número máximo de barras en exceso (grado de hiperestaticidad). Se eligen las más ortogonales



T  
T  
O

# Voladizo de Michell (Rozvany, 1998) (1)



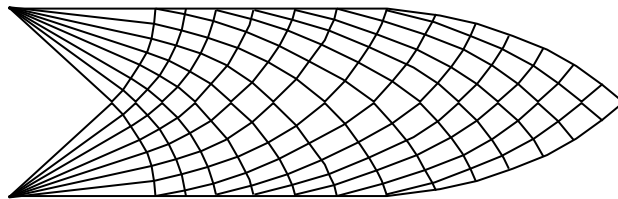
• Datos

$$h = 1 \text{ m}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

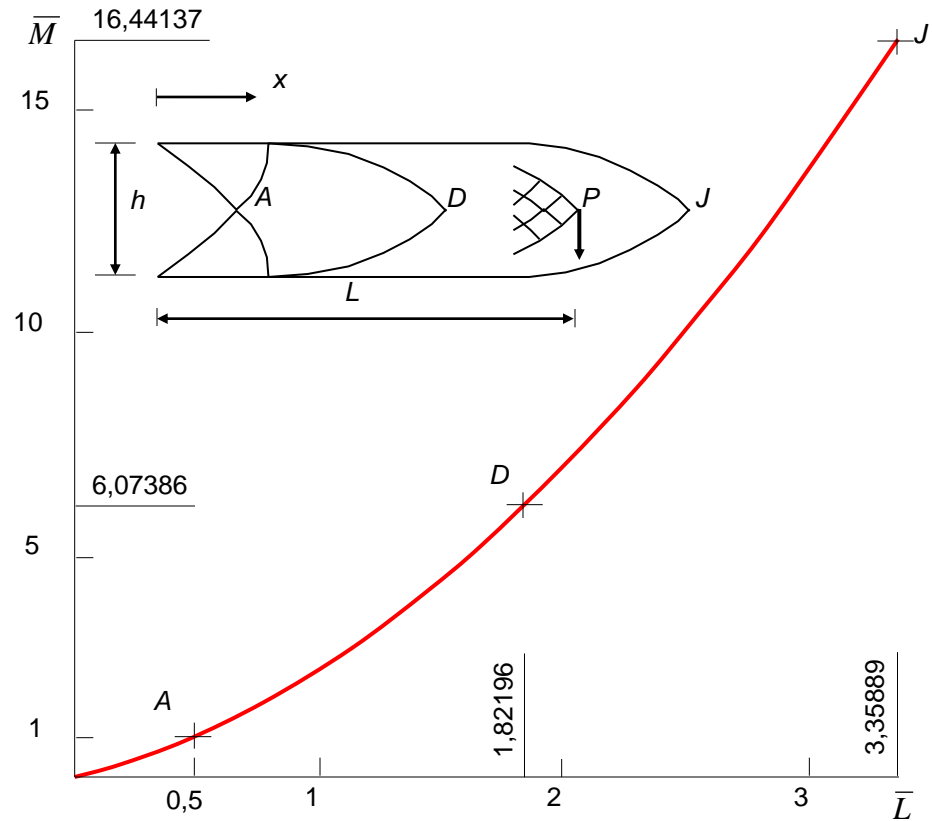
$$\sigma_e = 260 \text{ MPa}$$

$$P = \frac{\sigma_e}{h\rho}$$



$$\bar{M} = M \frac{\sigma_e}{Ph\rho}$$

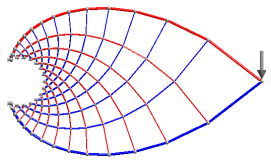
$$\bar{L} = \frac{L}{h}$$



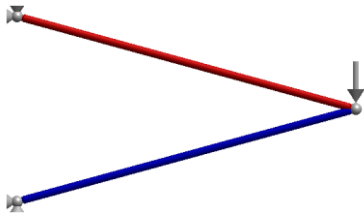
T  
T  
O



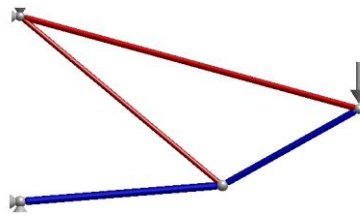
# Voladizo de Michell (Rozvany, 1998) (2)



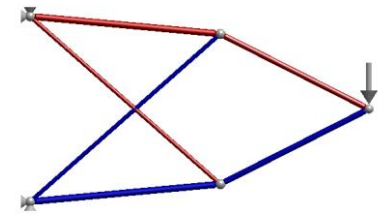
## Método de crecimiento propuesto



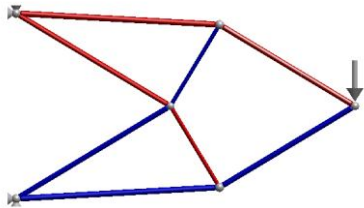
Diseño de los nodos iniciales.  
Masa = 7,13908



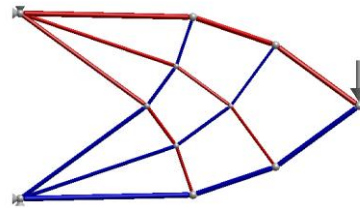
Diseño óptimo con 1 nudo  
añadido. Masa = 6,65296



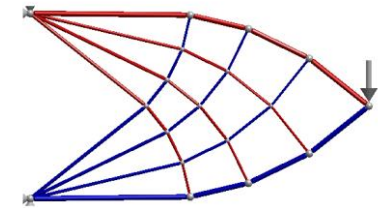
Diseño óptimo con 2 nudos  
añadidos. Masa = 6,40263



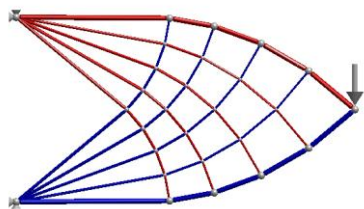
Diseño óptimo con 3 nudos  
añadidos. Masa = 6,21913



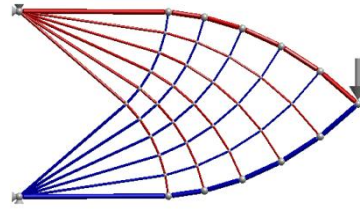
Diseño óptimo con 8 nudos  
añadidos. Masa = 6,12748



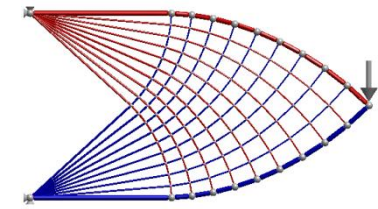
Diseño óptimo con 15 nudos  
añadidos. Masa = 6,10145



Diseño óptimo con 24 nudos  
añadidos. Masa = 6,09064



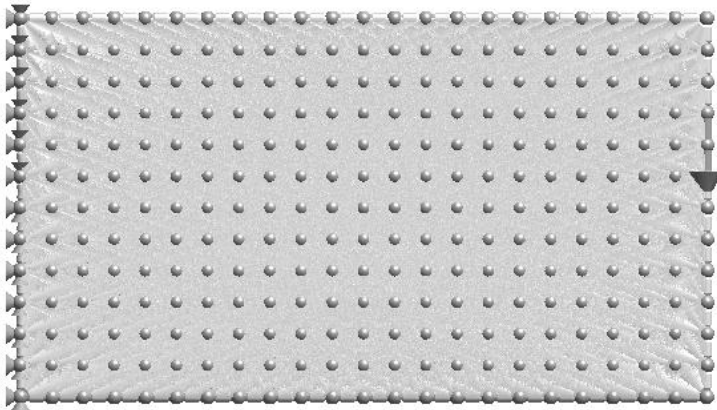
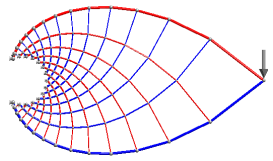
Diseño óptimo con 35 nudos  
añadidos. Masa = 6,08514



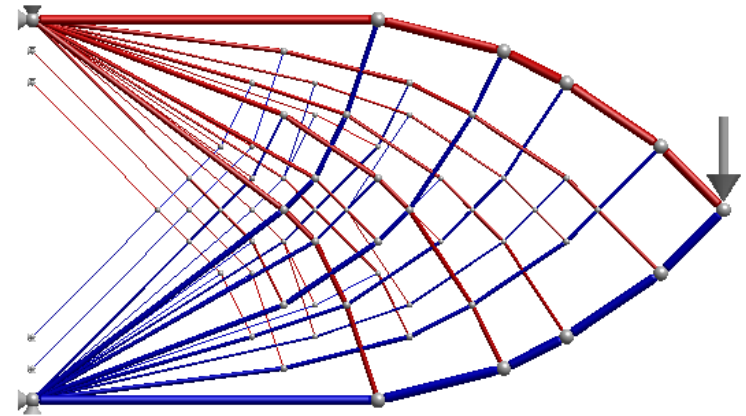
Diseño óptimo con 99 nudos  
añadidos. Masa = 6,07771

T  
T  
O

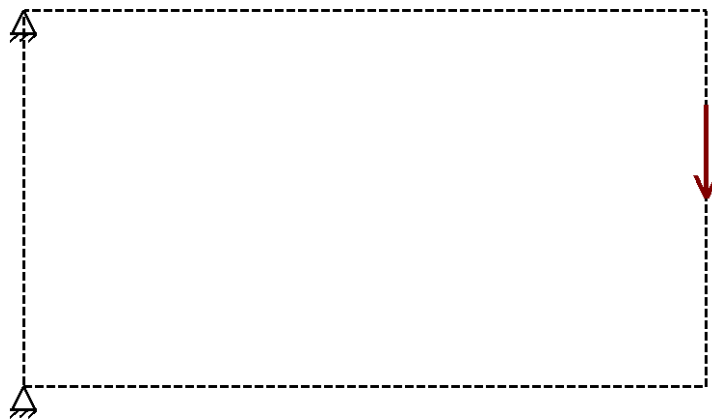
# Voladizo de Michell (Rozvany, 1998) (4)



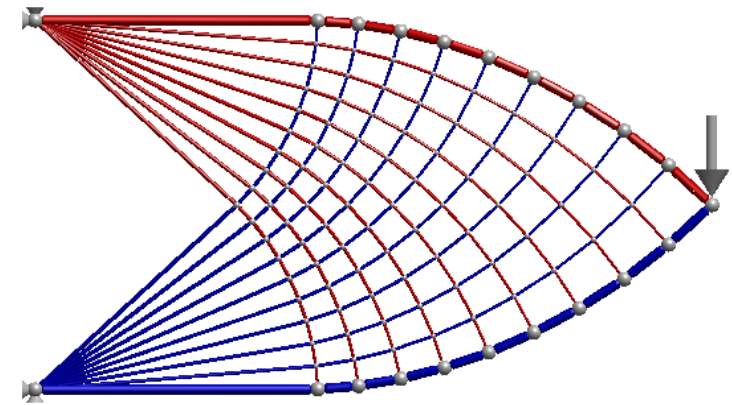
Universo estructural 22x12. 299 nudos, 27242 barras



Topología óptima. 105 nudos.  
Masa = 6,10349. Error = 0,605 %

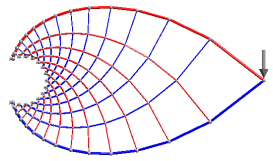


Datos iniciales



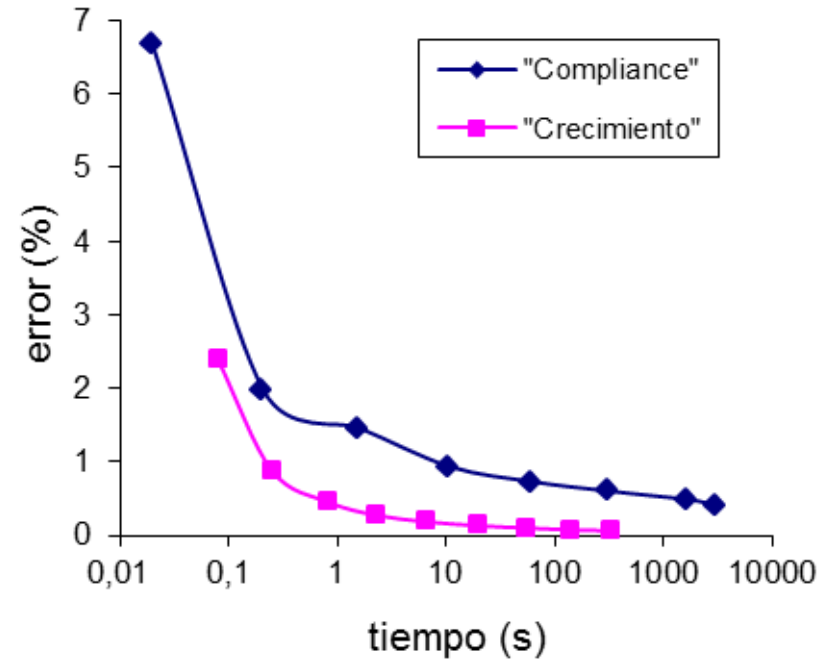
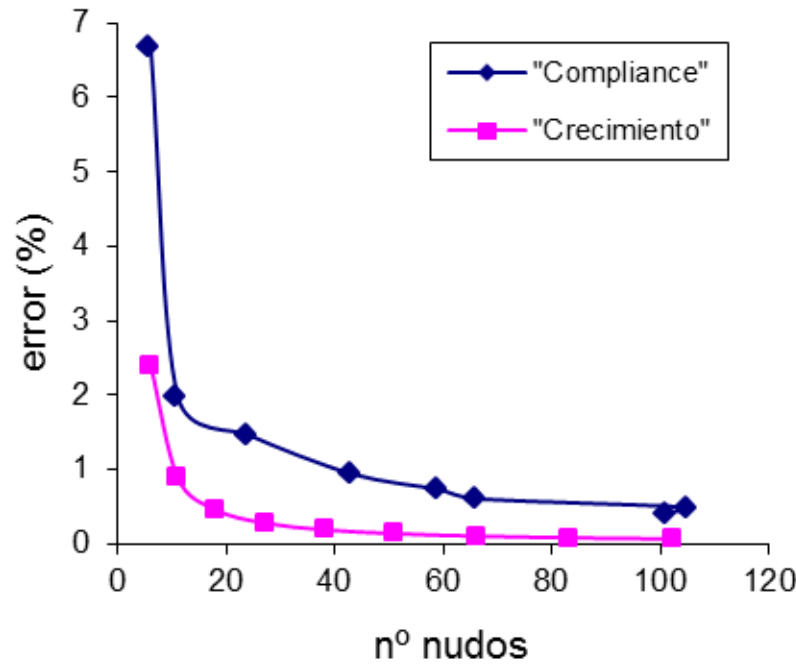
Diseño óptimo con 102 nudos.  
Masa = 6,07771. Error = 0,063 %

T  
T  
O

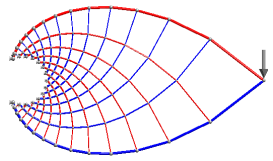


# Voladizo de Michell (Rozvany, 1998) (3)

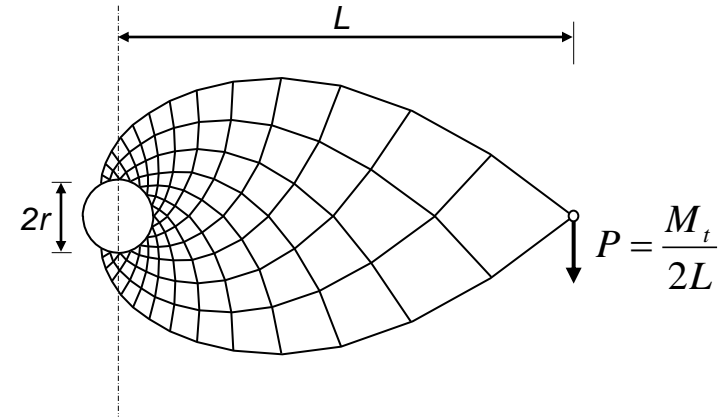
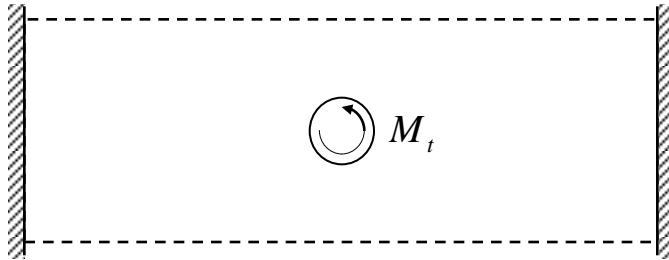
Métodos del universo estructural y de crecimiento propuesto



T  
T  
O



## Viga con disco circular rígido (Rozvany, 1998) (1)



- Datos

$$L = 1,5 \text{ m}$$

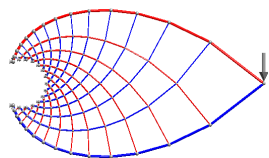
$$r = 0,15 \text{ m}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$\sigma_e = 260 \text{ MPa}$$

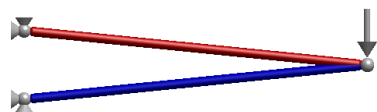
$$M_t = \frac{\sigma_e}{\rho}$$

$$\bar{M} = M \frac{2\sigma_e}{M_t \rho} = \text{Ln} \left( \frac{L}{r} \right)$$

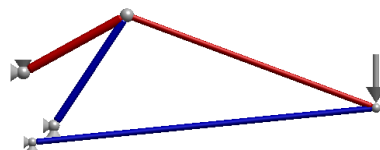


# Viga con disco circular rígido (Rozvany, 1998) (2)

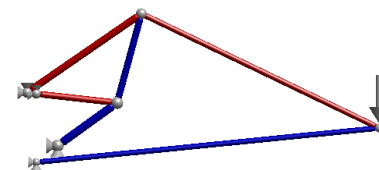
## Método de crecimiento propuesto



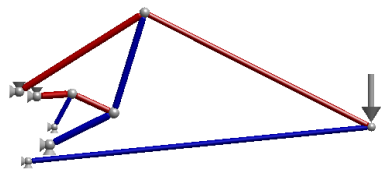
Diseño óptimo universo inicial.  
Masa = 4,96020



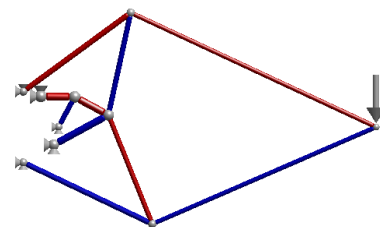
Diseño óptimo con 1 nudo  
añadido. Masa = 3,39756



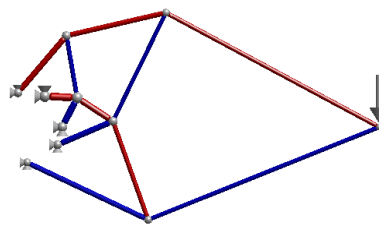
Diseño óptimo con 2 nudos  
añadidos. Masa = 3,16015



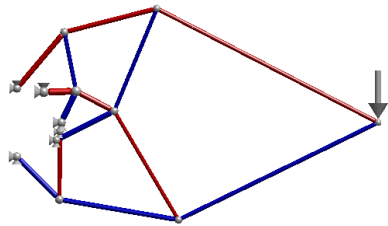
Diseño óptimo con 3 nudos  
añadidos. Masa = 3,11072



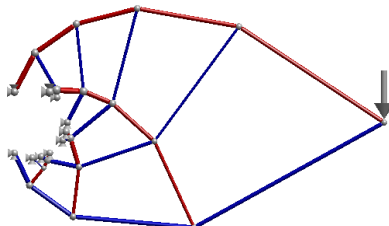
Diseño óptimo con 4 nudos  
añadidos. Masa = 2,72857



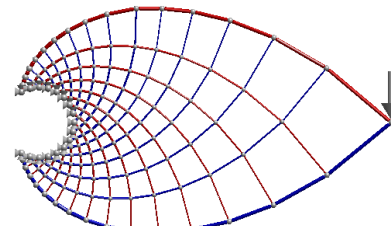
Diseño óptimo con 5 nudos  
añadidos. Masa = 2,62243



Diseño óptimo con 6 nudos  
añadidos. Masa = 2,54116



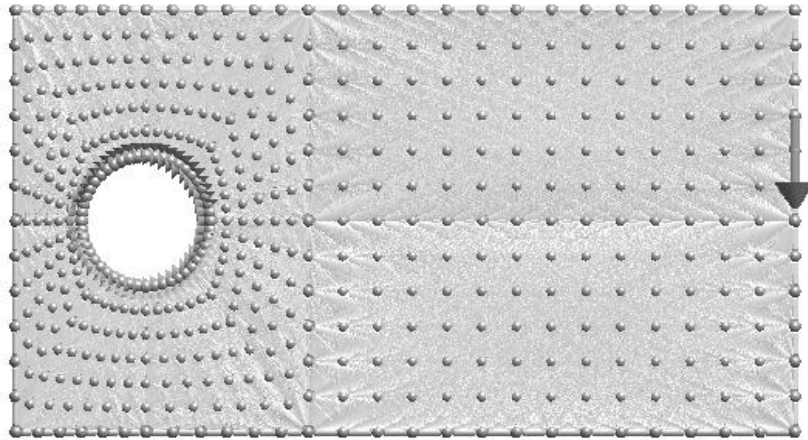
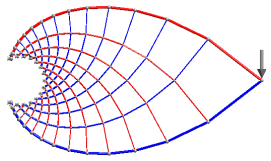
Diseño óptimo con 15 nudos  
añadidos. Masa = 2,41105



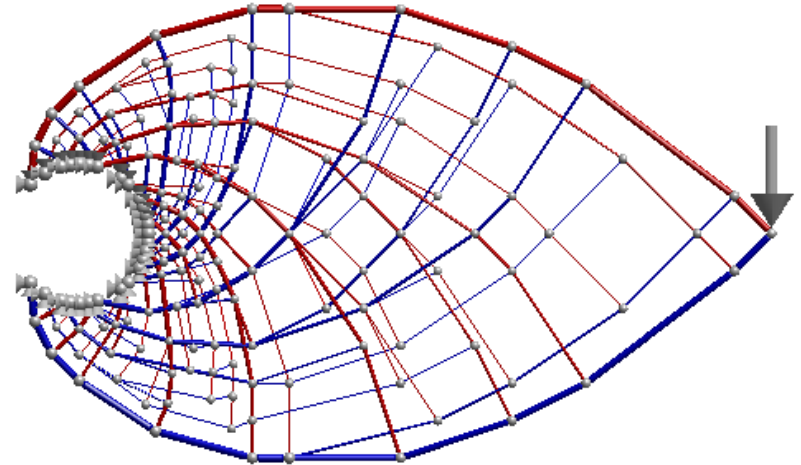
Diseño óptimo con 135 nudos  
añadidos. Masa = 2,31499

T  
T  
O

# Viga con disco circular rígido (Rozvany, 1998) (3)



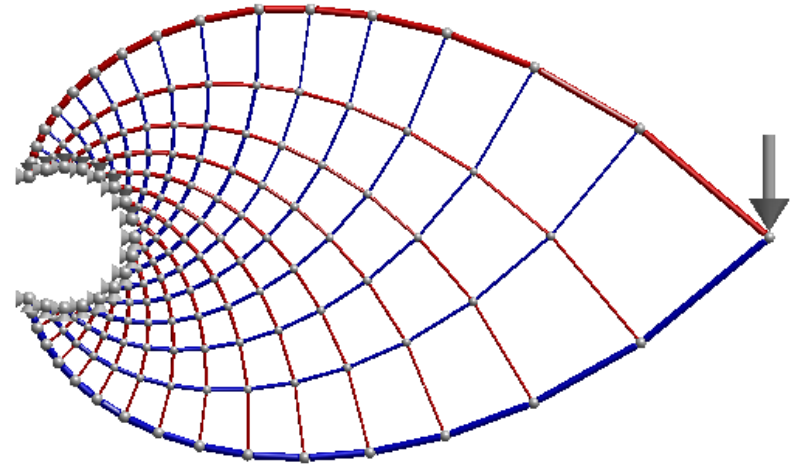
Universo estructural 6x14. 518 nudos, 12622 barras



Topología óptima. 160 nudos.  
Masa = 2,35547. Error = 2,297 %

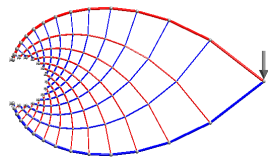


Datos iniciales



Diseño óptimo con 153 nudos.  
Masa = 2,31499. Error = 0,539 %

T  
T  
O



# Viga con disco circular rígido (Rozvany, 1998) (4)

T  
T  
O

Métodos del universo estructural y de crecimiento propuesto

