

Grupo de Optimización Estructural



# Sistema integrado para el diseño óptimo de topología de estructuras basado en técnicas de crecimiento (SIDOTEC)

Departamento de Estructuras y Construcción  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Investigador principal: Pascual Martí Montrull

# Presentación

- ⊕ Objetivo global del proyecto
- ⊕ Formulación del problema de diseño óptimo de propiedades, geometría y topología
- ⊕ Actividades y resultados
- ⊕ Publicaciones
- ⊕ Resumen y conclusiones
- ⊕ Trabajos futuros

## Objetivo global del proyecto

- ⊕ Desarrollo de un sistema integrado de diseño óptimo de topología de estructuras basado en técnicas de crecimiento
- ⊕ Se quiere conseguir la estructura con propiedades, geometría y topología óptimas, mediante crecimiento a partir de una estructura inicial que sea lo más sencilla posible
- ⊕ Un sistema de este tipo permite la obtención de una sucesión de estructuras, con tamaño y nivel de complejidad crecientes, que cumplan de forma óptima los criterios de diseño, partiendo de unos datos iniciales mínimos

# Formulación del problema de diseño óptimo de propiedades, geometría y topología

Encontrar el vector de variables de diseño  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] = [x_P, x_G, x_T]$

que minimice la función objetivo  $f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n_g} A_j(\mathbf{x}) \rho_j l_j(\mathbf{x}) c_j$

sujeto a las restricciones

de tensión  $g_j^t(\mathbf{x}) = 1 - \frac{\sigma_j}{\sigma_j^{max}} \geq 0$

de desplazamiento  $g_j^d(\mathbf{x}) = 1 - \frac{d_j}{d_j^{max}} \geq 0$

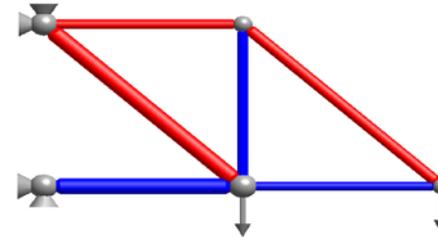
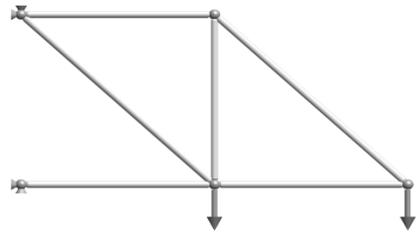
de pandeo  $g_j^p(\mathbf{x}) = 1 - \frac{\sigma_{crit,j}}{\sigma_{crit,j}^{max}} \geq 0$

de esbeltez  $g_j^e(\mathbf{x}) = 1 - \frac{\lambda_j}{\lambda_j^{max}} \geq 0$

de borde  $x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max}$

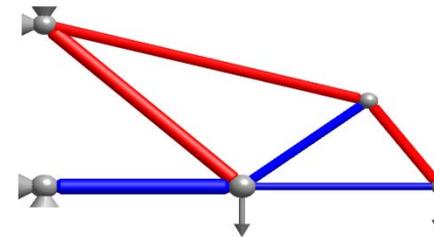
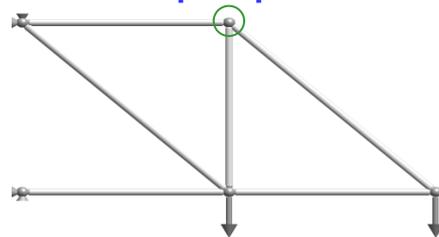
# Introducción

## ⊕ Optimización de propiedades



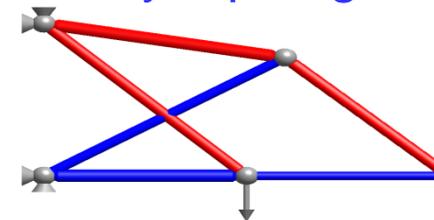
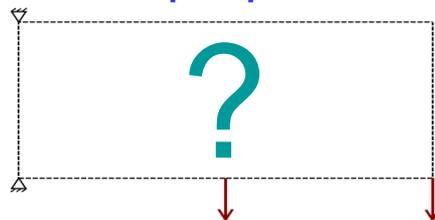
Masa = 100

## ⊕ Optimización de propiedades y geometría



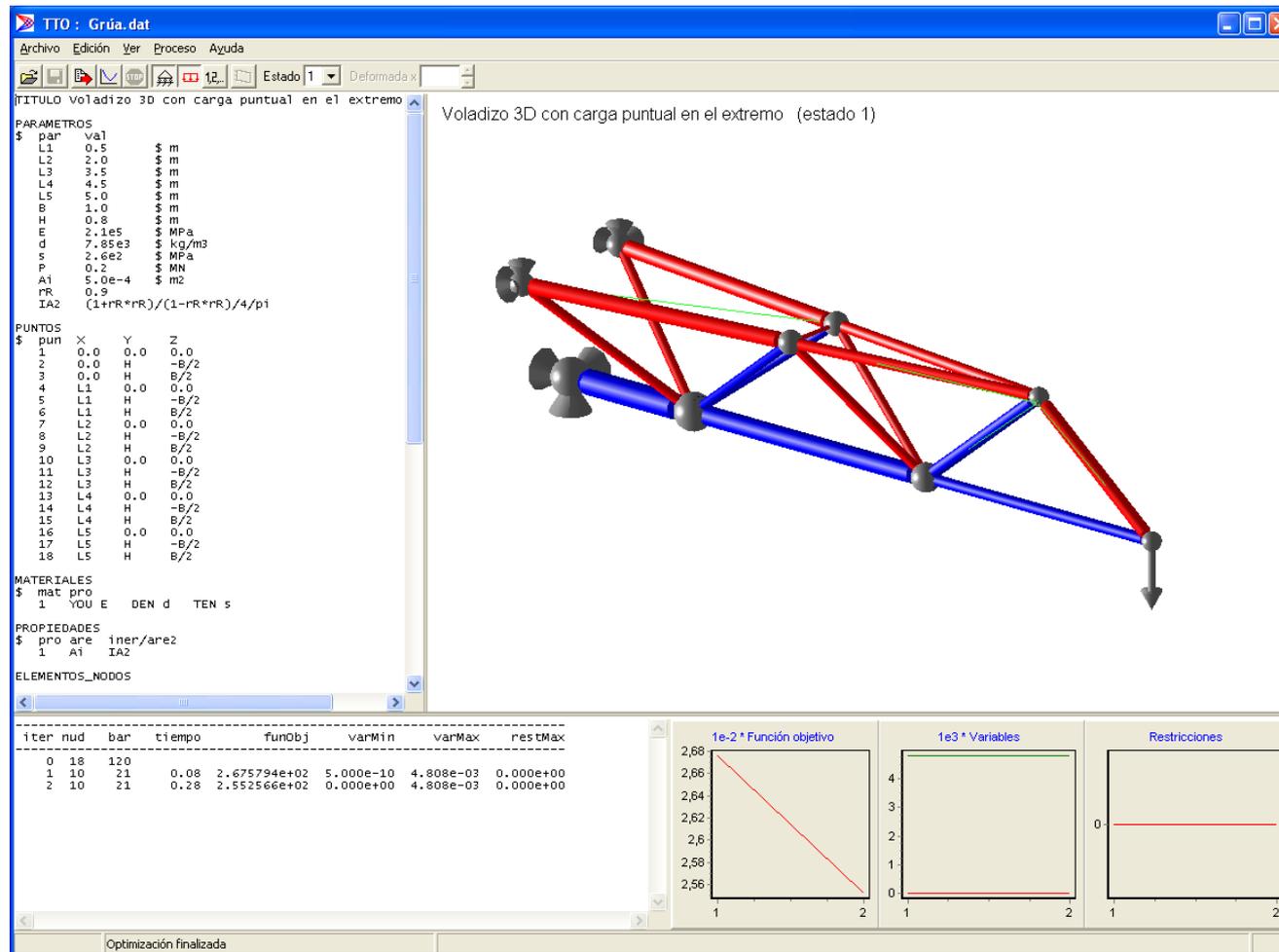
Masa = 90,98

## ⊕ Optimización de propiedades, geometría y topología

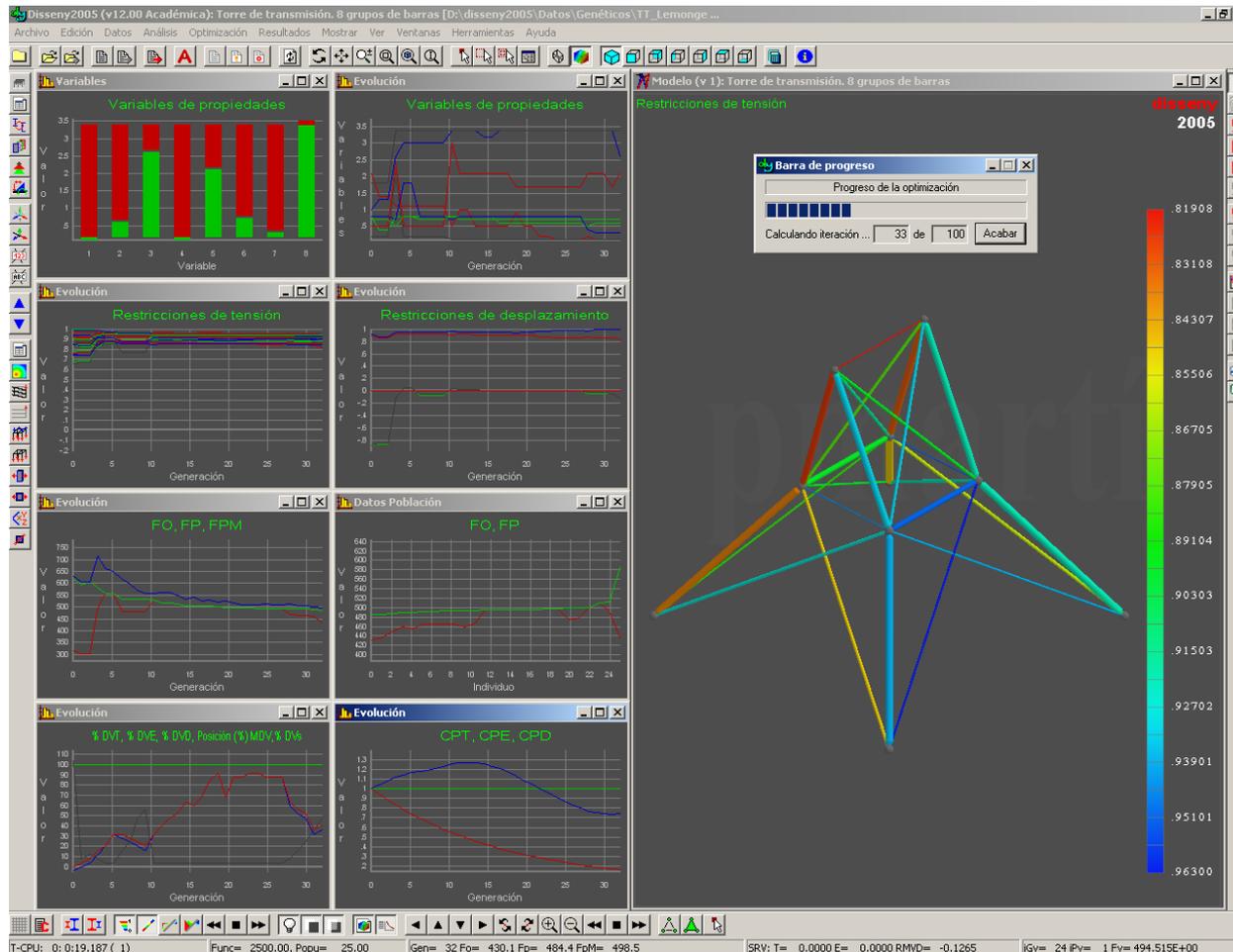


Masa = 89,96

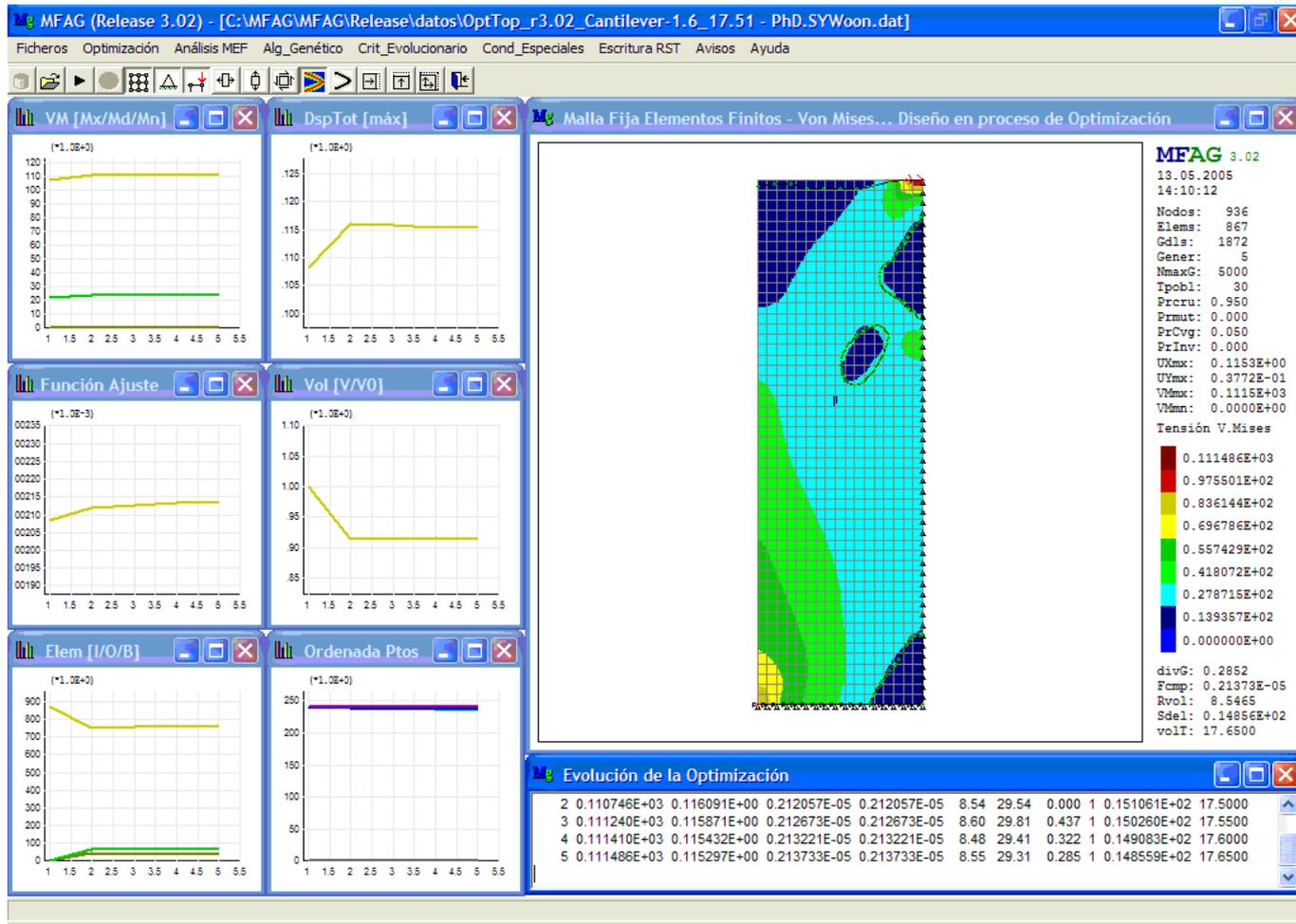
# Optimización de propiedades, geometría y topología de estructuras discretas (crecimiento con PMNL)



# Optimización de propiedades, geometría y topología de estructuras discretas (AG)

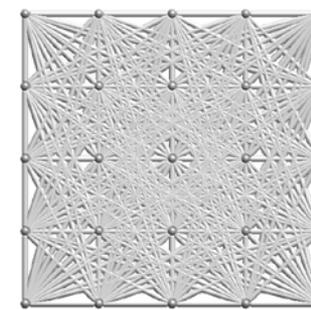
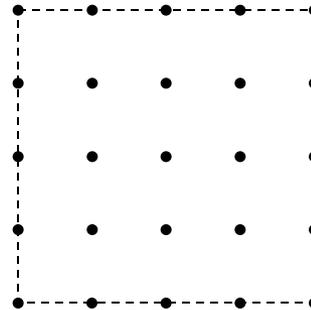


# Optimización de propiedades, forma y topología de estructuras continuas 2D (AG)



# Optimización de propiedades y topología. Métodos del Universo Estructural

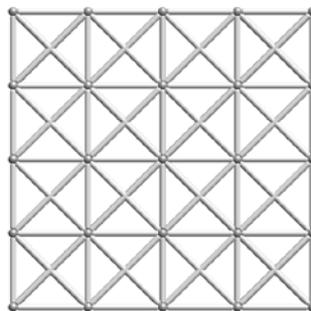
- ⊕ Dado un dominio de existencia de la estructura, se adopta una malla de puntos, y se define el **universo estructural** como un subconjunto de todas las posibles conexiones de nudos mediante barras



200 barras

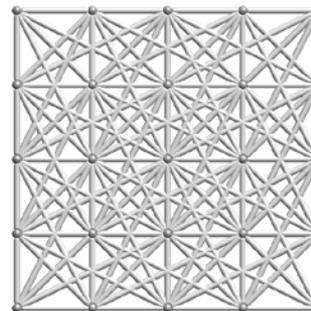
- ⊕ El **orden de vecindad** se utiliza para controlar el número de conexiones

Vecindad 1



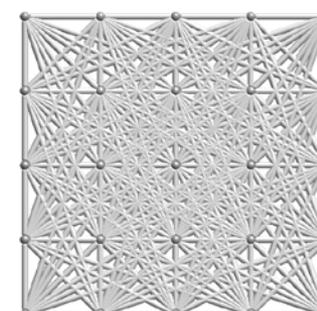
72 barras

Vecindad 2



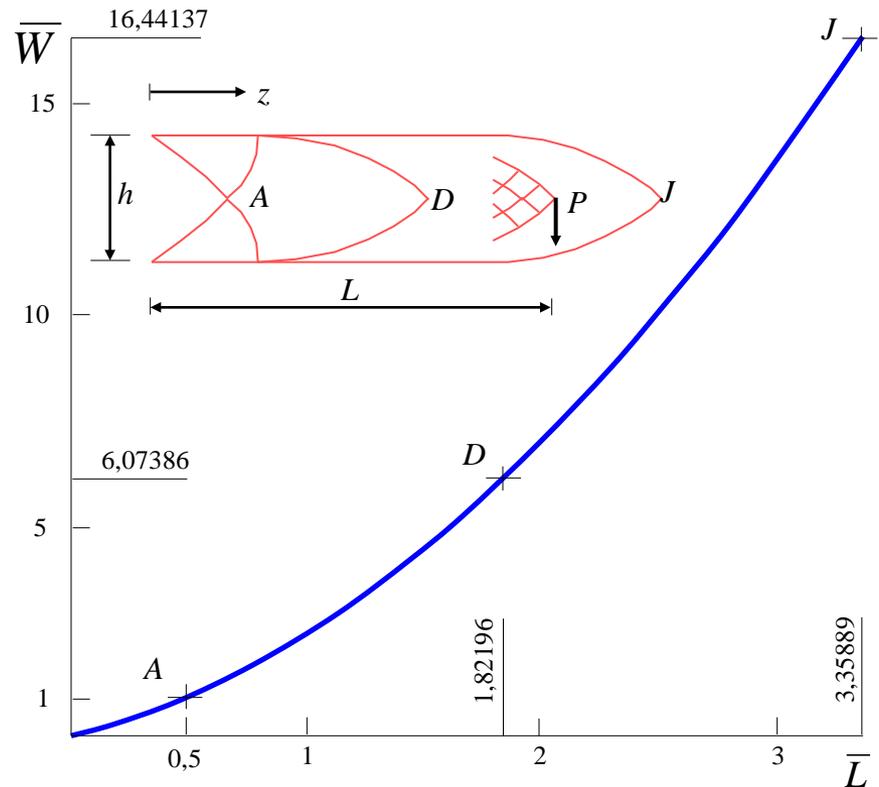
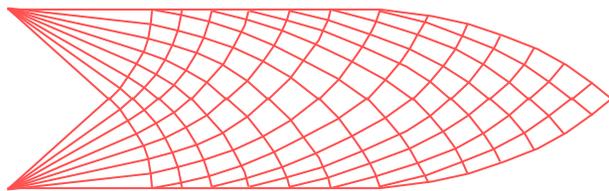
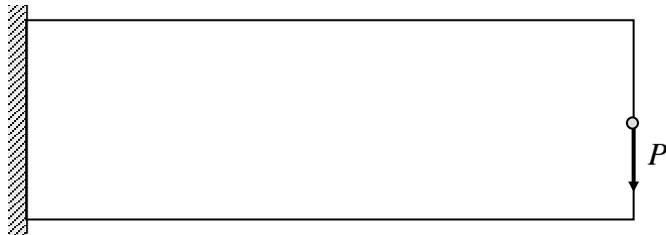
120 barras

Vecindad 3

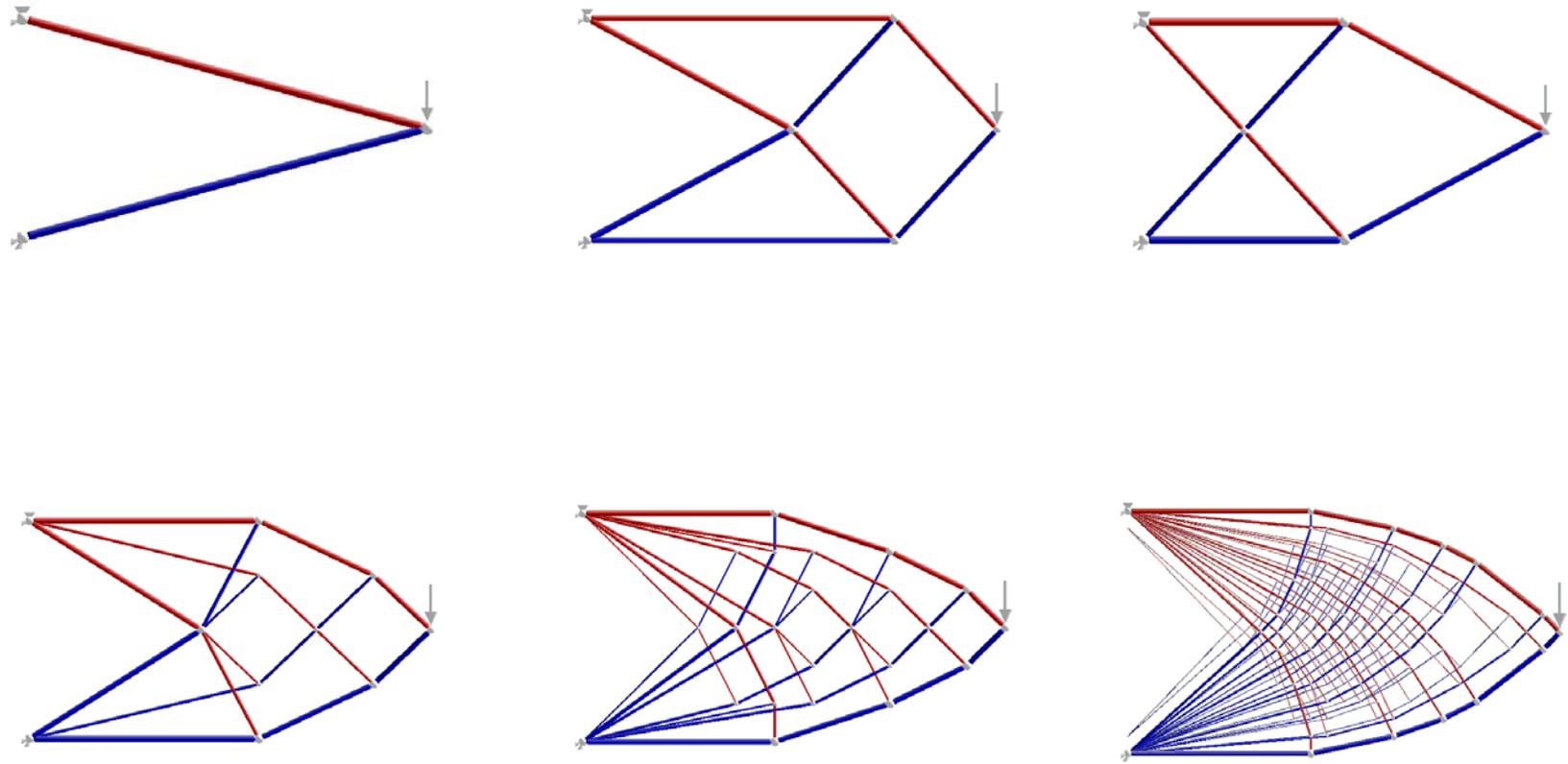


176 barras

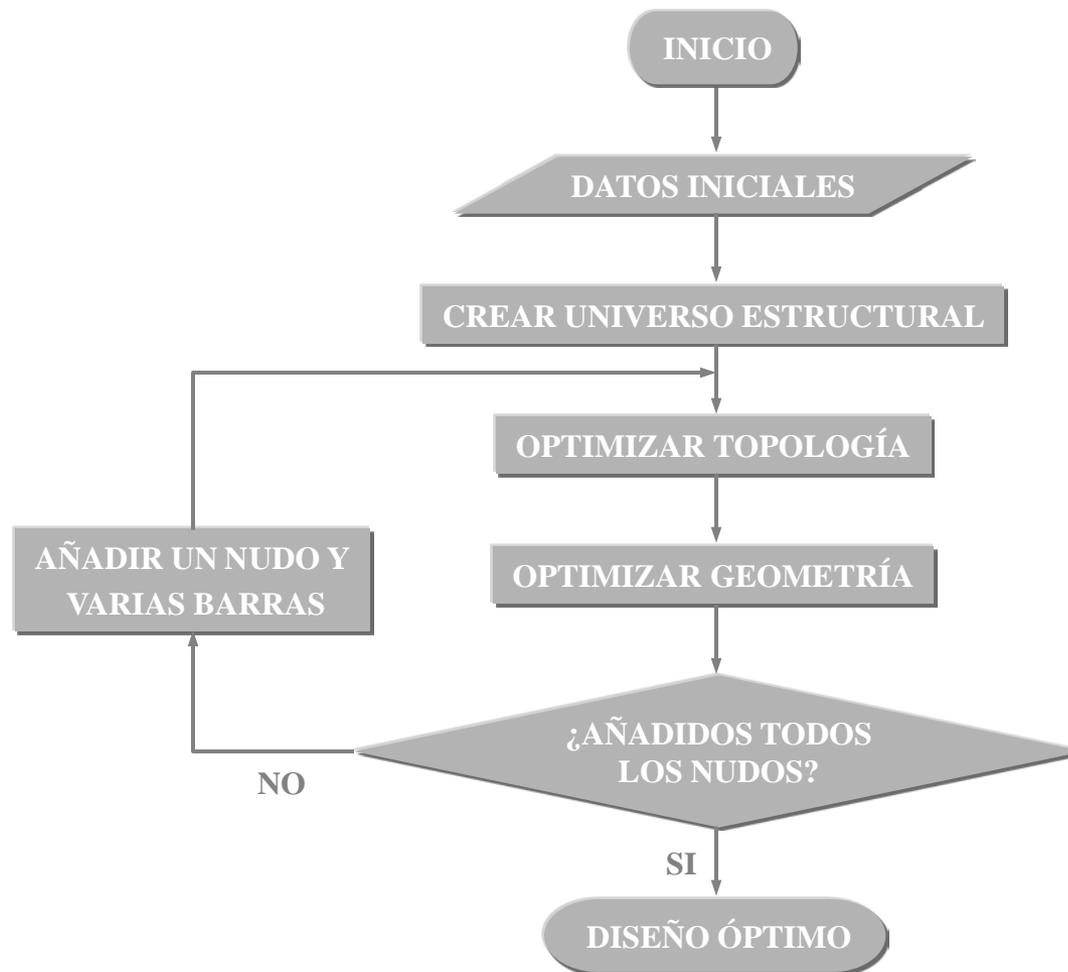
# Voladizo de Michell. Datos y diseños óptimos analíticos



# Voladizo de Michell ( $L/h=1,82196$ ). Métodos del universo estructural



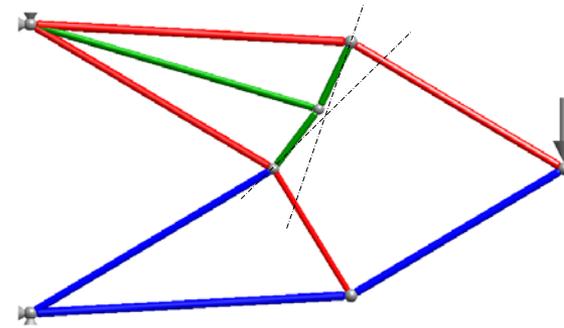
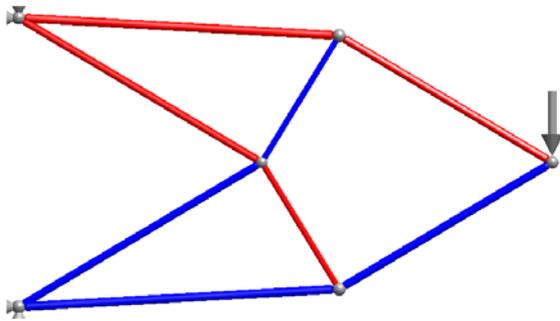
# Optimización de propiedades, geometría y topología. Método de crecimiento



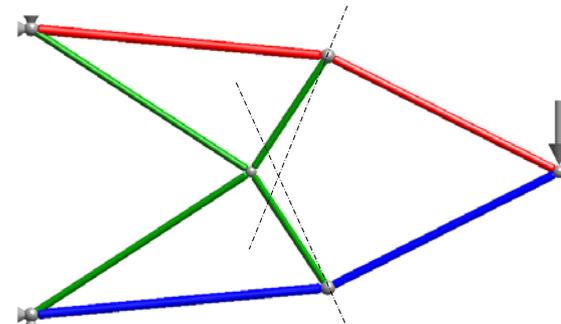
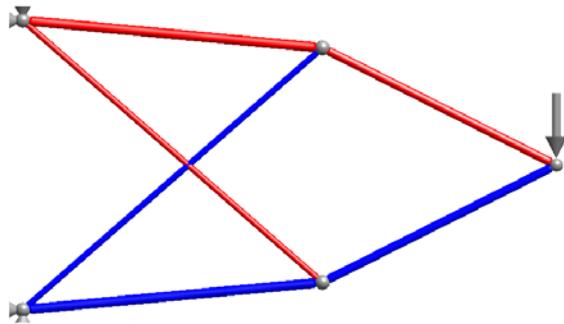
## Definición de un nuevo nudo

- ⊕ Modificar la topología para mejorar la ortogonalidad entre las barras de tracción y compresión que concurren a un nudo

- ⊕ División de una barra



- ⊕ División de dos barras que se cruzan



# Voladizo de Michell ( $L/h=1,82196$ ). Método de crecimiento

## ⊕ Dimensiones:

Luz 182,2

Altura 100

## ⊕ Material:

Resistencia a compresión: 1

Resistencia a tracción: 1

Módulo de Young: 1000

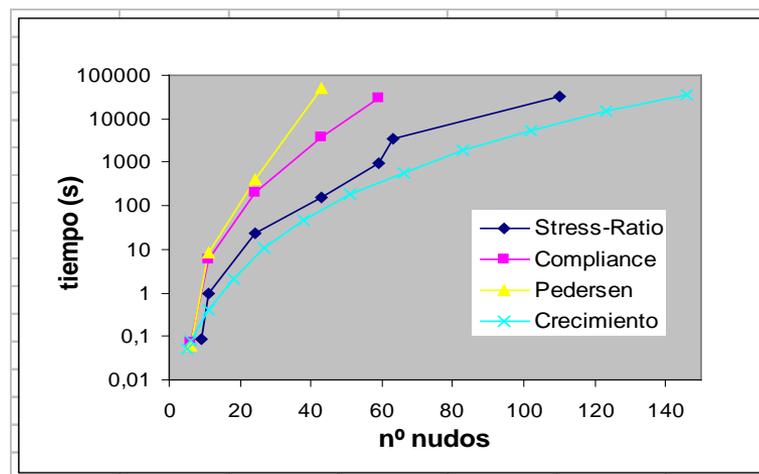
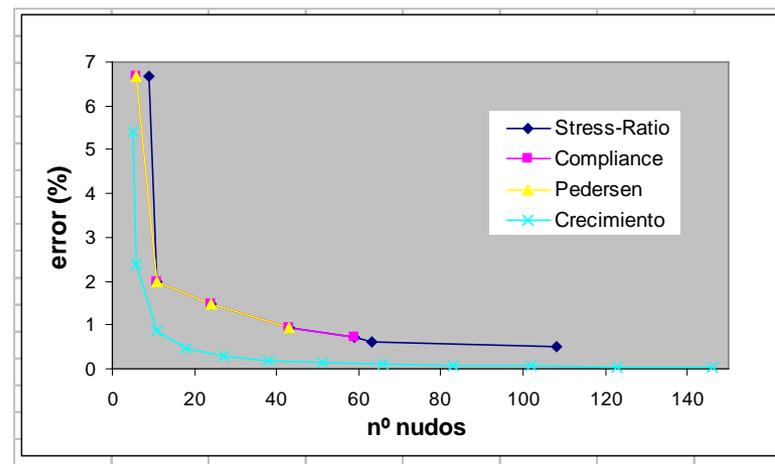
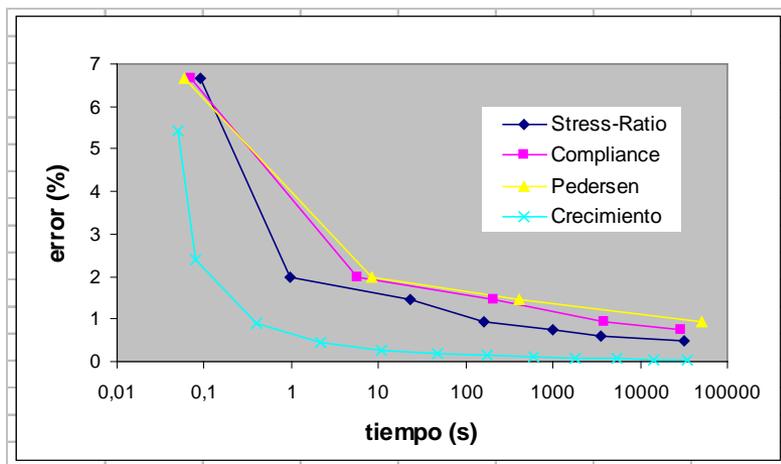
Peso específico: 0,01

## ⊕ Hipótesis de carga:

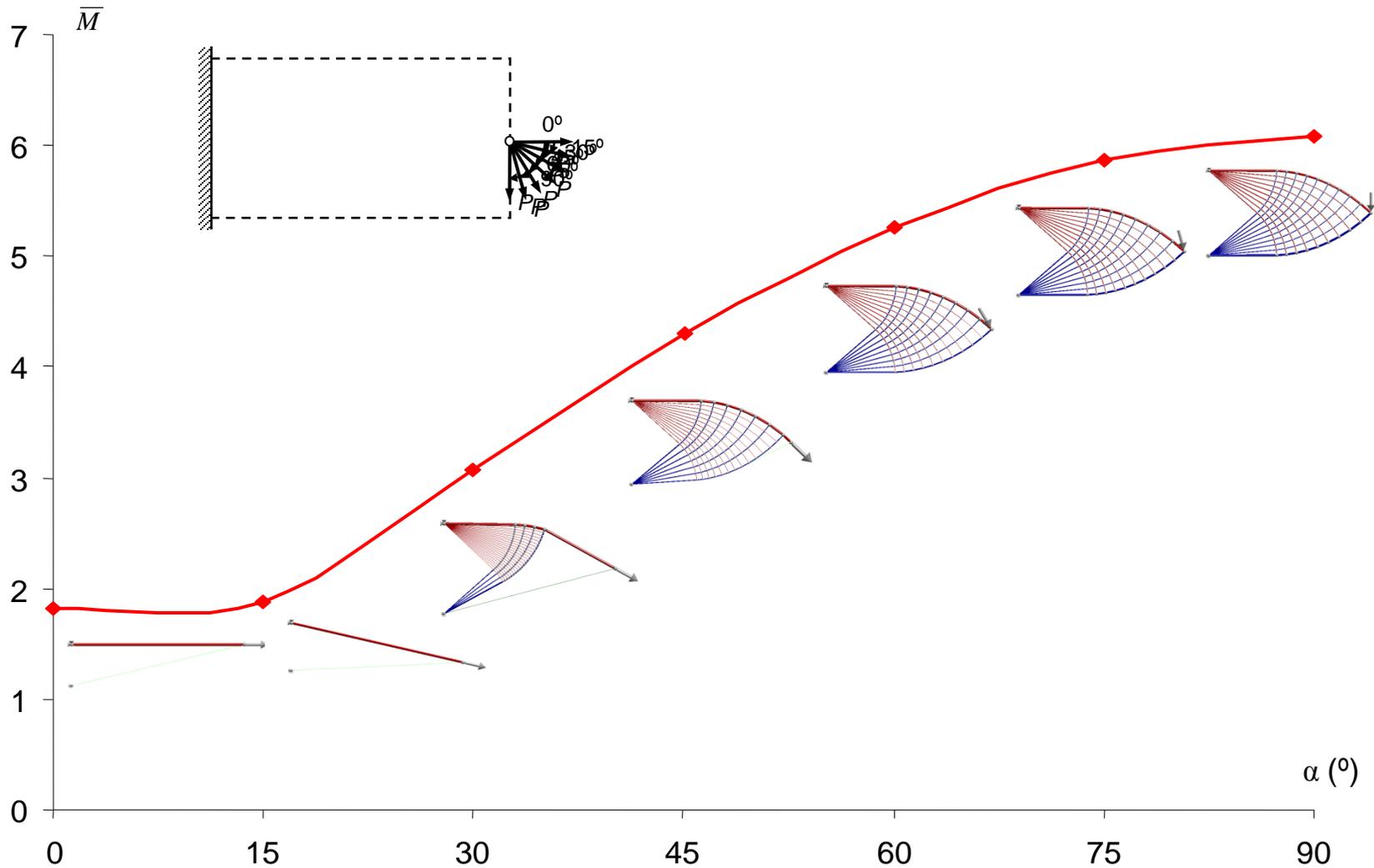
Fuerza vertical: 1



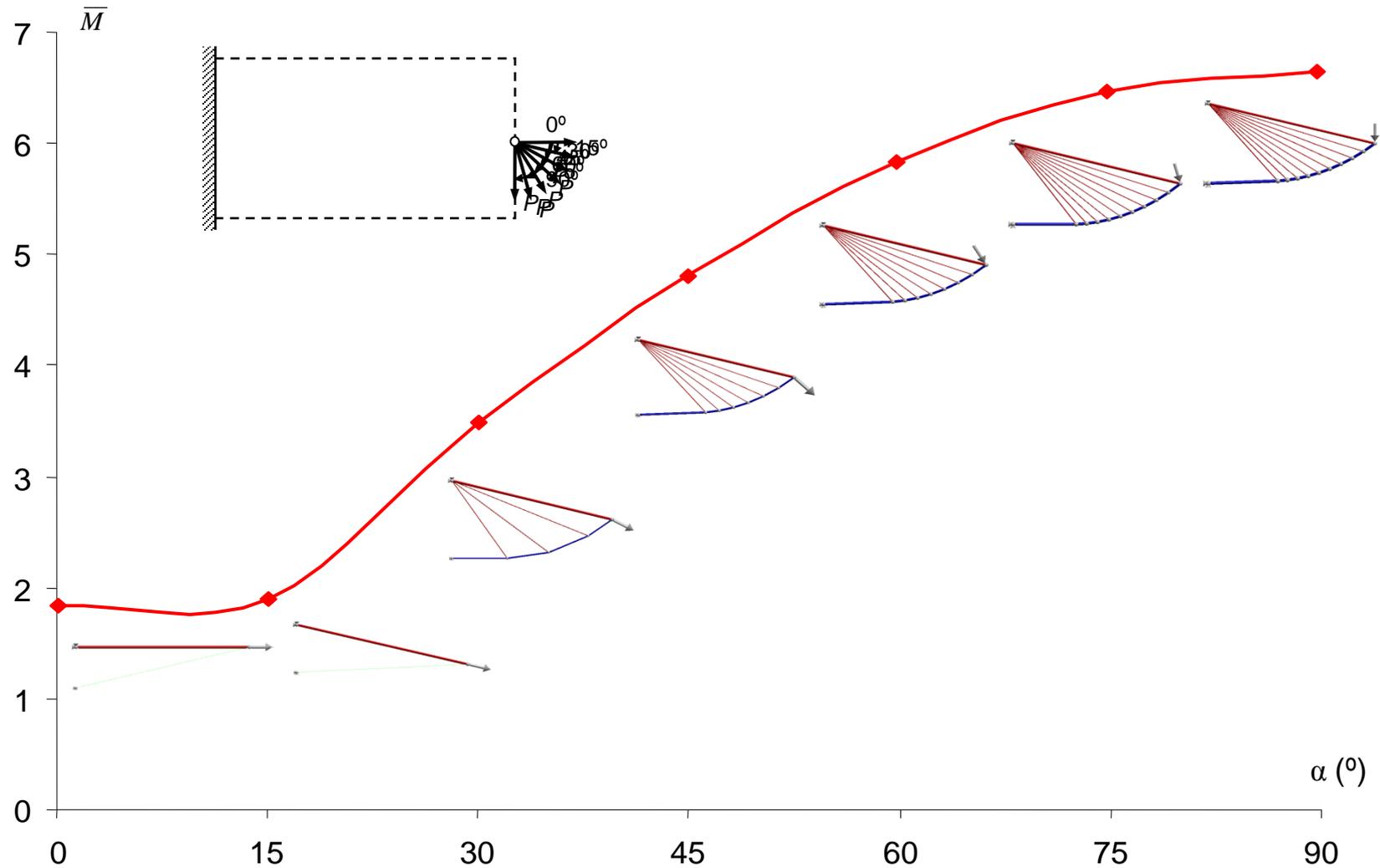
# Voladizo de Michell. Comparación de métodos



# Voladizo de Michell con carga variable. Método de crecimiento sin pandeo de elementos



# Voladizo de Michell con carga variable. Método de crecimiento con pandeo de elementos



## ⊕ Algoritmo genético muy simple (Goldberg, 1989)

- ⊕ Representación o codificación: binaria, real
- ⊕ Operadores genéticos
  - ⊕ Selección: torneo, ruleta, etc.
    - Elitismo: se mantiene el mejor individuo de la población
  - ⊕ Cruce: un punto, dos puntos, cíclico, uniforme, etc.
  - ⊕ Mutación: inversión aleatoria de algunos bits, mutación controlada

## ⊕ Funciones de penalización

⊕ Penalización exterior  $F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + P(\mathbf{x})$

⊕ Estática  $P(\mathbf{x}) = C \sum_{j=1}^m (-g_j(\mathbf{x}))^\beta$

⊕ Múltiples coeficientes  $P(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m C_j (-g_j(\mathbf{x}))^\beta$

⊕ Dinámica  $P(\mathbf{x}) = (Ct)^\beta$

⊕ Adaptativas

# Función de penalización adaptativa (1)

## ⊕ Planteamiento

En los problemas con restricciones,  
el diseño óptimo está en la frontera entre las zonas  
válida y no válida del espacio de diseño

## ⊕ Objetivos del mecanismo de penalización adaptativo

- ⊕ No penalizar excesivamente a los posibles diseños válidos
  - ⊕ Forzar la obtención de diseños válidos a medida que progresa la optimización
- ## ⊕ Se propone una nueva función de penalización adaptativa

## Función de penalización adaptativa (2)

- ⊕ **Funciones de penalización individuales** (asociadas a cada tipo de restricción)

$$P_j^{X,k} = \begin{cases} \left[ (1 - g_j^{X,k})^b - 1 \right] A_j \rho_j l_j c_j = C_j^{X,k} A_j \rho_j l_j c_j & \text{si } g_j^{X,k} < 0 \\ 0 & \text{si } g_j^{X,k} \geq 0 \end{cases}$$

- ⊕ **Funciones de penalización globales** (asociadas a la evolución de la población, porcentaje de diseños válidos, p.e.)

$$C_{k+1}^X = \begin{cases} C_k^X \left[ 1 + \alpha (p_I^{X,k} - p_{\max}^X) \right] & \text{si } p_I^{X,k} > p_{\max}^X \\ C_k^X & \text{si } p_{\min}^X \leq p_I^{X,k} \leq p_{\max}^X \\ C_k^X \left[ 1 - \alpha (p_{\min}^X - p_I^{X,k}) \right] & \text{si } p_I^{X,k} < p_{\min}^X \end{cases}$$

- ⊕ **Función de penalización total** (producto de las anteriores)

$$f^{P,k} = f^k + P^k = f^k + \sum_{j=1}^b \max(C_k^X C_j^{X,k}) A_j \rho_j l_j c_j = \sum_{j=1}^b \left[ 1 + \max(C_k^X C_j^{X,k}) \right] A_j \rho_j l_j c_j$$

# Estructuras de 11 y 15 barras.

## Optimización de propiedades, geometría y topología (1)

### ⊕ Parámetros algoritmo genético

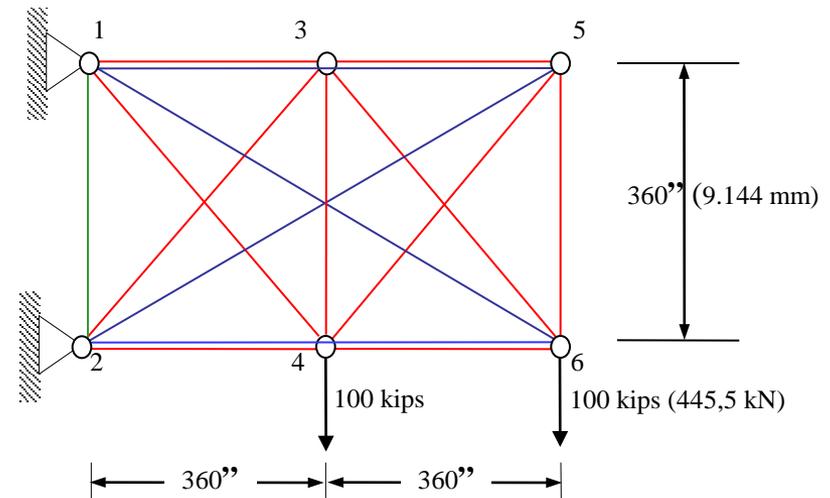
- ⊕ Codificación: 10 bits/variable
- ⊕ Selección: torneo
- ⊕ Probabilidad de cruce: 0,8
- ⊕ Probabilidad de mutación: 0,01
- ⊕ Elitismo

### ⊕ Parámetros de la función de penalización de la población

$$p_{\min}^X = 0,4 \quad p_{\max}^X = 0,6 \quad \alpha = 1/n_g$$

### ⊕ Límites inferiores de las variables

- ⊕ Estructura  $\varepsilon_{crít} = 0,1$
- ⊕ AG  $A_{mín} = -A_{máx}$



$$E = 10^4 \text{ ksi (68,95 GPa)}$$

$$\rho = 0,1 \text{ lb/in}^3 (27,14 \text{ kN/m}^3)$$

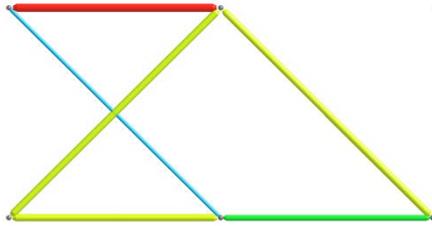
$$\sigma_j^{máx} = 25 \text{ ksi (172,375 MPa)}$$

$$d_j^{máx} = 2 \text{ in (50,8 mm)}$$

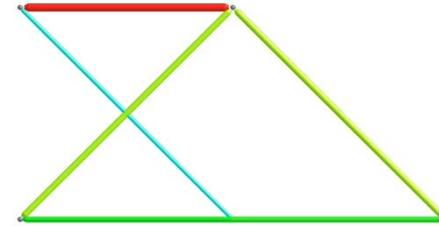
$$A_{máx}^t = 10,0 \text{ in}^2 (6451,6 \text{ mm}^2)$$

$$A_{máx}^{td} = 35,0 \text{ in}^2 (22580,6 \text{ mm}^2)$$

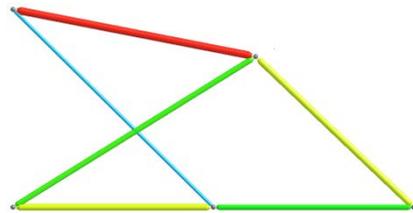
# Estructuras de 11 y 15 barras. Optimización de propiedades, geometría y topología (2)



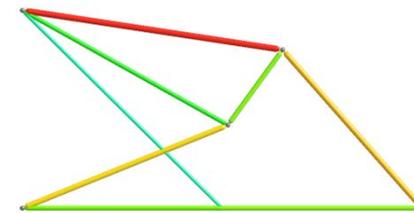
Diseño óptimo de propiedades y topología  
(11-barras,  $f(x) = 4895,11$   
< Deb y Gullati 4899,15)



Diseño óptimo de propiedades y topología  
(15-barras,  $f(x) = 4727,11$   
< Deb y Gullati 4731,650)

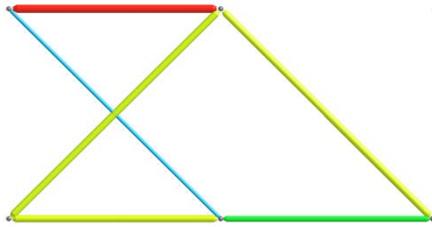


Diseño óptimo de propiedades, geometría y topología  
(11-barras,  $f(x) = 4679,750$ ,  
< Rajeev y Krisnamurty 4925,80)

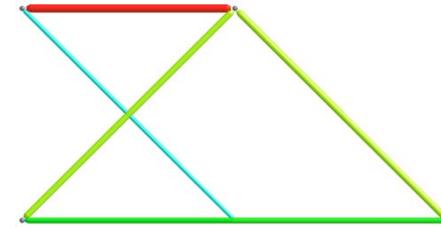


Diseño óptimo de propiedades, geometría y topología  
(15-barras,  $f(x) = 4378.957$ ,  
---

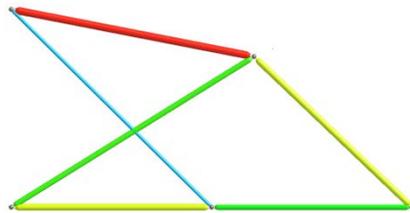
# Estructuras de 11 y 15 barras. Optimización de propiedades, geometría y topología (2)



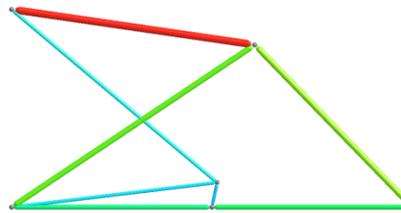
Diseño óptimo de propiedades y topología  
(11-barras,  $f(x) = 4895,11$   
D-G 4899,15)



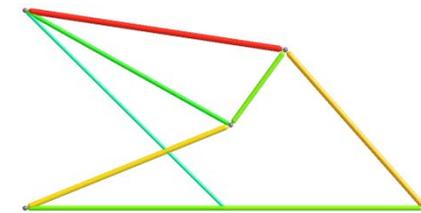
Diseño óptimo de propiedades y topología  
(15-barras,  $f(x) = 4727,11$   
D-G 4731,650)



Diseño óptimo de  
propiedades, geometría y  
topología (11-barras,  
 $f(x) = 4679,750$ , R-K 4925,80)



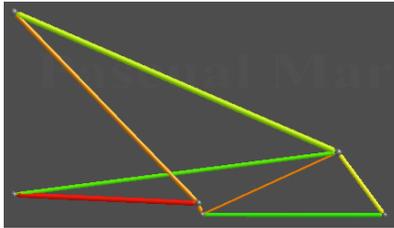
Diseño óptimo de  
propiedades, geometría y  
topología (15-barras,  
 $f(x) = 4483,514$ , ---)



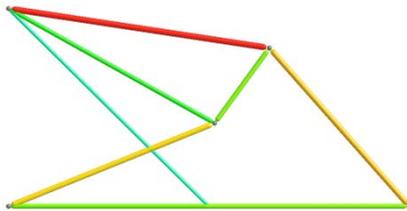
Diseño óptimo de propiedades,  
geometría y topología  
(15-barras,  $f(x) = 4378.957$ , ---)

# Estructura de 15 barras.

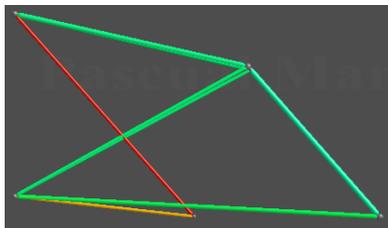
## Optimización de propiedades, geometría y topología (3)



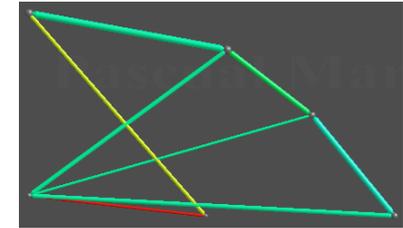
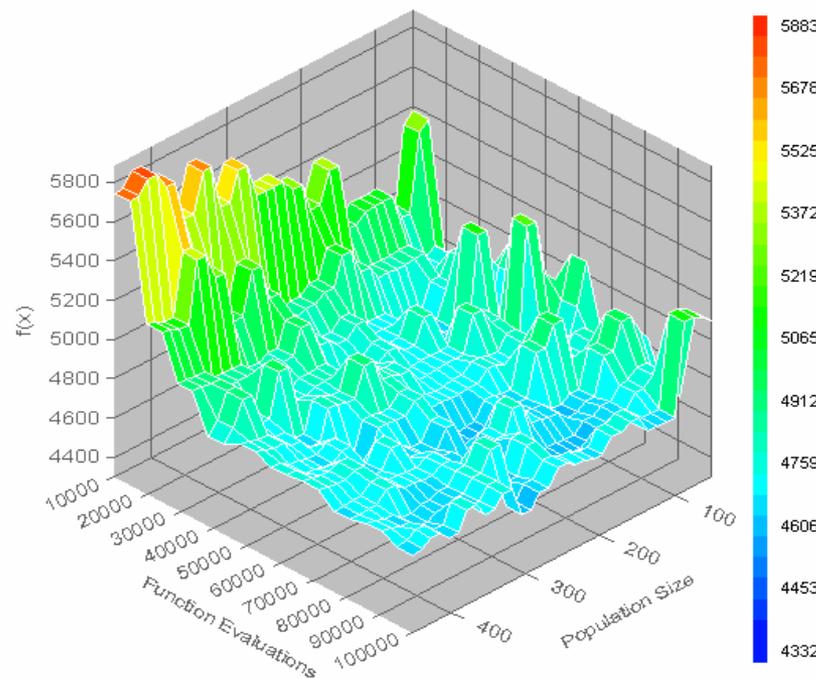
$f = 4293$



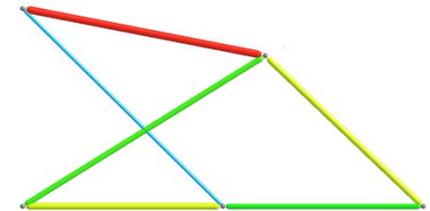
$f = 4378$  (6wcsmdo)



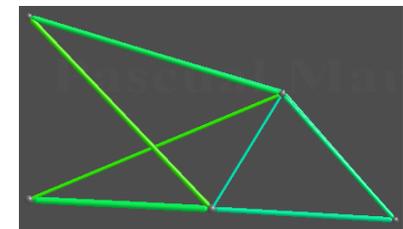
$f = 4458$



$f = 4459$



$f = 4679$  (R&K)



$f = 5800$

# Optimización de Topología (2D). Métodos evolucionarios

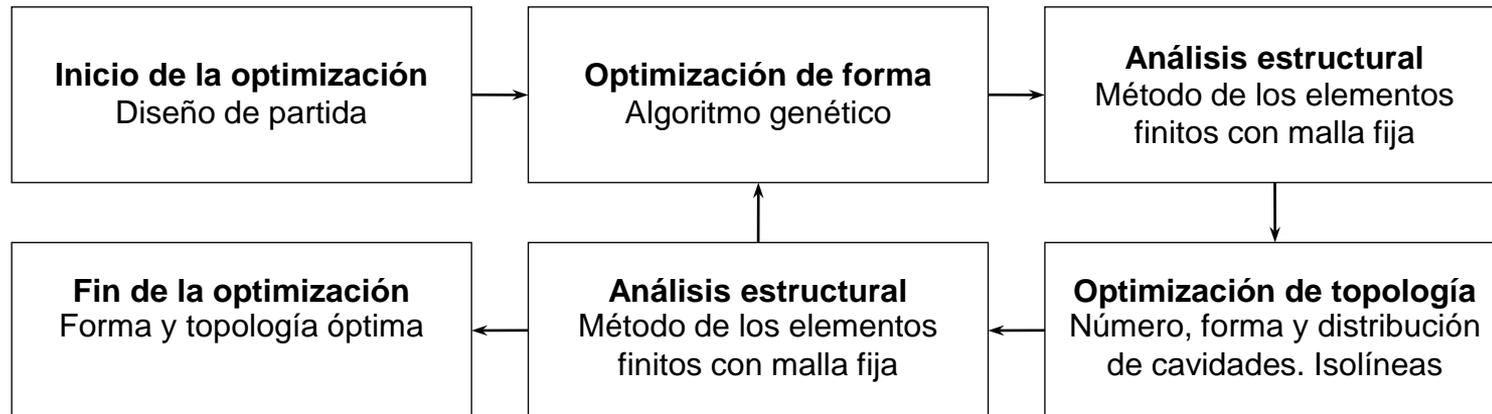
- ⊕ Evolutionary Structural Optimization (**ESO**, Xie and Steven, 1993)
- ⊕ Bidirectional Evolutionary Structural Optimization (**BESO**, Querin, Young, Steven, and Xie, 1997)
- ⊕ Intelligent Cavity Creation (**ICC**, Kim, Querin, Steven and Xie, 1998)
- ⊕ Fixed Grid – Evolutionary Structural Optimization (**FG-ESO**, Kim, García, Querin and Steven, 2000)
- ⊕ Secuential Element Rejections and Admissions (**SERA**, Rozvany and Querin, 2002)
- ⊕ Multiple Genetic Algorithms (**Multi-GA**, Woon, Tong, Querin and Steven, 2003)
- ⊕ Este proyecto (**MFAG**, 2003-2005)

# Optimización de forma y topología mediante malla fija y algoritmos genéticos (MFAG)

- ⊕ El proceso de optimización se formula en dos partes (\*)
  - ⊕ Optimización de forma. Contornos definidos mediante puntos de control, cuyas posiciones son variables de un algoritmo genético
  - ⊕ Optimización de topología. Número, forma y distribución de cavidades, a partir de isolíneas del problema
- ⊕ El análisis estructural se realiza mediante el método de los elementos finitos con malla fija

# Optimización de forma y topología mediante malla fija y algoritmos genéticos (MFAG)

- ⊕ El proceso de optimización se formula en dos partes (\*)
  - ⊕ Optimización de forma. Contornos definidos mediante puntos de control, cuyas posiciones son variables de un algoritmo genético
  - ⊕ Optimización de Topología. Número, forma y distribución de cavidades, a partir de las isolíneas del problema
- ⊕ El análisis estructural se realiza mediante el método de los elementos finitos con malla fija



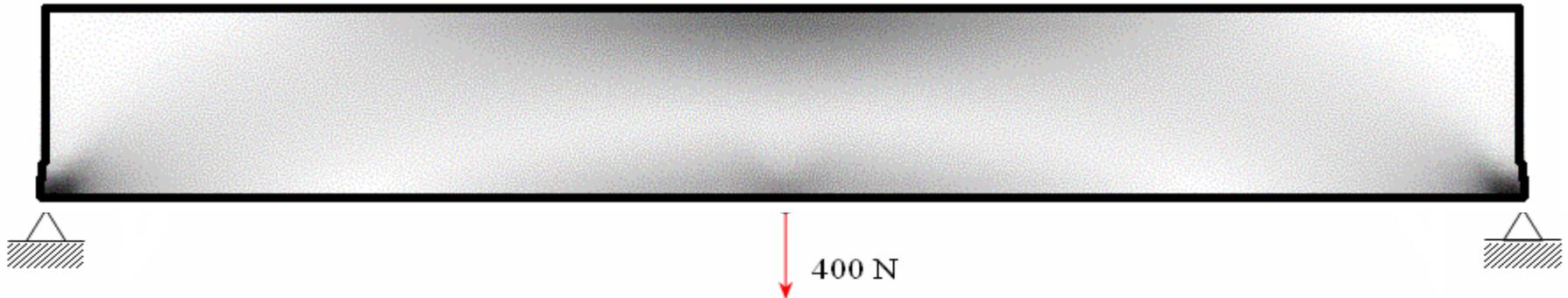
# Viga con apoyos fijos. Parámetros de diseño

## ✦ Dimensiones:

Luz	400 mm
Altura	50 mm
Espesor	2 mm

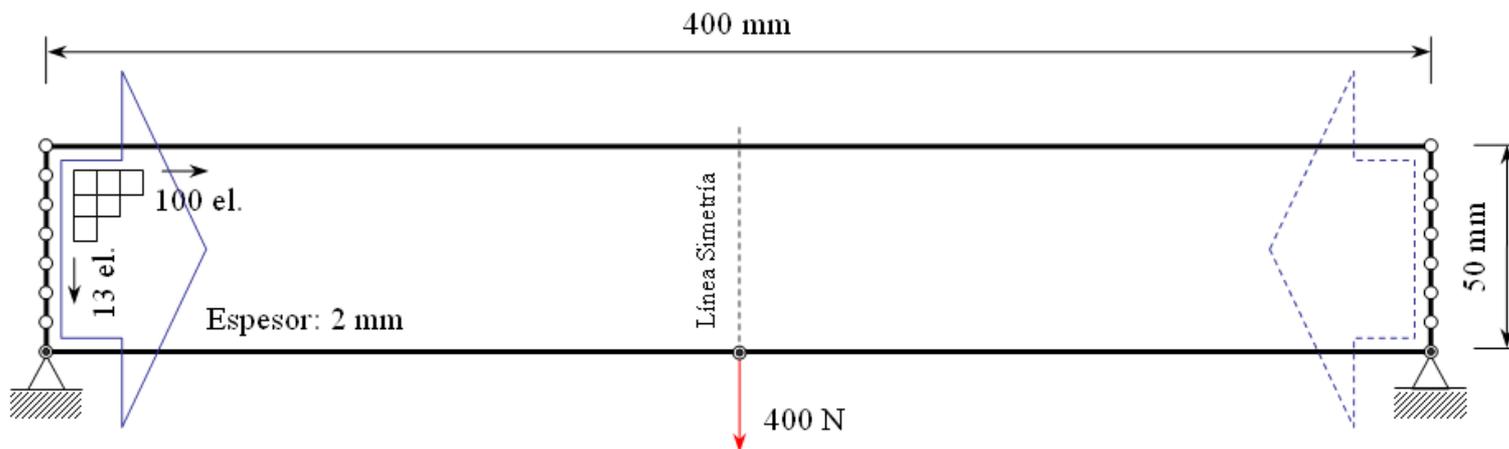
## ✦ Material:

Módulo de Young	210 GPa
Coef. Poisson	0,3



# Viga con apoyos fijos.

## Comparación de resultados



MFAG, 54 %



Xie, 64 %

## Viga corta en voladizo (1)

### ⊕ Dimensiones:

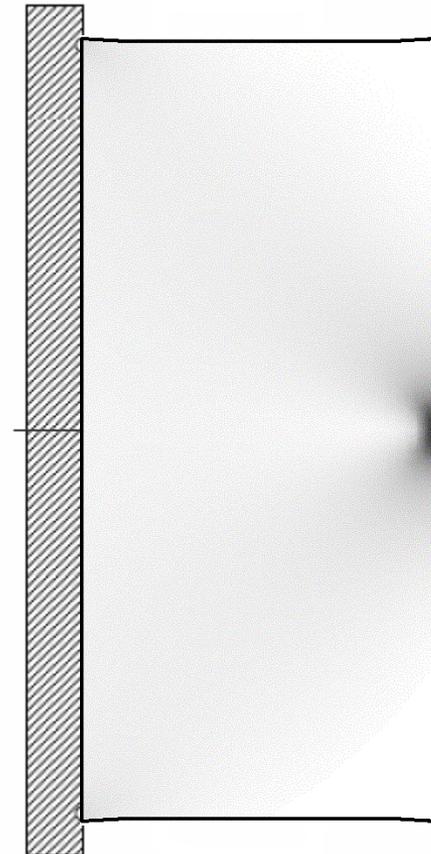
Luz	200 mm
Altura	450 mm
Espesor	1 mm

### ⊕ Material:

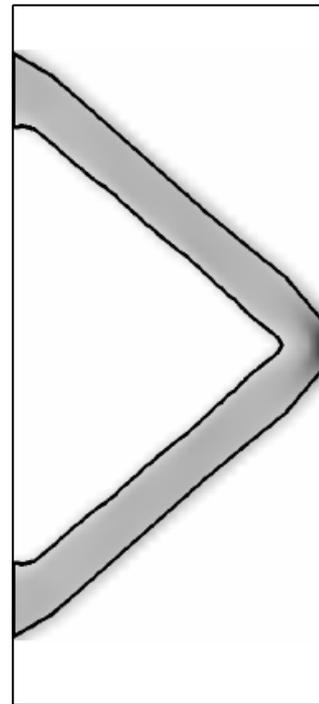
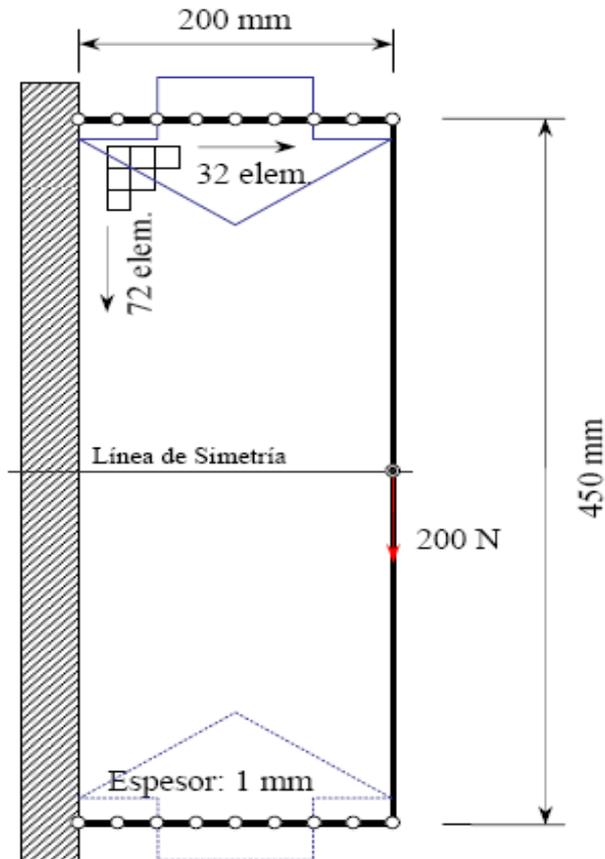
Módulo de Young	210 GPa
Coef. Poisson	0,3

### ⊕ Hipótesis de carga:

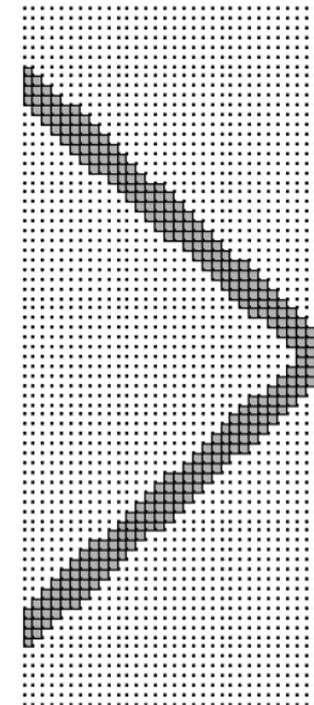
Fuerza vertical:	200 N
------------------	-------



# Viga corta en voladizo (2)



MFAG, 81 %



Liang, 89 %

- ✦ Martínez P y Martí P. Optimización de topología de estructuras articuladas: comparación de métodos basados en el universo estructural. *Congresso de Métodos Computacionais em Engenharia*, Lisboa, Portugal, 31 de Maio – 2 de Junho, 2004
- ✦ Martínez P. Un algoritmo de crecimiento para el diseño óptimo de topología y geometría de estructuras articuladas. *V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*, Madrid, 2002
- ✦ Martínez, P, Martí P and Querin O M. A Growing Method for Simultaneous Topology and Geometry Optimization of Plane Trusses with Stress Constraints (para enviar a la revista *Structural and Multidisciplinary Optimization*)
- ✦ Martí P, Alabau F y Díaz C. Optimización de topología y geometría de estructuras articuladas mediante algoritmos genéticos. *Congresso de Métodos Computacionais em Engenharia*, Lisboa, Portugal, 31 de Maio – 2 de Junho, 2004
- ✦ Martí P and Querin O M. A New Adaptive Penalty Function for Structural Optimization Using Genetic Algorithms. *6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Rio de Janeiro, Brasil, 30 May – 3 June, 2005
- ✦ Martí P, Zheng Q and Querin O M. Constraint Handling in Genetic Programming Based Structural Optimisation. *4th Australian Congress on Applied Mechanics, Advances in Applied Mechanics*, pp 795 – 800, Melbourne, Australia, 16 – 18 February 2005
- ✦ Victoria M y Martí P. Optimización de forma y topología con malla fija y algoritmos genéticos. *Congresso de Métodos Computacionais em Engenharia*, Lisboa, Portugal, 31 de Maio – 2 de Junho, 2004
- ✦ Martí P y Díaz C. Una nueva función de penalización adaptativa para optimización de estructuras mediante algoritmos genéticos. Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería 2005. Granada, 4 a 7 de julio, 2005
- ✦ Victoria M y Martí P. Optimización conjunta de forma y topología de estructuras continuas bidimensionales mediante algoritmos evolucionarios multinivel. Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería 2005. Granada, 4 a 7 de julio, 2005

## Resumen y conclusiones

- ⊕ Se ha desarrollado un **sistema integrado de diseño óptimo** de propiedades, geometría y topología de estructuras y elementos estructurales mecánicos basado en técnicas de crecimiento
- ⊕ Se ha desarrollado un **método original, basado en técnicas de crecimiento**, para el diseño óptimo de propiedades, geometría y topología de estructuras discretas. Los resultados obtenidos son iguales o mejores que los de los métodos basados en el Universo Estructural
- ⊕ Se ha desarrollado una **nueva función de penalización adaptativa**, para su utilización en la optimización con algoritmos genéticos, que no requiere el ajuste previo de los coeficientes de penalización. Los resultados obtenidos son iguales o mejores que los de otras estrategias de penalización
- ⊕ Se ha desarrollado un **módulo de optimización de topología de estructuras continuas (2D)** basado en la utilización conjunta del **análisis** por elementos finitos con malla fija y de los algoritmos genéticos

## Trabajos futuros

- ⊕ Incluir otros tipos estructurales
- ⊕ Considerar otros tipos de restricciones (estabilidad global, frecuencias naturales, constructivas, etc.)
- ⊕ Incorporar criterios prácticos de diseño de estructuras (coste de nudos, grupos de barras, etc.)
- ⊕ Optimizar elementos continuos 3D (MEF Malla fija + AG)

Grupo de Optimización Estructural



**GRACIAS POR SU ATENCIÓN**

<http://www.upct.es/goe>