



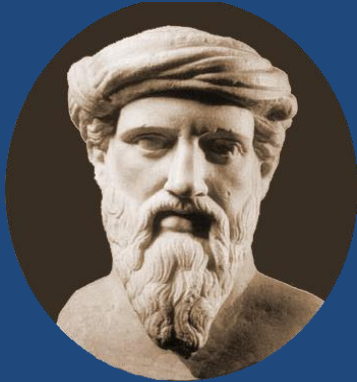
Universidad
Politécnica
de Cartagena

Pitágoras

(I)

Autora: Concepción Jimeno Martínez

Tutor: Francisco Martínez González



Pitágoras nació en la primera mitad del siglo VI a C en la isla griega de Samos. Su padre, Mnesarchus, era reconocido mercader de la ciudad y cuenta la leyenda que en una ocasión, en la ciudad padecía una hambruna terrible, el abrió sus bodegas para alimentar a todos sus conciudadanos por lo que fue nombrado "ciudadano distinguido". Este hecho le permitió a él y a su familia vivir siempre con comodidad y respeto.

Su madre, Pythia, provenía de una familia educada de Samos, se preocupó siempre por la formación de sus hijos. Promovió que Pitágoras acompañara a su padre en sus viajes para que conociera distintas culturas de los pueblos con los que su padre comerciaba, se sabe que Pitágoras tuvo maestros sabios sirios y caldeos.

Desde niño aprendió a tocar la lira y estudió poesía griega de su época. Entre los 18 y 20 años, viajó a la ciudad de Mileto y visitó a Tales, si bien ya Tales era un venerable anciano que despertó en Pitágoras el amor por las Matemáticas y la astronomía y fue sin duda quien la indico a viajar a Egipto para aprender más sobre estos temas. Anaximandro, pupilo de Tales, impartía las enseñanzas de éste, lecturas a las cuales asistió Pitágoras, y muchas de sus ideas de geometría y cosmología influyeron en su propia visión.

Sobre el 535 a C Pitágoras viajó a Egipto. En ese momento Samos vivía bajo a la dictadura de Pólicrates. Fue hecho sacerdote en el templo de Diospolis. Fue sin duda e su etapa en Egipto, donde desarrolló el pensamiento místico, y también consolidó su formación en aritmética, geometría, astronomía y música.

En el 522 a C Cambyses II rey de Persia invadió Egipto. Pólicrates rompió sus alianzas con Egipto y apoyo a los persas, Pitágoras fue hecho prisionero y llevado a Babilonia. Los babilonios reconocieron en Pitágoras al gran sabio griego, y en vez de estar en una cárcel, dejaron que en su casa tuviera una academia y en lugar de trabajos forzados le autorizaron el estudio de las matemáticas y la astronomía.

No esta claro como obtiene su libertad pero muy probablemente fue la muerte de Cambyses y Pólicrates hecho acaecido en el 522 a de C fue liberado y regresó a Samos. Las razones porque emigró al sur de Italia y eligió la ciudad Crotona, son fuente de especulación seguramente debido al poco éxito de sus enseñanzas en su ciudad natal y también que le exigían que participase en asuntos públicos y políticos.

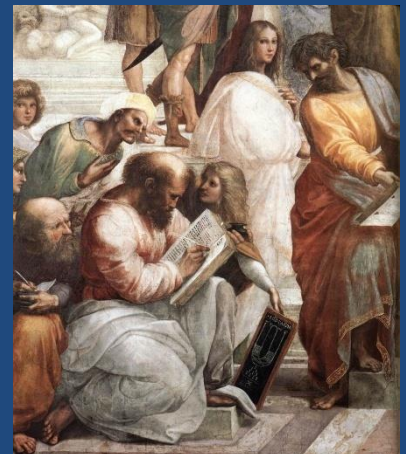




La Hermandad Pitagórica

La Escuela Pitagórica fue una asociación religiosa y política, además de filosófica. Para acceder a ella era necesario abstenerse de ciertos alimentos y observar el celibato. Con Pitágoras aparece la nueva forma de vida de una comunidad cerrada, unidas por reglas comunes de vida y por las mismas ideas sobre el alma y sociedad. Se llamaban matemáticos, no tenían posesiones personales y eran vegetarianos. Hasta 300 seguidores llegaron a conformar este grupo selecto, su enorme influencia fueron determinantes para el desarrollo en las matemáticas, astronomía y la medicina entre otras ciencias naturales. En los grados más altos, los pitagóricos vivían en completa comunidad de bienes. Las enseñanzas de los pitagóricos se transmitían por vía oral y todo se atribuía al venerado Pitágoras, fundador de la escuela. La escuela se fue transformando en una hermandad con ritos y ceremonias secretas de las que se sabe muy poco. Este secretismo se extendía a todo lo que rodeaba la escuela, incluidos sus trabajos y descubrimientos matemáticos, por eso no se tiene certeza sobre qué descubrieron y quién lo descubrió. La doctrina de los pitagóricos tenía esencialmente carácter religioso, fundamentalmente consistió en que la sustancia de las cosas era el número. La naturaleza, las estrellas, todo estaba basado en relaciones numéricas enteras o fraccionarias. La secta acabó teniendo un carácter político lo que provocó enfrentamientos, persecución y por fin su práctica ruina con el exilio y un cierto grado de dispersión. Las sedes de sus escuelas fueron incendiadas, y sólo tiempo después los desterrados pudieron volver a su patria. Es probable que Pitágoras se viese obligado por estos movimientos insurreccionales, a dejar Crotona para irse a Metaponto. Parece ser que fue el exilio lo que provocó que se abrieran en cierta medida y que se conocieran gran parte de sus conocimientos. En matemáticas fueron importantes: los números, sus relaciones, la aritmética, la geometría,...

- *que en su nivel más profundo, la realidad es de naturaleza matemática*
- *que la filosofía puede usarse para la purificación espiritual*
- *que el alma puede elevarse para unirse con lo divino*
- *que ciertos símbolos son de naturaleza mística*
- *que todos los miembros de la hermandad deben guardar absoluta lealtad y secretismo*





Pitágoras

(III)

Autora: Concepción Jimeno Martínez

Tutor: Francisco Martínez González

FRASES DE PITÁGORAS

Educad a los niños y no será necesario castigar a los hombres.

Educar no es dar carrera para vivir, sino templar el alma para dificultades de la vida.

Una tonelada de ciencia no vale más que una gota de sabiduría.

El que habla, siembra; el que escucha, recoge.

Cultivad las matemáticas: todos nuestros crímenes son errores de cálculo.

Escribe en la arena las faltas de tu amigo.

No digas pocas cosas en muchas palabras, sino muchas cosas en pocas palabras.

Los hombres que siempre hablan verdad son los que más se aproximan a Dios.

No veas en tu enemigo más que un amigo extraviado.

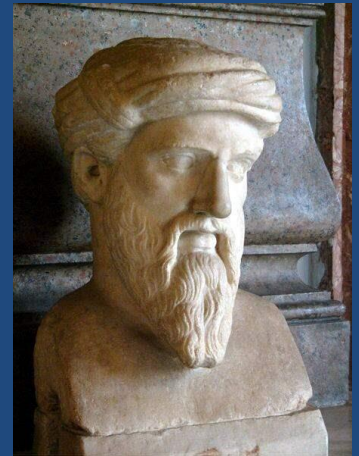
La ira se halla también en otros animales; la sabiduría, sólo en el hombre.

No te vuelvas enemigo del hombre del cual dejas de ser su amigo.

Evitad todo aquello que pueda atraer a la envidia.

No sabe hablar quien no sabe callar.

*La libertad dijo un día a la ley “Tú me estorbas”
La ley respondió a la libertad: “Yo te guardo”.*



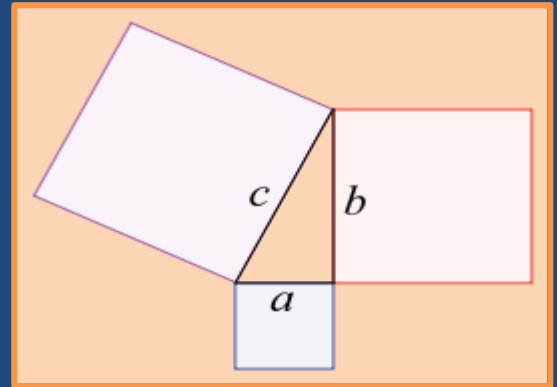


Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

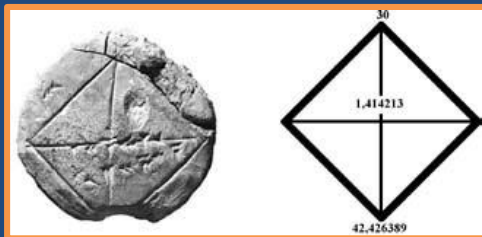
Si un triángulo rectángulo tiene catetos de longitudes a y b y la medida de la hipotenusa es c , se establece que:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



El Teorema de Pitágoras en Babilonia

La tablilla YALE (Y BC 7289) de 1600 a.C.



El Teorema de Pitágoras en China

Hay dos tratados clásicos chinos de contenidos relacionados con aspectos geométricos vinculados al Teorema de Pitágoras, el *Chou Pei Suan Ching* (300 a.C.) y el *Chui Chang Suang Shu* (250 a.C.). Su contenido fue sustancialmente ampliado y desarrollado por dos comentaristas del siglo III D.C. *Zho Shuang* y *Liu Hui*. Los tratados originales tratan los aspectos primitivos del Teorema, es decir, los resultados numéricos concretos, así como las leyes generales de formación de las ternas pitagóricas, mientras que los aspectos más evolucionados de la demostración son elaborados por *Zhao* y *Liu*.

El Teorema de Pitágoras en Egipto

Los egipcios conocían y utilizaban el hecho de que el triángulo de lados 3, 4 y 5 (o proporcionales a estos números), llamado "Triángulo egipcio", es rectángulo, para trazar una línea perpendicular a otra, que era una práctica habitual de los agrimensores oficiales para recuperar las fronteras de los lindes de las tierras tras los periódicos corrimientos producidos por las crecidas del Nilo.



El Teorema de Pitágoras en la India

Como resultado de la planificación de templos y de la construcción de altares, entre los siglos octavo y segundo a.C., en la India se desarrollan conocimientos aritmético-geométricos, prácticos y primitivos, relacionados con el Teorema de Pitágoras.



El Teorema de Pitágoras en la Academia de Platón

El *Teorema de Pitágoras* en el caso particular del triángulo rectángulo isósceles aparece en el diálogo *El Menón* (82d–83e) de Platón a propósito del problema de la "duplicación del cuadrado" que es la antesala del famoso problema délico de la "duplicación del cubo". Curiosamente Platón utiliza el problema para sustentar la doctrina de la reminiscencia y la inmortalidad. En la búsqueda de ternas pitagóricas, Platón encontró una ley de formación que se puede expresar en la forma: *En las "Ternas pitagóricas de Platón" la hipotenusa y uno de los catetos se diferencian en dos unidades.*



No entre nadie ignorante en Geometría

Demostración de Euclides: proposición I.47 de *Los Elementos*

El descubrimiento de los números irracionales por Pitágoras y los Pitagóricos supuso un contratiempo muy serio. De pronto, las proporciones dejaron de tener validez universal, no siempre podían aplicarse. La demostración de Pitágoras de su teorema se basaba muy probablemente en proporciones, y una proporción es un número racional. ¿Sería realmente válida como demostración? Ante esto, Euclides elabora una demostración nueva que elude la posibilidad de encontrarse con números irracionales.

El eje de su demostración es *la proposición I.47 de Los Elementos*

En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado opuesto al ángulo recto es igual a la suma de los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto.

Basándose en la proposición I.41 de *Los Elementos*, que equivale a decir que a igual base y altura, el área del paralelogramo dobla a la del triángulo.

La demostración de Pappus (hacia 300 D.C.)

Pappus utiliza un argumento similar al de la de Euclides: la comparación de áreas de figuras de la misma base, situadas entre paralelas.

La demostración de Bhaskara (1114-1185)

El monje, matemático y astrónomo hindú, Bhaskara dio una demostración muy sencilla del tipo de congruencia por sustracción, que aparece en el *Vijaganita* (cálculo de raíces).

La demostración de Leonardo da Vinci (1452-1519)

Leonardo da Vinci muestra también su ingenio con una prueba del *Teorema de Pitágoras* del tipo de congruencia por sustracción.



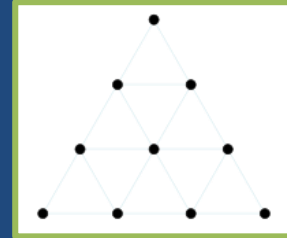
El *Teorema de Pitágoras* (Euclides, I.47) en el folio 26 recto del manuscrito f-III-5 de El Escorial, uno de los más antiguos que se conservan (siglo XI)



Matemáticas

La «ciencia matemática» practicada por Pitágoras y los *matematikoi* difiere del tratamiento de esta ciencia que se lleva a cabo en universidades o instituciones modernas. Los pitagóricos no estaban interesados en «formular o resolver problemas matemáticos», ni existían para ellos «problemas abiertos» en el sentido tradicional del término. El interés de Pitágoras era el de «los principios» de la matemática, «el concepto de número», «el concepto de triángulo» (u otras figuras geométricas) y la idea abstracta de «prueba». Como señala Brumbaugh, "Es difícil para nosotros hoy en día, acostumbrados como estamos a la abstracción pura de las matemáticas y el acto mental de la generalización, el apreciar la originalidad de la contribución pitagórica."

Pitágoras reconocía en los números propiedades tales como «personalidad», «masculinos y femeninos», «perfectos o imperfectos», «bellos y feos». El número diez era especialmente valorado, por ser la suma de los primeros cuatro enteros [$1 + 2 + 3 + 4 = 10$], los cuales se pueden disponer en forma de triángulo perfecto: la «*tetraktys*». Para los pitagóricos, «las cosas son números», y observaban esta relación en el cosmos, la astronomía o la música.



Tetraktys

Sólidos perfectos

Los pitagóricos demostraron que existen 5 poliedros regulares, solamente. Se cree que Pitágoras sabía cómo construir los tres o cuatro primeros, pero fue Hipaso de Metaponto (470 a.C.) quien descubrió el dodecaedro. Se debe a Teeteto la demostración de que no existen otros poliedros regulares convexos



Dodecaedro

La irracionalidad de la raíz cuadrada de 2. Los pitagóricos descubrieron que la diagonal de un cuadrado de lado 1 no puede expresarse como un cociente de números enteros. Este evento marca el descubrimiento de los números irracionales.

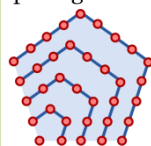
- **Ángulos interiores de un triángulo.** Encontraron que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos rectos, así como la generalización de este resultado a polígonos de n - *lados*.
- Un triángulo inscrito en un semicírculo es un triángulo rectángulo. Proposición de origen pitagórico (según Diógenes).
- Construcción de figuras dada un área determinada.

Medias

Los pitagóricos examinaron las razones y proporciones entre los números enteros; la media aritmética, la media geométrica y la media armónica y las relaciones entre ellas

Un número es «poligonal» (triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, etc.) si tal número de puntos se pueden acomodar formando el polígono correspondiente

Números pentagonales



1, 5, 12, 22, 35, ...

El descubrimiento de los **Números perfectos** y los **Números amigos**. Jámblico atribuye a Pitágoras el haber descubierto el par de números amigos (220, 284).



Las polis

Tras la desaparición de la civilización micénica los griegos formaron pequeñas comunidades, que evolucionaron en el siglo VIII a. C., y se convirtieron en ciudades. Estas ciudades se conocieron con el nombre de "ciudades-estado" o polis.

A diferencia de las ciudades de los grandes imperios (Mesopotamia, Egipto, Persia), que estaban organizadas alrededor del palacio real y del templo, el centro de la polis lo constituía el ágora, un espacio abierto donde los ciudadanos acudían para comerciar y para intercambiar ideas. En el ágora tiene lugar la vida política de la polis, y en ella surge también la filosofía griega.

El aspecto orográfico de Grecia hizo que las polis se situaran en su gran mayoría en territorios costeros de difícil acceso y en valles que estaban rodeados por montañas.

Las polis se constituyeron como una unidad política, social y económica de Grecia, pero si bien compartían una lengua, religión común, lazos culturales y una identidad racial e intelectual que exhibían con orgullo, los habitantes de estas ciudades no pudieron fundar un estado unificado. Existía una gran rivalidad entre las diferentes polis, consideraban que el reducido tamaño de cada una era lo más idóneo para practicar una adecuada política y economía

La sociedad griega



Ciudadano



Artesano



Meteco

Clases sociales en Esparta

Los ciudadanos: Los únicos que poseían derechos políticos eran los espartanos descendientes de los conquistadores dorios. Recibían educación militar desde los 7 a los 17 años y adquirían la mayoría de edad a los 30, cuando podían ser parte de la Asamblea de los Ciudadanos y tenían que casarse. Existía un cierto número de ciudadanos considerados cobardes en el combate, a los que los historiadores denominan con el término latino de "tresantes" ("los temblorosos"), que se les sometía a toda clase de desprecios y vejaciones

Los periecos: Descendientes de los miembros de las comunidades campesinas que no opusieron resistencia a los invasores Dorios y, por lo tanto, no fueron sometidos por la fuerza. Los periecos podían vivir en libertad en sus tierras, pero carecían de derechos políticos. Se ocupaban de las actividades artesanales y comerciales. Debían pagar al Estado altos tributos y podían ser obligados a incorporarse al ejército.

Los Iotas: Descendientes de los miembros de las comunidades campesinas que opusieron resistencia a los invasores Dorios. Estaban obligados a servir a los ciudadanos; el Estado los distribuía ente los iguales para que trabajaran sus tierras. Los ciudadanos se quedaban con casi todo lo producido, mientras que sólo una pequeña parte les correspondía a los ilotas. No tenían ningún tipo de derechos y carecían de protección de las leyes. No eran esclavos sino siervos públicos y como pertenecían al Estado, no podían ser comprados ni vendidos.

Clases sociales en Atenas

Los ciudadanos: Eran los únicos que podían poseer tierras, y dedicarse a los asuntos de la Polis. Para los griegos, la verdadera ocupación del ciudadano era participar en la política de la ciudad. Sin embargo también se distinguían por las cualidades propias que tenían.

Los Metecos: Eran los extranjeros residentes en Atenas. Eran libres y podían participar de ceremonias cívicas y religiosas. Tenían en sus manos la mayor parte del comercio marítimo, la banca, y la producción mercantil. Pero carecían de derechos políticos y no podían tener una tierra, salvo que pidieran un permiso.

Los esclavos. Estaban en el último peldaño de la escala social, eran propiedad de otras personas, carecían de libertad. El esclavo no tenía derecho sobre su persona y estaba obligado a trabajar contra su voluntad. Pero el propietario no tenía sobre el esclavo derecho de vida o muerte.



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Pitágoras

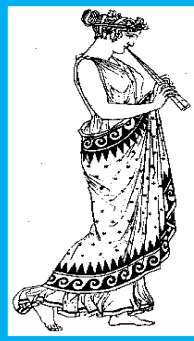
(VIII)

Autora: Concepción Jimeno Martínez

Tutor: Francisco Martínez González

La Mujer en la Sociedad Griega

LA MUJERES libres en Grecia **carecían de derechos políticos**. Estaban **sometidas** al varón, ya fuese éste el padre o el marido, y sus **movimientos** estaban muy restringidos. Las que pertenecían a las familias acomodadas salían en escasas ocasiones de su hogar, y dentro de éste tenían asignado su espacio particular: el "gineceo". Muchas **actividades** reservadas a los varones (como la asistencia a los juegos) eran prohibidas a la mujer.



La mujer en Esparta

En la antigüedad todos temían al ejército al ejército espartano, cuyos soldados se habían entrenado en rígidos campamentos militares desde que eran muy pequeños. Pero los espartanos se aseguraban también de que sus mujeres fueran fuertes y saludables para que pudieran tener hijos varones y fuertes para el ejército. Las jóvenes espartanas crecían al aire libre, aprendiendo a correr, luchar y lanzar el disco y la jabalina, al igual que los varones. Las jóvenes espartanas llevaban faldas cortas, pues les daba libertad de movimiento para hacer ejercicio y practicar el atletismo. Estos vestidos debieron resultar escandalosos en Atenas.

Desde el día del nacimiento hasta el de su muerte, una mujer de la antigua Grecia vivía bajo el control de los hombres. Su padre, sus hermanos –incluso sus hijos– tomaban decisiones que alteraban su vida. Las mujeres no podían votar ni tener un empleo público, heredar o poseer propiedades...ni siquiera comprar algo que costara más que un precio determinado. No obstante una mujer no carecía totalmente de poder: dirigía la casa y controlaba el dinero de la familia. Algunos hombres importantes, como Pericles, escuchaban cuidadosamente los consejos de sus mujeres.

La costumbre dictó que una mujer griega limita su tiempo fuera de la casa a visitar a sus vecinas femeninas más cercanas. Las excepciones a esta convención social rígida eran bodas, los entierros e indican los festivales religiosos en los cuales se esperaba que las mujeres desempeñaran papeles públicos prominentes. A parte de estos momentos, las reuniones femeninas más comunes (y diarias), sucedían cuando se encontraban las mujeres de un mismo sector en el pozo de agua, que en general eran comunitarios; solo la gente muy rica tenía pozos privados.

Los deberes de las mujeres rurales incluyeron algo del trabajo agrícola, como el cosechar de aceitunas y de fruta.

Pero la vida de la mujer Griega transcurría casi la mayor parte del tiempo en el jardín de la casa, en donde tejían y cocinaban; el equipo de cocina griego era pequeño y ligero y se podía instalar fácilmente. En tiempo soleado, las mujeres se protegían del sol con sombreros o mantas, porque el ideal en belleza femenina era una tez pálida.