



**Apuntes de la asignatura**

**AMPLIACIÓN DE TOPOGRAFÍA MINERA**

**IT Minas – Curso 3º - Especialidad *Explotación de Minas***

***Profesor: Antonio García Martín***

## **Programa resumido de teoría**

- Tema 1. La topografía subterránea. Justificación.
- Tema 2. Instrumentos usados en topografía subterránea.
- Tema 3. Métodos topográficos subterráneos.
- Tema 4. Topografía y fotogrametría en explotaciones mineras a cielo abierto.
- Tema 5. Enlace entre levantamientos subterráneos y de superficie.
- Tema 6. Rompimientos mineros.
- Tema 7. Intrusión de labores.
- Tema 8. Aplicaciones geológico-mineras.
- Tema 9. Estudio y control de hundimientos mineros.
- Tema 10. Topografía de túneles.

## **Programa resumido de prácticas**

- 1 Interpretación de planos mineros de interior y a cielo abierto: labores, infraestructuras, instalaciones, vertederos, etc.
- 2 Recordatorio de manejo de instrumentos topográficos.
- 3 Visita a explotaciones mineras o a obras civiles.
- 4 Transmisión de orientación al interior: métodos mecánicos.
- 5 Transmisión de orientación al interior: métodos magnéticos.
- 6 Ejercicios de los temas 1 a 9.

## **Bibliografía**

- Apuntes del profesor.
- Topografía Minera. Fernández Fernández, L. Universidad de León.
- Topografía Subterránea para minería y obras. Estruch Serra, M y Tapia Gómez, A. Ediciones UPC.

## **TEMA 1.- LA TOPOGRAFÍA SUBTERRÁNEA. JUSTIFICACIÓN.**

### **1.1.- Introducción.**

Esta parte de la asignatura pretende estudiar la aplicación de las técnicas topográficas, ya estudiadas en la asignatura *Topografía*, al caso de trabajos desarrollados en el subsuelo. Además del ejemplo clásico de la minería de interior, estas técnicas serán aplicables en la perforación de túneles para carreteras y ferrocarriles, en determinadas obras hidráulicas, en la creación de espacios subterráneos para almacenamiento, etc.

Las características que hacen especiales las obras subterráneas, desde la perspectiva de la topografía, son las siguientes:

- Iluminación.- En las obras subterráneas es preciso trabajar con luz artificial, en ocasiones escasa. Esto obliga a emplear iluminación adicional, tanto en los equipos topográficos como en las señales de puntería y los puntos visados.
- Temperatura, humedad, etc.- Pueden suponer condiciones de trabajo incómodas para los operarios, pero también afectar a los equipos, que estarán sometidos a condiciones adversas que facilitan su deterioro.
- Existencia de polvo, gases nocivos o grisú.- Suponen condiciones adversas y, en ocasiones, peligrosas.
- Espacios reducidos y por los que, con frecuencia, circulan vehículos o existe maquinaria en movimiento.- Esto obliga, habitualmente, a fijar los puntos de estación en las paredes o en los techos de las labores y, en ocasiones, a estacionar en estos mismos puntos.
- Levantamiento de puntos de difícil acceso, en los que a menudo resulta imposible situar una señal de puntería.
- Comunicación entre las labores de interior y las de exterior.- Pueden complicar, de manera importante, los trabajos topográficos de enlace entre dichas labores, en particular la transmisión de orientación y de cota al interior.
- La complejidad de las labores de interior, que puede dificultar el desarrollo de los trabajos topográficos y, en particular, el replanteo de nuevas labores.
- Los levantamientos topográficos en minería deben seguir de cerca los avances de la explotación. Además, los vértices en los que se apoyan pueden verse afectados por los movimientos del terreno o, incluso, desaparecer.

Los planos de las labores mineras de interior deben llevarse al día, para poder organizar adecuadamente los trabajos de salvamento en caso de

accidente, para relacionar las labores con posibles efectos en el exterior, para evitar intrusiones en los registros mineros colindantes, para evitar el problema de las aguas colgadas, etc.

Los trabajos topográficos intervienen en todas las fases del proceso minero. En el caso de minería de interior, y sin ánimo de ser exhaustivos, podemos mencionar los siguientes casos:

- Prospección y exploración.
- Investigación por sondeos del yacimiento: replanteo de la malla de sondeos teórica, levantamiento topográfico de la situación real de los sondeos; sondeos inclinados.
- Replanteo de registros mineros.
- Levantamiento inicial de la zona minera. Replanteo de las obras e instalaciones a construir en el exterior.
- Toma de avances; replanteo de obras e instalaciones a construir en el interior.
- Replanteo de labores subterráneas; rompimiento entre labores.

## **1.2.- Nociones de minería subterránea.**

Aunque hayan sido estudiados en otras asignaturas, se incluye un breve recordatorio de algunos conceptos básicos.

La explotación correcta de una mina subterránea requiere una red, cuidadosamente planificada, de pozos, galerías, rampas y chimeneas o coladeros. Estas labores permitirán el acceso al yacimiento, la circulación de personal o maquinaria, la extracción de mineral y estéril, la ventilación de las labores, etc. (figura 1.1).

Pozos.- Su finalidad suele ser la de conectar las instalaciones de superficie con el subsuelo.

Se utilizan para la extracción de mineral y estéril, transporte de personal y maquinaria, ventilación, etc. Suelen ser verticales, aunque en algunos casos pueden seguir la inclinación del cuerpo mineral.

Su diámetro puede variar entre 1 ó 2 metros, para pozos de servicio, hasta 8 ó 10 metros en minas importantes. Pueden tener secciones circulares o elípticas, que resisten mejor las presiones del terreno, o rectangulares, que presentan un mayor coeficiente de utilización. Pueden alcanzar varios centenares de metros de profundidad.

Suelen llevar entibación, sobre la que se apoyan las guías por las que se mueven las jaulas o skips.

Galerías.- Se utilizan para preparación de túneles, exploración, acceso de personal y maquinaria a los tajos, transporte de mineral y estéril, etc. En ellas se instalan las vías, transportes, conducciones, cables eléctricos, etc.

Su forma puede ser trapezoidal o aproximadamente semicircular. Si las características del terreno lo exigen, se entiban. En el piso se excava un canal que permita la evacuación de aguas.

Chimeneas y coladeros.- Sirven como conexiones, verticales o inclinadas, entre diferentes niveles de trabajo. Se perforan para permitir el transporte de mineral, de personal, para ventilación o para facilitar las labores de preparación.

Tienen sección cuadrada, rectangular o circular.

Rampas.- Sirven para el acceso a las labores, sustituyendo o completando a los pozos, y para comunicar entre sí diferentes niveles. Su pendiente es inferior al 15% para permitir el movimiento de la maquinaria minera autopropulsada.

En estas labores se emplean distintos sistemas de perforación, en los que no vamos a extendernos. En todos los casos, la perforación será dirigida y controlada por los topógrafos, que calcularán la dirección e inclinación de los trabajos y realizarán el replanteo de estos.

### 1.3.- Planos reglamentarios en minería.

El Reglamento de Normas Básicas de Seguridad Minera, y las Instrucciones Técnicas Complementarias correspondientes, indican que en todo trabajo o explotación subterráneos deben existir los siguientes planos:

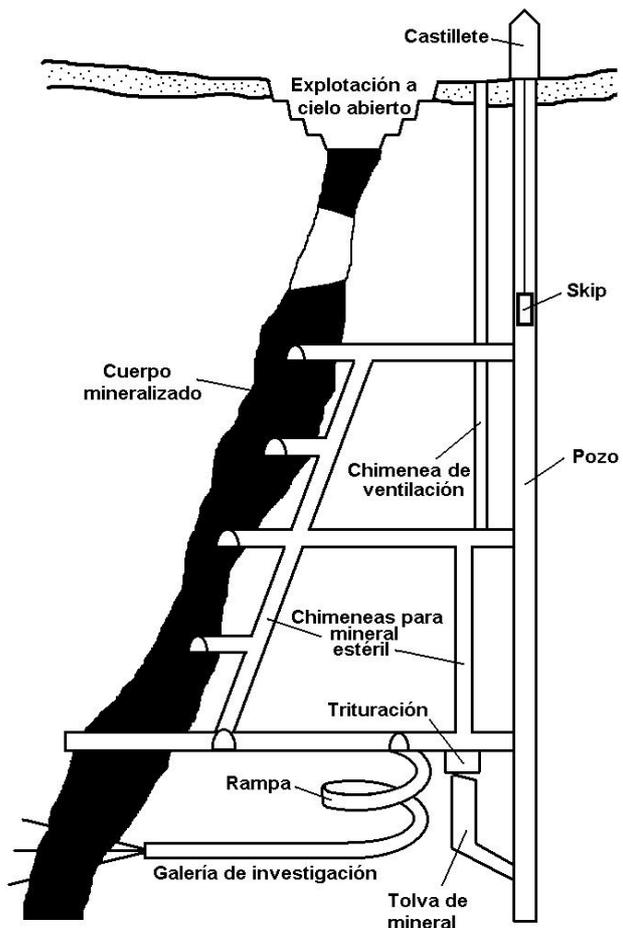


Fig. 1.1. Esquema de una mina de interior

- Plano topográfico de toda la superficie afectada por la explotación minera.- Escala mínima 1/5.000. Deben figurar en él las obras exteriores y edificaciones de la mina, los poblados, carreteras, líneas eléctricas, cauces de agua, etc. Deben situarse los pozos y polvorines, con indicación de la cota. En este plano figurarán, asimismo, los límites del grupo minero.
- Plano general de labores.- Escala 1/2.000. Debe representar las labores ejecutadas y en ejecución, identificando claramente aquellas que se encuentren abandonadas.
- Plano de detalle de tajos y cuarteles.- Escala 1/1.000, normalmente. Se emplean proyecciones horizontales y verticales, secciones longitudinales y transversales. Cuando existen plantas distintas, se emplean colores distintos para diferenciarlas. En minas metálicas debe elaborarse un plano de metalizaciones, en proyección horizontal. Si existen varios cuerpos mineralizados se emplean proyecciones separadas para identificarlos claramente.
- Plano general de ventilación.- Escala 1/5.000. Debe figurar la dirección de la corriente de aire y su distribución, caudales en litros/sg., etc.
- Plano general de la red eléctrica.
- Plano general de la red de aire comprimido.
- Plano general de la red de comunicaciones interiores.
- Plano general de la red de aguas, si procede.
- Plano general de transporte.
- Plano general de exteriores.

Todos ellos elaborados de acuerdo con la legislación vigente y acompañados de cualquier otro plano que la autoridad minera considere necesario. En las oficinas de la explotación minera debe disponerse de un ejemplar actualizado de cada uno de estos planos.

El Plan de Labores de la explotación debe presentarse en el mes de enero de cada año y recoge las labores que la empresa se propone desarrollar en el curso de ese año, en relación con el proyecto general de la explotación.

La Memoria irá acompañada de los siguientes planos:

- Plano de situación de la explotación y de comunicaciones.- Escala 1/50.000. Puede emplearse una fotocopia de parte de la hoja del Mapa Topográfico Nacional, marcando en él la situación de la explotación y los accesos a la misma.
- Plano de concesiones mineras.- Escala 1/5.000.
- Plano de labores.- Escala 1/1.000 ó 1/2.000.
- Plano de ventilación.

Todos ellos elaborados de acuerdo con la legislación vigente.

## 1.4.- Ejercicios.

**1.4.1.-Calcula la pendiente, la longitud y la orientación de una galería cuyos extremos A y B tienen las siguientes coordenadas: A (1.000 ; 1.000 ; 100) B (970 ; 1.100 ; 101,5)**

La longitud  $D_N$  total de la galería es la distancia natural entre los puntos A y B:

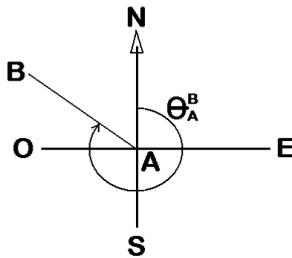
$$D_N = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2} = 104,414m$$

La longitud horizontal  $D_R$  de la galería es la distancia reducida entre los puntos A y B:

$$D_R = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = 104,403m$$

La pendiente es la relación entre el desnivel existente entre los puntos extremos A y B de la galería y la distancia reducida entre ellos:

$$p = \frac{Z_B - Z_A}{D_R} = 0,0144 = 1,44\%$$

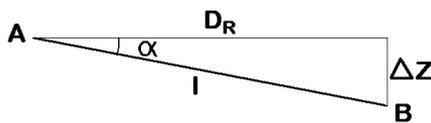


La orientación de la galería es el acimut de la alineación formada por los dos puntos extremos. Las posiciones relativas aproximadas de los puntos A y B, deducidas de sus coordenadas planas, se muestran en la figura. Por tanto, el acimut se calcula:

$$\theta_A^B = 400^g - \text{arc tg} \frac{|X_B - X_A|}{|Y_B - Y_A|} = 381,445^g$$

**1.4.2.-De un punto A, de coordenadas (1.000 ; 1.000 ; 100), parte una galería de 25m de longitud (en distancia natural) y con una pendiente descendente del 3%. Calcula las coordenadas del otro extremo B de la galería, sabiendo que su orientación corresponde a un acimut de 130°.**

La pendiente de la galería es igual a la tangente del ángulo  $\alpha$  que forma la galería con su proyección horizontal:



$$p = \frac{\Delta Z}{D_R} = \text{tg } \alpha = 3\% = 0,03$$

$$\alpha = \text{arc tg } 0,03 = 1,909^g\%$$

De la figura:

$$D_R = l \cos \alpha = 24,989m$$

$$\Delta Z = -l \text{ sen } \alpha = -0,750 = Z_A^B$$

Como el acimut de la galería es  $\theta_A^B = 130^g$ ,

$$X_B = X_A + D_R \operatorname{sen} \theta_A^B = 1.022,265m$$

$$Y_B = Y_A + D_R \operatorname{cos} \theta_A^B = 988,655m$$

$$Z_B = Z_A + Z_A^B = 99,250m$$

**1.4.3.- Desde un punto A (1.000 ; 1.000 ; 100) de la superficie se ha excavado un pozo vertical de 50m de profundidad. Del extremo inferior B de este pozo parte una galería horizontal, en dirección S-30<sup>g</sup>-O, de 30m de longitud. Esta galería acaba en una chimenea, con la misma orientación, inclinada 5<sup>g</sup> respecto a la vertical y con una longitud de 5m. Calcula las coordenadas del extremo inferior B del pozo, del extremo C de la galería y del fondo D de la chimenea.**

Coordenadas de A:

$$X_A = 1.000m \quad Y_A = 1.000m \quad Z_A = 100m$$

Coordenadas de B:

Como el pozo es vertical,

$$X_B = X_A \quad Y_B = Y_A \quad Z_B = Z_A - 50 = 50m$$

$$X_B = 1.000m \quad Y_B = 1.000m \quad Z_B = 50m$$

Coordenadas de C. La distancia reducida entre B y C,  $D_{BC}$ , es la longitud de la galería (30m), ya que ésta es horizontal:

$$\theta_B^C = S - 30^g - O = 230^g$$

$$X_C = X_B + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C = 986,380m$$

$$Y_C = X_B + D_{BC} \operatorname{cos} \theta_B^C = 973,270m$$

$Z_C = Z_B = 50m$ , ya que la galería es horizontal

Coordenadas de D. De la figura se deduce que:

$$\text{Distancia reducida} \quad D_{CD} = l \operatorname{sen} 5^g = 0,392m$$

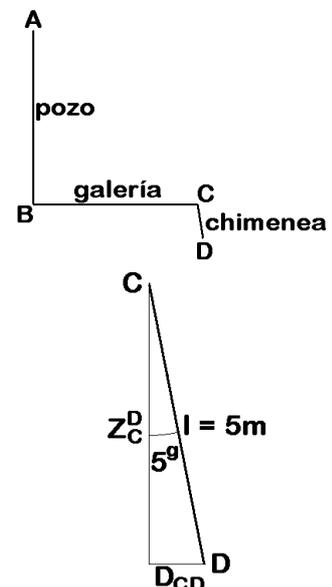
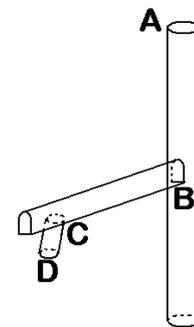
$$\text{Desnivel} \quad Z_C^D = -l \operatorname{cos} 5^g = -4,985m$$

Además, sabemos que:  $\theta_C^D = \theta_B^C = 230^g$

$$X_D = X_C + D_{CD} \operatorname{sen} \theta_C^D = 986,202m$$

$$Y_D = Y_C + D_{CD} \operatorname{cos} \theta_C^D = 972,920m$$

$$Z_D = Z_C + Z_C^D = 45,015m$$



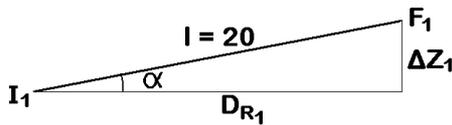
**1.4.4.- De un pozo vertical parten dos galerías. La primera empieza a 30m de profundidad, tiene una longitud de 20m y una pendiente ascendente del 2% y su orientación (acimut) es de 40<sup>g</sup>. La segunda empieza a 50m de profundidad, tiene una longitud de 25m y una pendiente descendente del 3% y su orientación es de 45<sup>g</sup>. Si se quisieran conectar los extremos de**

**las dos galerías, calcula la inclinación, la orientación y la longitud de la labor a perforar.**

Vamos a suponer que las coordenadas del punto inicial de la primera galería son:

$$X_{I1} = 0 \quad Y_{I1} = 0 \quad Z_{I1} = 0$$

Si llamamos  $p_1$  a la pendiente de la primera galería, de la figura se deduce que:



$$p_1 = \operatorname{tg} \alpha = 2\% = 0,02$$

$$\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,02 = 1,273^\circ$$

$$D_{R1} = l \cos \alpha = 19,996m$$

$$\Delta Z_1 = l \operatorname{sen} \alpha = 0,400m$$

Conocido el acimut de la primera galería, las coordenadas del punto final  $F1$  de ésta se calculan:

$$X_{F1} = X_{I1} + D_{R1} \operatorname{sen} \theta_{I1}^{F1} = 11,753m$$

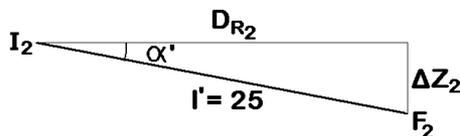
$$Y_{F1} = Y_{I1} + D_{R1} \cos \theta_{I1}^{F1} = 16,177m$$

$$Z_{F1} = Z_{I1} + \Delta Z_1 = 0,400m$$

Las coordenadas planas (X e Y) del punto inicial  $I2$  de la segunda galería coinciden con las de  $I1$ . Respecto a la coordenada Z, como la primera galería empieza a 30m de profundidad y la segunda a 50m, tenemos:

$$X_{I2} = 0 \quad Y_{I2} = 0 \quad Z_{I2} = 30 - 50 = -20m$$

Si llamamos  $p_2$  a la pendiente de la segunda galería, de la figura se deduce que:



$$p_2 = \operatorname{tg} \alpha' = 3\% = 0,03$$

$$\alpha' = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,03 = 1,909^\circ$$

$$D_{R2} = l' \cos \alpha' = 24,989m$$

$$\Delta Z_2 = -l' \operatorname{sen} \alpha' = -0,750m$$

Conocido el acimut de la segunda galería, las coordenadas del punto final  $F2$  de ésta se calculan:

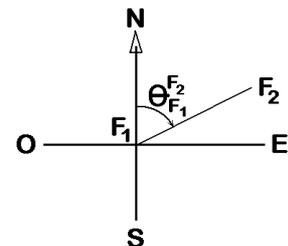
$$X_{F2} = X_{I2} + D_{R2} \operatorname{sen} \theta_{I2}^{F2} = 16,229m$$

$$Y_{F2} = Y_{I1} + D_{R2} \cos \theta_{I2}^{F2} = 19,002m$$

$$Z_{F2} = Z_{I2} + \Delta Z_2 = -20,750m$$

Para calcular la orientación de la labor que conectará los extremos de las dos galerías dibujamos en un croquis las posiciones relativas aproximadas de  $F1$  y  $F2$ , según sus coordenadas planas. De la figura obtenida se deduce que:

$$\theta_{F1}^{F2} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|X_{F2} - X_{F1}|}{|Y_{F2} - Y_{F1}|} = 64,158^\circ$$

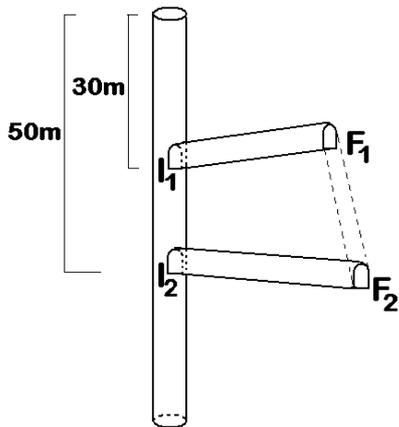


Para calcular la longitud total a perforar ( $D_N$ ) y la pendiente ( $p_3$ ) hacemos:

$$D_N = \sqrt{(X_{F_2} - X_{F_1})^2 + (Y_{F_2} - Y_{F_1})^2 + (Z_{F_2} - Z_{F_1})^2} = 21,802m$$

$$D_R = \sqrt{(X_{F_2} - X_{F_1})^2 + (Y_{F_2} - Y_{F_1})^2} = 5,293m$$

Siendo  $D_R$  la distancia reducida entre los puntos  $F_1$  y  $F_2$  y  $D_N$  la distancia natural entre ellos, que será la longitud a perforar. Para calcular la pendiente hacemos:



$$Z_{F_1}^{F_2} = Z_{F_2} - Z_{F_1} = -21,150m$$

$$p_3 = \frac{Z_{F_1}^{F_2}}{D_R} = -4,000$$

## **TEMA 2.- INSTRUMENTOS USADOS EN TOPOGRAFÍA SUBTERRÁNEA.**

### **2.1.- Señalización de los puntos de estación.**

En topografía subterránea es muy habitual que las señales que marcan los puntos de estación no se puedan colocar en el suelo, ya que el paso de personal y de maquinaria podría hacerlas desaparecer. Por ello se colocan, normalmente, en el techo de las labores, utilizando una plomada para proyectarlas sobre el piso.

Para la puesta en estación proyectaremos el punto sobre el suelo, donde se marcará con un clavo, y se procederá a estacionar sobre este clavo utilizando el procedimiento habitual. En muchos casos se prefiere suspender una plomada desde el punto marcado en el techo y centrar el instrumento con referencia a esta plomada.

Los puntos de estación se elegirán de manera que los recorridos de los itinerarios sean lo más sencillos posible y su número de estaciones lo más bajo posible, para evitar la acumulación de errores. Las señales no deben estar sometidas a movimientos. Se deben numerar de forma ordenada y recoger claramente las observaciones necesarias en las libretas de campo, incluyendo croquis cuando sea preciso, para facilitar su localización.

En exterior, los puntos se suelen denominar usando letras mayúsculas. En interior se suelen emplear minúsculas, seguidas de apóstrofes o de subíndices en caso necesario.

Las estaciones marcadas en el techo de la labor deben ser fáciles de localizar y no estar expuestas a desaparecer. Para que el punto de estación quede marcado inequívocamente, emplearemos las siguientes normas:

- El hueco del cáncamo por el que pasa el hilo de la plomada debe ser de diámetro un poco superior al de éste.
- El cáncamo debe situarse en el plano vertical que contenga a la bisectriz del ángulo formado por las dos visuales a lanzar desde la estación: la de la estación anterior y la de la siguiente.
- El hilo de la plomada debe introducirse en el ojal siempre en el mismo sentido y utilizando esta norma para todas las estaciones.

Cuando la entibación es de madera (figura 2.1) las señales se clavan con facilidad. Pueden emplearse grapas de hierro, cerrando un poco la curvatura para aproximarla

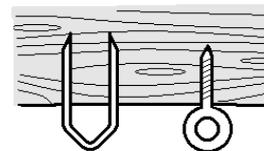


Fig. 2.1. Señalización de estaciones (1)

al grosor del hilo de la plomada. También puede emplearse un cáncamo normal, con el ojal pequeño.

Cuando la entibación es de metal puede sujetarse una cuña de madera, mediante grapas, y proceder como en el caso anterior. También se utiliza una pistola (de las que emplean los electricistas) para empotrar tornillos apropiados, provistos de un ojal, en la entibación.

En labores en roca puede utilizarse un martillo perforador para hacer un taladro e introducir en él un taco de madera sobre el que se clavará el cáncamo (figura 2.2). También pueden emplearse tacos de plástico. Utilizando cemento mezclado con sosa (para que fragüe rápido) se pueden sujetar grapas en el techo (figura 2.3). En este caso conviene doblar ligeramente las patas de la grapa hacia afuera y cerrar la curvatura de ésta, como se indicó antes.

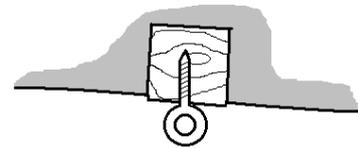


Fig. 2.2. Señalización de estaciones (2)

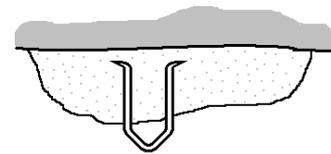


Fig. 2.3. Señalización de estaciones (3)

Para localizar fácilmente los puntos, conviene marcar un círculo rojo con pintura alrededor de cada uno, una vez puesta la señal que sujetará la plomada.

## 2.2.- Medida de ángulos.

Las circunstancias propias de los trabajos de interior obligan, con frecuencia, a establecer itinerarios de lados muy cortos, lo que supone mayores errores en la medida de ángulos. En particular, el error de dirección puede ser muy importante, especialmente si la puesta en estación no se hace con el cuidado necesario.

Antiguamente se empleaban teodolitos con anteojo excéntrico, de manera que se pudieran lanzar visuales verticales a lo largo de pozos y chimeneas. Pero las complicaciones que suponían, y la necesidad de introducir en todas las mediciones la corrección por excentricidad, han hecho que en la actualidad se utilicen, normalmente, equipos de uso general. Para poder lanzar visuales verticales, estos equipos se dotan de oculares acodados.

También pueden emplearse, siempre que la apreciación sea compatible con la precisión de los trabajos topográficos y que no existan perturbaciones magnéticas en el subsuelo, las brújulas.

Para transmitir la orientación a las labores de interior puede emplearse el giroteodolito, que estudiaremos más adelante, al tratar el tema de la orientación en labores subterráneas.

### 2.2.1.- Teodolitos, taquímetros y estaciones totales.

Como hemos indicado, suelen emplearse instrumentos similares a los de exterior, siempre teniendo en cuenta las condiciones de iluminación de las labores subterráneas y, en caso necesario, que sean antigrisú.

No obstante, existen equipos especialmente diseñados para trabajos de interior. Estos equipos se estacionan de manera que no interrumpan los servicios de arranque y de transporte de material.

En algunos casos se coloca el instrumento sobre una barra horizontal, que se apoya en los hastiales a altura suficiente para no interrumpir el transporte. En otros casos, especialmente si las labores son angostas, el instrumento se suspende de un perno introducido en el hastial o en el techo de la labor.

Los equipos antiguos se iluminaban, mediante el equipo adecuado, a través de los puntos de entrada de luz, de manera que pudieran tomarse lecturas sobre los limbos. Los teodolitos electrónicos y las estaciones totales disponen de una pantalla, donde pueden leerse los resultados de la medición, que puede estar iluminada.

Las plomadas y las señales de puntería se iluminan desde atrás, interponiendo una pantalla de papel o de plástico para no deslumbrar al operario del instrumento. También pueden iluminarse lateralmente. Todos los equipos de iluminación, en caso de minas de carbón, deben ser antigrisú.

La puesta en estación se realiza, generalmente, con relación a una plomada que cuelga de un cáncamo situado en el techo de la labor, como hemos visto (figura 2.4). Moveremos el instrumento, montado sobre el trípode, hasta situarlo aproximadamente bajo la plomada y, a continuación, utilizaremos el juego del instrumento sobre la meseta del trípode para afinar mejor. La plomada debe estar en la prolongación del eje principal del instrumento.

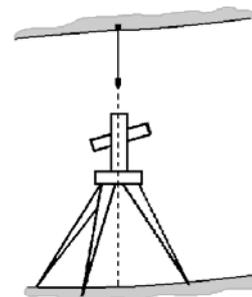


Fig. 2.4. Puesta en estación

Muchos instrumentos llevan una señal o un pivote para indicar el centro del anteojo. Si situamos el anteojo en posición horizontal, esta señal nos indicará el punto sobre el que debe estar la plomada para conseguir la puesta en estación. Si el aparato no dispone de esta señal, la materializamos estacionando aproximadamente bajo la plomada y marcando con un lápiz el círculo que describe la punta de ésta sobre el anteojo (situado en posición horizontal) al girar la alidada horizontal. El centro de este círculo es el punto buscado.

Para medir el ángulo entre ejes de un itinerario (figura 2.5) se sitúan plomadas en los tres puntos que lo definen, es decir en los puntos que marcan nuestra estación y las estaciones anterior y siguiente. Como en el caso de medición de ángulos en el exterior, si hemos orientado previamente el instrumento (con la visual de espaldas) obtendremos acimutes y si no, obtendremos las lecturas horizontales.

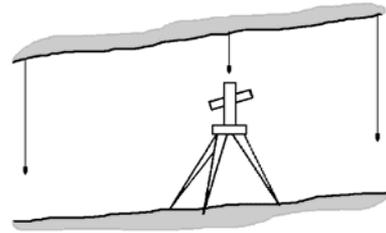


Fig. 2.5. Medición de ángulos

Si interesa calcular el ángulo interior, se puede hacer por diferencia de lecturas o, directamente, haciendo cero en la visual de espaldas.

Cuando no sea posible estacionar en el punto  $E$  previsto (por existir escombros, agua, inicio de una labor, etc.) lo haremos en un punto  $P$  lo más próximo posible y desde el que sean visibles las estaciones anterior  $A$  y siguiente  $B$  (figura 2.6). Aplicaremos la *reducción al centro de estación* para calcular los ángulos  $a$  y  $b$  y las distancias  $D_{EA}$  y  $D_{EB}$  que se habrían medido de haber podido estacionar en  $E$ .

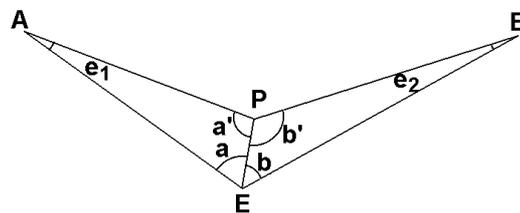


Fig. 2.6. Reducción al centro de estación

Tras estacionar en  $P$  visamos a los puntos  $A$  y  $B$ , determinando los ángulos  $a'$  y  $b'$  y midiendo las distancias  $D_{PA}$  y  $D_{PB}$ . También mediremos la distancia  $D_{EP}$ . En todos los casos nos referimos, naturalmente, a distancias reducidas.

Resolviendo los dos triángulos formados, de cada uno de los cuales conocemos dos lados y el ángulo comprendido, podremos calcular los ángulos  $a$  y  $b$  y las distancias  $D_{EA}$  y  $D_{EB}$  que nos interesan.

### 2.2.2.-Brújulas.

Las brújulas montadas sobre trípode se utilizan como en topografía de exterior, estacionando en los puntos señalados por plomadas y midiendo los rumbos correspondientes a los ejes de los itinerarios o a los puntos levantados por radiación.

Como sabemos, la ventaja fundamental de la brújula es que se orienta al norte magnético, una vez liberada la aguja. Como inconvenientes podemos mencionar:

- Menor precisión.
- La declinación magnética varía continuamente.
- Pueden existir anomalías en el campo magnético provocadas por minerales metálicos, maquinaria, vías, líneas eléctricas, etc.

En labores angostas se emplea la brújula colgada o brújula de minero (figura 2.7). Esta brújula se cuelga de un punto intermedio de una cuerda tendida entre los dos puntos extremos de la alineación a medir. Va montada sobre una suspensión cardán, de manera que puede nivelarse a pesar de la inclinación de la cuerda de la que cuelga.

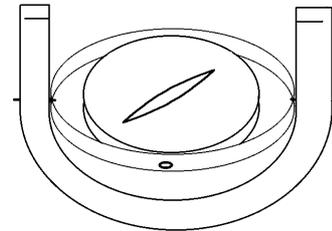


Fig. 2.7. Brújula colgada

Para evitar que la brújula deslice sobre la cuerda, si ésta está muy inclinada, se utilizan pinzas o se hacen nudos.

Las brújulas colgadas suelen ir divididas en medios grados. Para mejorar la apreciación se toma la media aritmética de las lecturas tomadas con las dos puntas de la aguja, previa corrección de la de espaldas. Suelen ser de limbo móvil y graduación inversa.

La brújula colgada sólo debe emplearse cuando no sea posible utilizar un instrumento más preciso. No mide ángulos verticales por lo que debe usarse acompañada de un eclímetro.

### 2.2.3.-Eclímetros.

Sirven para medir, en labores angostas, el ángulo vertical correspondiente a la alineación formada por dos puntos. Así podrá determinarse la distancia reducida y el desnivel entre ellos.

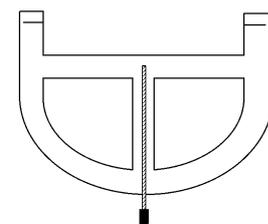


Fig. 2.8. Eclímetro

Están constituidos por un semicírculo graduado y una plomada que cuelga del centro del círculo. El hilo de esta plomada sirve como índice de lectura.

Se utilizan colgados de una cuerda tendida entre los puntos, como las brújulas mineras. En el caso de los eclímetros, si la cuerda es bastante horizontal conviene colgarlo del centro de ésta. En caso contrario es conveniente suspenderla alternativamente de ambos extremos del hilo, a un metro de cada uno de ellos, y hallar la media aritmética de las dos lecturas obtenidas.

Debe anotarse claramente si la inclinación es subiendo o bajando, para no cometer errores en el cálculo del desnivel.

### **2.3.- Medida de distancias.**

Como ocurre en topografía de exterior, las distancias que van a interesar en topografía minera son las distancias reducidas. Por otra parte, también será necesario, en muchas ocasiones, determinar la profundidad de los pozos y otras labores.

#### **2.3.1.- Medida directa de distancias horizontales.**

La medida directa puede ser conveniente en algunos casos, especialmente cuando nos encontramos con distancias cortas y labores angostas en las que no resulta fácil estacionar un instrumento topográfico. El instrumento que vamos a utilizar es el rodete.

Para distancias inferiores a 20 ó 25m y sensiblemente horizontales la medición pueden realizarla dos operarios que tensan la cinta sujetándola a la altura del pecho. Las plomadas que nos señalan los puntos servirán de índices de lectura sobre la cinta. Si necesitamos efectuar la medición con más precisión, y para evitar el error producido por la catenaria que forma la cinta, será necesario apoyarla sobre el suelo, clavando en cada extremo (siguiendo las direcciones de las plomadas) unas agujas especiales.

Cuando la alineación a medir es inclinada, será necesario medir la inclinación (con goniómetro o eclímetro) para luego poder determinar la distancia reducida. Para proceder con la debida precisión, la inclinación medida debe corresponder, sensiblemente, al eje (o al piso) de la labor. Así, si medimos con un goniómetro la inclinación de la alineación marcada por dos

plomadas, debemos procurar que la altura del instrumento coincida con la del jalón sobre el que va el prisma de reflexión total.

Según hayamos medido una distancia cenital o una altura de horizonte, la distancia reducida se obtiene, como sabemos, multiplicando la distancia natural medida por el seno o por el coseno del ángulo, respectivamente.

Otra posibilidad es la de medir por resaltos horizontales, dividiendo la longitud total en tantos tramos horizontales como sea preciso y midiéndolos por separado. Entre cada dos tramos se sitúa una plomada, que indica el final de un tramo y el principio del siguiente. Las plomadas deben alinearse correctamente, preferiblemente con ayuda del anteojo de un goniómetro.

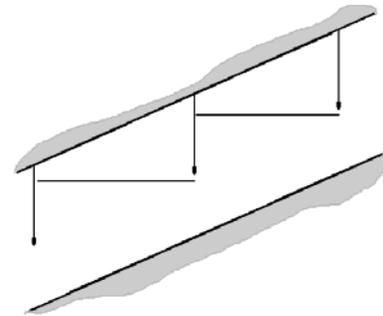


Fig. 2.9. Medida de la distancia por resaltos horizontales

En general, para realizar las mediciones con precisión, debemos tener en cuenta:

- La cinta métrica debe ser contrastada.
- Si es posible, mediremos sobre el suelo de la labor para tener en cuenta el error de catenaria.
- Cuando la longitud total a medir sea mayor que la de la cinta, debemos dividir aquella en tramos. Las señales (agujas, plomadas, etc.) que marquen cada tramo deben estar bien alineadas.
- Si la longitud a medir es inclinada, debemos medir también la inclinación para poder calcular la distancia reducida. Si la alineación está compuesta por tramos de distinta inclinación, mediremos por separado la distancia y la inclinación de cada tramo.

### **2.3.2.- Medida directa de distancias verticales.**

Existen varios posibles métodos. En cada ocasión tendremos en cuenta la precisión necesaria antes de elegir entre uno y otro.

#### Medida con hilo de acero.

Se baja por la labor a medir un hilo de acero lastrado, que va enrollado en un torno provisto de freno (figura 2.10). Haremos sobre el hilo las señales necesarias para medir la profundidad de los distintos puntos de interés. A continuación se saca el hilo y se extiende en un terreno horizontal. Mediremos la distancia  $L$  entre las señales utilizando una cinta métrica debidamente contrastada.

Si la precisión del trabajo lo requiere, corregimos la distancia medida, teniendo en cuenta el alargamiento elástico del hilo de acero, con la expresión:

$$\Delta L = \frac{\gamma L^2}{2 E} + \frac{P L}{\Omega E}$$

Siendo:

- $L$  la longitud medida con cinta expresada en  $cm$
- $\gamma$  el peso específico del acero:  $0,0079 \text{ kg/cm}^3$
- $E$  el módulo de elasticidad del acero:  $2.100.000 \text{ kg/cm}^2$
- $P$  el peso del lastre en  $Kg$
- $\Omega$  la sección transversal del hilo en  $cm^2$

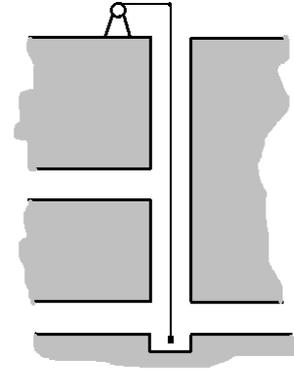


Fig. 2.10. Medida en pozos

El resultado viene expresado en  $cm$  y hay que añadirlo a la longitud medida.

#### Medida con cinta metálica.

Se utilizan cintas de 50m de longitud. Si se precisa medir profundidades mayores podemos unir dos cintas, obteniendo una de 100m.

Las cintas se lastran con un peso de 5kg y se van bajando de una labor a otra, haciendo sobre ella las señales correspondientes. Normalmente se desprecia el alargamiento de la cinta, pero es conveniente que ésta esté bien contrastada.

#### Método Firminy.

Es un método muy preciso, pero más complicado de realizar. Emplea un hilo de acero, normalizado y enrollado en un torno con freno. La medición se realiza gracias a una bancada, situada en el exterior, provista de una regla móvil de 4 ó 5 m de largo. Para medir la longitud del hilo entre dos señales (correspondientes a los dos puntos entre los que se quiere medir la profundidad) se va haciendo por tramos de la misma longitud que la regla.

#### **2.3.3.- Medida indirecta de distancias.**

Para medir distancias horizontales en interior se utilizan instrumentos similares a los empleados en topografía exterior. No nos extendemos en los métodos estadimétricos, suficientemente conocidos y que en la actualidad han sido sustituidos por los métodos electrónicos.

Los equipos electrónicos de medida de distancias pueden ser empleados en el interior, pero conviene comprobar antes que no se producen errores provocados por la reflexión en las paredes y el techo de las labores. Son muy convenientes las estaciones totales láser, ya que las distancias cortas pueden medirse sin empleo de prisma y el mismo haz láser nos indica el punto que estamos visando, lo que facilita el levantamiento de puntos de difícil acceso.

El empleo de estaciones totales permite, como sabemos, medir simultáneamente ángulos, distancias y desniveles, lo que simplifica enormemente el trabajo.

En el caso de minas grisuosas, es preciso comprobar previamente que los equipos electrónicos cumplen las normas de seguridad.

Para la medición de distancias verticales en pozos, también pueden emplearse determinados equipos electrónicos. Estos equipos deben ser susceptibles de lanzar visuales cenitales y admitir oculares acodados. Para medir la profundidad del pozo, el equipo debe situarse al fondo del mismo. Si fuese preciso estacionarlo sobre una plataforma, se deben montar dos: una para el equipo y otra para el operador. De lo contrario, los movimientos de éste podrían transmitirse a aquel.

## 2.4.- Ejercicios.

**2.4.1.-** Ante la imposibilidad de estacionar en un punto E de un itinerario en una galería minera, se hizo estación en otro punto P, visando a las estaciones anterior (A) y siguiente (S) del mismo y a la plomada situada en E. Se obtuvieron los siguientes datos:

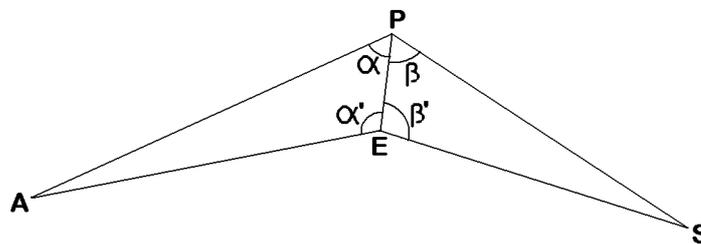
$$D_{PA} = 27,425m$$

$$D_{PS} = 38,596m$$

$$\alpha = \text{ángulo } APE = 51,286^g$$

$$\beta = \text{ángulo } EPS = 69,772^g$$

Se midió también la distancia reducida  $D_{PE} = 2,143m$ . Calcula las distancias y el ángulo interior que se habrían medido de haber podido estacionar en E.



Aplicando el teorema del coseno en el triángulo APE:

$$D_{AE}^2 = D_{AP}^2 + D_{PE}^2 - 2 D_{AP} D_{PE} \cos \alpha$$

$$D_{AE} = 25,986m$$

Aplicando el teorema del seno en el mismo triángulo:

$$\frac{D_{AE}}{\sin \alpha} = \frac{D_{AP}}{\sin \alpha'} \quad \alpha' = 144,925^g$$

Operando del mismo modo en el triángulo SPE:

$$D_{ES}^2 = D_{PS}^2 + D_{PE}^2 - 2 D_{PS} D_{PE} \cos \beta$$

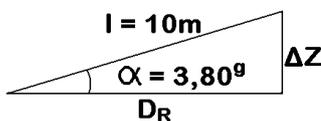
$$D_{ES} = 37,665m$$

$$\frac{D_{ES}}{\sin \beta} = \frac{D_{PS}}{\sin \beta'} \quad \beta' = 127,005^g$$

El ángulo interior formado por los tramos AE y ES del itinerario será:

$$\alpha' + \beta' = 271,930^g$$

**2.4.2.-** Con un eclímetro colgado se midió la inclinación, respecto a la horizontal, de una galería, que resulto ser de  $3,80^g$ . Sabiendo que la longitud inclinada de la galería es de 10m, calcula su distancia reducida y el desnivel entre sus extremos.



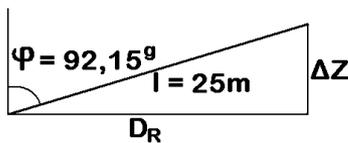
El ángulo vertical medido es una altura de horizonte, es decir un ángulo referido a la horizontal. Por tanto:

$$D_R = l \cos \alpha = 9,982m$$

$$\Delta Z = l \sin \alpha = 0,597m$$

Según sea ascendente o descendente, el desnivel entre los extremos de la galería será positivo o negativo.

**2.4.3.-Calcula la distancia reducida de una alineación cuya distancia natural es de 25m. El ángulo vertical de la alineación corresponde a una distancia cenital  $\varphi = 92,15^g$ . Calcula el desnivel entre los extremos de la alineación**



El ángulo medido es una distancia cenital, es decir un ángulo referido a la vertical. Por tanto:

$$D_R = l \operatorname{sen} \varphi = 24,810m$$

$$\Delta Z = l \operatorname{cos} \varphi = 3,075m$$

**2.4.4.-Calcula la corrección por alargamiento de un hilo de acero con el que se midió una longitud inicial  $L = 100m$ . El hilo tenía un diámetro de 1mm y estaba lastrado con una pesa de 5kg.**

Aplicamos la expresión que aparece en 2.3.2.

$$\Delta L = \frac{\gamma L^2}{2 E} + \frac{P L}{\Omega E}$$

Siendo:

$\Delta L$ : corrección por alargamiento

$$L = 100m = 10.000cm$$

$$\gamma = \text{peso específico del acero} = 0,0079kg/cm^3$$

$$E = \text{módulo de elasticidad del acero} = 2.100.000kg/cm^2$$

$$P = 5kg$$

Como el diámetro del hilo es de 1mm, el radio  $R$  será 0,5mm. Por tanto:

$$\Omega = \text{sección del hilo en } cm^2 = \pi R^2 = 0,0079cm^2$$

Aplicando la expresión anterior:

$$\Delta L = 3,22cm = 0,032m$$

Esta corrección siempre debe sumarse a la longitud medida. Por tanto, la longitud corregida será:

$$L_T = 100 + 0,032 = 100,032m$$

**2.4.5.-En una galería se dispone de dos puntos, de coordenadas planas a (100 ; 100) y b (120 ; 130). Se ha determinado el ángulo vertical de la alineación a-b, que es de  $\alpha = 2,5^g$  ascendente. Calcula la distancia reducida  $ab$  y el desnivel entre ambos puntos. Calcula la pendiente de la alineación.**

Calculamos la distancia reducida  $D_{ab}$ :

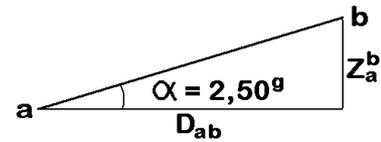
$$D_{ab} = \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2} = 36,056m$$

De la figura:

$$Z_a^b = D_{ab} \operatorname{tg} \alpha = 1,416 \text{ m}$$

Por tanto:

$$p = \frac{Z_a^b}{D_{ab}} = \operatorname{tg} \alpha = 0,039 = 3,9\%$$



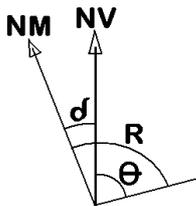
**2.4.6.- Con una brújula colgada se ha medido el rumbo de una alineación. Se tomaron dos lecturas, una con la aguja Norte ( $83,6^g$ ) y otra con la aguja Sur ( $284,0^g$ ). Calcula el acimut de la alineación, sabiendo que la declinación magnética es  $5,5^g$  Oeste.**

Antes de promediar las lecturas tomadas con los dos extremos de la aguja debemos corregir la correspondiente a la aguja Sur, sumándole o restándole  $200^g$ . Así, el valor medio del rumbo será:

$$R = \frac{L_N + (L_S \pm 200^g)}{2} = \frac{83,6^g + (284^g - 200^g)}{2} = 83,8^g$$

Como la declinación ( $\delta$ ) es occidental, calculamos el acimut haciendo:

$$\theta = R - \delta = 83,8^g - 5,5^g = 78,3^g$$



## **TEMA 3.- MÉTODOS TOPOGRÁFICOS SUBTERRÁNEOS.**

### **3.1.- Introducción.**

Mucho antes de que comiencen las labores de excavación es necesario realizar un levantamiento topográfico de superficie de la zona que será afectada por la explotación minera o por la obra subterránea en cuestión. Como hemos visto, la escala mínima de este levantamiento será de 1:5.000 ya que va a servir, entre otras cosas, para elaborar el plano de superficie correspondiente.

El levantamiento de superficie es un trabajo topográfico convencional, para el que habrá que establecer las redes planimétricas y altimétricas habituales y aplicar los métodos e instrumentos estudiados en la asignatura *Topografía*.

También puede resolverse esta fase mediante un levantamiento fotogramétrico, sobre el que habrá que incorporar los límites del grupo minero, la situación de los polvorines, etc.

Estos planos de superficie deben mantenerse permanentemente actualizados, pero en minería subterránea (al contrario de los que ocurre en minería a cielo abierto) las variaciones en superficie son relativamente pequeñas y se suelen limitar a la construcción de algunas instalaciones y edificios en el exterior y, eventualmente, al avance de vertederos de estériles. Mención aparte merece el caso de hundimientos en superficie provocados por las labores de interior, que estudiaremos más adelante.

El levantamiento y la actualización de planos, a partir de los vértices empleados para el levantamiento topográfico o fotogramétrico inicial, resulta sencillo y no vamos a extendernos en él.

Un caso especial es el constituido por los trabajos topográficos que permiten enlazar las labores de interior con el levantamiento exterior, necesarios para referir aquellas al mismo sistema de coordenadas empleadas en éste (y, en definitiva, enlazar con la red geodésica) y de los que nos ocuparemos más adelante.

En este capítulo vamos a tratar los métodos planimétricos y altimétricos empleados para el levantamiento de las labores subterráneas y para la actualización continua de estos trabajos, especialmente en lo que se refiere a la toma de avances de los frentes de explotación.

### 3.2.- Métodos planimétricos.

La distribución de las labores subterráneas hace inviable, en la mayoría de los casos, la aplicación del método de intersección para el levantamiento planimétrico de vértices en interior.

En ocasiones se emplea la intersección directa para el levantamiento de puntos de difícil acceso y en los cuales resultaría difícil, e incluso peligroso, situar una señal de puntería.

El procedimiento operativo consiste en estacionar en dos puntos conocidos, tan alejados entre sí como sea posible, y visar desde cada uno de ellos al otro punto conocido y al punto que se desea medir. Como sabemos, las coordenadas planas de este último punto pueden calcularse a partir de las de los puntos conocidos y de las lecturas horizontales obtenidas. Esta operación puede realizarse también, como hemos visto, con distanciómetros o estaciones totales láser, siempre que la distancia al punto de estación no supere el alcance del equipo.

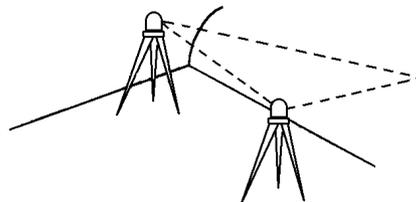


Fig. 3.1. Intersección

Tampoco es frecuente emplear la fotogrametría terrestre en interior, entre otras razones por los problemas de iluminación inherentes a los trabajos subterráneos. No obstante, en ocasiones se realizan levantamientos fotogramétricos situando un equipo giratorio que proyecta un haz de rayos láser, según un plano vertical, marcando el perfil de la labor. Este perfil puede ser fotografiado y restituido.

El método más usado es el de itinerario, a través de las galerías y otras labores, completado con el de radiación para el levantamiento de detalles.

#### 3.2.1.- Método itinerario.

Los itinerarios de interior se realizan y se calculan del mismo modo que los de exterior. Pero en este caso las dificultades son mayores, como se ha indicado, debido al elevado número de ejes, a su reducida longitud y a las dificultades de la puesta en estación y de la realización de las mediciones. Es fundamental poner especial atención en la planificación y en la ejecución de estos trabajos para evitar una acumulación excesiva de errores.

Según los casos, emplearemos unos u otros de los instrumentos topográficos que hemos visto. Los teodolitos y estaciones totales nos proporcionan los mejores resultados, pero en ocasiones habrá que emplear

brújulas y eclímetros para la medida de ángulos y cinta métrica para la de distancias.

### Itinerario cerrado.

Los itinerarios cerrados son aquellos en los que el punto final coincide con el inicial. Los aplicaremos siempre que sea posible, estableciendo un recorrido por las labores que interesa levantar hasta volver, por éstas o por otras ya levantadas, al punto inicial.

Para relacionar las coordenadas de los puntos visados con las de los vértices del levantamiento exterior, necesitaremos conocer las coordenadas de la primera estación del itinerario y disponer de una dirección de acimut conocido (1-1' en la figura 3.2), que nos permita orientar el itinerario. Esta orientación puede haberse transmitido a través de un pozo o de una rampa.

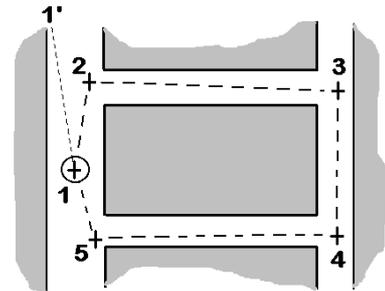


Fig. 3.2. Itinerario cerrado

El error de cierre acimutal puede calcularse, antes de resolver numéricamente el itinerario, a partir de la diferencia de los sumatorios de lecturas de espaldas y lecturas de frente. Una vez calculados los acimutes de los ejes, el error de cierre  $e_a$  se divide por el número de estaciones  $n$  y se compensa de la siguiente forma:

$$f = e_a/n$$

$$(\theta_1^2)_c = \theta_1^2 - f$$

$$(\theta_2^3)_c = \theta_2^3 - 2f$$

$$\dots$$

$$(\theta_{N-1}^N)_c = \theta_{N-1}^N - nf$$

que tiene en cuenta que, si utilizamos un goniómetro que no sea una brújula, los errores acimutales se van transmitiendo y acumulando a lo largo del itinerario. En itinerario cerrados la última estación  $N$  coincidirá con la primera. En el caso de que se emplee una brújula los errores angulares no se transmiten, ya que la brújula se orienta en cada estación de forma independiente de las demás estaciones. En este caso, para compensar los rumbos medidos se aplicará el mismo valor a todos ellos.

Los errores de cierre en cada una de las coordenadas (X, Y y Z) se compensan repartiéndolos de forma proporcional al valor absoluto de cada uno de los valores calculados para las

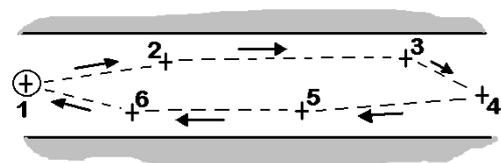


Fig. 3.3. Itinerario cerrado por una galería

coordenadas.

Otras veces (figura 3.3) se realizan itinerarios cerrados recorriendo una labor en un sentido y volviendo en sentido contrario por la misma labor hasta regresar al punto de estación. El inconveniente de estos itinerarios es que, para realizarlos de forma adecuada, conviene que las estaciones del recorrido de ida sean diferentes de las del recorrido de vuelta, lo que no siempre es factible en labores angostas. También en este caso necesitamos una visual de acimut conocido, desde la primera estación, para poder orientar el itinerario.

### Itinerario encuadrado.

En ocasiones se dispone de dos puntos de coordenadas conocidas, entre los que se puede establecer un itinerario encuadrado. En los itinerarios encuadrados de exterior, la orientación se consigue lanzando visuales entre las dos estaciones extremas ( $D$  y  $H$  en la figura 3.4), lo que no suele ser posible en interior ya que es raro que estos dos puntos sean visibles entre sí. Los puntos de interior de coordenadas conocidas pueden corresponder a dos pozos, cuyas coordenadas se han calculado mediante un itinerario de exterior ligado a la red geodésica. Mediante plomadas situadas en los pozos marcamos las estaciones en el interior y sus coordenadas planas ( $X$  e  $Y$ ) coincidirán con las de exterior y serán, por tanto, conocidas. Las coordenadas del punto de interior también pueden haberse medido a través de una rampa.

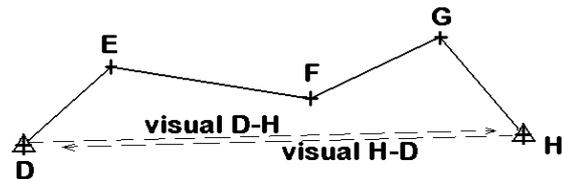


Fig. 3.4. Itinerario encuadrado (exterior)

Además, puede ser que hayamos transmitido la orientación al interior por un pozo o por una rampa (direcciones  $d-d'$  y  $h-h'$  en la figura 3.5). La transmisión de orientación al interior se estudiará posteriormente, pero podemos adelantar que nos proporciona una dirección de acimut conocido a partir del punto materializado en el interior, lo que permite orientar el instrumento topográfico estacionado en él (o calcular la corrección de orientación, si se prefiere trabajar así).

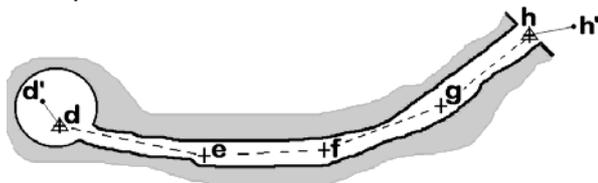


Fig. 3.5. Itinerario encuadrado (interior) con estaciones extremas ( $d$  y  $d'$ ) orientadas

En otras ocasiones no se dispone más que de las coordenadas de una sola estación, que puede estar orientada o no estarlo.

En función de los datos disponibles sobre las estaciones inicial ( $E_i$ ) y final ( $E_f$ ) se pueden dar los siguientes casos:

- $E_I$  y  $E_F$  conocidos y visibles entre sí.- El itinerario se resuelve y se compensa por el procedimiento que ya conocemos: la primera visual de espaldas (de  $E_I$  a  $E_F$ ) sirve para orientar el itinerario y la última visual de frente (de  $E_F$  a  $E_I$ ) sirve para calcular el error de cierre acimutal.

- $E_I$  y  $E_F$  conocidos y no visibles entre sí. Ambos están orientados.- El itinerario se resuelve de forma similar, pero en esta ocasión la orientación se consigue lanzando desde  $E_I$  la visual de acimut conocido ( $V_1$ ) y el error de cierre acimutal se calcula lanzando desde  $E_F$  la otra visual ( $V_2$ ) de acimut conocido (figura 3.6).

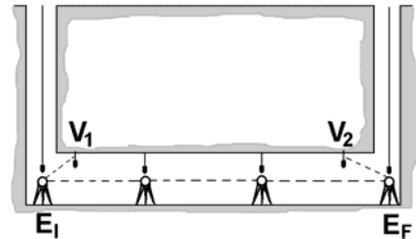


Fig. 3.6. Itinerario encuadrado con estaciones extremas orientadas

- $E_I$  y  $E_F$  conocidos y no visibles entre sí. Sólo  $E_I$  está orientado.- Se orienta el itinerario mediante la visual de  $E_I$ . Se resuelve y se calculan las coordenadas de  $E_F$ . Comparando estas coordenadas con las que conocemos de antemano, se ve si el error de cierre es excesivo. Para compensarlo, calculamos el acimut  $\theta_{IF}^F$  y la distancia reducida  $D_{IF}$  de la alineación de los dos puntos con las coordenadas conocidas de ambos. A continuación volvemos a calcularlos pero empleando para  $E_F$  las coordenadas obtenidas tras resolver el itinerario. La diferencia entre estos dos acimutes se aplica a los acimutes de todos los tramos del itinerario. Las distancias de los tramos se corrigen multiplicándolas por la relación entre las dos distancias calculadas. Finalmente, se vuelven a calcular, con estos nuevos datos, las coordenadas de todas las estaciones.
- $E_I$  y  $E_F$  conocidos y no visibles entre sí. Ninguno de los dos está orientado.- Partimos de una orientación arbitraria desde  $E_I$  y resolvemos el itinerario hasta calcular las coordenadas de  $E_F$ . Procedemos como en el caso anterior, corrigiendo los acimutes y las distancias de los tramos del itinerario. La diferencia es que, en este caso, el itinerario no tiene comprobación.
- Sólo  $E_I$  es conocido y está orientado.- El itinerario no tiene comprobación.

Como vemos, si sólo se han determinado las coordenadas en los pozos, relacionándolas con la red exterior, pero no se ha transmitido la orientación al interior, el itinerario tiene solución pero no se puede comprobar ni compensar, salvo que las estaciones extremas sean visibles entre sí. En los itinerarios

abiertos denominados *colgados*, podemos calcular las coordenadas de las estaciones pero no el error de cierre. Esto supone que cualquier error importante puede pasar desapercibido, lo que resulta arriesgado. La única solución consiste en repetir el itinerario en sentido contrario, procurando, como hemos indicado, estacionar en puntos distintos a los anteriores.

### 3.2.2.- Método de radiación.

Emplearemos el método de radiación para completar el levantamiento de las distintas labores de interior. Se levantarán todos los detalles que deban figurar en los planos de la explotación y también aquellos que puedan ser relevantes para las labores de investigación (fallas, contactos, etc.) y de planificación minera (secciones, perfiles, etc.).

El método de radiación se aplica desde las estaciones de los itinerarios. Como sabemos, se puede trabajar con el instrumento topográfico orientado, midiendo directamente los acimutes de las alineaciones visadas. Si optamos por no orientar el instrumento, será preciso lanzar una visual a una dirección de acimut conocido (normalmente la estación anterior del itinerario) para poder trabajar mediante corrección de orientación. Lo más adecuado es realizar conjuntamente los itinerarios y la radiación, siempre que sea posible. De esta manera ahorramos tiempo y reducimos la posibilidad de que se produzcan errores groseros, ya que sólo hay que estacionar una vez en cada punto de estación.

Tal como ocurre con los itinerarios, todos los puntos radiados deben referirse a la red exterior para trabajar en un sistema de coordenadas común a ambas redes.

En caso necesario, puede levantarse por radiación una estación destacada  $e_d$  desde la que se levantan posteriormente, también por radiación, los puntos de interés 1, 2, 3, etc. (figura 3.7). Para poder orientar esta estación destacada se lanza, una vez hemos estacionado en ella, una visual de espaldas a la estación  $p$  del itinerario desde la que la habíamos levantado.

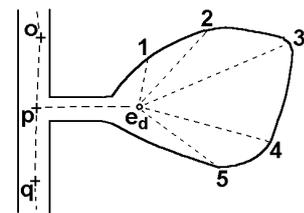


Fig. 3.7. Estación destacada

### 3.2.3.- Método de abscisas y ordenadas.

Este método puede aplicarse cuando las distancias se miden con cinta métrica. Se emplea para levantar puntos de detalle a partir de una alineación

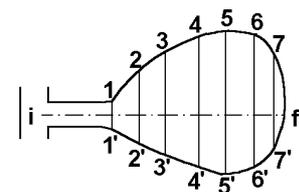


Fig. 3.8. Método de abscisas y ordenadas

central *i-f* materializada por la cinta (figura 3.8).

Con una segunda cinta levantamos las ordenadas de los puntos, llevándola perpendicularmente a la primera cinta, que actúa como eje de abscisas.

### **3.3.- Métodos altimétricos.**

Al igual que sucede en los trabajos de exterior, los requerimientos de precisión en levantamientos altimétricos de interior son muy variables y dependen de la finalidad de cada uno de ellos. Así, en la toma de avances puede que no se necesite gran precisión altimétrica pero cuando nos referimos a una galería que debe tener una pendiente regular, y puede estar sometida a movimientos del terreno, estos requerimientos pueden ser muy estrictos.

Lo mismo ocurre en explotaciones muy mecanizadas. El emplazamiento correcto de la maquinaria de perforación y extracción exige un trabajo altimétrico preciso, máxime cuando se pretende comunicar entre sí labores preexistentes mediante chimeneas, rampas o galerías.

Los trabajos altimétricos de interior deben estar relacionados con los de exterior. Para determinar la altitud de los puntos de interior, a partir de los de exterior, utilizaremos alguno/s de los siguientes métodos:

- Medir, con hilo de acero o cinta metálica, la profundidad del pozo desde la embocadura hasta cada uno de los niveles de la explotación.
- Medir con distanciómetro, o estación total, la profundidad del pozo mediante una visual vertical.
- Realizar un itinerario altimétrico a través de una rampa de acceso al interior.

Una vez calculada la altitud de algún punto del interior, se arrastra a todos los puntos que se levanten, sean estaciones de itinerarios o puntos radiados. Como en planimetría, conviene que los itinerarios altimétricos sean cerrados o encuadrados, para poder calcular y compensar los errores de cierre.

En muchas ocasiones, las señales que marcan las estaciones de los itinerarios estarán situadas en el techo de la labor, por lo que puede ser conveniente realizar la nivelación por éste y referirla a dichas señales. En otras ocasiones, la nivelación se hace por el piso y va referida a señales situadas en éste o a la proyección sobre él de las señales situadas en el techo. En cada ocasión debe quedar perfectamente especificado a cuál de los dos casos se refiere la coordenada Z de cada punto.

Por lo demás, se utilizan en interior los mismos métodos que en exterior: nivelación trigonométrica y nivelación geométrica. Cuando la inclinación de la labor se haya medido con un eclímetro colgado, mediremos también la longitud real  $l$  de la misma y calcularemos el desnivel entre sus puntos extremos con la expresión:

$$\Delta Z = l \operatorname{sen} \alpha$$

siendo  $\alpha$  la inclinación respecto a la horizontal (altura de horizonte). Para arrastrar la altitud de un punto a otro hay que tener en cuenta si la inclinación de la labor es en sentido ascendente (desnivel positivo) o descendente (desnivel negativo).

### 3.3.1.- Nivelación trigonométrica.

Se emplea cuando los requerimientos de precisión no son muy estrictos. La nivelación trigonométrica tiene la ventaja de que puede efectuarse en paralelo a los itinerarios planimétricos, aprovechando las mismas puestas en estación, pero es menos precisa que la nivelación geométrica. También la emplearemos para calcular la  $Z$  de los puntos radiados. En función de que las referencias se sitúen en el techo o en el suelo, podemos encontrarnos con los siguientes casos:

El punto de estación y el punto visado se materializan en el piso de la labor.

Como sabemos, si se lanza una visual a una mira o un prisma de reflexión total, el desnivel entre el punto visado  $V$  y el de estación  $E$  viene dado por:

$$Z_E^V = t + i - m = D_R / \operatorname{tg} \varphi + i - m$$

siendo:

- $t$ : tangente topográfica. Será positiva en las visuales ascendentes y negativa en las descendentes. Se aplica con su signo.
- $D_R$ : distancia reducida entre los dos puntos.
- $\varphi$ : distancia cenital de la visual lanzada.
- $i$ : altura del instrumento.
- $m$ : altura del prisma respecto al suelo.

La altitud del punto visado será:

$$Z_V = Z_E + Z_E^V$$

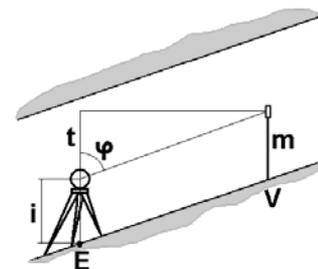


Fig. 3.9. Nivelación trigonométrica (1)

El punto de estación se materializa en el piso y el punto visado en el techo de la labor.

Si visamos a la punta de la plomada, que cuelga del punto  $V$  materializado en el techo de la labor, será:

$$Z_E^V = t + i + m' = D_R / \operatorname{tg} \varphi + i + m'$$

- $m'$ : longitud del hilo de la plomada.

Naturalmente, si visamos directamente al punto situada en el techo, haremos  $m' = 0$ .

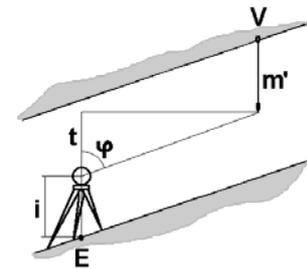


Fig. 3.10. Nivelación trigonométrica (2)

El punto de estación se materializa en el techo y el punto visado en el piso de la labor.

El instrumento se estaciona con relación a la plomada que cuelga del punto  $E$ , marcado en el techo de la labor. Si visamos a la mira o al prisma situado en el punto  $V$  del piso, tendremos:

$$Z_E^V = t - i' - m = D_R / \operatorname{tg} \varphi - i' - m$$

- $i'$ : coaltura del instrumento. Es la altura desde el centro del anteojo del instrumento hasta el punto de estación situado en el techo.
- $m$ : altura del prisma desde el suelo.

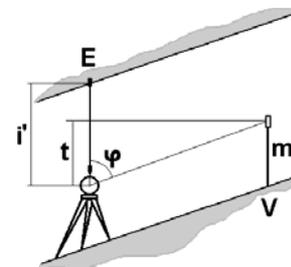


Fig. 3.11. Nivelación trigonométrica (3)

Como en los casos anteriores,  $t$  se aplica con su signo. En este caso, el desnivel está medido con relación al techo de la labor.

Ambos puntos se materializan en el techo de la labor.

Suponiendo que visamos a la punta de la plomada que cuelga de  $V$ , será:

$$Z_E^V = t - i' + m' = D_R / \operatorname{tg} \varphi - i' + m'$$

- $m'$ : longitud del hilo de la plomada.
- $i'$ : coaltura del instrumento.

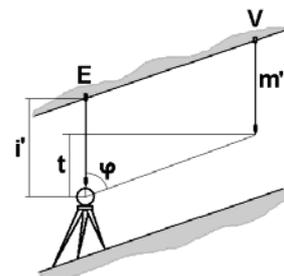


Fig. 3.12. Nivelación trigonométrica (4)

Como vimos anteriormente, si visamos directamente a un punto del techo, haremos  $m' = 0$ . En este caso, el desnivel también está medido con relación al techo de la labor.

### 3.3.1.- Nivelación geométrica.

Se emplea en los casos en que los requerimientos en precisión altimétrica sean grandes. Se realizan itinerarios altimétricos con nivel, independientes de los planimétricos, tal como se hace en topografía exterior. Las miras empleadas suelen ser más cortas (2 ó 3 m) para poder situarlas en el interior de las labores.

Se aplica el método del punto medio, estacionando el nivel en un punto aproximadamente equidistante de aquellos cuyo desnivel se quiere determinar. Las miras se sitúan en el piso, normalmente sobre los carriles del transporte, si se hace por vía férrea. En ocasiones se nivela por el techo, utilizando miras que cuelgan desde éste.

#### Nivelación por el piso de la labor.

Se estaciona en un punto intermedio  $E$ , visando sucesivamente a una mira situada en los puntos  $A$  y  $B$  cuyo desnivel pretendemos determinar (figura 3.13):

$$Z_A^B = m_A - m_B$$

Y la altitud de  $B$  se calcula, a partir de la de  $A$ , mediante:

$$Z_B = Z_A + Z_A^B$$

Empleando el método del punto medio, cada punto que se nivela se refiere al anterior, no al punto de estación. Por tanto, no es necesario señalar de forma permanente los puntos de estación utilizados.

#### Nivelación por el techo de la labor.

En este caso (figura 3.14) la  $Z$  de los puntos se refiere al techo de la labor, no al suelo. Las miras se cuelgan de las señales situadas en el techo. Hay que tener en cuenta que las miras se sitúan al revés, con el origen en el techo.

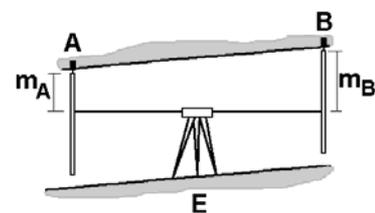


Fig. 3.14. Nivelación geométrica (2)

En este caso, la expresión a emplear es la siguiente:

$$Z_A^B = m_B - m_A$$

Y la altitud de  $B$  se calcula, a partir de la de  $A$ , como en los casos anteriores:

$$Z_B = Z_A + Z_A^B$$

### 3.4.- Toma de avances.

Se pretende levantar topográficamente los avances de la explotación con una cierta periodicidad, al menos mensual. Si se trata de tajos de extracción de mineral y estéril, que van a seguir avanzando posteriormente, los requerimientos de precisión no suelen muy grandes. Si se trata de labores de interconexión entre otras labores previas, lo que se conoce como *rompimientos mineros*, la precisión en el replanteo y en el seguimiento de los trabajos es vital. Los rompimientos mineros se estudiarán en detalle más adelante.

Es importante que los técnicos responsables de los trabajos topográficos estén bien informados de los avances que se han ido produciendo en los frentes desde que se hizo el levantamiento anterior. También es conveniente revisar los frentes antes de levantarlos, para comprobar que los puntos de estación no han sido afectados por las voladuras o por otras causas. Esto permitirá, cuando llegue el momento oportuno, realizar el trabajo topográfico en el menor tiempo posible y no entorpecer las labores de extracción.

La toma de avances se realiza a partir de las estaciones de los itinerarios que se han levantado con anterioridad.

En el caso más sencillo (figura 3.15) se dispone de una estación  $e$  próxima al frente y de otra estación anterior  $d$ , visible desde ésta y siendo conocidas las coordenadas de ambas. Estacionando en  $e$  y lanzando una visual a  $d$ , que nos puede servir para orientar el instrumento topográfico o para calcular la corrección de orientación, tendremos datos suficientes para calcular las coordenadas de los puntos del frente que visemos a continuación (1 a 4 en la figura 3.15).

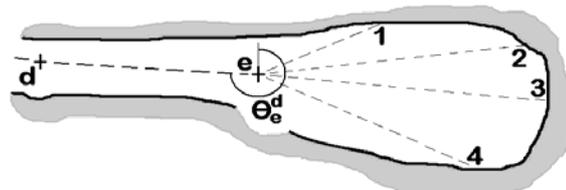


Fig. 3.15. Toma de avances desde la estación  $e$  del itinerario

Cuando las labores son de difícil acceso, podemos situar dos puntos próximos al frente desde los que levantaremos el frente por intersección directa. Otra posibilidad es emplear una estación total láser, como hemos comentado antes.

Si el punto  $e$  se encuentra alejado y el frente no es visible desde él, podemos hacer lo siguiente:

- Si la distancia no es muy grande (figura 3.16) estacionamos en  $e$ , lanzamos la visual de espaldas a  $d$  y, a continuación levantamos una estación destacada  $e'$ , desde la que se domine bien el frente. Estacionando luego en  $e'$  lanzamos una visual de espaldas a  $e$ , para transmitir la orientación, y levantamos los puntos del frente.
- Si la distancia es grande, levantamos un itinerario de relleno apoyado en  $e$  hasta llegar a las proximidades del frente. Normalmente se trata de un itinerario abierto. Desde la última estación del itinerario levantamos el frente, procediendo como en el caso anterior.

En todos los casos necesitamos que esté señalada la estación  $d$ , de coordenadas conocidas y visible desde  $e$ . Si esta estación hubiese desaparecido, habrá que reconstruir el itinerario entre la primera estación disponible y la estación  $e$ . A partir de ahí, se opera como en los casos anteriores.

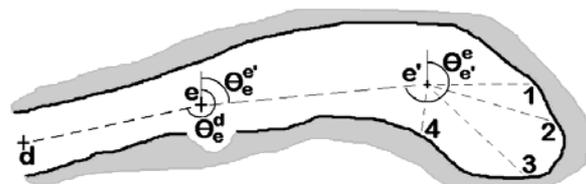


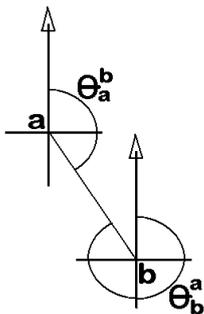
Fig. 3.16. Toma de avances desde una estación destacada  $e'$

### 3.5.- Ejercicios.

3.5.1.-Para levantar un punto inaccesible en el frente de una explotación minera de interior se situaron y se levantaron dos puntos a y b próximos al frente. Se estacionó un teodolito en cada uno de ellos y se visó al otro punto conocido y al punto incógnita P. Calcula las coordenadas de P, conociendo las de los puntos de estación y las lecturas horizontales tomadas:

$$\begin{aligned} X_a &= 110 & Y_a &= 115 \\ X_b &= 112 & Y_b &= 110 \end{aligned}$$

Estación	Punto visado	Lectura horizontal
a	P	202,57 <sup>g</sup>
	b	288,40 <sup>g</sup>
b	a	46,32 <sup>g</sup>
	P	141,86 <sup>g</sup>



Calculamos el acimut de la alineación ab. Para ello situamos ambos puntos en un croquis en función de sus coordenadas planas. En este caso, el acimut será:

$$\theta_a^b = 100^g + \text{arc tg} \frac{|Y_b - Y_a|}{|X_b - X_a|} = 175,776^g$$

$$\theta_b^a = \theta_a^b \pm 200^g = 375,776^g$$

Calculamos la distancia reducida  $D_{ab}$ :

$$D_{ab} = \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2} = 5,385 \text{ m}$$

Para resolver el triángulo  $abP$  comenzamos por calcular sus ángulos interiores a partir de las lecturas horizontales de la libreta de campo:

$$\alpha = L_a^b - L_a^P = 288,40^g - 202,57^g = 85,83^g$$

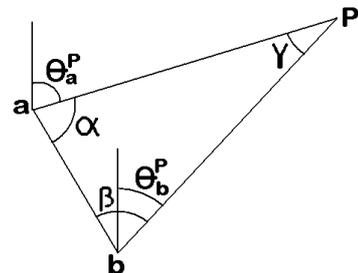
$$\beta = L_b^P - L_b^a = 141,86^g - 46,32^g = 95,54^g$$

$$\gamma = 200^g - \alpha - \beta = 18,63^g$$

De la figura se deduce:

$$\theta_a^P = \theta_a^b - \alpha = 89,946^g$$

$$\theta_b^P = \theta_b^a + \beta - 400^g = 71,316^g$$



Calculamos las distancias reducidas  $D_{aP}$  y  $D_{bP}$  aplicando el teorema del seno:

$$\frac{D_{aP}}{\text{sen } \beta} = \frac{D_{bP}}{\text{sen } \alpha} = \frac{D_{ab}}{\text{sen } \gamma} \quad D_{aP} = 18,621 \text{ m} \quad D_{bP} = 18,206 \text{ m}$$

Finalmente:

$$X_P = X_a + D_{aP} \operatorname{sen} \theta_a^P = 128,389m$$

$$Y_P = Y_a + D_{aP} \operatorname{cos} \theta_a^P = 117,929m$$

Comprobamos los resultados calculando también las coordenadas de  $P$  a partir del punto  $b$ :

$$X_P = X_b + D_{bP} \operatorname{sen} \theta_b^P = 128,389m$$

$$Y_P = Y_b + D_{bP} \operatorname{cos} \theta_b^P = 117,929m$$

**3.5.2.- Se desea realizar un itinerario planimétrico encuadrado, recorriendo una galería que enlaza dos pozos A y D. A través de los pozos se determinaron mediante plomadas las coordenadas de los puntos interiores a y d y se transmitió la orientación, calculando los acimutes de las alineaciones de interior a-a' y d-d'. Calcula las coordenadas compensadas de las estaciones del itinerario, sabiendo que se empleó una estación total, orientándola en todas las estaciones.**

$$\theta_a^{a'} = 15,40^g \quad \theta_d^{d'} = 205,50^g$$

$$X_a = 100 \quad Y_a = 100 \quad X_d = 212,33 \quad Y_d = 119,26$$

Estación	Punto visado	L. acimutal	D. reducida
a	a'	15,40 <sup>g</sup>	
	b	87,32	45,30 m
b	a	287,32	
	c	91,56	30,85
c	b	291,56	
	d	89,15	37,76
d	c	289,15	
	d'	205,42	

Puesto que el instrumento se orientó en todas las estaciones del itinerario, las lecturas acimutales de la tabla anterior son acimutes. Por tanto, el error de cierre acimutal será:

$$e_{ca} = (\theta_d^{d'})_{TOP} - (\theta_d^{d'})_{TRIG} = 205,42^g - 205,50^g = -0,08^g$$

El acimut  $\theta_d^{d'}$  topográfico, que se ha determinado mediante la última visual del itinerario, incorpora los errores acimutales cometidos a lo largo de éste. El acimut trigonométrico es el que nos sirve de referencia y procede de la orientación que se transmitió a la alineación d-d'. Puesto que el itinerario está formado por 4 estaciones:

$$f_c = \frac{e_{ca}}{4} = -0,02^g$$

Los acimutes se compensan teniendo en cuenta que los errores acimutales tienden a acumularse a medida que avanza el itinerario. Los acimutes compensados serán:

$$(\theta_a^b)_C = \theta_a^b - f_c = 87,32^g - (-0,02^g) = 87,34^g$$

$$(\theta_b^c)_C = \theta_b^c - 2 f_c = 91,56^g - (-0,04^g) = 91,60^g$$

$$(\theta_c^d)_C = \theta_c^d - 3 f_c = 89,15^g - (-0,06^g) = 89,21^g$$

$$(\theta_d^{d'})_C = \theta_d^{d'} - 4 f_c = 205,42^g - (-0,08^g) = 205,50^g$$

El acimut  $\theta_d^{d'}$ , una vez compensado, debe coincidir con el trigonométrico. Las coordenadas (todavía sin compensar) se calculan con las distancias reducidas de la libreta de campo y los acimutes compensados. Las expresiones genéricas a emplear para calcular las coordenadas parciales de una estación  $j$  respecto a la anterior  $i$  son las siguientes:

$$X_i^j = D_{ij} \text{ sen } (\theta_i^j)_C$$

$$Y_i^j = D_{ij} \text{ cos } (\theta_i^j)_C$$

Con ellas obtenemos las correspondientes columnas de la tabla siguiente:

	<u>Parciales sin compensar</u>		<u>Parciales compensadas</u>		<u>Totales</u>	
	X	Y	X	Y	X	Y
a					100,000	100,000
b	44,407	8,949	44,455	8,895	144,455	108,895
c	30,582	4,059	30,615	4,034	175,070	112,929
d	37,219	6,369	37,259	6,331	212,330	119,260

$$\Sigma X_i^j = 112,208 \quad \Sigma Y_i^j = 19,377$$

$$\Sigma |X_i^j| = 112,208 \quad \Sigma |Y_i^j| = 19,377$$

Para calcular los errores de cierre en coordenadas se han obtenido los sumatorios de los valores de cada de las columnas anteriores; cada sumatorio debería coincidir con la coordenada parcial de la última estación respecto a la primera. El error de cierre en cada una de las coordenadas se obtiene comparando el valor del sumatorio con la diferencia entre las coordenadas conocidas de  $a$  y  $d$ :

$$e_{cx} = \Sigma X_i^j - (X_d - X_a) = 112,208 - (212,33 - 100,00) = -0,122$$

$$e_{cy} = \Sigma Y_i^j - (Y_d - Y_a) = 19,377 - (119,26 - 100,00) = 0,117$$

Para compensar las coordenadas calculamos los sumatorios de los valores absolutos de las dos columnas anteriores. Estos sumatorios coinciden con los anteriores puesto que todas las coordenadas son positivas. Para compensar cada coordenada parcial hacemos:

$$(X_i^j)_C = X_i^j - e_{cx} \frac{|X_i^j|}{\Sigma |X_i^j|}$$

Se actúa de igual modo con las coordenadas Y y se obtienen las coordenadas parciales X e Y compensadas de la tabla anterior. Finalmente, por arrastre de coordenadas, se obtienen las coordenadas totales.

**3.5.3.- Se ha realizado un itinerario encuadrado entre dos puntos 1 y 4, de coordenadas planas:  $X_1 = 1.000$   $Y_1 = 1.000$**

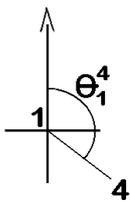
$$X_4 = 1.103,703 \quad Y_4 = 919,414$$

**En el punto 1 se disponía de una visual de acimut conocido. El instrumento topográfico se orientó en todas las estaciones. Calcula las coordenadas de los puntos de estación, con la siguiente libreta de campo:**

Estación	Punto visado	Acimut	D. reducida
1	2	148,52 <sup>g</sup>	38,20m
2	3	136,97	49,67
3	4	142,70	43,58

Cuando sólo se dispone de una visual de acimut conocido en una de las estaciones extremas, el itinerario no puede compensarse con el método empleado en el ejercicio 3.5.2. En casos como el que nos ocupa calcularemos el acimut y la distancia reducida de la alineación que forman las estaciones extremas 1 y 4, tanto mediante las coordenadas conocidas de ambos puntos (valores “trigonométricos”) como empleando las coordenadas obtenidas al calcular el itinerario (valores “topográficos”). La diferencia entre los dos acimutes se resta a todos los acimutes del itinerario. Las distancias se corrigen dividiéndolas por la relación entre las dos distancias que hemos calculado.

Calculamos el acimut trigonométrico de la alineación 1-4. Para ello situamos ambos puntos en un croquis en función de sus coordenadas planas:



$$(\theta_1^4)_{TRIG} = 100^g + \text{arc tg} \frac{|Y_4 - Y_1|}{|X_4 - X_1|} = 142,055^g$$

La distancia reducida entre ambas estaciones será:

$$(D_{14})_{TRIG} = \sqrt{(X_4 - X_1)^2 + (Y_4 - Y_1)^2} = 131,333m$$

Calculamos las coordenadas parciales de cada estación respecto a la anterior, empleando para ello los valores que figuran en la libreta de campo. Como en el ejercicio anterior, las expresiones genéricas son las siguientes:

$$X_i^j = D_{ij} \text{ sen } (\theta_i^j)_C$$

$$Y_i^j = D_{ij} \text{ cos } (\theta_i^j)_C$$

	X	Y
1		
2	27,632	-26,376
3	41,527	-27,250
4	34,139	-27,088

Las coordenadas parciales topográficas de 4 respecto a 1 se obtienen sumando las columnas de la tabla anterior:

$$X_1^4 = X_1^2 + X_2^3 + X_3^4 = 103,299m$$

$$Y_1^4 = Y_1^2 + Y_2^3 + Y_3^4 = -80,714m$$

Con ayuda de la figura anterior calculamos el acimut topográfico:

$$(\theta_1^4)_{TOP} = 100^g + \text{arc tg} \frac{|Y_1^4|}{|X_1^4|} = 142,225^g$$

La distancia reducida será:

$$(D_{14})_{TOP} = \sqrt{(X_1^4)^2 + (Y_1^4)^2} = 131,093m$$

Para corregir las coordenadas hacemos:

$$c = (\theta_1^4)_{TOP} - (\theta_1^4)_{TRIG} = 0,17^g$$

$$f = \frac{(D_{14})_{TOP}}{(D_{14})_{TRIG}} = 0,998$$

y corregimos acimutes y distancias:

$$(\theta_1^2)_C = \theta_1^2 - c = 148,52^g - 0,17^g = 148,350^g$$

$$(\theta_2^3)_C = \theta_2^3 - c = 136,97^g - 0,17^g = 136,800^g$$

$$(\theta_3^4)_C = \theta_3^4 - c = 142,70^g - 0,17^g = 142,530^g$$

$$(D_{12})_C = D_{12} / f = 38,20m / 0,998 = 38,270m$$

$$(D_{23})_C = D_{23} / f = 49,67m / 0,998 = 49,761m$$

$$(D_{34})_C = D_{34} / f = 43,58m / 0,998 = 43,660m$$

Con los valores corregidos de distancias y acimutes, y las expresiones anteriores, obtenemos las coordenadas parciales compensadas de la tabla siguiente. Las coordenadas totales se obtienen por arrastre de coordenadas:

	<u>Parciales compensadas</u>		<u>Totales</u>	
	X	Y	X	Y
1			1.000,000	1.000,000
2	27,753	-26,351	1.027,753	973,649
3	41,676	-27,189	1.069,429	946,460
4	34,274	-27,046	1.103,703	919,414

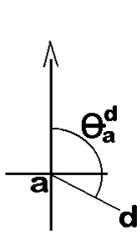
Terminamos comprobando que los valores de  $X_4$  y de  $Y_4$  obtenidos (1.103,703 y 919,414, respectivamente) coinciden con los valores conocidos de las coordenadas.

**3.5.4.- Se estacionó una estación total en un punto a próximo al frente de una explotación minera. Se lanzó una visual a la estación d y, a continuación, se visaron dos puntos del frente P y P'. Calcula las coordenadas de los puntos visados, conocidas las de a y d y la libreta de campo.**

		$X_a = 100$	$Y_a = 100$	$Z_a = 100$	$X_d = 200$	$Y_d = 50$
Estación	i	Punto visado	L. acimutal	D. reducida	t	m
a	1,50	d	314,28 <sup>g</sup>		-	
		P	207,42	27,550m	0,320	1,60
		P'	38,96	32,180	0,210	1,65

**Nota: La determinación del desnivel se llevó por el piso de la labor.**

La visual lanzada al punto d, en la que el operador se limita a anotar la lectura acimutal, nos servirá para calcular la corrección de orientación en la estación a:



$$(\theta_a^d)_{TRIG} = 100^g + \text{arc tg} \frac{|Y_d - Y_a|}{|X_d - X_a|} = 129,517^g$$

$$Co_a = \theta_a^d - L_a^d = 129,517^g - 314,28^g = -184,763^g$$

Calculamos los acimutes correspondientes a las visuales a los puntos P y P':

$$\theta_a^P = Co_a + L_a^P = -184,763^g + 207,42^g = 22,657^g$$

$$\theta_a^{P'} = Co_a + L_a^{P'} = -184,763^g + 38,96^g + 400^g = 254,197^g$$

En el segundo caso, hemos sumado 400<sup>g</sup> para evitar que el acimut sea negativo. Las coordenadas se calculan:

$$X_P = X_a + D_{aP} \text{ sen } \theta_a^P = 100,000 + 27,550 \text{ sen } 22,657^g = 109,600m$$

$$Y_P = Y_a + D_{aP} \text{ cos } \theta_a^P = 100,000 + 27,550 \text{ cos } 22,657^g = 125,823m$$

$$Z_P = Z_a + t + i - m = 100,00 + 0,320 + 1,50 - 1,60 = 100,22m$$

$$X_{P'} = X_a + D_{aP'} \text{ sen } \theta_a^{P'} = 75,796m$$

$$Y_{P'} = Y_a + D_{aP'} \text{ cos } \theta_a^{P'} = 78,794m$$

$$Z_{P'} = Z_a + t + i - m = 100,06m$$

**3.5.5.- Calcular el desnivel entre los puntos a y b de un levantamiento de interior en los siguientes casos:**

**Caso 1. Los dos puntos están señalados en el piso de la labor.**

$$t = 0,20m$$

$$i = 1,50m$$

$$m = 1,70m$$

**Caso 2.** *a* está señalados en el piso de la labor y *b* en el techo.

$$t = 0,20m \quad i = 1,50m \quad m' = 1,10m$$

**Caso 3.** *a* está señalados en el techo de la labor y *b* en el piso.

$$t = 0,20m \quad i' = 1,00m \quad m = 1,70m$$

**Caso 4.** Los dos puntos están señalados en el techo de la labor.

$$t = 0,20m \quad i' = 1,00m \quad m' = 1,10m$$

Las expresiones a emplear figuran en el apartado 3.3.1 de los apuntes de la asignatura.

- 1)  $Z_a^b = t + i - m = 0,20 + 1,50 - 1,70 = 0,00m$
- 2)  $Z_a^b = t + i + m' = 0,20 + 1,50 + 1,10 = 2,80m$
- 3)  $Z_a^b = t - i' - m = 0,20 - 1,00 - 1,70 = -2,50m$
- 4)  $Z_a^b = t - i' + m' = 0,20 - 1,00 + 1,10 = 0,30m$

**3.5.6.-** Para determinar las coordenadas de la estación 2, se ha realizado un itinerario encuadrado de interior entre las estaciones 1 y 3, de coordenadas planas: 1 (100 ; 100), 3 (41,50 ; 134,50). En la estación 1 se disponía de una dirección de acimut conocido 1-1' que se empleó para orientar el instrumento topográfico. En la estación 3 se disponía también de una dirección 3-3' de acimut conocido:  $\theta_{3'} = 260,40^g$ . Resuelve el itinerario con la siguiente libreta de campo, sabiendo que el instrumento topográfico se orientó en todas las estaciones:

Estación	Punto visado	Acimut	Distancia media
1	2	345,82	25,372
2	3	327,15	43,368
3	3'	260,34	

Se resuelve como el ejercicio 3.5.2. El error de cierre acimutal será:

$$e_{ca} = (\theta_{3'}^3)_{TOP} - (\theta_{3'}^3)_{TRIG} = 260,34^g - 260,60^g = -0,06^g$$

Puesto que el itinerario está formado por 3 estaciones:

$$f_c = \frac{e_{ca}}{3} = -0,02^g$$

Los acimutes compensados serán:

$$(\theta_1^2)_C = \theta_1^2 - f_c = 345,84^g$$

$$(\theta_2^3)_C = \theta_2^3 - 2 f_c = 327,19^g$$

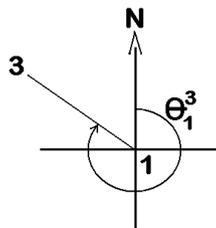
$$(\theta_{3'}^3)_C = \theta_{3'}^3 - 3 f_c = 260,40^g$$

El acimut  $\theta_{3'}^3$ , una vez compensado, debe coincidir con el trigonométrico.

	<u>Parciales sin compensar</u>		<u>Parciales compensadas</u>		<u>Totales</u>	
	X	Y	X	Y	X	Y
1					100,000	100,000
	-19,074	16,731	-19,059	16,637		
2					80,941	116,637
	-39,472	17,964	-39,441	17,863		
3					41,50	134,50
	<hr/>					
	$\Sigma X_i^j = -58,546$	$\Sigma Y_i^j = 34,695$				
	$\Sigma  X_i^j  = 58,546$	$\Sigma  Y_i^j  = 34,695$				
	$e_{cx} = \Sigma X_i^j - (X_3 - X_1) = -0,046$					
	$e_{cy} = \Sigma Y_i^j - (Y_3 - Y_1) = 0,195$					

**3.5.7.-Resuelve y compensa el itinerario anterior en el caso de que no se disponga del acimut de la dirección 3-3'.**

Se resuelve como el ejercicio 3.5.3:



Acimut trigonométrico de la alineación 1-3:

$$(\theta_1^3)_{TRIG} = 300^g + \text{arc tg} \frac{|Y_3 - Y_1|}{|X_3 - X_1|} = 333,922^g$$

Distancia reducida trigonométrica entre ambas estaciones:

$$(D_{13})_{TRIG} = \sqrt{(X_3 - X_1)^2 + (Y_3 - Y_1)^2} = 67,915m$$

Calculamos las coordenadas de cada estación respecto a la anterior, empleando para ello los valores que figuran en la libreta de campo.

	X	Y
1		
2	-19,079	16,725
3	-39,484	17,940

Las coordenadas parciales topográficas de 4 respecto a 1 se obtienen sumando las columnas de la tabla anterior:

$$X_1^3 = X_1^2 + X_2^3 = -58,563m$$

$$Y_1^3 = Y_1^2 + Y_2^3 = 34,665m$$

Con ayuda de la figura anterior calculamos el acimut topográfico:

$$(\theta_1^3)_{TOP} = 300^g + \text{arc tg} \frac{|Y_1^3|}{|X_1^3|} = 334,025^g$$

La distancia reducida topográfica será:

$$(D_{13})_{TOP} = \sqrt{(X_1^3)^2 + (Y_1^3)^2} = 68,054m$$

Para corregir las coordenadas hacemos:

$$c = (\theta_1^3)_{TOP} - (\theta_1^3)_{TRIG} = 0,103^g$$

$$f = \frac{(D_{13})_{TOP}}{(D_{13})_{TRIG}} = 1,00204$$

y corregimos acimutes y distancias:

$$(\theta_1^2)_C = \theta_1^2 - c = 345,717^g$$

$$(\theta_2^3)_C = \theta_2^3 - c = 327,047^g$$

$$(D_{12})_C = D_{12} / f = 25,320m$$

$$(D_{23})_C = D_{23} / f = 43,2795m$$

	<u>Parciales compensadas</u>		<u>Totales</u>	
	X	Y	X	Y
1			100,000	100,000
2	-19,068	16,661	80,932	116,661
3	-39,432	17,839	41,50	134,50

## **TEMA 4.- TOPOGRAFÍA Y FOTOGRAMETRÍA EN EXPLOTACIONES MINERAS A CIELO ABIERTO.**

### **4.1.- Introducción.**

La minería a cielo abierto es una de las actividades humanas que en mayor medida alteran la morfología de las zonas a las que afecta. Este sistema de producción de materias primas supone la extracción de los materiales estériles que se superponen a las masas mineralizadas, creando huecos de considerables proporciones que sólo en ocasiones vuelven a llenarse. Las tierras estériles, si el método de explotación no permite volver a depositarlas en el hueco creado, se almacenan en vertederos (vacies) cuya forma y dimensiones varían continuamente a medida que avanza la explotación minera. La normativa medio-ambiental obliga al minero a prever y desarrollar una serie de medidas que minimicen el impacto de las labores mineras y que van a suponer nuevas modificaciones de la morfología del terreno.

Los trabajos topográficos en explotaciones de este tipo deben adecuarse al ritmo con que la minería moderna modifica el entorno en el que se asienta. Algunas de las tareas con las que se enfrenta el equipo topográfico de una empresa minera adquieren un carácter crítico, debido a las limitaciones de tiempo para realizarlas y a que condicionan otros trabajos posteriores, que a su vez son vitales para el funcionamiento de la mina.

El equipo se ocupa también de apoyar a los restantes equipos técnicos de la mina en la elaboración y seguimiento de los distintos proyectos y planes que van a guiar la marcha de la explotación. En todos estos trabajos van a emplearse distintas técnicas topográficas, aplicadas a levantamientos planimétricos y altimétricos, a replanteos y a cubicaciones.

Los trabajos topográficos en una explotación minera a cielo abierto presentan una serie de características propias:

- Se localizan en un área relativamente pequeña.- Aunque algunas explotaciones afectan a superficies importantes (figura 4.1), la actividad de una mina a cielo abierto se desarrolla en una zona cuyo tamaño máximo alcanza algunos centenares de hectáreas. En esta zona se localiza la corta o cortas, los vertederos y las instalaciones que completan el complejo minero.
- Se desarrollan a lo largo de un periodo de tiempo extenso, comenzando varios años antes de que la mina entre en producción y, con frecuencia, terminando después de que el yacimiento se haya agotado, mientras se

completan las últimas fases de los trabajos de restauración del área afectada.

- Son de tipo muy variado y en ellos se aplican técnicas muy diferentes.
- En algunos de ellos, especialmente los de carácter más sistemático, el factor tiempo es crítico: se dispone de pocos días (o pocas horas) para su realización y hay que evitar, en lo posible, que puedan afectar a la producción.
- Determinan, en buena medida, la correcta marcha de la explotación. Por tanto, también son críticos en este sentido.

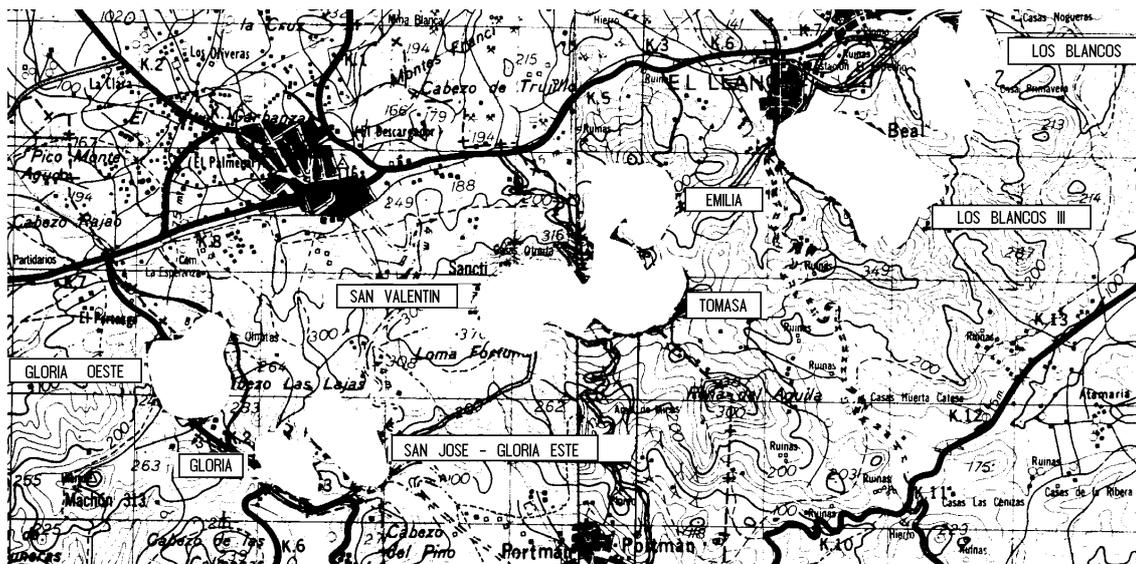


Fig. 4.1. Explotaciones mineras de la SMMPE en la Sierra de Cartagena-La Unión

Se han considerado tres etapas distintas de la actividad minera. Conviene señalar que esta división es una simplificación de la realidad, ya que muchas de las tareas contempladas se extienden en el tiempo y coexisten con las de etapas posteriores. Estas etapas son las siguientes:

- Trabajos topográficos iniciales: Consisten en el establecimiento de la infraestructura topográfica (redes de vértices) y en la elaboración de la cartografía inicial de la zona afectada, necesaria para los distintos proyectos (explotación, restauración, instalaciones, etc.):
  - Establecimiento de la red trigonométrica.
  - Levantamiento topográfico inicial.
- Trabajos topográficos de apoyo a la elaboración del proyecto de explotación:
  - Investigación geológica.
  - Proyecto de explotación. Vertederos. Planes de restauración.
  - Proyectos de instalaciones, accesos, líneas eléctricas, etc.
- Trabajos topográficos durante la etapa de producción de la explotación: Se trata de trabajos, con frecuencia sistemáticos, que posibilitan la marcha correcta de la explotación minera:

- Levantamiento de los avances de frentes de trabajo y vertederos. Marcaje de las separatrices entre mineral y estéril.
- Marcaje de sondeos de control de leyes. Levantamiento y/o marcaje de barrenos de voladura.
- Nivelación de plantas de trabajo.
- Control de estabilidad de taludes.
- Apoyo topográfico a los trabajos de restauración.

Vamos a suponer que todos estos trabajos serán realizados por el equipo topográfico de la explotación minera, aunque en la práctica algunos de ellos (especialmente los iniciales) suelen contratarse a empresas especializadas, incluso si la explotación dispone de su propio equipo.

#### 4.2.- Trabajos topográficos iniciales.

Este apartado se refiere a todos los trabajos topográficos destinados a proporcionar las redes de apoyo y la cartografía necesaria para el desarrollo de las primeras fases de la actividad minera: exploración inicial, investigación geológica, adquisición de terrenos, etc., hasta la elaboración del proyecto de explotación.

##### 4.2.1.- Establecimiento de la red trigonométrica.

Es la primera etapa del trabajo topográfico y, en principio, se aplican los métodos habituales para el establecimiento de este tipo de redes: intersección directa para la red de vértices, intersección inversa para determinar puntos trigonométricos complementarios, itinerario para establecer las redes topográficas. La red trigonométrica puede sustituirse por un levantamiento con equipos GPS, dando coordenadas a un número suficiente de puntos bien repartidos por la zona afectada.

En el establecimiento de redes de vértices en minería a cielo abierto hay que tener en cuenta que:

- la actividad minera puede durar muchos años y las redes de vértices de apoyo deben estar disponibles en todo momento.
- sin embargo, la propia naturaleza de la actividad minera puede suponer la desaparición de algunos de estos vértices, especialmente de los

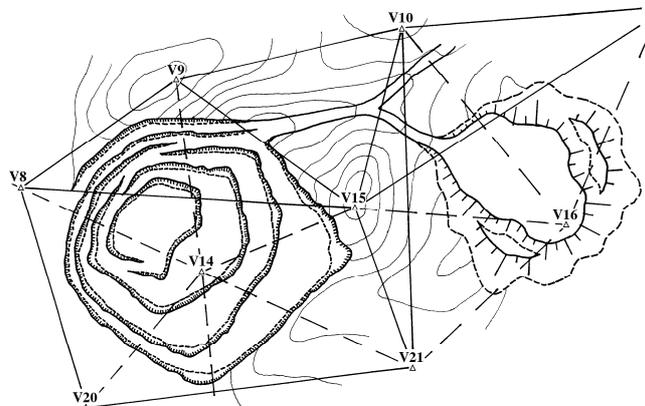


Fig. 4.2. Red trigonométrica

situados en zonas afectadas por la corta o el vertedero (figura 4.2). En otros casos, las señales permanentes que marcan los vértices pueden desaparecer debido a los trabajos de infraestructura, al transporte, etc.

- las características de muchos de los trabajos mineros exigen disponer de un gran número de vértices de apoyo permanentes, cubriendo toda la zona de actividad minera.

Por estas razones puede ser recomendable establecer una red de vértices trigonométricos y topográficos mucho más densa que las habituales en trabajos topográficos no mineros. Una posible solución consiste en establecer dos redes, una con unos pocos triángulos de lados más grandes y vértices situados en puntos seguros; otra más densa, completada con puntos trigonométricos complementarios y vértices topográficos.

Toda la red debe revisarse con frecuencia (mejor si se establecen revisiones sistemáticas) y mantenerse totalmente operativa, especialmente en las proximidades de las zonas en producción.

#### **4.2.2.- Levantamiento inicial.**

Las distintas fases del trabajo minero se apoyarán en planos a distintas escalas. En su caso, los planos y sus escalas deben elaborarse de acuerdo con la legislación vigente. Los siguientes valores se dan simplemente a título de referencia, ya que en la práctica puede haber variaciones importantes:

- Trabajos de exploración/investigación: escalas 1/10.000 a 1/2.500.
- Proyecto de explotación: 1/5.000 a 1/1.000.
- Planes de restauración: 1/10.000 a 1/2.500.
- Otros proyectos: 1/1.000 a 1/200. Incluye infraestructuras, instalaciones, accesos y, eventualmente, algunas fases del plan de restauración.

La escala determinante suele ser la del proyecto de explotación y, por tanto, esta será la que hay que tener en cuenta a la hora de planificar el levantamiento. Otros proyectos pueden necesitar planos a escalas mayores, que suelen ser objeto de levantamientos específicos.

Una forma apropiada de realizar el levantamiento inicial es, por supuesto, el empleo de fotogrametría aérea. La elección de la escala y condiciones del vuelo se hará en función de la escala determinante en los planos, es decir, de aquella que vaya a emplearse para elaborar el proyecto de explotación. Los trabajos fotogramétricos serán realizados por el equipo topográfico de la propia empresa, si ésta dispone de los medios necesarios, o se contratarán. La cartografía a mayor escala, para proyectos de instalaciones,

etc., puede realizarse por fotogrametría terrestre, si el terreno lo admite, o por métodos topográficos convencionales.

La otra posibilidad es realizar un levantamiento taquimétrico clásico. En ambos casos, los trabajos se apoyarán en las redes de vértices previamente establecidas.

#### 4.3.- Trabajos topográficos en la fase de proyecto.

En este apartado agrupamos todos los trabajos topográficos de apoyo a las fases de investigación geológica, elaboración del proyecto de explotación, vertederos de estériles, plan de restauración, proyectos de instalaciones, accesos, líneas eléctricas, etc.

##### 4.3.1.- Apoyo a la investigación geológica.

Según los primeros estudios geológicos (escalas 1/10.000 a 1/2.500) y con apoyo de la cartografía inicial, se diseña la malla de sondeos de investigación, definiendo sus dimensiones y su orientación. Las direcciones principales de la malla no tienen por qué coincidir con la dirección de la meridiana ni con ninguna otra orientación preestablecida, sino que vendrán condicionadas por la naturaleza del yacimiento. Se elige un punto inicial, que será una de las esquinas de la malla, y se calculan a partir de él las coordenadas de todas las intersecciones de la malla, donde irán ubicados los sondeos. Normalmente se comienza con mallas amplias, que luego se van cerrando a medida que se conocen los primeros resultados de los sondeos.

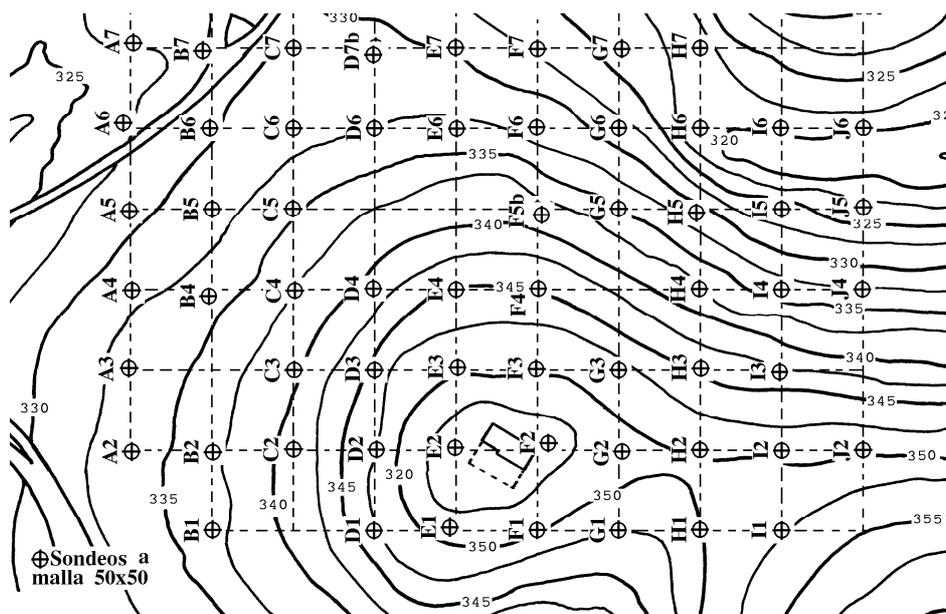


Fig. 4.3. Malla de sondeos de investigación

Antes de perforar cada sondeo, su situación teórica dentro de la malla debe replantearse y marcarse en el terreno, siguiendo los procedimientos clásicos de replanteo de puntos y alineaciones rectas, con apoyo en la red de vértices trigonométricos y topográficos. Los sondeos se realizan sobre el terreno virgen por lo que, en muchos casos, los accidentes del mismo impiden que la máquina sondeadora se posicione exactamente sobre el punto replanteado. Una vez efectuado cada sondeo es preciso levantar su situación real, por intersección o itinerario.

Una vez finalizada la campaña se elabora una cartografía geológica local, completada por el levantamiento de fallas, afloramientos, etc. Finalmente se realiza un modelo geológico tridimensional, integrando toda la información geológica y topográfica. Este modelo se materializa en una serie de secciones paralelas y equidistantes, que pueden ser horizontales y/o verticales (figura 4.4).

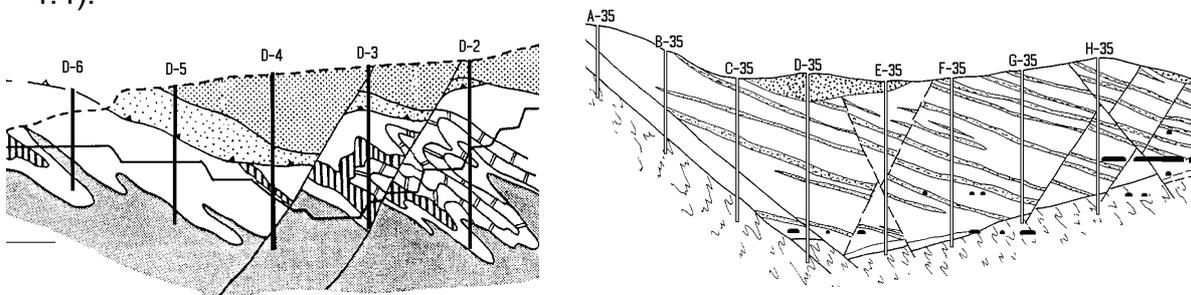


Fig. 4.4. Cortes geológicos

#### 4.3.2.- Modelización y diseño de la explotación.

La siguiente fase consiste en la elaboración de un modelo completo del yacimiento, integrando la información geológica, análisis de muestras de sondeos, tests mineralúrgicos y otros datos de interés, además de la información topográfica.

La tendencia actual (figura 4.5) es utilizar modelos numéricos (o discretizados) dividiendo el yacimiento en bloques de base cuadrada o rectangular y de altura igual a la de banco, definidos por las coordenadas espaciales de sus centros y cuyos parámetros (leyes, leyes recuperables, potencias, etc.) se estiman, a

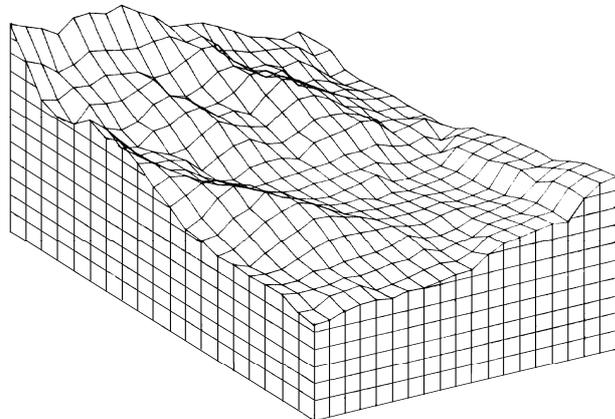


Fig. 4.5. Modelo de bloques

partir de la información de los sondeos, por procedimientos matemáticos o geomatemáticos con ayuda del ordenador. Las dimensiones y la orientación de la malla de bloques dependerán de las de la malla de sondeos y de las características del yacimiento (tamaño, continuidad, etc. de los cuerpos mineralizados).

Con modelos de este tipo resulta muy adecuado disponer de la topografía superficial en un formato similar, lo que nos lleva a la elaboración de un modelo digital del terreno (DTM o MDT, figura 4.6) basado en una red de puntos que coincidirá, en planta, con la de bloques del modelo del yacimiento o será un submúltiplo de ella.

Modelo del yacimiento	Modelo topográfico
Morfológico	Continuo (curvas de nivel)
Numérico	Numérico (DTM)

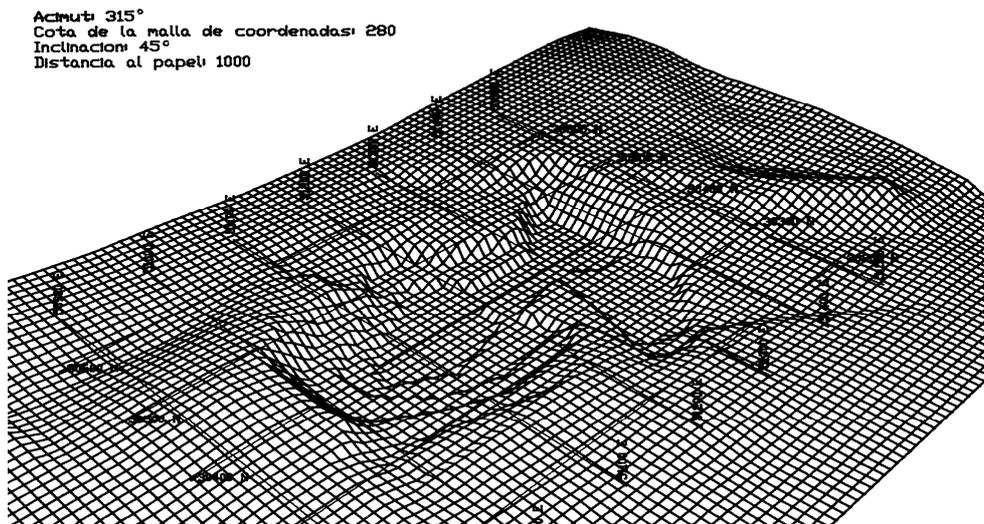


Fig. 4.6. Representación de un modelo digital del terreno

Normalmente, las direcciones del DTM y las de la red de bloques se harán coincidir con las direcciones principales de la malla de sondeos de investigación. En esta etapa es frecuente trabajar en coordenadas locales, con ejes cartesianos paralelos a estas direcciones principales.

El diseño del vaso de explotación y de los accesos se hará por procedimientos que pueden ir desde los puramente automáticos (algoritmos matemáticos) a los manuales y se basan en criterios económicos y mineros. Se obtendrá una serie de diseños, de entre los cuales se elige el más conveniente. El diseño del vaso debe repercutirse hasta la superficie del terreno, para determinar su intersección con ella y el volumen total de tierras e extraer. Dentro de cada proyecto se calculan los tonelajes de mineral y estéril. La

cubicación se efectuará por procedimientos automáticos (conteo de bloques) o manuales (sobre secciones verticales o sobre curvas de nivel).

El diseño de vertederos, por su parte, supone:

- Elegir su ubicación: Criterios económicos y medioambientales.
- Calcular su capacidad.
- Diseñar el sistema de vertido, los accesos, etc.

Los planes de restauración también se elaboran en esta etapa. Los trabajos de restauración no van a ponerse en marcha cuando se agote el yacimiento sino, preferiblemente, en paralelo a la marcha de la mina. Se basan en la cartografía inicial y en el diseño del vaso y de los vertederos y suponen:

- Relleno de huecos de la explotación.
- Suavizado de taludes en corta y vertederos.
- Infraestructuras, etc.

El proyecto debe estudiarse cuidadosamente para minimizar impactos, no sólo cuando termine la explotación sino también durante la vida de la misma. Los planes de restauración suelen plasmarse sobre planos a distintas escalas, pero también se emplean otros soportes: planos-esquema mostrando las fases del plan, ortofotos, maquetas, etc.

#### 4.3.3.-Proyectos de instalaciones, accesos, transportes, líneas eléctricas.

Se trata de proyectos puntuales aunque, con frecuencia, de gran envergadura. Se apoyan en levantamientos topográficos a distintas escalas e implican a técnicos de distintas especialidades, según su naturaleza. Puede tratarse de instalaciones nuevas o de modificación de otras ya existentes.

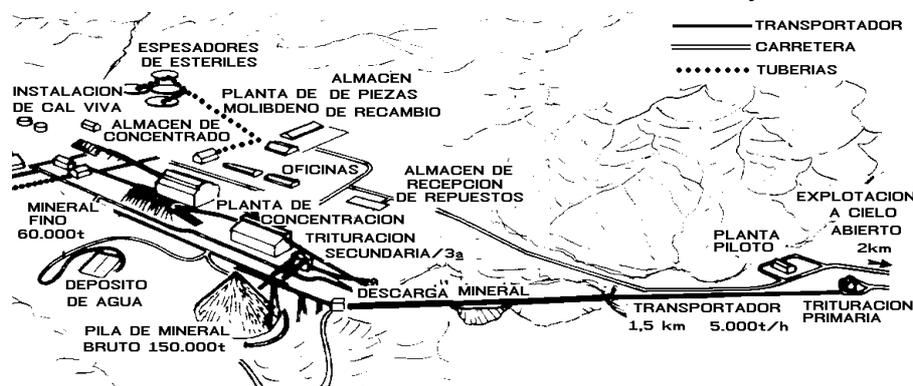


Fig. 4.7. Instalaciones de una mina de cobre

Los trabajos topográficos necesarios son los propios de cualquier proyecto de ingeniería civil: levantamientos, replanteos, nivelaciones, etc.

#### **4.4.- Trabajos topográficos en la fase de producción.**

Estos trabajos suelen tener un carácter sistemático y una periodicidad fija, que depende de las características de la explotación. El factor tiempo suele tener una importancia fundamental.

##### **4.4.1- Levantamiento de frentes de trabajo y vertederos.**

Suele realizarse mensualmente, coincidiendo con el fin de mes y, por tanto, con los trabajos de planificación a corto plazo de la explotación minera. El levantamiento de frentes constituye una operación crítica, ya que:

- Existe una importante limitación de tiempo: Se realizan en momentos muy concretos y en poco tiempo, ya que suelen condicionar la planificación a corto plazo.
- No deben alterar el ritmo de producción. Esto puede presentar problemas en frentes que estén activos en el momento de realizar el levantamiento.

Estos trabajos deben planificarse cuidadosamente, comprobando que toda la infraestructura topográfica necesaria (vértices) está operativa y estableciendo los apoyos topográficos necesarios en cada caso. La organización de los trabajos se hará con pocos días de antelación, ya que sólo entonces puede conocerse cuál va a ser la situación aproximada de frentes y vertederos y cuáles van a ser, por tanto, las necesidades en cuanto a infraestructuras topográficas.

Las escalas suelen oscilar entre 1/2.500 y 1/500, dependiendo de la utilización que vaya a darse a los planos obtenidos. Se han descrito distintas formas de realizar estos trabajos, entre ellas:

- Taquimetría, con itinerarios encuadrados aproximadamente paralelos al frente y situados a cierta distancia del mismo. Las estaciones extremas estarán marcadas en el terreno y se habrán levantado previamente (normalmente, por intersección). Las estaciones del itinerario pueden estar marcadas de antemano y servirán para levantar por radiación los puntos de interés. Se levantan puntos de la cabeza y el pie del banco. Si el avance es reducido, se puede levantar desde una sola estación.
- Fotogrametría terrestre: Las bases se sitúan fuera de la zona de actividad y se levantan con antelación. Las señales se colocan en el momento de tomar los fotogramas y se levantan desde los puntos de la base. Por este sistema se pueden trazar curvas de nivel, además de las líneas de cabeza y pie de banco.

Los resultados se emplean para cubicar los volúmenes de mineral y estéril extraídos, pero también para actualizar los planos sobre los que se realiza la planificación a corto plazo y que sirven de guía para la operación minera. En estos planos se incorpora la información geológico-minera del control de leyes y/o del proyecto. También se emplean para actualizar el inventario de reservas y para otros tipos de aplicaciones (figura 4.8).

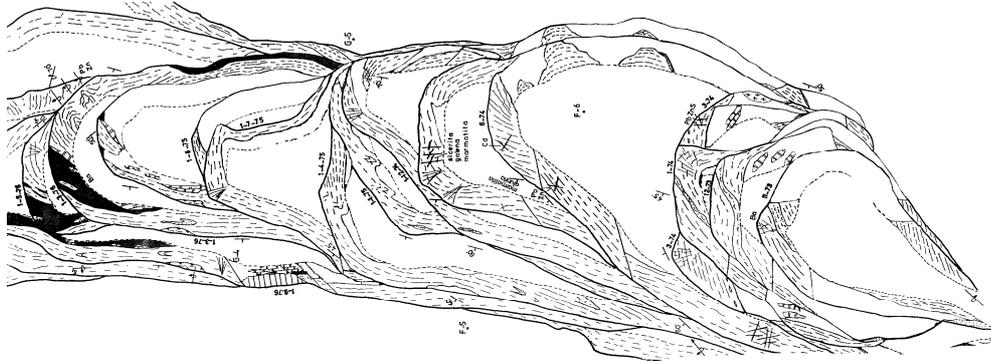


Fig. 4.8. Evolución de los frentes de una corta (SMMPE)

#### 4.4.2- Sondeos de control de leyes. Barrenos de voladura.

En muchas explotaciones se precisa un control geológico-minero más preciso que el que proporciona el proyecto, lo que obliga a efectuar sondeos de control de leyes, a malla más cerrada que la de investigación y submúltiplo de ella. Estos sondeos se perforan una vez retirado el estéril de recubrimiento, por lo que no suele haber problemas para situarlos exactamente en sus posiciones teóricas. La malla de sondeos se replantea y se marca sobre el terreno, empleando los métodos ya conocidos.

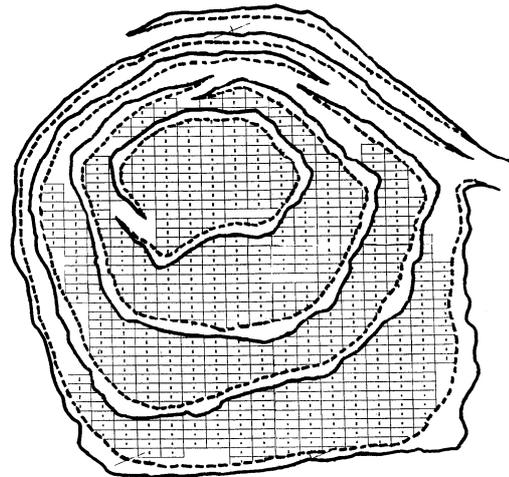


Fig. 4.9. Bloques de control de leyes

En otros casos es suficiente con analizar los detritus de los barrenos de voladura. Esto supone levantar topográficamente la situación de cada barreno, operación para la que se suele disponer de poco tiempo.

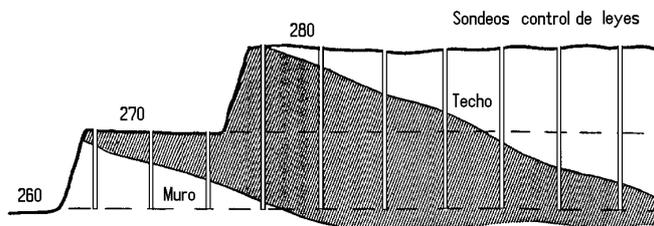


Fig. 4.10. Sondeos de control de leyes

En ocasiones se marcan sobre el terreno los barrenos, según su malla teórica, para facilitar el control de las voladuras. Esto supone levantar previamente el frente y replantear la malla según la forma del mismo. En el caso de barrenos inclinados conviene marcar la situación del barreno y una línea perpendicular al frente (por cada barreno) que permita a la máquina perforadora posicionarse correctamente.

A partir de los análisis realizados sobre muestras de sondeos de control de leyes o de barrenos se determinan, sobre plano, las separatrices entre zonas de mineral y de estéril. En ocasiones, estas líneas se marcan sobre el terreno, para facilitar la tarea del equipo de producción y evitar pérdidas y polución del mineral. También en este caso son de aplicación las técnicas de replanteo.

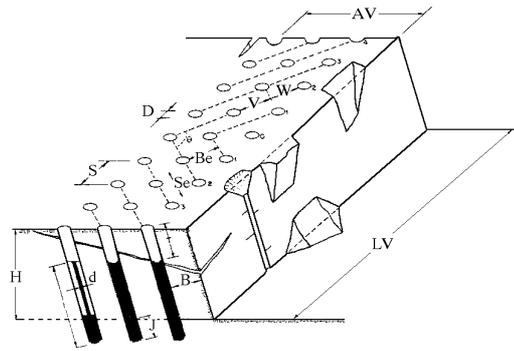


Fig. 4.11. Barrenos

#### 4.4.3- Control de estabilidad de taludes.

Además de los controles de tipo geotécnico, interesa en ocasiones efectuar un seguimiento de los posibles movimientos en los taludes de la explotación. Se emplean los métodos de intersección y trilateración para el levantamiento de puntos aislados del talud o la fotogrametría terrestre para el levantamiento del talud completo.

Los métodos de micro-geodesia permiten precisiones muy superiores, pero la fotogrametría permite levantar el talud completo, lo que a veces es muy conveniente. En caso necesario, ambas técnicas pueden combinarse entre sí. La frecuencia y el tipo de controles vendrán definidos por las características del talud a controlar, por la precisión requerida y por los equipos disponibles.

#### 4.4.4- Nivelación de plantas.

La planificación minera se basa en las plantas teóricas de trabajo, en las que se habrá determinado cuáles son las zonas de mineral y de estéril. La explotación debe seguir estas plantas sin grandes desviaciones, ya que lo contrario supondrá una contaminación del mineral con estéril y una pérdida de reservas, al enviar erróneamente parte del mineral al vertedero.

En el caso de que existan minados en la zona, como resultado de una mina subterránea ya abandonada (figura 4.12), los trabajos de nivelación son fundamentales para poder situar los huecos con precisión y evitar accidentes.

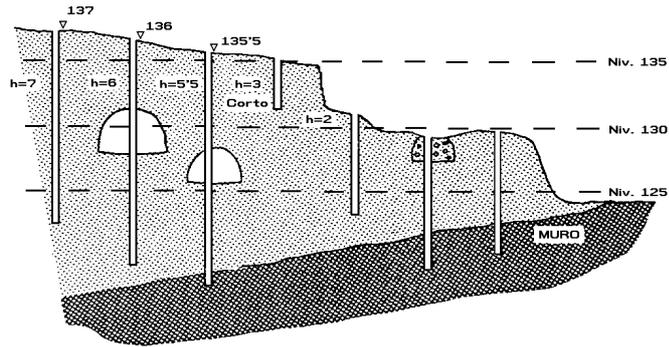


Fig. 4.12. Detección de minados

Para evitar todos estos problemas conviene realizar una nivelación periódica de las plantas de trabajo a medida que avanzan los frentes. En algunos casos basta con una nivelación trigonométrica realizada junto con el levantamiento mensual de los frentes, pero en otros será necesario efectuar nivelaciones geométricas, incluso después de cada voladura, para corregir las posibles desviaciones en la voladura siguiente.

#### 4.4.5- Restauración.

Además de elaborar los planes de restauración, que es una de las etapas del proyecto, es preciso realizar un seguimiento topográfico de la ejecución de los mismos.

En ocasiones, cambios en las condiciones de la explotación, como el descubrimiento de nuevas zonas mineralizadas, obligarán a actualizar y completar estos planes. En todos los casos, el equipo topográfico de la explotación minera jugará un papel importante en este aspecto.

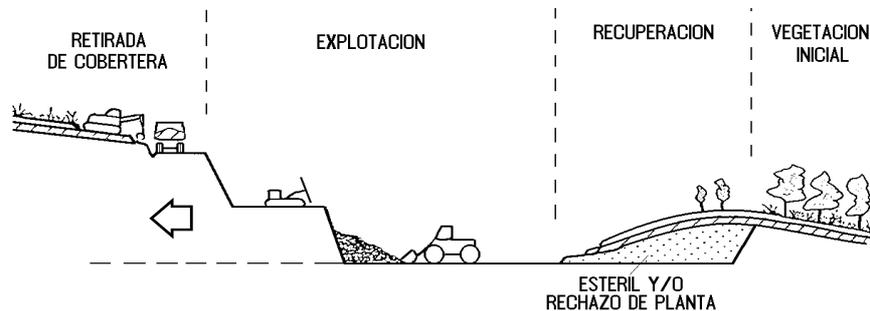
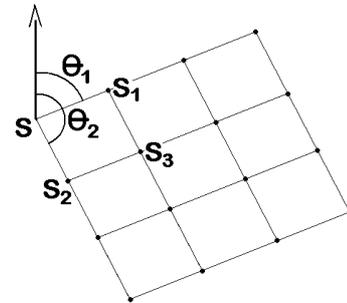


Fig. 4.13. Restauración de terrenos

#### 4.5- Ejercicios.

**4.5.1.- Conocidas las coordenadas ( $X=100$ ;  $Y=100$ ) del sondeo que ocupa una de las esquinas de una malla de control de leyes de  $10 \times 10 \text{m}$ , calcula las coordenadas de los tres sondeos más próximos a él sabiendo las orientaciones de las dos direcciones principales de la malla:  $\theta_1 = 74^{\circ}32'$ ;  $\theta_2 = 174^{\circ}32'$**

Llamamos  $S$  al primer sondeo y  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  a los tres sondeos más próximos a él, según el croquis adjunto. Las distancias reducidas entre sondeos de la misma alineación ( $D_{SS1}$ ,  $D_{SS2}$ ,  $D_{S1S3}$ , etc.) son de  $10 \text{m}$ . Dados los acimutes  $\theta_1$  y  $\theta_2$  que corresponden a las direcciones principales de la malla, tenemos:



$$X_{S1} = X_S + D_{SS1} \operatorname{sen} \theta_1 = 100,000 + 10,000 \operatorname{sen} 74,32^{\circ} = 109,197 \text{m}$$

$$Y_{S1} = Y_S + D_{SS1} \operatorname{cos} \theta_1 = 100,000 + 10,000 \operatorname{cos} 74,32^{\circ} = 103,925 \text{m}$$

$$X_{S2} = X_S + D_{SS2} \operatorname{sen} \theta_2 = 100,000 + 10,000 \operatorname{sen} 174,32^{\circ} = 103,925 \text{m}$$

$$Y_{S2} = Y_S + D_{SS2} \operatorname{cos} \theta_2 = 100,000 + 10,000 \operatorname{cos} 174,32^{\circ} = 90,803 \text{m}$$

Para calcular las coordenadas de  $S_3$  tenemos en cuenta que:

$$D_{S1S3} = 10 \text{m} \quad \theta_{S1}^{S3} = \theta_2 = 174,32^{\circ}$$

$$X_{S3} = X_{S1} + D_{S1S3} \operatorname{sen} \theta_2 = 109,197 + 10,000 \operatorname{sen} 174,32^{\circ} = 113,123 \text{m}$$

$$Y_{S3} = Y_{S1} + D_{S1S3} \operatorname{cos} \theta_2 = 103,925 + 10,000 \operatorname{cos} 174,32^{\circ} = 94,728 \text{m}$$

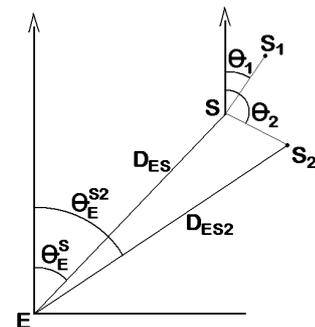
**4.5.2.- Se necesita replantear una malla de sondeos cuadrada ( $50 \times 50 \text{m}$ ). Se conocen las coordenadas planas del primer sondeo ( $X=200$ ;  $Y=300$ ) y las orientaciones de las direcciones principales de la malla  $\theta_1 = 27^{\circ}$  y  $\theta_2 = 127^{\circ}$ . Calcula los datos necesarios para realizar el replanteo de este primer sondeo y de los dos más próximos a él. El replanteo se hará por ángulos y distancias, a partir de una estación  $E$  materializada en el terreno ( $X_E=100$ ;  $Y_E=100$ ) en la que se estaciona y se orienta una estación total.**

Llamamos  $S$ ,  $S_1$  y  $S_2$  a los tres sondeos. Actuando como en el ejercicio anterior se calculan las coordenadas totales de los sondeos:

$$X_{S1} = X_S + D_{SS1} \operatorname{sen} \theta_1 = 220,576 \text{m}$$

$$Y_{S1} = Y_S + D_{SS1} \operatorname{cos} \theta_1 = 345,570 \text{m}$$

$$X_{S2} = X_S + D_{SS2} \operatorname{sen} \theta_2 = 245,570 \text{m}$$



$$Y_{S2} = Y_S + D_{SS2} \cos \theta_2 = 279,424m$$

Para replantear los tres puntos se necesita calcular las distancias reducidas y los acimutes de las alineaciones que forma cada uno de ellos con la estación *E*.

Datos del replanteo sondeo *S*:

$$\theta_E^S = \text{arc tg} \frac{|X_S - X_E|}{|Y_S - Y_E|} = 29,517^g$$

$$D_{ES} = \sqrt{(X_S - X_E)^2 + (Y_S - Y_E)^2} = 223,607m$$

Datos del replanteo sondeo *S<sub>1</sub>*:

$$\theta_E^{S1} = \text{arc tg} \frac{|X_{S1} - X_E|}{|Y_{S1} - Y_E|} = 29,057^g$$

$$D_{ES1} = \sqrt{(X_{S1} - X_E)^2 + (Y_{S1} - Y_E)^2} = 273,575m$$

Datos del replanteo sondeo *S<sub>2</sub>*:

$$\theta_E^{S2} = \text{arc tg} \frac{|X_{S2} - X_E|}{|Y_{S2} - Y_E|} = 43,392^g$$

$$D_{ES2} = \sqrt{(X_{S2} - X_E)^2 + (Y_{S2} - Y_E)^2} = 231,049m$$

## TEMA 5.- ENLACE ENTRE LEVANTAMIENTOS SUBTERRÁNEOS Y DE SUPERFICIE.

### 5.1.- Introducción.

Los trabajos topográficos de interior deben ir referidos al mismo sistema de coordenadas empleado en el levantamiento de superficie. Los levantamientos de exterior se enlazan con la red geodésica a partir de los vértices geodésicos, cuyas coordenadas geográficas y UTM han sido calculadas con gran precisión. Para los levantamientos subterráneos se precisa de puntos situados en el interior y cuyas coordenadas (en el mismo sistema UTM) se calculan con suficiente precisión.

A partir de estos puntos se podrán enlazar los levantamientos subterráneos con los de superficie. Se aplicarán los métodos explicados en el tema 3, fundamentalmente itinerario y radiación para la planimetría y nivelación geométrica y trigonométrica para la altimetría.

Mención especial merece la transmisión de orientación, que a menudo exige la aplicación de procedimientos específicos (diferentes de los de exterior) por la naturaleza y la dificultad de las labores subterráneas. La orientación se habrá transmitido cuando dispongamos, en interior, de dos puntos visibles entre sí y cuyas coordenadas (o el acimut de la alineación que forman) se conozcan.

### 5.2.- Coordenadas.

Necesitamos determinar las coordenadas X, Y y Z (UTM) de, al menos, un punto situado en el interior y a partir del cual se pueda realizar el levantamiento de las labores. Dependiendo del tipo de comunicación, o comunicaciones, con el exterior podemos tener los siguientes casos:

#### Comunicación por rampa.

Basta realizar un itinerario siguiendo la rampa, hasta dar coordenadas a un punto del interior. Conviene que el itinerario sea cerrado, de ida y vuelta, para que se pueda comprobar y compensar.

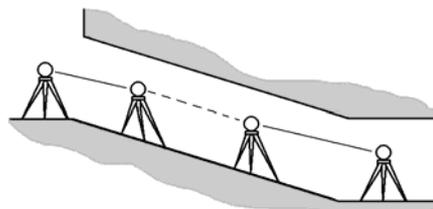


Fig. 5.1. Comunicación por rampa

Si se necesita bastante precisión en altimetría, conviene realizar además un itinerario por nivelación geométrica, que también debe ser cerrado. La altitud de los puntos de interior se determinará gracias a este itinerario.

#### Comunicación por pozo vertical.

Las coordenadas X e Y se transmiten al interior mediante una plomada. Las coordenadas del hilo de la plomada se determinan en el exterior, enlazándolas con el levantamiento de superficie. Las coordenadas planas del hilo en el interior serán las mismas.

Si se dispone de distanciómetro o estación total, capaz de lanzar una visual vertical, se pueden determinar simultáneamente las tres coordenadas del punto de estación en el interior. Naturalmente, la precisión depende de la nivelación del aparato, es decir, de que la visual sea realmente vertical.

Si no se dispone de este equipo, la Z se puede determinar, a partir de la de exterior, midiendo la profundidad del pozo con hilo de acero o cinta metálica.

#### Comunicación por rampa y pozo o por dos pozos.

En estos casos se pueden calcular las coordenadas de dos puntos de interior, uno a través de cada una de las labores de comunicación. Posteriormente se puede realizar un itinerario encuadrado, de interior, entre los dos puntos cuyas coordenadas se han determinado. Este itinerario, si es posible orientarlo, nos permitirá comprobar las coordenadas y, muy especialmente, que la transmisión de orientación es correcta.

En el caso de la figura 5.2, se han calculado las coordenadas de la estación interior *I*, mediante un itinerario por la rampa, a partir del punto exterior *E*. Enlazamos, con un itinerario de interior, los puntos *I* y *P*. Este itinerario se puede orientar lanzando una visual desde *I* a la estación anterior *A* del itinerario de la rampa. Si las coordenadas de *P* se habían determinado también, a partir del pozo, nos servirán como comprobación.

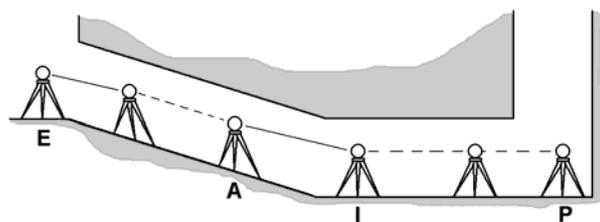


Fig. 5.2. Comunicación por rampa y pozo

### **5.3.- Transmisión de orientación.**

La transmisión de orientación al interior es una operación especialmente delicada, ya que condiciona la precisión de todos los trabajos subterráneos.

Las precauciones deben extremarse al máximo, pues cualquier desviación se transmite a los itinerarios y, en definitiva, a todo el levantamiento de interior. En ocasiones se dispone de procedimientos para determinar el error, pero otras veces (comunicación por un solo pozo) la comprobación no es posible.

En el caso de rompimientos mineros el problema puede tener consecuencias graves, al impedir que las labores previstas “calen” correctamente. En apertura de túneles que se excavan desde ambos extremos, e incluso desde puntos intermedios a través de pozos, es imprescindible un replanteo exterior preciso del eje del túnel y una medición correcta de la profundidad de los pozos. Además, la transmisión de orientación a través de los pozos debe garantizar que la excavación del eje del túnel se orienta con suficiente precisión.

La transmisión de orientación es más o menos complicada según el número y el tipo de comunicaciones existentes entre interior y exterior. En función de éstas, del tipo de instrumentos disponibles y de la precisión requerida, emplearemos uno u otro de los siguientes métodos:

- itinerario enlazado con el exterior
- métodos magnéticos
- métodos ópticos
- métodos mecánicos
- métodos giroscópicos.

### **5.3.1- Transmisión de orientación mediante itinerario enlazado con el exterior.**

Es el caso de una mina a la que se accede desde el exterior por una rampa. Un itinerario cerrado, comenzando en un punto del exterior previamente conocido, nos permitirá calcular las coordenadas de uno o más puntos en el interior. La orientación se consigue, desde la estación de interior, visando a la estación anterior del itinerario, ya que ambas tienen coordenadas conocidas.

También es el caso de una mina con dos pozos, a través de los cuales se hayan determinado las coordenadas de sendos puntos de interior. Si conseguimos enlazar estos dos puntos con un itinerario de interior, calcularemos las coordenadas de las estaciones del itinerario y, por tanto, dispondremos de datos para orientar los trabajos de interior.

Como sabemos, un itinerario de este tipo no tiene comprobación, lo que puede resultar arriesgado. Para evitar este problema, será conveniente repetirlo en sentido contrario, volviendo a la estación inicial. Como se ha

indicado, conviene que los puntos de estación del itinerario de ida no coincidan con los del de vuelta.

### **5.3.2- Transmisión de orientación por métodos magnéticos.**

Los métodos magnéticos constituyen el procedimiento más sencillo para orientar las labores de interior. Se basan en la propiedad de una aguja imantada, sujeta por su centro y pudiendo girar libremente, para orientarse según las líneas del campo magnético terrestre.

Estos métodos no suponen ninguna complicación práctica, pero presentan inconvenientes importantes:

- Su precisión es limitada.
- Miden rumbos, no acimutes.
- No se deben usar en zonas que presenten anomalías magnéticas, provocadas por la existencia de minerales metálicos o por la maquinaria e instalaciones de interior.

En todos los casos será preciso determinar la declinación magnética, para poder transformar en acimutes los rumbos que hayamos calculado. Como sabemos, la declinación varía con el tiempo y con el lugar de medición, por lo que debe calcularse en la zona y en el momento en que se vayan a realizar las mediciones de interior.

Para declinar un instrumento magnético, se estaciona en uno o más vértices del exterior y se lanzan visuales a alineaciones de acimut conocido, determinando el rumbo de cada alineación. La diferencia entre cada rumbo medido y el acimut correspondiente nos da un valor de la declinación. Tomamos como resultado el valor promedio, siempre que no se hayan detectado valores aberrantes que puedan ser debidos a una anomalía magnética.

Los métodos magnéticos no son muy empleados, por las razones anteriores y porque, siempre que sea posible, se prefiere emplear instrumentos más rápidos y precisos en levantamientos de interior. Entre los instrumentos magnéticos empleados, podemos citar los siguientes:

- Brújulas y brújulas colgadas.- Son instrumentos cuya apreciación puede llegar a 5 o 10'. En brújulas excéntricas debe tenerse en cuenta la excentricidad a la hora de determinar los rumbos.
- Declinatorias.- Son agujas imantadas montadas sobre un taquímetro. Permiten orientarlo al Norte magnético, poniendo el limbo horizontal a

cero en la dirección señalada por la aguja. De esa manera, el taquímetro puede medir rumbos directamente.

- Teodolitos-brújula.- Más precisos que los anteriores, pudiendo llegar a apreciaciones de 1'.
- Magnetómetros.- Consiguen apreciaciones de 20 a 30". En este instrumento se sustituye la aguja imantada por un imán que cuelga de un hilo de cuarzo y las oscilaciones se perciben por reflexión de un rayo de luz en un espejo unido al hilo. Los *declinómetros* son aun más precisos y están dotados de un hilo de suspensión de platino-iridio.

### 5.3.3- Transmisión de orientación por métodos ópticos.

Estos métodos se basan en materializar, por procedimientos ópticos, un plano vertical que contiene a dos puntos fijos del exterior y a otros dos puntos fijos del interior. El acimut de la alineación formada por los puntos exteriores, que puede medirse con ayuda de los vértices exteriores, coincidirá con el de la alineación de interior que, de esta manera, queda orientada.

#### Mediante teodolito, taquímetro o estación total.

El instrumento debe estar perfectamente nivelado y su eje de colimación, al cabecear el anteojo, debe describir un plano vertical. Esta condición puede verificarse mediante el doble giro del anteojo o visando en toda su longitud el hilo de una plomada en reposo colgada de un punto fijo.

La transmisión de orientación puede realizarse con el instrumento en el exterior o en el interior.

a) Desde el exterior.- El instrumento a emplear debe ser capaz de lanzar visuales al nadir, lo que nos es muy frecuente. Se estaciona sobre la boca del pozo *P* y se visa una alineación exterior *P-A* de acimut conocido. A continuación, se cabecea el anteojo, visando al nadir, y, siguiendo las instrucciones del operador, unos ayudantes tienden en el fondo del pozo un hilo *H-I*, tan largo como permita la anchura del pozo (figura 5.3).

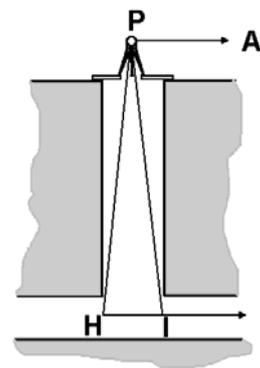


Fig. 5.3. Métodos ópticos: desde el exterior

El hilo debe quedar contenido en el plano vertical descrito por el eje de colimación, que es el mismo plano vertical que contiene a la alineación exterior. Lo comprobamos siguiéndolo en toda su longitud, usando únicamente el movimiento de cabeceo del anteojo.

Este método es complicado y sólo puede emplearse en pozos de poca profundidad, ya que a partir de 100m es difícil percibir imágenes nítidas en el interior.

Para la puesta en estación habrá que montar dos plataformas independientes en la boca del pozo, una para el instrumento y otra para el operador, con las aberturas necesarias para poder lanzar las visuales al nadir.

b) Desde el interior.- En este caso, el instrumento debe ser capaz de lanzar visuales al cenit y admitir anteojos acodados. Se estaciona en el fondo del pozo y se visa una alineación  $F-A$  interior. Esta será la dirección cuyo acimut se va a determinar. Empleando únicamente el movimiento de cabeceo del antejo, se visa al cenit y se marcan dos puntos  $M$  y  $N$  en la boca del pozo (figura 5.4).

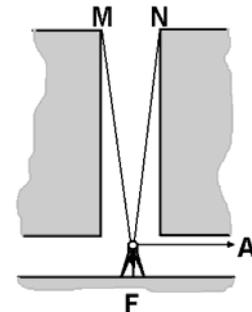


Fig. 5.4. Métodos ópticos: desde el interior

Estos puntos estarán situados en el mismo plano vertical que contiene a la alineación  $F-A$ . El acimut de la alineación  $M-N$ , que coincide con el de la  $F-A$ , se determina en el exterior.

Este método, como el anterior, sólo es recomendable para pozos anchos y poco profundos.

#### Mediante anteojos cenit-nadir.

Estos equipos se conocen también con el nombre de *plomadas ópticas de precisión*. Se trata de instrumentos capaces de lanzar visuales al nadir. La precisión que se puede conseguir con ellos depende de la sensibilidad del sistema de nivelación que incorporen, ya que el resultado será tanto mejor cuanto más se aproxime a la vertical la visual lanzada.

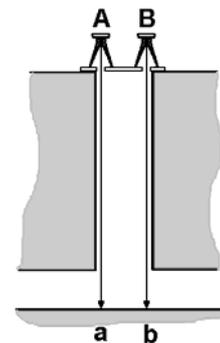


Fig. 5.5. Anteojos cenit-nadir

Se estaciona el instrumento, sucesivamente, en dos puntos del borde del pozo  $A$  y  $B$  tan alejados entre sí como sea posible (figura 5.5). Las visuales permiten marcar los dos puntos de interior  $a$  y  $b$  situados en las verticales de  $A$  y  $B$ . Como la alineación interior  $a-b$  está contenida en el mismo plano vertical que la exterior  $A-B$ , su orientación será la misma.

Este sistema puede ser más preciso que el anterior, pero no debe emplearse para profundidades de más de 200m, porque los errores provocados por la refracción atmosférica empiezan a ser relevantes para esa profundidad.

### Equipos láser.

Estos equipos permiten lanzar un rayo láser en la dirección del eje de colimación. La ventaja respecto a los anteriores es que la luz láser es visible cuando se proyecta sobre un objeto, lo que permite marcar los puntos visados directamente.

Montados sobre una estación total, situada en el fondo del pozo y perfectamente nivelada, no hará falta emplear oculares acodados ya que la luz es visible en una plataforma situada sobre la boca del pozo y permite marcar puntos como si se emplease un teodolito.

Como en los casos anteriores, la precisión del sistema depende de que la nivelación del instrumento sea precisa. Conviene verificarlo mediante el doble giro del anteojo o visando en toda su longitud el hilo de una plomada en reposo colgada de un punto fijo.

#### **5.3.4- Transmisión de orientación por métodos mecánicos.**

Se basan en el empleo de plomadas, que permiten proyectar al interior (a lo largo de un pozo) los puntos medidos en el exterior. Con dos plomadas en reposo se puede materializar un plano vertical. Si medimos en el exterior el acimut de la alineación formada por los dos hilos de las plomadas, lo que resulta sencillo, habremos determinado la orientación de esa misma alineación en el interior. Esta orientación se transmite, ya desde el interior, a otra alineación fija, por ejemplo la formada por dos estaciones del itinerario de interior.

Dependiendo de la profundidad del pozo, se emplean plomadas con lastres de entre 10 y 50kg de peso e hilos de hierro dulce o acero de entre 0,5 y 2mm de diámetro. El hilo va enrollado en un torno provisto de freno y se hace pasar por una polea fija en la superficie.

Para atenuar las oscilaciones de las plomadas y lograr que estén en reposo lo más rápidamente posible, se introducen los lastres en depósitos, situados en el fondo del pozo y llenos de agua o aceite. Los hilos deben iluminarse correctamente, empleando una lámpara para cada uno y pantallas de papel o plástico de distinto color.

Antes de comenzar la operación de orientación, conviene verificar que la trayectoria de los hilos es perfectamente vertical, es decir, que no tocan ningún

saliente del pozo. Para ello se mide la distancia entre ellos en el exterior y en el interior, comprobando que ambas distancias coinciden.

### Métodos directos de orientación.

Consisten en estacionar el instrumento topográfico (teodolito, taquímetro o estación total) de forma que su eje principal esté contenido en el plano vertical formado por los hilos de dos plomadas (figura 5.6).

En exterior calculamos el acimut  $\theta_H^{H'}$  de la alineación formada por los hilos  $H$  y  $H'$ . Para ello, por intersección o itinerario, calculamos las coordenadas de un punto  $E$  próximo al borde del pozo. El punto  $E$  se habrá elegido de forma que esté contenido en el plano vertical formado por los hilos de las plomadas. Al estacionar en él comprobaremos que esta condición se cumple.

Visando a otro punto conocido del exterior conseguimos orientar el instrumento (o calcular la corrección de orientación) y visando a las plomadas calculamos el acimut de la dirección que definen.

En interior estacionamos el instrumento en un punto  $I$ , también contenido en el plano vertical de las plomadas y situado a cierta distancia de ellas. Visando en la dirección de las plomadas, cuyo acimut conocemos por haberlo medido en el exterior, podemos orientar el instrumento. Finalmente, visamos a otro punto  $P$ , midiendo el acimut de la alineación  $I-P$ . Los dos puntos se habrán marcado de forma permanente y queda así constituida una base interior de acimut conocido.

La operación se puede realizar tangenteando los hilos o bisecándolos. Es importante que las plomadas se cuelguen de forma que sigan aproximadamente la dirección de la labor en la que están los puntos  $I$  y  $P$ , para que  $I$  se pueda situar a cierta distancia de ellas.

### Métodos trigonométricos.

a) Empleo de dos plomadas. Una sola estación.- Una vez colocadas las plomadas y determinado en el exterior el acimut de la alineación que forman  $\theta_H^{H'}$ , se hace estación en el punto interior  $I$  y se visa a los hilos de las plomadas  $H$  y  $H'$ , determinando por diferencia de lecturas el ángulo  $\gamma$  (figura 5.7). Para

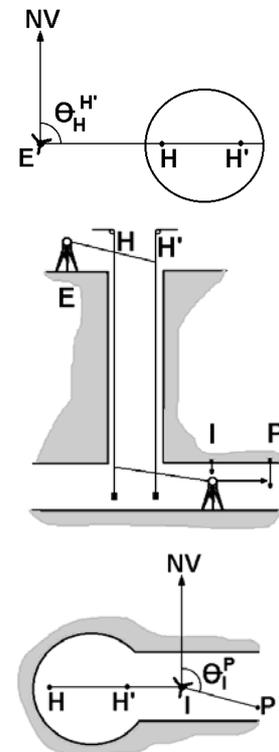


Fig. 5.6. Métodos mecánicos (1)

determinarlo con precisión, es recomendable utilizar los métodos de repetición o de reiteración. A continuación se visa a otro punto  $P$  previamente señalado. La alineación  $I-P$  es la que vamos a orientar.

Medimos también las distancias reducidas  $D_{HH'}$ , entre los hilos, y  $D_{IH}$ , entre el punto de estación y el hilo  $H$ . Para calcular el acimut  $\theta_I^P$  de la alineación  $I-P$  necesitamos calcular el ángulo  $\omega$  que forman las prolongaciones de las alineaciones  $H-H'$  e  $I-P$ . Aplicando el teorema del seno en el triángulo  $HH'I$ :

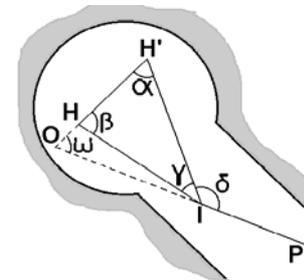


Fig. 5.7. Métodos mecánicos (2)

$$\text{sen } \alpha = \frac{D_{IH}}{D_{HH'}} \text{sen } \gamma$$

En el triángulo  $OIH'$ :

$$\alpha + \omega + (200^g - \delta) = 200^g$$

$$\omega = \delta - \alpha$$

Una vez calculado  $\omega$ , obtenemos el acimut buscado  $\theta_I^P$  sumando o restando el valor de  $\omega$  al acimut de la alineación de los hilos  $\theta_{H'}^{H'}$ .

El inconveniente principal de este sistema es que exige medir las longitudes, lo que resulta incómodo y poco preciso

b) Empleo de dos plomadas. Dos estaciones.- Se marcan dos estaciones interiores  $I_1$  e  $I_2$ . Si es posible, conviene situarlas como en la figura 5.8, una a cada lado de las plomadas  $H$  y  $H'$ . Desde cada estación se visa a la otra y a los dos hilos, obteniendo por diferencia de lecturas los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  (figura 5.8).

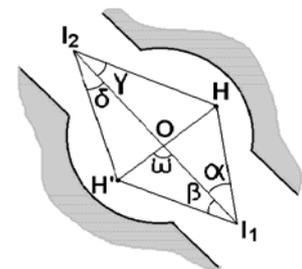


Fig. 5.8. Métodos mecánicos (3)

Aplicando el teorema del seno en los triángulos  $HOI_1$  y  $H'OI_1$ :

$$\frac{OI_1}{\text{sen}(\omega - \alpha)} = \frac{OH}{\text{sen } \alpha}$$

$$\frac{OI_1}{\text{sen}(\omega + \beta)} = \frac{OH'}{\text{sen } \beta}$$

de donde:

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{\text{sen } \alpha \text{ sen}(\omega + \beta)}{\text{sen } \beta \text{ sen}(\omega - \alpha)} \quad (1)$$

Aplicando el teorema del seno en los triángulos  $HOI_2$  y  $H'OI_2$ :

$$\frac{OI_2}{\text{sen}(\omega - \delta)} = \frac{OH'}{\text{sen} \delta}$$

$$\frac{OI_2}{\text{sen}(\omega + \gamma)} = \frac{OH}{\text{sen} \gamma}$$

de donde:

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{\text{sen} \gamma \text{sen}(\omega - \delta)}{\text{sen} \delta \text{sen}(\omega + \gamma)} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2), tenemos:

$$\frac{\text{sen} \alpha \text{sen}(\omega + \beta)}{\text{sen} \beta \text{sen}(\omega - \alpha)} = \frac{\text{sen} \gamma \text{sen}(\omega - \delta)}{\text{sen} \delta \text{sen}(\omega + \gamma)}$$

y desarrollando:

$$\frac{\text{sen} \alpha (\text{sen} \omega \cos \beta + \cos \omega \text{sen} \beta)}{\text{sen} \beta (\text{sen} \omega \cos \alpha - \cos \omega \text{sen} \alpha)} = \frac{\text{sen} \gamma (\text{sen} \omega \cos \delta - \cos \omega \text{sen} \delta)}{\text{sen} \delta (\text{sen} \omega \cos \gamma + \cos \omega \text{sen} \gamma)}$$

Dividimos numerador y denominador del primer miembro por  $\text{sen} \alpha$ ,  $\cos \omega$  y  $\text{sen} \beta$  y los del segundo miembro por  $\text{sen} \gamma$ ,  $\cos \omega$  y  $\text{sen} \delta$ :

$$\frac{\text{tg} \omega \cot g \beta + 1}{\text{tg} \omega \cot g \alpha - 1} = \frac{\text{tg} \omega \cot g \delta - 1}{\text{tg} \omega \cot g \gamma + 1}$$

y desarrollando:

$$\begin{aligned} & \text{tg}^2 \omega \cot g \beta \cot g \gamma + \text{tg} \omega \cot g \beta + \text{tg} \omega \cot g \gamma + 1 = \\ & = \text{tg}^2 \omega \cot g \alpha \cot g \delta - \text{tg} \omega \cot g \alpha - \text{tg} \omega \cot g \delta + 1 \end{aligned}$$

de donde, finalmente:

$$\text{tg} \omega = \frac{\cot g \alpha + \cot g \beta + \cot g \gamma + \cot g \delta}{\cot g \alpha \cot g \delta - \cot g \beta \cot g \gamma}$$

Una vez calculado  $\omega$ , podemos obtener el acimut de la alineación formada por las estaciones  $I_1$  y  $I_2$  a partir del acimut medido en el exterior  $\theta_H^{H'}$ .

c) Empleo de tres plomadas.- Las tres plomadas se sitúan alineadas y equidistantes. Esto se consigue haciendo pasar los hilos por agujeros calibrados realizados en una vigueta metálica. Se estaciona en  $I$ , situado a una distancia de  $H'$  que sea el doble aproximadamente de la distancia entre hilos (figura 5.9). Como en los casos anteriores, el problema queda resuelto calculando  $\alpha$ , ya que:

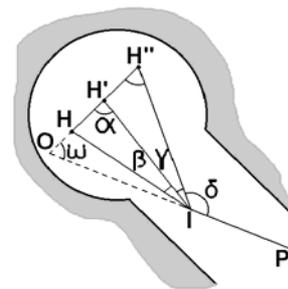


Fig. 5.9. Métodos mecánicos (4)

$$\omega = \gamma + \delta - \alpha$$

y los ángulos  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  se miden con el instrumento topográfico al estacionar en  $I$  y visar a los tres hilos.

En el triángulo  $IH'H''$ :

$$\frac{H'H''}{\text{sen } \gamma} = \frac{IH''}{\text{sen}(\alpha - \gamma)}$$

y en el  $IHH'$ :

$$\frac{HH'}{\text{sen } \beta} = \frac{IH''}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

Dividiendo las dos ecuaciones:

$$\frac{H'H'' \text{ sen } \beta}{HH' \text{ sen } \gamma} = \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{sen}(\alpha - \gamma)}$$

y como las plomadas son equidistantes  $HH' = H'H''$

$$\frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \gamma} = \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{sen}(\alpha - \gamma)}$$

de donde:

$$\text{sen } \beta \text{ sen}(\alpha - \gamma) = \text{sen } \gamma \text{ sen}(\alpha + \beta)$$

Desarrollando:

$$\text{sen } \beta \text{ sen } \alpha \text{ cos } \gamma - \text{sen } \beta \text{ cos } \alpha \text{ sen } \gamma = \text{sen } \gamma \text{ sen } \alpha \text{ cos } \beta + \text{sen } \gamma \text{ cos } \alpha \text{ sen } \beta$$

$$\text{sen } \alpha (\text{sen } \beta \text{ cos } \gamma - \text{sen } \gamma \text{ cos } \beta) = \text{cos } \alpha (\text{sen } \gamma \text{ sen } \beta + \text{sen } \gamma \text{ sen } \beta)$$

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{\text{sen } \gamma \text{ sen } \beta + \text{sen } \gamma \text{ sen } \beta}{\text{sen } \beta \text{ cos } \gamma - \text{sen } \gamma \text{ cos } \beta} \quad \text{tg } \alpha = \frac{2 \text{ sen } \gamma \text{ sen } \beta}{\text{sen}(\beta - \gamma)}$$

### 5.3.5- Transmisión de orientación por métodos giroscópicos.

El giróscopo es un aparato ideado por Foucault, en 1852, para demostrar que la dirección de la meridiana y la latitud de un lugar se pueden medir a partir de la rotación de un cuerpo en la superficie terrestre.

Consta de una masa  $M$  que gira a gran velocidad alrededor de un eje  $A-A'$ , sujeta por una suspensión cardán que permite que el eje pueda

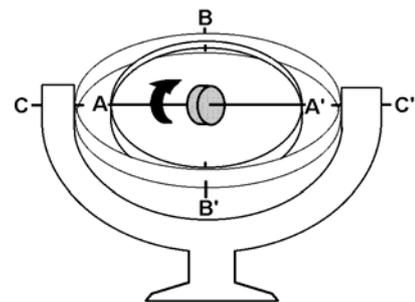


Fig. 5.10. Giróscopo

ocupar cualquier posición (figura 5.10). Si no existen fuerzas externas, el giro de  $M$  hace que el eje  $A-A'$  se mantenga en una posición inalterable.

Pero al actuar también el movimiento de rotación de la Tierra, el eje  $A-A'$  describe una superficie cónica (movimiento de precesión) alrededor de una paralela al eje de la Tierra trazada por el centro de  $M$ . Si se fuerza al eje  $A-A'$  a mantenerse horizontal, el movimiento de precesión se transforma en una oscilación al Este y al Oeste de la meridiana, lo que nos permitirá determinar la dirección de ésta. Esto se consigue suspendiendo un giro-motor (que gira a gran velocidad) de una cinta metálica, para que la gravedad lo obligue a mantenerse horizontal.

Los giróscopos van montados sobre un teodolito o una estación total y disponen de un ocular por el que se observa un retículo graduado (figura 5.11). Las oscilaciones pueden apreciarse en el retículo gracias a una señal luminosa que oscila con el giro-motor. Cada semioscilación dura unos 4 minutos, por lo que es posible seguirla, actuando sobre el tornillo de coincidencia del movimiento particular del teodolito, de forma que la señal luminosa se mantenga en el centro de la escala del retículo.

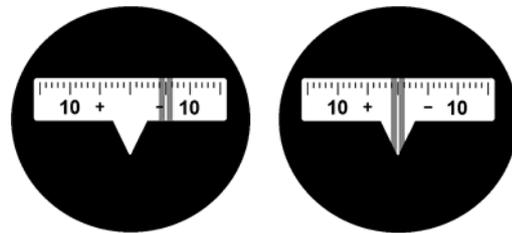


Fig. 5.11. Retículo de un giroteodolito

Antes de cambiar de sentido, la señal permanece parada unos segundos lo que nos permite anotar la lectura  $U_1$  del limbo horizontal del teodolito. Repetimos la operación para la segunda semioscilación, obteniendo la segunda lectura  $U_2$ . Para una orientación precisa, anotaremos un mínimo de dos oscilaciones completas (figura 5.12). Según Schuler, la posición de la meridiana se obtiene a partir de:

$$N_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_1 + U_3}{2} + U_2 \right)$$

$$N_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{U_2 + U_4}{2} + U_3 \right)$$

$$N = \frac{\sum N_i}{n}$$

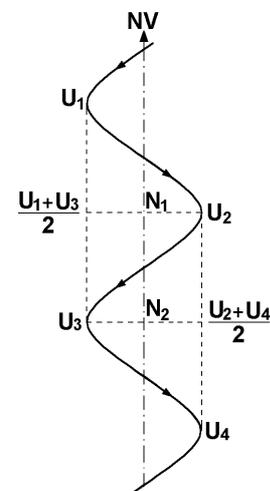


Fig. 5.12. Orientación con giroteodolito

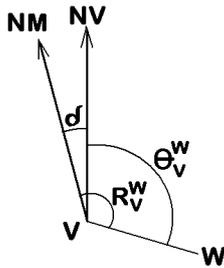
$N$  será la lectura del limbo acimutal que corresponde a la visual a la meridiana.

Antes de comenzar la operación, el anteojo del teodolito debe estar orientado aproximadamente al Norte verdadero. Esto se consigue con una brújula (previamente declinada) o con alguno de los métodos de orientación rápidos (pero menos precisos) que permiten los giróscopos.

La precisión de este método está entre  $10^s$  y  $1^m$ .

## 5.4.- Ejercicios.

**5.4.1.-** Para calcular la declinación de una brújula, se hizo estación en un vértice V (coordenadas 1.000 ; 1.000) y se visó a otro vértice W (coordenadas 1.500 ; 800). El rumbo leído fue  $131,3^g$ . A continuación se visó una alineación del interior de la mina, obteniendo un rumbo de  $248,8^g$ . Calcula el acimut de la alineación.



Las posiciones planimétricas relativas de los puntos V y W figuran en la figura adjunta. El acimut de la alineación que forman se calcula:

$$\theta_V^W = 100^g + \text{arc tg} \frac{|Y_W - Y_V|}{|X_W - X_V|} = 124,2^g$$

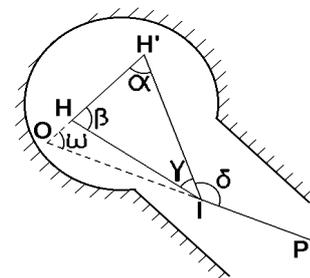
Para calcular la declinación magnética  $\delta$ :

$$\delta = \theta_V^W - R_V^W = 124,2^g - 131,3^g = -7,1^g \rightarrow 7,1^g \text{ Oeste}$$

El acimut de la alineación interior será:

$$\theta = R + \delta = 248,8^g - 7,1^g = 241,7^g$$

**5.4.2.-** Se ha medido en exterior el acimut del plano formado por los hilos de dos plomadas tendidas a lo largo de un pozo:  $\theta_H^{H'} = 40,362^g$ . A continuación se hace estación en el punto interior I, midiendo los ángulos  $\gamma = 29,562^g$  y  $\delta = 156,697^g$ . Se midieron también la distancia entre hilos ( $D_{HH'} = 4\text{m}$ ) y la distancia entre el punto de estación y el primero de los hilos ( $D_{IH} = 7,5\text{m}$ ). Calcula el acimut de la alineación I-P de la figura.



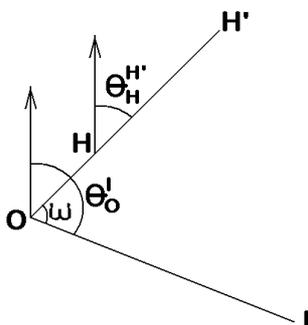
Las expresiones a emplear figuran en el apartado 5.3.4 (a) de los apuntes de la asignatura:

$$\text{sen } \alpha = \frac{D_{IH}}{D_{HH'}} \text{sen } \gamma$$

De donde:

$$\alpha = 63,456^g$$

$$\omega = \delta - \alpha = 93,241^g$$



De la figura adjunta:

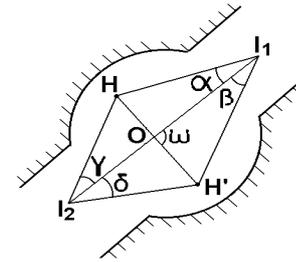
$$\theta_O^I = \theta_I^P = \theta_H^{H'} + \omega = 133,603^g$$

5.4.3.-Para determinar la orientación de la alineación formada por las estaciones  $I_1$  e  $I_2$ , situadas en el interior de la mina, se estacionó en ambas y se midieron los ángulos:

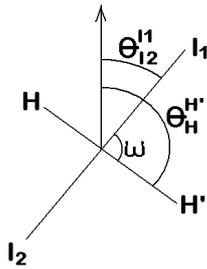
$$\alpha = 19,372^g \quad \beta = 28,762^g$$

$$\gamma = 23,678^g \quad \delta = 32,467^g$$

Por otra parte, se determinó en el exterior el acimut  $\theta_H^{H'} = 172,829^g$ . Calcula el acimut de la alineación formada por las dos estaciones de interior.



Las expresiones a emplear figuran en el apartado 5.3.4 (b) de los apuntes de la asignatura:



$$tg \omega = \frac{cot g \alpha + cot g \beta + cot g \gamma + cot g \delta}{cot g \alpha cot g \delta - cot g \beta cot g \gamma} = 23,402$$

$$\omega = 97,281^g$$

En la figura:

$$\theta_{I2}^{I1} = \theta_H^{H'} - \omega = 75,548^g$$

$$\theta_{I1}^{I2} = \theta_{I2}^{I1} \pm 200^g = 275,548^g$$

## **TEMA 6.- ROMPIMIENTOS MINEROS.**

### **6.1.- Introducción.**

Se denomina *rompimiento minero* a la operación consistente en comunicar dos puntos determinados, pertenecientes a labores de interior ya existentes en la mina, por medio de una nueva labor. Las características del rompimiento dependerán de las posiciones relativas de los dos puntos a comunicar. Además, es frecuente que el rompimiento deba cumplir determinadas condiciones impuestas de antemano.

Dependiendo de las posiciones de los puntos, la nueva labor puede ser horizontal, vertical o inclinada:

- En el primer caso, se trata de comunicar puntos situados en el mismo plano horizontal mediante una galería.
- En el segundo, se trata de puntos situados en la misma línea vertical, que se comunicarán mediante un pozo o una chimenea.
- Cuando los puntos no están situados en el mismo plano horizontal ni en la misma línea vertical, la comunicación se hará por una rampa o una chimenea inclinada.

Por otra parte, las condiciones impuestas supondrán que el rompimiento pueda resolverse mediante una labor recta (horizontal, vertical o inclinada) o que haya que emplear curvas (circulares o de otro tipo) que pueden estar contenidas en un plano horizontal o tener una determinada inclinación.

La nueva labor puede acometerse por uno de sus extremos (ataque) o por los dos simultáneamente (ataque y contraataque). A veces se emplean también puntos de ataque intermedios.

El cálculo de un rompimiento supone determinar, en función de las coordenadas de los extremos y del tipo de trazado (recto o curvo), la longitud, la orientación, la inclinación, etc. del eje de la labor a perforar.

Los trabajos necesarios se pueden dividir en tres fases:

- Trabajos de campo.- Consisten en realizar el levantamiento topográfico (si no se hubiera hecho previamente) necesario para determinar, con la mayor precisión posible, las coordenadas de los puntos extremos y las de todos los puntos auxiliares que nos servirán para el replanteo.
- Trabajo de gabinete.- Cálculo del rompimiento: orientación, longitud, inclinación, etc. Si se trata de una labor en curva, habrá que calcular las características de ésta: radio de curvatura, tangentes, etc. Si el ataque

se va a realizar desde dos o más puntos, habrá que realizar los cálculos correspondientes a cada uno de ellos.

- Replanteo.- Consiste en realizar el marcaje y el seguimiento de la labor, a medida que ésta se excava, para guiarla adecuadamente. El replanteo se adaptará al ritmo de avance de la excavación para evitar desviaciones que, frecuentemente, son difíciles de corregir.

La primera fase, trabajo de campo, se desarrolla aplicando los métodos topográficos de interior que se han explicado en los capítulos precedentes.

## 6.2.- Rompimientos en pozos.

Es el caso de la perforación de un pozo vertical, para el acceso y/o la extracción de mineral y estéril, o de la reprofundización de un pozo, para alcanzar zonas más profundas del criadero.

La labor topográfica no se limita a proporcionar los elementos de dirección de la excavación y de seguimiento de la misma. También se ocupa de dirigir al equipo que ha de colocar las guías y raíles sobre las que se mueven las jaulas o los skips de extracción, las tuberías de agua y aire comprimido, los cables eléctricos, etc.

Además, conviene realizar un levantamiento geológico del terreno atravesado por el pozo en su avance, que será de gran interés para la planificación minera.

### 6.2.1.- Cálculo del rompimiento.

Cuando se trata de un pozo nuevo, o de la reprofundización de uno antiguo que no está en uso, el cálculo resulta muy sencillo. Las coordenadas planas (X e Y) de los extremos del pozo coinciden y la profundidad será la diferencia entre la coordenada Z del punto inicial y la del punto final del mismo.

Si se trata de reprofundizar un pozo en el que no se puede interrumpir la marcha normal, habrá que proyectar y excavar labores auxiliares. En el ejemplo de la figura 6.1, se excava una pequeña galería horizontal (travesía) y, en su extremo, un pocillo auxiliar. Desde el fondo de éste, se excava una nueva travesía que nos lleva debajo del fondo del pozo

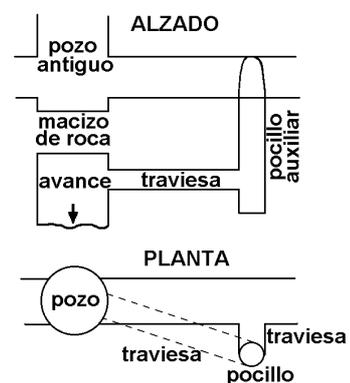


Fig. 6.1. Reprofundización de pozos

éste, se excava una nueva travesía que nos lleva debajo del fondo del pozo

antiguo, dejando un macizo de protección. A partir de aquí se inicia el avance, eliminando el macizo de roca cuando sea preciso.

Los cálculos a realizar, en este caso, corresponden al rompimiento en línea recta y se verán en los apartados siguientes.

### 6.2.2.- Replanteo de pozos.

La entibación definitiva del pozo se va realizando a medida que este avanza. Por tanto, no será fácil corregir la dirección si ésta no ha sido bien guiada. Esto nos obliga a replantear la dirección del pozo de manera muy precisa desde el primer momento.

Métodos mecánicos.- El replanteo se realiza mediante plomadas similares a las empleadas para transmitir la orientación a lo largo del pozo. Como sabemos, los lastres se pueden sumergir en agua o aceite para amortiguar rápidamente las oscilaciones de las plomadas.

a) Pozos estrechos.- Para pozos cuya mayor dimensión es inferior a 3 metros se cuelgan dos plomadas  $H$  y  $H'$  cuyos hilos se sitúan, aproximadamente, a 30 cm de la pared del pozo (figura 6.2).

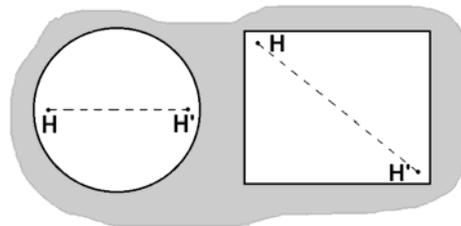


Fig. 6.2. Replanteo de pozos (1)

La orientación del plano de las plomadas se determina en el exterior, en caso necesario, para transmitir la orientación. En pozos circulares, las plomadas se sitúan según un diámetro. En pozos cuadrados o rectangulares, se sitúan según una de las diagonales. A partir de ellas, los operarios fijan la distancia a las paredes del pozo mediante calibres.

b) Pozos anchos.- Para pozos de mayor sección se cuelgan cuatro plomadas  $H$ ,  $H'$ ,  $I$  e  $I'$ . En pozos circulares se sitúan según dos diámetros perpendiculares entre sí y en pozos cuadrados o rectangulares se sitúan según las dos diagonales (figura 6.3). Los planos de las plomadas se orientan desde el exterior, si es necesario.

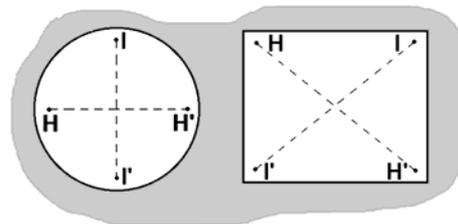


Fig. 6.3. Replanteo de pozos (2)

En todos los casos conviene levantar un corte geológico, representando los terrenos atravesados por el pozo y marcando todos los detalles relevantes. Se trata del plano vertical obtenido al desarrollar el cilindro constituido por las

paredes del pozo y orientado gracias a la situación de las plomadas, que también se representan en él.

Métodos ópticos.- También es posible emplear para el replanteo equipos capaces de señalar una dirección vertical, como los anteojos cenit-nadir o los equipos láser.

Se sitúan centrados en el borde del pozo, sobre una estructura estable, y tienen la ventaja de que no interrumpen los trabajos de perforación y de entibado. Como sabemos, su precisión depende de la puesta en estación y su alcance es limitado, por lo que sólo pueden emplearse en pozos de poca profundidad.

### 6.3.- Rompimientos en línea recta.

Se trata de comunicar dos puntos, cuyas coordenadas se conocen de antemano, por una labor cuyo eje es una línea recta y que puede ser horizontal, si los dos puntos tienen la misma altitud, o inclinada.

#### 6.3.1.- Cálculo del rompimiento.

Para poder guiar la excavación de la nueva labor, necesitamos calcular su orientación, la longitud a perforar y la pendiente.

Supongamos dos puntos  $A$  y  $B$  que serán los extremos de una galería recta que pretendemos excavar (figura 6.4). Conocemos las coordenadas  $(X_A, Y_A, Z_A)$   $(X_B, Y_B, Z_B)$  de ambos puntos. Si el ataque se va a realizar desde  $A$ , necesitamos conocer la orientación de la alineación  $A-B$  para poder guiar la perforación. En el caso de la figura:

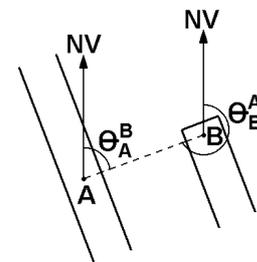


Fig. 6.4. Galería recta (1)

$$\theta_A^B = \text{arc tg} \frac{|X_B - X_A|}{|Y_B - Y_A|}$$

Si el ataque se realiza desde  $B$ :

$$\theta_B^A = 200^g + \text{arc tg} \frac{|X_B - X_A|}{|Y_B - Y_A|} = \theta_A^B \pm 200^g$$

La longitud de la nueva labor, en distancia natural, será:

$$D_N = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2}$$

Normalmente necesitaremos conocer la correspondiente distancia reducida:

$$D_R = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

El desnivel entre los puntos  $A$  y  $B$  viene dado por la diferencia de sus coordenadas  $Z$ . Hay que tener en cuenta que si los dos puntos tienen distinta altitud, la labor tendrá una cierta inclinación, ascendente o descendente, cuyo signo hay que indicar claramente para evitar errores. Si el ataque se realiza desde  $A$ , la pendiente de la labor vendrá dada por:

$$p = \frac{Z_B - Z_A}{D_R}$$

que tendrá signo positivo si la labor es ascendente y negativo en caso contrario.

En ocasiones se precisa enlazar dos galerías, continuando la excavación desde  $B$  y de manera que la longitud excavada desde  $A$  sea la menor posible. Esto supone que la labor  $A-C$  ha de ser perpendicular a la  $B-C$ . En el caso de la figura 6.5, será:

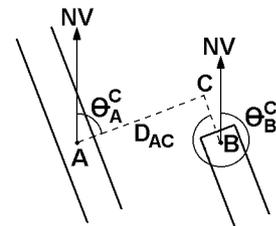


Fig. 6.5. Galería recta (2)

$$\theta_A^C = \theta_C^A \pm 200^g$$

$$\theta_C^A = \theta_C^B + 100^g$$

ya que las dos labores a excavar han de ser perpendiculares. Como el acimut de la galería  $B-C$  es conocido, calculamos la orientación de la labor  $A-C$ .

Para calcular las longitudes a perforar haremos:

$$X_C = X_A + D_{AC} \operatorname{sen} \theta_A^C = X_B + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C \quad (1)$$

$$Y_C = Y_A + D_{AC} \operatorname{cos} \theta_A^C = Y_B + D_{BC} \operatorname{cos} \theta_B^C \quad (2)$$

De la igualdad (1):

$$D_{AC} = \frac{X_B - X_A + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C}{\operatorname{sen} \theta_A^C}$$

Sustituyendo  $D_{AC}$  en (2) tenemos:

$$Y_A - Y_B + (X_B - X_A + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C) \frac{\operatorname{cos} \theta_A^C}{\operatorname{sen} \theta_A^C} = D_{BC} \operatorname{cos} \theta_B^C$$

$$Y_A - Y_B + (X_B - X_A) \operatorname{cot} g \theta_A^C = D_{BC} (\operatorname{cos} \theta_B^C - \operatorname{cot} g \theta_A^C \operatorname{sen} \theta_B^C)$$

y finalmente:

$$D_{BC} = \frac{Y_A - Y_B + (X_B - X_A) \operatorname{cot} g \theta_A^C}{\operatorname{cos} \theta_B^C - \operatorname{cot} g \theta_A^C \operatorname{sen} \theta_B^C}$$

que nos permite calcular  $D_{BC}$  y las coordenadas de  $C$ . A partir de éstas y de las de  $A$  se puede calcular la distancia  $D_{AC}$ . Las distancias que aparecen en las expresiones anteriores son distancias reducidas.

### 6.3.2.-Replanteo de labores en línea recta.

Una vez completados los cálculos del rompimiento se realiza el replanteo de la labor desde el punto o puntos de ataque. El replanteo consiste en marcar sobre el terreno los elementos necesarios para iniciar la excavación y para realizar el seguimiento de la misma. El espacio disponible al iniciar la labor suele ser reducido, por lo que a veces es recomendable hacer un replanteo provisional que luego se va afinando, a medida que avanza la labor.

Estacionamos en el punto conocido  $A$  y, con apoyo de un punto auxiliar  $P$  también conocido, orientamos el instrumento topográfico y visamos en la dirección de la futura labor  $A-B$ , cuyo acimut hemos calculado. Actuando únicamente sobre el movimiento de cabeceo del anteojo, señalamos los puntos  $A'$  y  $A''$ , que forman parte de la alineación, en los hastiales o en el techo (figura 6.6). La excavación deberá seguir la dirección señalada.

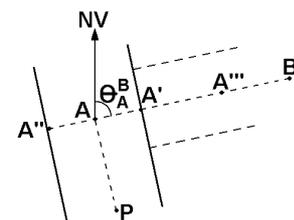


Fig. 6.6. Replanteo de galería recta

Para reducir errores conviene lanzar dos visuales a cada punto, una con el anteojo en posición normal y otra con el anteojo en posición invertida (tras aplicar la regla de Bessel). Si existe una pequeña descorrección en el instrumento obtendremos dos lecturas ligeramente distintas, de las que tomaremos el valor intermedio.

Cuando la labor ha avanzado algunos metros se repite la operación, señalando nuevos puntos como el  $A'''$ . La operación se simplifica considerablemente utilizando oculares láser.

Para replantear la inclinación se marcan puntos en el techo o en los hastiales de la labor. Una forma de hacerlo es marcar cuatro puntos en los hastiales, situados 1 metro por encima de la posición teórica del piso. Uniéndolos con cuerdas se puede materializar un plano (rasante sobreelevada, figura 6.7) con la inclinación prevista para el piso de la labor y situado 1 metro por encima de éste.

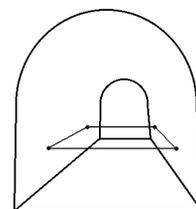


Fig. 6.7. Rasante sobreelevada

La dirección y la inclinación de la labor deben verificarse cada cierta distancia, para corregir posibles desviaciones. Si la precisión en altimetría ha de ser grande, conviene hacerlo utilizando un nivel.

#### 6.4.- Rompimientos en curva.

En ocasiones los rompimientos se resuelven mediante líneas curvas, que deben cumplir determinadas condiciones. Estas condiciones dependerán de las posiciones de los puntos a comunicar, pero también del uso que se vaya a dar a la nueva labor. Los radios de curvatura, por ejemplo, vendrán determinados por las características de la maquinaria que vaya a circular por ella. La curva puede estar contenida en un plano horizontal o tener también un desarrollo vertical y, en este caso, la pendiente máxima estará condicionada por las limitaciones impuestas por el transporte.

##### 6.4.1.- Curvas circulares.

Supongamos que queremos comunicar dos galerías  $a-a'$  y  $b-b'$  con una curva circular de radio  $R$ , impuesto por el proyecto, y tangente a ambas (figura 6.8). Vamos a suponer, además, que las galerías se sitúan en el mismo plano horizontal.

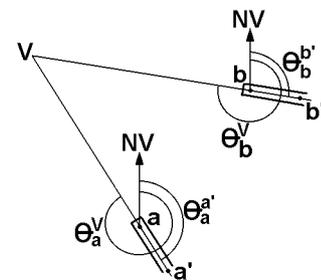


Fig. 6.8. Curva circular (1)

En primer lugar calculamos las coordenadas planas del punto  $V$ , intersección de las prolongaciones de las dos galerías. Para ello:

$$\theta_a^V = \theta_a^{a'} \pm 200^g$$

$$\theta_b^V = \theta_b^{b'} \pm 200^g$$

Las coordenadas de  $a$  y  $b$  son conocidas. Procediendo como en 6.3.1.:

$$X_V = X_a + D_{aV} \operatorname{sen} \theta_a^V = X_b + D_{bV} \operatorname{sen} \theta_b^V$$

$$Y_V = Y_a + D_{aV} \operatorname{cos} \theta_a^V = Y_b + D_{bV} \operatorname{cos} \theta_b^V$$

...

$$D_{bV} = \frac{Y_a - Y_b + (X_b - X_a) \cot g \theta_a^V}{\operatorname{cos} \theta_b^V - \cot g \theta_a^V \operatorname{sen} \theta_b^V}$$

Con la distancia  $D_{bV}$  y el acimut  $\theta_b^V$  calculamos las coordenadas del punto  $V$ .

Para calcular las coordenadas de  $A$  y  $B$ , puntos de entrada y salida de la curva circular, calculamos primero la tangente  $T$ . En el caso de la figura:

$$\beta = \theta_V^a - \theta_V^b$$

$$T = D_{VA} = D_{VB} = R \cot g \frac{\beta}{2}$$

$$\theta_V^A = \theta_V^a \quad \theta_V^B = \theta_V^b$$

Con las distancias y los acimutes se calculan las coordenadas de A y B a partir de las de V (figura 6.9).

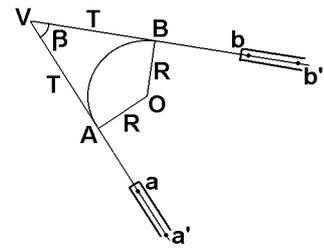


Fig. 6.9. Curva circular (2)

Como los radios son perpendiculares a las tangentes, tendremos:

$$\theta_B^O = \theta_B^b \pm 100^g$$

siendo O el centro de curvatura. La distancia entre O y B es el radio R. Por tanto:

$$X_O = X_B + R \operatorname{sen} \theta_B^O$$

$$Y_O = Y_B + R \operatorname{cos} \theta_B^O$$

Con estas coordenadas y las de A calculamos el  $\theta_A^O$  y la distancia reducida, comprobando que coincide con el radio R.

Dando valores al ángulo  $\gamma$  de la figura calculamos las coordenadas de puntos P que pertenecen a la alineación curva (figura 6.10):

$$\theta_O^P = \theta_O^A \pm \gamma$$

$$X_P = X_O + R \operatorname{sen} \theta_O^P$$

$$Y_P = Y_O + R \operatorname{cos} \theta_O^P$$

Estas coordenadas se pueden emplear para replantear puntos de la curva desde los puntos de entrada A y salida B o desde cualquier otro punto conocido.

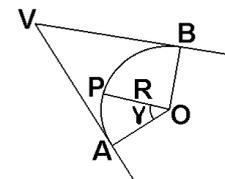


Fig. 6.10. Replanteo de curvas

También podemos emplear los siguientes métodos:

Polígonos circunscritos.- Estacionamos un instrumento topográfico en el punto de entrada de la curva y prolongamos la tangente de entrada hasta un punto E, próximo al hastial pero que permita estacionar de nuevo el instrumento. Calculamos la distancia reducida  $D_{AE}$  y determinamos el valor del ángulo  $\gamma$  (figura 6.11):

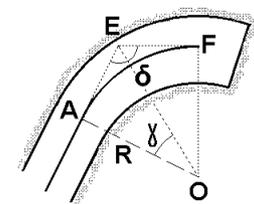


Fig. 6.11. Polígonos circunscritos

$$\gamma = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{D_{AE}}{R}$$

A continuación estacionamos en  $E$  y calculamos el ángulo  $\delta$ , que viene dado por:

$$\delta = 200^g - 2\gamma$$

y, visando en esa dirección, llevamos la distancia  $D_{AE} = D_{EF}$  y obtenemos el punto  $F$ , que forma parte de la curva. Para el siguiente punto, estacionamos en  $F$ , prolongamos la alineación  $E-F$  y repetimos la operación anterior.

Polígonos inscritos.- Con este método todos los puntos de estación son puntos de la curva a replantear. Para aplicarlo, adoptamos una longitud de cuerda apropiada  $l$ , que podamos medir fácilmente y calculamos el ángulo  $\gamma$  correspondiente mediante (figura 6.12):

$$\text{sen} \frac{\gamma}{2} = \frac{l}{2R}$$

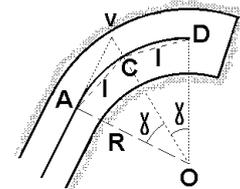


Fig. 6.12. Polígonos inscritos

Estacionamos en el punto de entrada  $A$  y determinamos la dirección de la visual al punto  $C$ , de manera que sea:

$$\hat{v}AC = \frac{\gamma}{2}$$

En esta dirección llevamos la longitud  $l$  y obtenemos el punto  $C$ . A continuación se estaciona en  $C$  y, para determinar la dirección del siguiente punto de la curva,  $D$ , materializamos el ángulo:

$$\hat{A}CD = 200^g - \gamma$$

Sobre esta dirección llevamos la longitud  $l$  y obtenemos el punto  $D$ . Repetimos el procedimiento para obtener más puntos de la curva.

#### 6.4.2.- Curvas circulares compuestas.

Si las condiciones del rompimiento imponen los dos puntos de tangencia  $A$  y  $B$  y estos no equidistan de  $V$ , el enlace no puede resolverse mediante una curva circular pero sí mediante dos o más curvas de radios distintos.

Supongamos dos galerías  $A-a$  y  $B-b$  contenidas en el mismo plano horizontal y donde conocemos las coordenadas de los puntos  $A$  y  $B$ , impuestas por el proyecto (figura 6.13). El enlace con dos curvas circulares tiene infinitas soluciones y, para elegir una de ellas, fijaremos un valor arbitrario para el radio  $R_2$ , adaptado a las limitaciones del trazado.

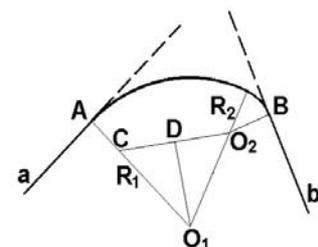


Fig. 6.13. Curvas circulares compuestas

Calculamos las coordenadas planas del centro de curvatura  $O_2$  a partir de las de  $B$ , teniendo en cuenta que:

$$\theta_B^{O_2} = \theta_B^b \pm 100^g$$

ya que el radio y la tangente son perpendiculares, y que la distancia  $D_{BO_2}$  es igual al radio  $R_2$  elegido.

Calculamos las coordenadas del punto  $C$  de la figura, de forma que la distancia  $D_{AC}$  coincida con el radio  $R_2$ . El acimut será:

$$\theta_A^C = \theta_A^a \pm 100^g$$

Calculamos las coordenadas del punto  $D$ , promediando las de  $C$  y  $O_2$ . Resolvemos el triángulo  $CDO_1$ , calculando la distancia  $D_{CD}$  a partir de las coordenadas de  $C$  y  $D$ . El ángulo en  $C$  se calcula:

$$\widehat{DCO_1} = \theta_A^C - \theta_C^D$$

Calculamos el radio  $R_1$ :

$$R_1 = R_2 + D_{CO_1}$$

A partir de aquí resulta sencillo calcular las coordenadas del segundo centro de curvatura  $O_1$  y todos los datos necesarios para calcular el rompimiento y realizar su replanteo.

### 6.4.3.- Curvas parabólicas.

Esta curva permite enlazar dos puntos  $A$  y  $B$  en el caso de que las tangentes sean distintas. Para replantear puntos del eje por coordenadas, vamos a aplicar las propiedades geométricas de la parábola (figura 6.14).

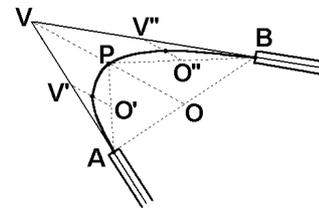


Fig. 6.14. Curvas parabólicas (1)

En primer lugar calculamos las coordenadas de  $V$  como en los casos anteriores. Promediando las coordenadas planas de  $A$  y  $B$  obtenemos las del centro  $O$ .

$$X_O = \frac{X_A + X_B}{2} \quad Y_O = \frac{Y_A + Y_B}{2}$$

Obtendremos las coordenadas de un punto  $P$  de la parábola promediando estas coordenadas con las de  $V$ :

$$X_P = \frac{X_O + X_V}{2} \quad Y_P = \frac{Y_O + Y_V}{2}$$

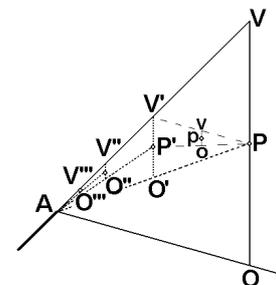


Fig. 6.15. Curvas parabólicas (2)

Para calcular otro punto  $P'$ , intermedio entre  $A$  y  $P$ , actuamos como si estos fuesen los dos puntos extremos de la curva (figura 6.15). Calculamos el nuevo vértice  $V'$  promediando las coordenadas de  $A$  y  $V$  y el nuevo centro  $O'$  promediando las de  $A$  y  $P$ : El punto  $P'$  se calcula:

$$X_{P'} = \frac{X_{O'} + X_{V'}}{2} \quad Y_{P'} = \frac{Y_{O'} + Y_{V'}}{2}$$

El punto  $p$  intermedio entre  $P$  y  $P'$  se puede calcular promediando las coordenadas de  $P$  y  $V'$ , para obtener el nuevo vértice  $v$ , y promediando las de  $P$  y  $P'$  para obtener las del nuevo centro  $o$ .

Por este método podemos calcular las coordenadas de tantos puntos como sea necesario, a ambos del punto central  $P$ . Conocidas las coordenadas de los puntos, el replanteo puede realizarse como en los casos anteriores.

#### 6.4.4.- Curvas helicoidales cilíndricas.

Se trata de enlaces por curvas cuya proyección horizontal es un arco de circunferencia y que comunican dos puntos  $A$  y  $B$  situados a distinta altitud. Es un caso frecuente en explotaciones con acceso al subsuelo por una rampa, por la que deben circular vehículos automotores. En ocasiones la labor puede suponer uno o varios giros completos.

El cálculo y el replanteo, en planimetría, se desarrolla como en las curvas circulares horizontales. Se entiende que los parámetros de la curva circular que hemos calculado corresponden a la proyección horizontal de la curva helicoidal que, como hemos dicho, será un arco de circunferencia (figura 6.16).

Pero como los puntos extremos del rompimiento,  $A$  y  $B$ , no están a la misma cota, la nueva labor no será horizontal sino inclinada. Llamando  $\alpha$  al ángulo en  $O$  formado por las proyecciones horizontales de los radios de  $A$  y de  $B$ , la longitud reducida del tramo curvo será:

$$L = \frac{2\pi R \alpha}{400^g}$$

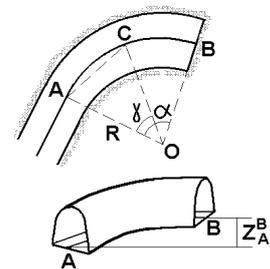


Fig. 6.16. Curvas helicoidales

Si la pendiente de la curva es constante, podemos calcularla mediante:

$$p = \frac{Z_B - Z_A}{L}$$

pero no es  $p$  la pendiente que vamos a emplear para el replanteo, ya que éste se realiza siguiendo tramos rectos. En el caso de la figura, la longitud del arco de circunferencia entre A y el punto C, será:

$$L_{AC} = \frac{2\pi R\gamma}{400^g}$$

y, por tanto, la altitud de C se calcula:

$$Z_C = Z_A + p L_{AC} = Z_A + p \frac{2\pi R\gamma}{400^g}$$

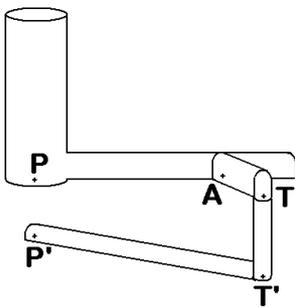
y si  $l$  es la longitud reducida del tramo recto A-C, éste tendrá una pendiente:

$$p' = \frac{Z_C - Z_A}{l}$$

distinta de la pendiente  $p$  correspondiente a la curva. Esta pendiente  $p'$  es la que vamos a emplear para replantear la inclinación del rompimiento.

## 6.5.- Ejercicios.

**6.5.1.- Sea  $P$  (100 ; 100 ; 100) el punto central del fondo de un pozo que se pretende reprofundizar, dejando un macizo de protección. Del fondo del pozo parte una galería horizontal  $P-A$ , de acimut  $55^\circ$ . Desde el punto  $A$ , situado a 20m de  $P$ , se excavará una travesía de 5m, de orientación  $155^\circ$ . Desde el punto final de ésta se excavará un pocillo de 10m de profundidad y, finalmente, del fondo del pocillo partirá otra galería horizontal en dirección al centro del pozo. Calcula las coordenadas de los dos extremos de esta última labor y su orientación.**



Sea  $P$  el punto central del fondo del pozo,  $A$  y  $T$  los puntos extremos de la travesía,  $T'$  el punto central del fondo del pocillo y  $P'$  el punto final de la galería trazada desde  $T'$  en dirección al centro del pozo. Se trata del caso descrito en el apartado 6.2.1 de los apuntes de esta asignatura. Calcularemos sucesivamente las coordenadas de los puntos hasta llegar a  $T'$  y  $P'$ .

Coordenadas de  $P$ :

$$X_P = 100,000 \quad Y_P = 100,000 \quad Z_P = 100,000$$

Coordenadas de  $A$ :

$$D_{PA} = 20m \quad \theta_{PA}^A = 55^\circ$$

$$X_A = X_P + D_{PA} \operatorname{sen} \theta_{PA}^A = 115,208m$$

$$Y_A = Y_P + D_{PA} \operatorname{cos} \theta_{PA}^A = 112,989m$$

$$Z_A = Z_P = 100,000m$$

Coordenadas de  $T$ :

$$D_{AT} = 5m \quad \theta_{AT}^T = 155^\circ$$

$$X_T = X_A + D_{AT} \operatorname{sen} \theta_{AT}^T = 118,455m$$

$$Y_T = Y_A + D_{AT} \operatorname{cos} \theta_{AT}^T = 109,187m$$

$$Z_T = Z_A = 100,000m$$

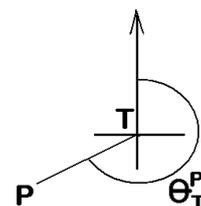
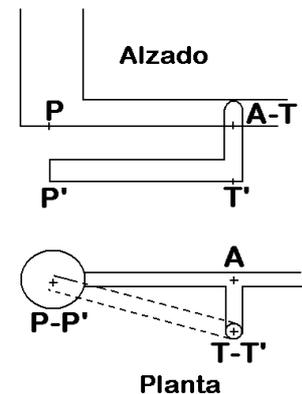
Las coordenadas de  $T'$  coinciden con las de  $T$ , salvo la  $Z$ , que será:

$$Z_{T'} = Z_T - 10m = 90,000m$$

Las coordenadas de  $P'$  coinciden con las de  $P$ , salvo la  $Z$ , que será:

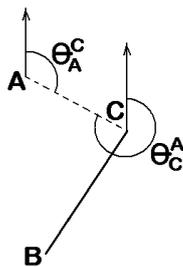
$$Z_{P'} = Z_P - 10m = 90,000m$$

Para calcular la orientación de la labor  $T'-P'$  se sitúan los dos puntos en un croquis en función de sus coordenadas planas  $X$  e  $Y$ . De la figura:



$$\theta_T^{P'} = \theta_T^P = 200^g + \text{arc tg} \frac{|X_P - X_T|}{|Y_P - Y_T|} = 270,595^g$$

**6.5.2.-Desde un punto A, de coordenadas planas (80 ; 170) se va a trazar una galería horizontal, perpendicular a otra galería que pasa por B (100 ; 100) y tiene un acimut de 25<sup>g</sup>. Calcula las coordenadas del punto C de intersección de las dos galerías, la orientación de la labor a excavar y su longitud.**



Es uno de los casos descritos en el apartado 6.3.1 de los apuntes de esta asignatura.

$$\theta_B^C = 25^g \quad \theta_C^B = \theta_B^C \pm 200^g = 225^g$$

Como la galería A-C es perpendicular a la B-C:

$$\theta_C^A = \theta_C^B + 100^g = 325^g \quad \theta_A^C = \theta_C^A \pm 200^g = 125^g$$

Para calcular las coordenadas de C se plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$X_C = X_A + D_{AC} \text{ sen } \theta_A^C = X_B + D_{BC} \text{ sen } \theta_B^C$$

$$Y_C = Y_A + D_{AC} \text{ cos } \theta_A^C = Y_B + D_{BC} \text{ cos } \theta_B^C$$

Las incógnitas son las dos distancias  $D_{AC}$  y  $D_{BC}$ . Resolviendo el sistema:

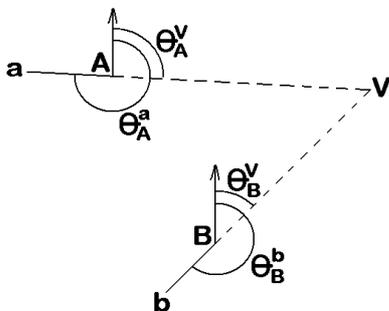
$$D_{AC} = 45,265m \quad D_{BC} = 57,018$$

$$X_C = 121,820m$$

$$Y_C = 152,678m$$

La distancia  $D_{AC}$  es la longitud a perforar. La orientación será  $\theta_A^C = 125^g$ .

**6.5.3.-Por el punto A (100 ; 100) pasa una galería de acimut  $\theta_A^a = 310^g$  y por B (120 ; 30) pasa otra de acimut  $\theta_B^b = 250^g$ . Se desea enlazar las dos galerías con un tramo circular de radio 20m. Calcula las coordenadas de los puntos de tangencia, las del centro de curvatura y la longitud de la alineación curva.**



Se trata del caso descrito en el apartado 6.4.1 de los apuntes de esta asignatura. Si V es el vértice de la curva circular, de la figura:

$$\theta_A^V = \theta_A^a - 200^g = 110^g \quad \theta_B^V = \theta_B^b - 200^g = 50^g$$

$$\theta_V^A = \theta_A^V \pm 200^g = 310^g \quad \theta_V^B = \theta_B^V \pm 200^g = 250^g$$

Para calcular sus coordenadas resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones

siguientes, cuyas incógnitas son las distancias  $D_{AV}$  y  $D_{BV}$ :

$$X_V = X_A + D_{AV} \text{ sen } \theta_A^V = X_B + D_{BV} \text{ sen } \theta_B^V$$

$$Y_V = Y_A + D_{AV} \cos \theta_V^A = Y_B + D_{BV} \cos \theta_V^B$$

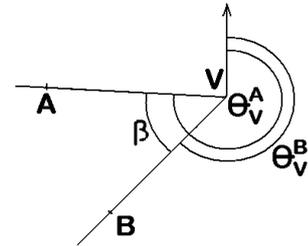
Resolviendo el sistema:

$$D_{BV} = 81,592m$$

$$X_V = 177,694m$$

$$Y_V = 87,694m$$

Sean  $A'$  y  $B'$  los puntos de entrada y de salida, respectivamente, de la curva y  $T$  la tangente, es decir la distancia entre uno de estos puntos y el vértice  $V$ . De la figura:



$$\beta = \theta_V^A - \theta_V^B = 310^\circ - 250^\circ = 60^\circ$$

$$\alpha = 200^\circ - \beta = 140^\circ$$

Para calcular la tangente  $T$  hacemos:

$$T = D_{VA'} = D_{VB'} = R \operatorname{tg} \alpha/2 = 39,252m$$

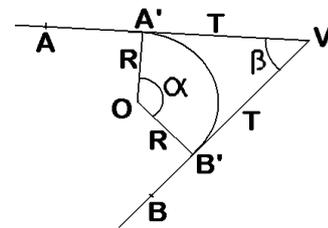
Las coordenadas planas de  $A'$  y de  $B'$  serán:

$$X_{A'} = X_V + T \operatorname{sen} \theta_V^A = 138,925m$$

$$Y_{A'} = Y_V + T \cos \theta_V^A = 93,834m$$

$$X_{B'} = X_V + T \operatorname{sen} \theta_V^B = 149,939m$$

$$Y_{B'} = Y_V + T \cos \theta_V^B = 59,939m$$



Para calcular las coordenadas del centro  $O$  de la curva tenemos en cuenta que el radio y la tangente son perpendiculares. En la figura:

$$\theta_{A'}^O = \theta_{A'}^A - 100^\circ = \theta_V^A - 100^\circ = 210^\circ \quad D_{A'O} = D_{B'O} = R$$

$$X_O = X_{A'} + R \operatorname{sen} \theta_{A'}^O = 135,796m$$

$$Y_O = Y_{A'} + R \cos \theta_{A'}^O = 74,080m$$

Conviene comprobar los resultados calculando también las coordenadas de  $O$  a partir de las del punto de salida  $B'$ :

$$X_O = X_{B'} + R \operatorname{sen} \theta_{B'}^O = 135,796m$$

$$Y_O = Y_{B'} + R \cos \theta_{B'}^O = 74,080m$$

Para calcular la longitud de la alineación curva hacemos:

$$l_C = \frac{2 \pi R \alpha}{400} = 43,982m$$

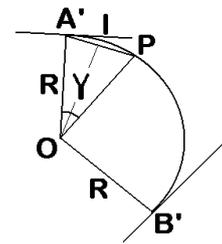
**6.5.4.- Con los datos del ejercicio anterior, y suponiendo que el desnivel entre  $A'$  y  $B'$ , puntos de tangencia del tramo curvo, es  $Z_{A',B'} = -7m$ , se pretende enlazar las dos galerías con una curva helicoidal de pendiente uniforme. Calcula los datos necesarios (acimut y pendiente) para replantear un punto de la curva situado a 5m, en distancia reducida, del punto de ataque.**

El desnivel entre los puntos de entrada y de salida es  $-7m$  y la longitud de la curva  $l_C$  se obtiene del ejercicio anterior. La pendiente de la alineación curva será:

$$p = \frac{Z_{A'}^{B'}}{l_C} = \frac{-7}{43,982} = -0,159 = -15,9\%$$

En la figura, a una distancia reducida  $l = 5m$  le corresponde un ángulo  $\gamma$ :

$$\text{sen} \frac{\gamma}{2} = \frac{l}{2R} \quad \gamma = 15,957^\circ$$



En la figura:

$$\theta_{A'}^P = \theta_{A'}^V + \gamma/2 = 117,978^\circ \quad D_{A'}^P = l = 5m$$

La longitud del arco entre  $A'$  y  $P$  será:

$$l_{A'}^P = \frac{2\pi R \gamma}{400} = 5,013m$$

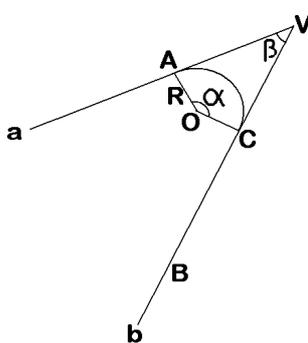
El desnivel entre  $A'$  y  $P$  será:

$$Z_{A'}^P = p l_{A'}^P = -0,798m$$

La pendiente de la recta a replantear será:

$$p' = \frac{Z_{A'}^P}{l} = 0,160 = 16\%$$

**6.5.5.- En un punto A (200, 200, 100) termina una galería horizontal, de orientación  $\theta_a^A = 75^\circ$ . Por otro punto B (200,100, 100) pasa otra galería horizontal, de orientación  $\theta_b^B = 30^\circ$ . Se desea enlazar las dos galerías mediante una curva circular, de forma que A sea el punto de entrada de la curva. Calcula: coordenadas del punto de salida, radio de curvatura, coordenadas del centro de curvatura y longitud del tramo curvo.**



Sea  $V$  el vértice de la alineación curva. Los acimutes de las alineaciones rectas son:

$$\begin{aligned} \theta_A^V &= \theta_a^A = 75^\circ & \theta_V^A &= \theta_A^V \pm 200^\circ = 275^\circ \\ \theta_B^V &= \theta_b^B = 30^\circ & \theta_V^B &= \theta_B^V \pm 200^\circ = 230^\circ \end{aligned}$$

Para calcular las coordenadas de  $V$  resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} X_V &= X_A + D_{AV} \text{ sen } \theta_A^V & X_V &= X_B + D_{BV} \text{ sen } \theta_B^V \\ Y_V &= Y_A + D_{AV} \text{ cos } \theta_A^V & Y_V &= Y_B + D_{BV} \text{ cos } \theta_B^V \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{aligned} D_{BV} &= 142,256m & D_{AV} &= T = 69,904 \\ X_V &= 264,583m \\ Y_V &= 226,751m \end{aligned}$$

A es el punto de entrada de la curva. Por tanto, la distancia entre A y V es la tangente  $T$ . Si C es el punto de salida, sus coordenadas se calculan:

$$\theta_V^C = \theta_V^B = 230^g$$

$$X_C = X_V + T \operatorname{sen} \theta_V^C = 232,847 \text{ m}$$

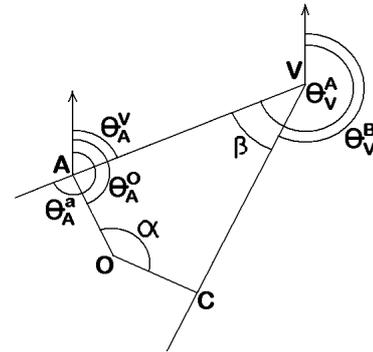
$$Y_C = Y_V + T \operatorname{cos} \theta_V^C = 164,466 \text{ m}$$

En la figura:

$$\beta = \theta_V^A - \theta_V^C = 45^g$$

$$\alpha = 200^g - \beta = 155^g$$

$$R = T \operatorname{tg} \beta / 2 = 25,789 \text{ m}$$



Coordenadas del centro de curvatura O:

$$\theta_A^O = \theta_A^V + 100^g = 175^g \quad D_{AO} = R$$

$$X_O = X_A + R \operatorname{sen} \theta_A^O = 209,869 \text{ m}$$

$$Y_O = Y_A + R \operatorname{cos} \theta_A^O = 176,174 \text{ m}$$

Conviene comprobar los resultados calculando también las coordenadas de O a partir de las del punto de salida C.

Longitud del tramo curvo:

$$l_C = \frac{2 \pi R \alpha}{400} = 62,789 \text{ m}$$

## **TEMA 7.- INTRUSIÓN DE LABORES.**

### **7.1.- Introducción.**

Se conoce por *intrusión* el hecho de que en una explotación minera, a cielo abierto o subterránea, se realicen indebidamente labores fuera del perímetro de sus concesiones.

Cuando la intrusión se produce en un terreno franco, que no pertenece a otro concesionario, el explotador suele solicitar a la Administración la concesión de ese nuevo terreno, generalmente en forma de demasía. En este caso, el problema se resolvería legalizando la situación del terreno.

Si la intrusión se produce en una concesión colindante otorgada a otro concesionario, el responsable deberá indemnizarlo por el mineral que se haya extraído indebidamente y también por los perjuicios que se haya podido ocasionar en el criadero, que dificultan y pueden llegar a imposibilitar la explotación de una parte del mismo.

Para evitar la intrusión es fundamental realizar sistemáticamente el levantamiento de los frentes de trabajo y llevar los planos al día, especialmente cuando se estén explotando zonas próximas al linde de la concesión. En estos planos deben figurar las labores y el perímetro de la concesión minera.

Cuando se sospeche que se ha cometido una intrusión se debe actualizar el levantamiento de todas las labores de la zona. Podremos comprobar así si existe un problema de este tipo y cuál es su magnitud. Asimismo, podremos determinar el correspondiente volumen de mineral, para poder cuantificar las indemnizaciones pertinentes. Este trabajo suelen hacerlo topógrafos de las dos partes afectadas y, en caso necesario, también de la Administración.

El levantamiento de la zona afectada se lleva a un plano donde figuren los límites de las concesiones y, sobre él, se determinan las características de la intrusión.

### **7.2.- Toma de datos.**

Los datos correspondientes a los límites de las concesiones mineras se conocen de antemano. Se debe disponer de las coordenadas UTM de cada una de las esquinas del perímetro de éstas.

El levantamiento de las labores en que se ha producido la intrusión se realiza tal como se explicó en los capítulos precedentes. Como hemos indicado, conviene calcular las coordenadas UTM de tantos puntos como sea necesario para poder calcular el volumen de material extraído.

Para ello, relacionamos el levantamiento con las coordenadas de la red topográfica de la explotación, que, a su vez, estará relacionada con la red geodésica. A partir de las coordenadas de todos estos puntos podremos realizar los cálculos oportunos.

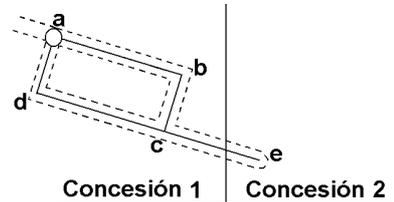


Fig. 7.1. Intrusión de labores

Así, a partir del itinerario de interior *abcd* de la figura 7.1 se podría levantar toda la labor *c-e*, una parte de la cual corresponde a la intrusión.

### 7.3.- Cálculo de la intrusión.

#### 7.3.1.-Intrusión de labores subterráneas.

En primer lugar, representamos los datos del levantamiento de labores en el plano de concesiones, para confirmar que se ha producido la intrusión.

Supongamos conocidas las coordenadas de los puntos *P* y *P'* del perímetro de la concesión en la zona de la intrusión (figura 7.2). Supongamos también conocidas las coordenadas de los puntos *c* y *e*, el segundo de los cuales es exterior a dicho perímetro. Vamos a calcular las coordenadas del punto *i*, a partir del cual empieza la intrusión.

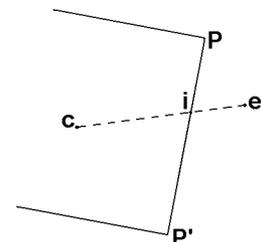


Fig. 7.2. Cálculo de la intrusión

Este punto corresponde a la intersección de las rectas *P-P'* y *c-e*. Calculados los acimutes  $\theta_{P'}^{P'}$  y  $\theta_c^e$  de ambas, será:

$$X_i = X_c + D_{ci} \operatorname{sen} \theta_c^e = X_P + D_{Pi} \operatorname{sen} \theta_{P'}^{P'}$$

$$Y_i = Y_c + D_{ci} \operatorname{cos} \theta_c^e = Y_P + D_{Pi} \operatorname{cos} \theta_{P'}^{P'}$$

Procediendo como en 6.3.1., llegamos a:

$$D_{Pi} = \frac{Y_c - Y_P + (X_P - X_c) \operatorname{cot} g \theta_c^e}{\operatorname{cos} \theta_{P'}^{P'} - \operatorname{cot} g \theta_c^e \operatorname{sen} \theta_{P'}^{P'}}$$

Conocida la distancia  $D_{Pi}$  calculamos las coordenadas de *i* y la longitud del tramo *i-e* correspondiente a la intrusión.

Para calcular el volumen de tierras correspondiente a la intrusión habremos determinado, desde  $c$  y  $e$ , las coordenadas  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  de un número suficiente de puntos.

Con estos datos trazaremos una serie de perfiles, horizontales o verticales, y calcularemos el volumen de tierras aplicando el método de los perfiles. En caso necesario, habrá que tomar los datos suficientes para realizar por separado el cálculo de los volúmenes de mineral y de estéril.

Para calcular la superficie horizontal comprendida entre los puntos 1, 2 ... 6, también se puede aplicar la expresión:

$$S = \left| (X_1 - X_2) \frac{Y_1 + Y_2}{2} + (X_2 - X_3) \frac{Y_2 + Y_3}{2} + \dots + (X_6 - X_1) \frac{Y_6 + Y_1}{2} \right|$$

### 7.3.2.-Intrusión de labores a cielo abierto.

El levantamiento de las labores de la zona afectada se hace de la forma que ya conocemos. Los datos correspondientes se llevan al plano que representa los límites del perímetro de la concesión, para determinar si ha habido intrusión.

En este caso, para determinar el movimiento de tierras que se ha efectuado, tendremos que tener en cuenta la topografía inicial de la zona afectada. Si hemos medido un número suficiente de puntos, podremos realizar la cubicación por el método de los perfiles. Se trata de calcular el volumen de tierras, exterior al perímetro de la concesión, comprendido entre la topografía inicial y las labores realizadas.

Es posible que una parte significativa de estas tierras sea estéril y no corresponda indemnización por ella. Para determinar el volumen de mineral habrá que reconstruir, sobre el plano, la forma del cuerpo mineralizado, su potencia, etc. Para ello, cuando se realice el levantamiento de los frentes conviene levantar también las separatrices entre mineral y estéril que sean visibles en ellos, de forma que el cálculo del movimiento de tierras se pueda hacer con más exactitud.

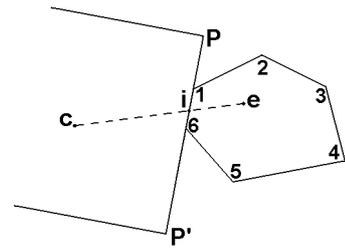


Fig. 7.3. Intrusión: labores de interior

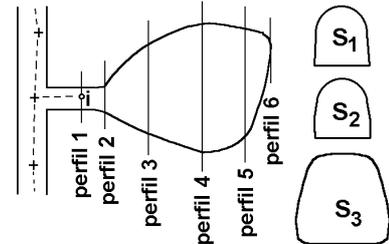


Fig. 7.4. Cubicación: labores de interior

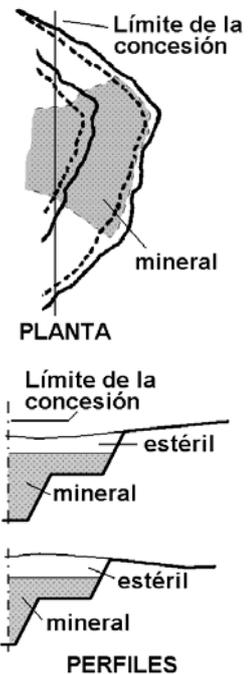
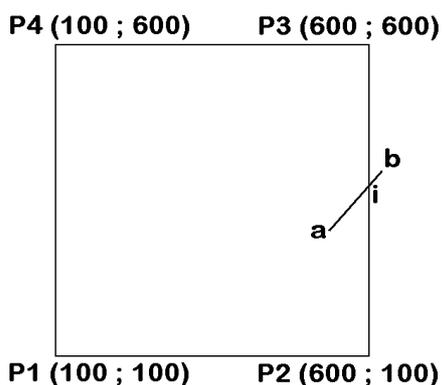


Fig. 7.5. Cubicación: cielo abierto

## 7.4.- Ejercicios.

**7.4.1.- Se conocen las coordenadas planas de las cuatro esquinas del perímetro de una concesión:  $P_1 (100 ; 100)$ ,  $P_2 (600 ; 100)$ ,  $P_3 (600 ; 600)$  y  $P_4 (100 ; 600)$ . Desde un punto  $a (560 ; 300)$  se ha levantado el otro extremo de una galería recta  $a-b$ , cuyas coordenadas son  $b (620 ; 400)$ . Se pretende saber si existe intrusión, cuáles son las coordenadas del punto en que comienza la intrusión y cuál es la longitud de la misma.**



En la figura se ha representado la concesión y la galería  $a-b$ . Se aprecia que se ha producido una intrusión ya que el punto  $b$  es exterior a la concesión. Para conocer las coordenadas del punto  $i$  de comienzo de la intrusión se calculan los acimutes:

$$\theta_{P_3}^i = \theta_{P_3}^{P_2} = 200^g$$

$$\theta_a^i = \theta_a^b = \text{arc tg} \frac{|X_b - X_a|}{|Y_b - Y_a|} = 34,40^g$$

A continuación, se plantea el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas siguiente. Las incógnitas son las distancias  $D_{ai}$  y  $D_{P_3i}$ :

$$X_i = X_a + D_{ai} \text{ sen } \theta_A^i = X_{P_3} + D_{P_3i} \text{ sen } \theta_{P_3}^i$$

$$Y_i = Y_a + D_{ai} \text{ cos } \theta_A^i = Y_{P_3} + D_{P_3i} \text{ cos } \theta_{P_3}^i$$

Resolviendo el sistema:

$$D_{P_3i} = 233,323\text{m}$$

$$X_i = 600,000\text{m}$$

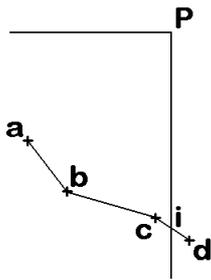
$$Y_i = 366,677\text{m}$$

La longitud de la intrusión es la distancia reducida entre  $i$  y  $b$ :

$$D_{ib} = \sqrt{(X_i - X_b)^2 + (Y_i - Y_b)^2} = 38,864 \text{ m}$$

**7.4.2.- Se conocen las coordenadas planas de dos esquinas del perímetro de una concesión:  $P (1.000 ; 1.500)$  y  $P' (1.000 ; 1.000)$ . Para determinar si se ha producido una intrusión, se ha realizado un itinerario colgado  $a-b-c-d$  a partir de un punto conocido  $a (938 ; 1.292)$  interior a la concesión. Desde  $a$  se dispone de una visual de acimut conocido  $\theta_a^{a'} = 30,48^g$ . Con la siguiente libreta de campo, calcula qué estaciones del itinerario exceden los límites de la concesión y cuáles son las coordenadas del punto a partir del cual se produce la intrusión.**

Estación	Punto visado	L. acimutal	D. reducida
a	a'	302,85 <sup>g</sup>	
	b	31,97 <sup>g</sup>	30,00 m
b	a	17,11 <sup>g</sup>	
	c	180,34 <sup>g</sup>	40,00 m
c	b	86,76 <sup>g</sup>	
	d	301,19 <sup>g</sup>	20,00 m



Para resolver el itinerario es preciso transformar en acimutes las lecturas acimutales de la libreta de campo:

$$C_{Oa} = \theta_a^{a'} - L_a^{a'} = -272,37^g$$

$$\theta_a^b = C_{Oa} + L_a^b = -240,40^g (+ 400^g) = 159,60^g$$

$$\theta_b^a = \theta_a^b \pm 200^g = 359,60^g$$

$$C_{Ob} = \theta_b^a - L_b^a = 342,49^g$$

$$\theta_b^c = C_{Ob} + L_b^c = 122,83^g$$

$$\theta_c^b = \theta_b^c \pm 200^g = 322,83^g$$

$$C_{Oc} = \theta_c^b - L_c^b = 236,07^g$$

$$\theta_c^d = C_{Oc} + L_c^d = 137,26^g$$

Las coordenadas de las estaciones del itinerario se calculan:

$$X_b = X_a + D_{ab} \text{ sen } \theta_a^b = 955,786 \text{ m}$$

$$Y_b = Y_a + D_{ab} \text{ cos } \theta_a^b = 1.267,841 \text{ m}$$

$$X_c = X_b + D_{bc} \text{ sen } \theta_b^c = 993,241 \text{ m}$$

$$Y_c = Y_b + D_{bc} \text{ cos } \theta_b^c = 1.253,802 \text{ m}$$

$$X_d = X_c + D_{cd} \text{ sen } \theta_c^d = 1.009,912 \text{ m}$$

$$Y_d = Y_c + D_{cd} \text{ cos } \theta_c^d = 1.242,753 \text{ m}$$

Se observa que el punto *d* es exterior a la concesión, ya que está al oeste de *P*. Para calcular sus coordenadas se actúa como en el ejercicio anterior:

$$\theta_P^i = 200^g$$

$$\theta_c^i = \theta_c^d = 137,26^g$$

$$X_i = X_c + D_{ci} \text{ sen } \theta_c^i = X_P + D_{Pi} \text{ sen } \theta_P^i$$

$$Y_i = Y_c + D_{ci} \text{ cos } \theta_c^i = Y_P + D_{Pi} \text{ cos } \theta_P^i$$

Resolviendo el sistema:

$$D_{Pi} = 250,677 \text{ m}$$

$$X_i = 1.000,000 \text{ m}$$

$$Y_i = 1.249,323 \text{ m}$$

## **TEMA 8.- APLICACIONES GEOLÓGICO-MINERAS.**

### **8.1.- Introducción.**

En este tema se describen las técnicas topográficas aplicables para la determinación de la dirección, el buzamiento y la potencia, parámetros que definen un estrato o una formación estratiforme. El conocimiento de la geometría del cuerpo mineralizado es fundamental para su correcta ubicación en el espacio y para su cubicación, tanto en los trabajos de investigación minera como en los de diseño y realización de labores a cielo abierto o por interior.

Se define un *estrato* como un nivel simple de litología homogénea y gradacional, depositado de forma paralela a la inclinación original de la formación. Está separado de los estratos adyacentes por superficies de erosión o por cambios abruptos en el carácter y presenta una configuración tabular.

Denominamos *formación estratiforme* a una estructura geológica que sin ser un estrato, puesto que no comparte su misma génesis, sí que presenta una configuración tabular similar a la de éste.

Las superficies que los limitan se denominan *techo* y *muro*. En el caso de un estrato definiremos como *techo* a la superficie que separa la formación objeto de estudio de materiales más modernos. De igual forma, definiremos como *muro* a la superficie que separa el estrato de materiales más antiguos.

En el caso de formaciones estratiformes, la superficie de la formación cortada en primer lugar por un hipotético sondeo vertical será el *techo*. La formación inferior será el *muro*.

A partir de este momento, hablaremos indistintamente de estrato o de formación estratiforme, ya que los parámetros que vamos a determinar son puramente geométricos y no dependen de la génesis de la formación.

#### **8.1.1.- Conceptos básicos.**

En extensiones cortas podemos asimilar tanto el *techo* como el *muro* de un estrato a un plano. La *dirección* de dicha formación será la recta intersección del plano de *techo* o de *muro* con un plano horizontal (figura 8.1). Representaremos este parámetro mediante el acimut correspondiente a dicha recta. Será igualmente válido el acimut dado en cualquiera de los dos sentidos de la recta.

Se define como *buzamiento* (buzamiento real) de un estrato el ángulo formado por la línea de máxima pendiente contenida en el plano del estrato y su proyección sobre un plano horizontal (figura 8.1). Deberá darse también la orientación de la línea de máxima pendiente en su sentido descendente, materializada por el acimut de su proyección horizontal.

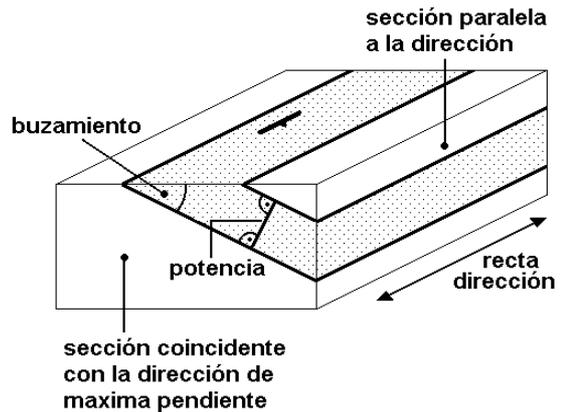


Fig. 8.1. Dirección, buzamiento y potencia

Puesto que la línea de máxima pendiente es perpendicular a la dirección del estrato, la diferencia entre ambos acimutes será de  $\pm \pi/2$ .

Definiremos como *buzamiento aparente* el ángulo formado por una línea contenida en el plano del estrato, y distinta de la de máxima pendiente, y su proyección sobre un plano horizontal. El buzamiento aparente será siempre menor que el buzamiento real.

La *potencia* (potencia real) de un estrato será la distancia que separa los planos de techo y de muro, medida perpendicularmente a éstos. Cualquier otra medición de esta distancia, distinta de la perpendicular entre techo y muro, se denominará *potencia aparente* y será siempre mayor que la potencia real.

Denominamos *longitud* de un estrato a la distancia, medida según la recta dirección, entre los límites del mismo.

## 8.2.- Dirección y buzamiento.

Estos dos parámetros suelen medirse al mismo tiempo y con operaciones consecutivas, debido a la relación geométrica que existe entre ellos. Antes de pasar a su determinación vamos a ver cómo se deducen los buzamientos reales a partir de los aparentes y viceversa. Este proceso es importante, tanto para el cálculo directo como por formar parte de procesos generales de cálculo de buzamientos a partir de las coordenadas conocidas de varios puntos del estrato.

Sea  $\beta$  el ángulo de buzamiento real,  $\alpha$  el aparente e  $\hat{I}$  el ángulo comprendido entre las direcciones de ambos buzamientos. En el caso de la figura será:

$$\hat{I} = \theta_{\text{BUZAMIENTO APARENTE}} - \theta_{\text{BUZAMIENTO REAL}}$$

Con el fin de facilitar el proceso de cálculo, vamos a considerar que los puntos  $D$  y  $C$  de la figura 8.2 tienen la misma altitud.  $D'$  y  $C'$  son sus proyecciones sobre un plano horizontal. Para obtener la expresión que relaciona los tres valores angulares anteriores hacemos:

$$\text{tg } \beta = \frac{DD'}{OD'}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{CC'}{OC'}$$

$$\cos \hat{I} = \frac{OD'}{OC'}$$

y como  $DD' = CC'$

$$\text{tg } \beta = \frac{DD'}{OD'} = \frac{OC' \text{ tg } \alpha}{OC' \cos \hat{I}} = \frac{\text{tg } \alpha}{\cos \hat{I}}$$

Podemos proceder de forma semejante con una disposición diferente de los puntos, como la de la figura 8.3, para llegar a la misma expresión que relaciona los buzamientos real y aparente y el ángulo comprendido entre las direcciones de ambos buzamientos.

A continuación vamos a estudiar los distintos casos que se pueden presentar en el cálculo de dirección y buzamiento, atendiendo tanto a los instrumentos que permiten medirlos directamente como al procedimiento de obtención a partir de coordenadas de puntos, tomados todos en el techo o en el muro del estrato.

### 8.2.1.- Con brújula de geólogo.

Las brújulas empleadas para aplicaciones geológicas tienen las siguientes características:

- Pueden ser de limbo fijo o de limbo móvil.
- Están dotadas de un nivel de burbuja, normalmente esférico.
- Incorporan distintos sistemas para lanzar visuales.
- Incorporan un clinómetro para medir inclinaciones.

Son procedimientos que aportan precisiones inferiores a las de las técnicas topográficas, pero que en muchos casos son suficientes.

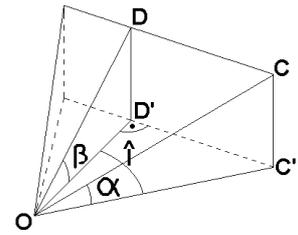


Fig. 8.2. Buzamientos real y aparente (1)

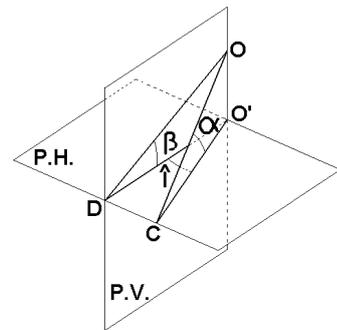


Fig. 8.3. Buzamientos real y aparente (2)

Para emplear una brújula de geólogo debemos determinar sobre el estrato la línea de máxima pendiente o una línea horizontal contenida en él. Ambas líneas son perpendiculares entre sí, por lo que determinada una se conoce también la otra. Una línea horizontal se puede determinar con un nivel de burbuja. La línea de máxima pendiente se puede materializar dejando caer una pequeña cantidad de agua y si ésta describe una línea sinuosa, se fijará como línea de máxima pendiente la línea eje simétrico del camino marcado por el agua.

Una vez determinadas estas direcciones se coloca el único lateral recto de la brújula paralelo a la línea horizontal y se mide la dirección. A continuación se coloca este lateral paralelo a la línea de máxima pendiente y, con ayuda del clinómetro, se determina el buzamiento.

Debido a las irregularidades naturales que presenta la superficie del estrato, para obtener un valor medio de estos parámetros se suele colocar un elemento plano y rígido, por ejemplo una carpeta, y sobre él se coloca la brújula. También es conveniente realizar varias mediciones de dirección y buzamiento, que nos permitan calcular el valor más probable de cada parámetro.

### 8.2.2.- Mediante procedimientos topográficos.

Pueden emplearse taquímetros o estaciones totales. Por su rapidez y comodidad son muy apropiados los equipos láser, capaces de realizar mediciones sin prisma en distancias cortas.

Para medir la dirección del estrato se estaciona el instrumento topográfico frente a él y se realizan las operaciones necesarias para orientarlo. Esto puede hacerse en campo, para obtener sobre el terreno el valor de la dirección, o posteriormente en gabinete.

A continuación se visan dos puntos  $P_1$  y  $P_2$  del estrato, que tengan la misma altitud, y se miden las distancias reducidas y las lecturas horizontales (figura 8.4). Los puntos deben estar lo bastante alejados entre sí como para que el valor de la dirección sea preciso.

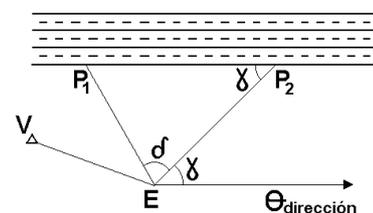


Fig. 8.4. Dirección: procedimientos topográficos

Calculamos  $\delta$ , ángulo horizontal que forman las visuales, por diferencia de lecturas horizontales:

$$\delta = L_E^{P_2} - L_E^{P_1}$$

Aplicando el teorema del coseno calculamos la distancia reducida entre los dos puntos visados:

$$P_1P_2 = \sqrt{(EP_1)^2 + (EP_2)^2 - 2 EP_1 EP_2 \cos \delta}$$

y aplicando el teorema del seno calculamos el ángulo  $\gamma$ :

$$\frac{P_1P_2}{\sin \delta} = \frac{EP_1}{\sin \gamma} \quad \sin \gamma = \frac{EP_1 \sin \delta}{P_1P_2}$$

En el caso de la figura, sumando al acimut de la alineación  $E-P_2$  el ángulo  $\gamma$ , obtenemos el acimut de la recta dirección.

Una vez conocido su acimut, se pueden lanzar visuales perpendiculares a la recta dirección para determinar el buzamiento. Se coliman dos puntos  $P_3$  y  $P_4$  situados sobre la línea intersección del plano vertical que pasa por  $E$  y es perpendicular a dicha recta y el plano del estrato (figura 8.5). Los puntos se coliman visando con un acimut:

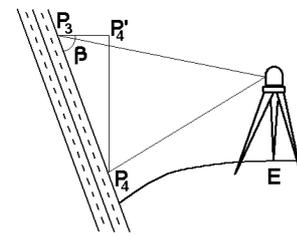


Fig. 8.5. Buzamiento: procedimientos topográficos

$$\theta_{visual} = \theta_{dirección} \pm \frac{\pi}{2}$$

La línea intersección será la línea de máxima pendiente. Medimos las distancias reducidas  $EP_3$  y  $EP_4$ , lo que nos permite calcular:

$$P_3P'_4 = EP_3 - EP_4$$

El desnivel entre ambos puntos será la diferencia de las tangentes topográficas, empleadas con su signo:

$$Z_{P'_4}^{P_3} = t_E^{P_3} - t_E^{P_4}$$

Una vez obtenidos estos valores, el cálculo del buzamiento  $\beta$  es inmediato:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Z_{P'_4}^{P_3}}{P_3P'_4}$$

Se debe indicar también el acimut del buzamiento, que será el de la recta dirección sumándole o restándole  $\pi/2$ .

### 8.2.3.- A partir de las coordenadas de tres puntos del estrato.

Los puntos pueden estar situados en la superficie y/o en el subsuelo. El procedimiento de cálculo es aplicable en todos los casos. Los puntos medidos deben corresponder al mismo plano (techo o muro) del estrato.

Las coordenadas de los puntos se medirán por aplicación de las técnicas que ya conocemos. En el caso de un sondeo se conocen (figura 8.6):

- Las coordenadas de su punto inicial  $B$ .
- El acimut del sondeo  $\theta_s$ , medido respecto a su sentido de avance.
- La inclinación del sondeo  $i$ , ángulo medido respecto a la vertical
- La longitud del sondeo  $l$  desde la boca hasta el contacto con la formación estratiforme que pretendemos estudiar.

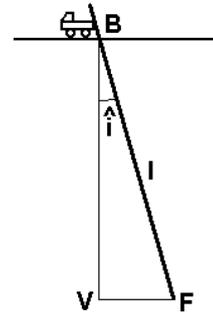


Fig. 8.6. Sondeo inclinado

Con estos datos podemos calcular las coordenadas del punto de contacto  $F$  del sondeo con el estrato:

$$\text{sen } \hat{i} = \frac{VF}{BF} = \frac{VF}{l} \quad VF = l \text{ sen } \hat{i}$$

que será la distancia reducida entre la boca del sondeo y el punto de interés.

$$\text{cos } \hat{i} = \frac{BV}{BF} = \frac{\Delta Z}{l} \quad \Delta Z = l \text{ cos } \hat{i}$$

que será el desnivel entre la boca del sondeo y el punto de interés.

Por tanto, las coordenadas del punto  $F$  serán:

$$X_F = X_B + VF \text{ sen } \theta_s = X_B + l \text{ sen } \hat{i} \text{ sen } \theta_s$$

$$Y_F = Y_B + VF \text{ cos } \theta_s = Y_B + l \text{ sen } \hat{i} \text{ cos } \theta_s$$

$$Z_F = Z_B - \Delta Z = Z_B - l \text{ cos } \hat{i}$$

Una vez conocidas las coordenadas de tres puntos del estrato,  $A$ ,  $B$  y  $C$ , operamos de la siguiente forma: En primer lugar establecemos un plano horizontal de comparación  $AB'C'$ , que pasa por el punto menos elevado de los tres,  $A$  (figura 8.7).

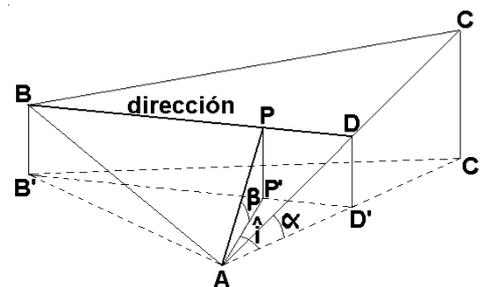


Fig. 8.7. Dirección y buzamiento a partir de 3 sondeos

La dirección del estrato la marcan las líneas horizontales contenidas en él. Para mayor comodidad de cálculo utilizaremos la línea horizontal que pasa por el punto de altitud intermedia,  $B$ . Para calcular el acimut de esta línea se necesitan las coordenadas de otro punto sobre ella,  $D$ , que se calculará sobre la alineación  $A$ - $C$  de la forma siguiente:

Necesitamos la distancia vertical  $DD'$ , que será igual a  $BB'$  y se calcula:

$$DD' = BB' = Z_B - Z_A$$

Como los triángulos  $ACC'$  y  $ADD'$  son semejantes:

$$\frac{AD'}{AC'} = \frac{DD'}{CC'} \quad AD' = \frac{AC' DD'}{CC'}$$

donde  $CC'$  es la diferencia entre las coordenadas  $Z$  de  $C$  y  $A$  y  $AC'$  se calcula a partir de las coordenadas planas de ambos puntos.

También podemos calcularlo a partir de la pendiente:

$$tg \alpha = \frac{CC'}{AC'} = \frac{DD'}{AD'} \quad AD' = \frac{DD'}{tg \alpha} = \frac{DD'}{CC'/AC'} = \frac{AC' DD'}{CC'}$$

En cuanto al acimut, tenemos que  $\theta_A^D = \theta_A^C$ , que se calcula fácilmente a partir de las coordenadas de  $A$  y  $C$ . Conocidos acimut y distancia, calculamos las coordenadas de  $D$ :

$$X_D = X_A + AD' \operatorname{sen} \theta_A^D$$

$$Y_D = Y_A + AD' \operatorname{cos} \theta_A^D$$

$$Z_D = Z_B$$

Con estos datos se puede calcular el acimut de la alineación  $B-D$ , que coincide con el de la recta dirección. Como hemos indicado, son válidos los dos valores  $\theta_B^D$  y  $\theta_D^B$ .

Para calcular el buzamiento es preciso calcular tanto el valor de  $\beta$  como el acimut que define el sentido descendente del estrato. Será:

$$\theta_P^A = \theta_B^D \pm \pi / 2$$

Para obtener el valor de  $\beta$  aplicaremos la expresión conocida:

$$tg \beta = \frac{tg \alpha}{\cos \hat{i}}$$

Calculamos el buzamiento aparente  $\alpha$  en la alineación  $A-C$ :

$$tg \alpha = \frac{CC'}{AC'}$$

y el ángulo:

$$\hat{i} = \theta_A^C - \theta_A^P$$

Con estos datos ya se puede calcular el buzamiento del estrato.

### 8.3.- Potencia.

Para determinar la potencia real  $P$  del estrato supondremos que se han determinado previamente la dirección y el buzamiento.

### 8.3.1.- Cálculo por observaciones en superficie.

Estacionamos en un punto  $E$ , frente al afloramiento, y lanzamos visuales perpendiculares a la recta dirección. Colimamos dos puntos  $A$  y  $B$ , pertenecientes respectivamente al techo y al muro del estrato, situados en el plano vertical generado por el movimiento de cabeceo del anteojo. Podemos encontrarnos dos casos:

$\theta$  del buzamiento =  $\theta$  de las visuales:

Medidas las distancias reducidas y las tangentes topográficas correspondientes a las dos visuales, calculamos  $AB'$  (diferencia entre las distancias reducidas) y  $BB'$  (diferencia entre los desniveles). En la figura 8.8:

$$AB = \sqrt{(AB')^2 + (BB')^2}$$

$AB$  es la potencia aparente.

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{BB'}{AB'}$$

Una vez calculado  $\delta$  y conocido el buzamiento  $\beta$ , será:

$$\gamma = \pi - \beta - \delta$$

La potencia real  $P$  se calcula:

$$P = AB \operatorname{sen} \gamma$$

$\theta$  del buzamiento =  $\theta$  de las visuales  $\pm \pi$ :

Procedemos como en el caso anterior, calculando la distancia  $AB$  y el ángulo  $\delta$ . En la figura 8.9:

$$\gamma = \pi + \beta - \frac{\pi}{2} \quad \delta = \frac{\pi}{2} + \beta - \delta$$

La potencia real  $P$  se calcula:

$$P = AB \operatorname{cos} \gamma$$

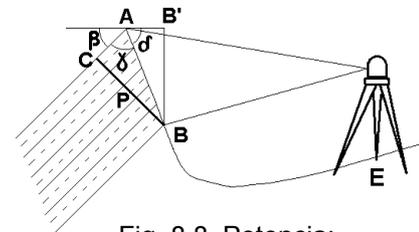


Fig. 8.8. Potencia: observaciones en superficie (1)

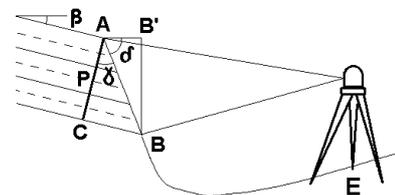


Fig. 8.9. Potencia: observaciones en superficie (2)

### 8.3.2.- Cálculo a partir de datos de sondeos.

Sean  $A$  y  $C$  los puntos de intersección del sondeo con el techo y el muro del estrato. Como antes, suponemos conocidos la dirección y el buzamiento de éste. Vamos a considerar un sistema cartesiano de coordenadas cuyo origen

coincida con C y cuyo eje Y siga la dirección del acimut del buzamiento (figura 8.10). El eje X sigue, por tanto, la dirección del muro del estrato. Proyectaremos la potencia aparente AC sobre el plano vertical ZY, obteniendo una nueva potencia aparente BC.

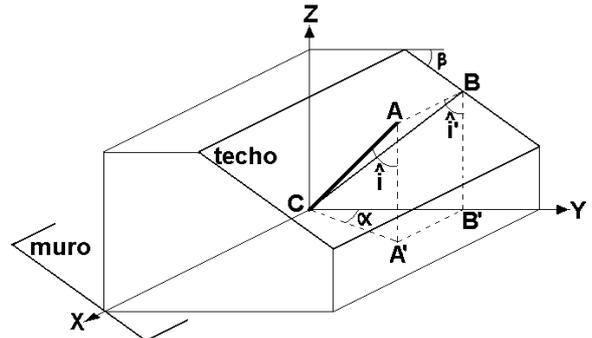


Fig. 8.10. Potencia: mediante datos de sondeos (1)

Para ello, a partir de las coordenadas de A y C calculamos AA' (diferencia de coordenadas Z) y CA' (distancia reducida entre ambos puntos). El ángulo α será la diferencia en valor absoluto entre los acimutes del sondeo y del buzamiento a la que sumamos o restamos 200<sup>g</sup>, en caso necesario, de manera que esté entre 0<sup>g</sup> y 100<sup>g</sup>. Tenemos:

$$CB' = CA' \cos \alpha$$

$$BB' = AA'$$

y la potencia aparente, proyectada sobre el plano ZY, será:

$$CB = \sqrt{(CB')^2 + (BB')^2}$$

Calculamos también el ángulo i':

$$\operatorname{tg} \hat{i}' = \frac{CB'}{BB'}$$

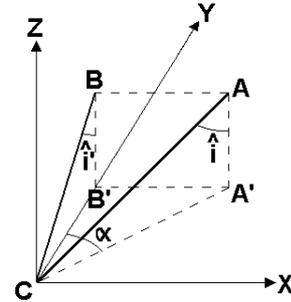


Fig. 8.11. Potencia: mediante datos de sondeos (2)

Para calcular la potencia real P del estrato, proyectamos la potencia aparente BC sobre la recta perpendicular a la de máxima pendiente. Nos podemos encontrar con dos casos:

$$\theta_{B^C} = \theta_{\text{buzamiento}} \pm \pi$$

En las figuras:

$$P = CB \cos(\hat{i}' - \beta)$$

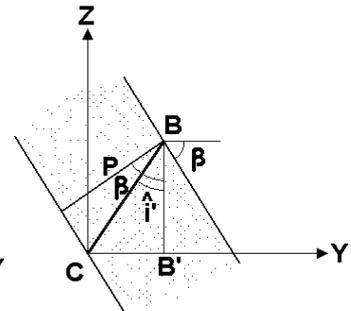
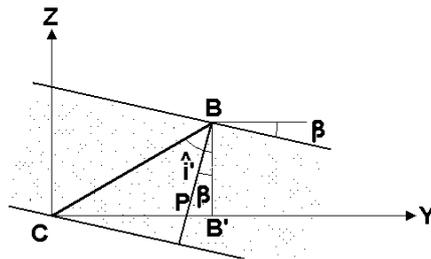


Fig. 8.12. Potencia: mediante datos de sondeos (3)

$$\theta_{B^C} = \theta_{\text{buzamiento}}$$

En la figura:

$$P = CB \cos(\beta + \hat{i}')$$

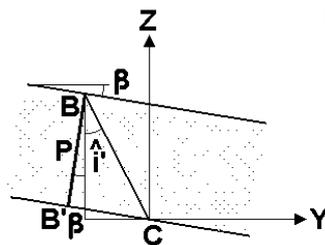


Fig. 8.13. Potencia: mediante datos de sondeos (4)

#### 8.4.- Ejercicios.

8.4.1.- Se ha realizado un sondeo que comienza en el punto B (1.000 ; 1.000 ; 100). Su inclinación respecto a la vertical es de  $5^g$  y su longitud es de 50m. Su acimut, en el sentido de avance del sondeo, es de  $132,60^g$ . Calcula las coordenadas del punto final F del sondeo.

$$\hat{i} = 5^g \quad l = 50m \quad \theta_S = 132,60^g$$

En la figura:

$$VF = l \operatorname{sen} \hat{i} = 3,923m$$

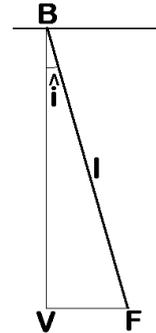
$$BV = l \operatorname{cos} \hat{i} = 49,846m$$

Las coordenadas del punto final F del sondeo se calculan:

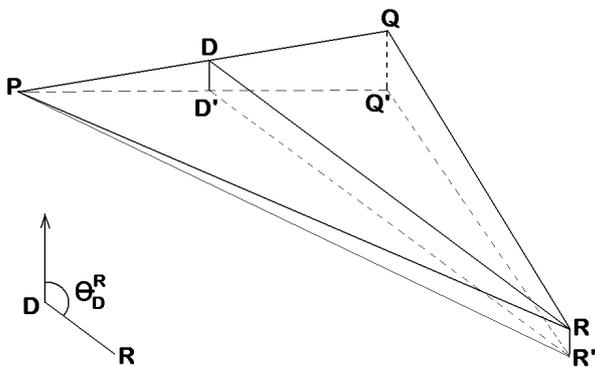
$$X_F = X_B + VF \operatorname{sen} \theta_S = 1.003,420m$$

$$Y_F = Y_B + VF \operatorname{cos} \theta_S = 998,078m$$

$$Z_F = Z_B - BV = 50,154m$$



8.4.2.- Se conocen las coordenadas de tres puntos P, Q y R del techo de un estrato. Calcula su buzamiento y los acimutes de las rectas dirección y buzamiento. P (1.000 ; 1.000 ; 100), Q (1.100 ; 1.020 ; 120), R (1.150 ; 900 ; 110).



Se aplicará el método descrito en el apartado 8.2.3 de los apuntes. Se establece el plano horizontal que pasa por el punto de menor altitud (P). Se elige, como recta dirección a calcular, la que pasa por el punto de altitud intermedia (R). Se determinarán las coordenadas de

un punto D situado en la recta P-Q y cuya altitud coincida con la de R. En la figura:

$$PQ' = \sqrt{(X_Q - X_P)^2 + (Y_Q - Y_P)^2} = 101,980m$$

$$QQ' = Z_Q - Z_P = 20m$$

$$DD' = RR' = Z_R - Z_P = 10m$$

Por semejanza de triángulos entre PQQ' y PDD':

$$\frac{PD'}{DD'} = \frac{PQ'}{QQ'} \quad PD' = 50,990m$$

$$\theta_P^D = \theta_P^Q = \text{arc tg} \frac{|X_Q - X_P|}{|Y_Q - Y_P|} = 87,433^g$$

Las coordenadas del punto  $D$  se calculan:

$$X_D = X_P + PD' \text{ sen } \theta_P^D = 1.050,000m$$

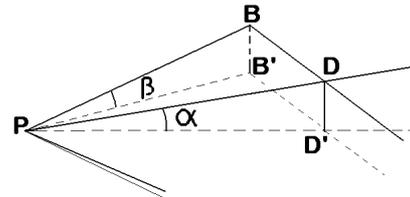
$$Y_D = Y_P + PD' \text{ cos } \theta_P^D = 1.010,000m$$

$$Z_D = Z_R = 110,000m$$

El acimut de la recta dirección será:

$$\theta_{\text{dirección}} = \theta_D^R = 100^g + \text{arc tg} \frac{|Y_R - Y_D|}{|X_R - X_D|} = 153,029^g$$

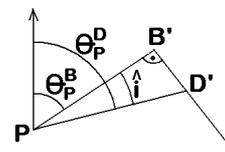
También puede darse el acimut recíproco  $\theta_R^D = 353,029^g$ . Para el buzamiento es preciso calcular el acimut que identifica el sentido descendente del estrato. En nuestro caso esa orientación es la de la recta  $B-P$  de la figura, que es perpendicular a la recta dirección  $R-D$ . Para obtener  $B-B'$  se ha prolongado la recta dirección  $R-D'$  y se ha trazado una perpendicular a esa recta desde  $P$ .



$$\theta_\beta = \theta_D^R + 100^g = 253,029^g$$

Considerando el buzamiento aparente  $\alpha$ , que corresponde a la dirección  $P-D'$ , será:

$$\text{tg } \alpha = \frac{DD'}{PD'} = 0,1961$$



En la figura, el ángulo horizontal que forma la dirección  $P-D$  con la  $P-B$  será:

$$\hat{i} = \theta_P^D - \theta_P^B = \theta_P^D - (\theta_\beta \pm 200^g) = 34,404$$

Para calcular el buzamiento  $\beta$ , según se indica en el apartado 8.2 de los apuntes de la asignatura:

$$\text{tg } \beta = \frac{\text{tg } \alpha}{\text{cos } \hat{i}} \quad \beta = 14,314^g$$

**8.4.3.- Se conocen las coordenadas de los puntos  $T$  (1.000 ; 1.000 ; 100) y  $M$  (1.001 ; 995 ; 90) de intersección de un sondeo con el techo y el muro de un estrato. Sabiendo que el buzamiento es  $\beta = 30^g$  y que el acimut del buzamiento es de  $350^g$ , calcula la potencia del estrato.**

El acimut del sondeo será:

$$\theta_S = \theta_T^M = 100^g + \text{arc tg} \frac{|\Delta Y|}{|\Delta X|} = 187,433^g$$

Consideramos un sistema de ejes centrado en el punto  $M$  y siendo:

eje Y: la dirección del acimut del buzamiento  
 eje X: la dirección de la recta dirección  
 eje Z: la vertical

Proyectamos la potencia aparente  $TM$  sobre el plano YZ de este sistema de ejes, para obtener una nueva potencia aparente  $MB$ . Para ello consideramos los acimutes del sondeo y del buzamiento. Como la diferencia entre ambos valores no está entre  $-100^g$  y  $+100^g$ , hacemos:

$$\alpha = |\theta_S - \theta_\beta| \pm 200^g = 37,433^g$$

Esto significa que los acimutes  $\theta_M^B$  y  $\theta_\beta$  difieren en  $200^g$ . Por otra parte:

$$BB' = TT' = Z_T - Z_M = 10m$$

$$MT' = D_{TM} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 5,099m$$

$$MB' = MT' \cos \alpha = 4,243m$$

y la nueva potencia aparente, proyectada sobre el plano ZY, será:

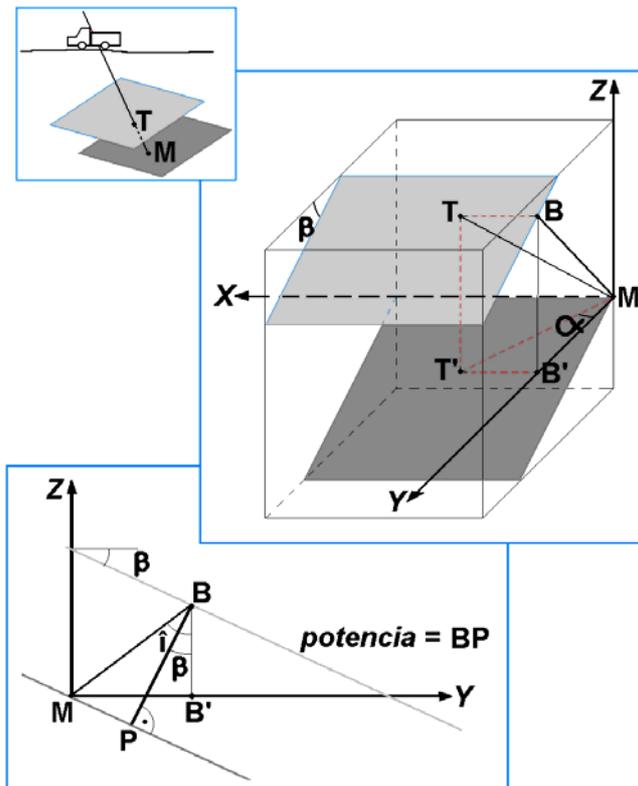
$$MB = \sqrt{(BB')^2 + (MB')^2} = 10,863m$$

Calculamos también el ángulo  $i$ :

$$\operatorname{tg} i = \frac{MB'}{BB'} \quad i = 25,546^g$$

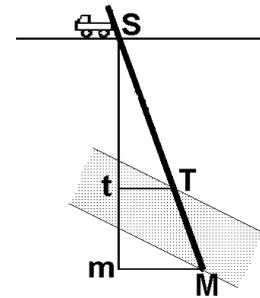
Como los acimutes  $\theta_M^B$  y  $\theta_\beta$  difieren en  $200^g$ , calculamos la potencia real  $P$  de la siguiente forma:

$$P = BM \cos (\beta - i) = 10,836m$$



**8.4.4.-Un sondeo de acimut  $\theta_S = 75^\circ$  e inclinado  $10^\circ$  respecto a la vertical ha cortado a 20m el techo de una formación estratiforme y a 30m el muro de la misma. Se conocen las coordenadas de la boca del sondeo (100 ; 100 ; 100), el buzamiento de la formación,  $\beta = 30^\circ$ , y el acimut del buzamiento  $\theta_\beta = 110^\circ$ . Calcula la potencia de la formación estratiforme.**

Llamamos  $T$  y  $M$  a los puntos en que el sondeo corta al techo y al muro de la formación, respectivamente. De la figura:



$$Tt = 20 \operatorname{sen} 10^\circ = 3,129m$$

$$Mm = 30 \operatorname{sen} 10^\circ = 4,693m$$

$$St = 20 \operatorname{cos} 10^\circ = 19,754m$$

$$Sm = 30 \operatorname{cos} 10^\circ = 29,631m$$

De donde:

$$X_T = X_S + Tt \operatorname{sen} \theta_S = 102,891m$$

$$Y_T = Y_S + Tt \operatorname{cos} \theta_S = 101,197m$$

$$Z_T = Z_S - St = 80,246m$$

$$X_M = X_S + Mm \operatorname{sen} \theta_S = 104,336m$$

$$Y_M = Y_S + Mm \operatorname{cos} \theta_S = 101,796m$$

$$Z_M = Z_S - Sm = 70,369m$$

Consideramos un sistema de ejes centrado en el punto  $M$  y siendo:

eje Y: la dirección del acimut del buzamiento

eje X: la dirección de la recta dirección

eje Z: la vertical

Proyectamos la potencia aparente  $TM$  sobre el plano  $YZ$  de este sistema de ejes, para obtener una nueva potencia aparente  $MB$ . Para ello consideramos los acimutes del sondeo y del buzamiento. Como la diferencia entre ambos valores está entre  $-100^\circ$  y  $+100^\circ$ , hacemos:

$$\alpha = |\theta_S - \theta_\beta| = 35^\circ$$

Esto significa que los acimutes  $\theta_M^B$  y  $\theta_\beta$  son iguales. Por otra parte:

$$BB' = TT' = Z_T - Z_M = 9,877m$$

$$MT' = D_{TM} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 1,564m$$

(o también:  $MT' = (30 - 20) \operatorname{sen} 10^\circ = 1,564m$ )

$$MB' = MT' \operatorname{cos} \alpha = 1,334m$$

y la nueva potencia aparente, proyectada sobre el plano  $ZY$ , será:

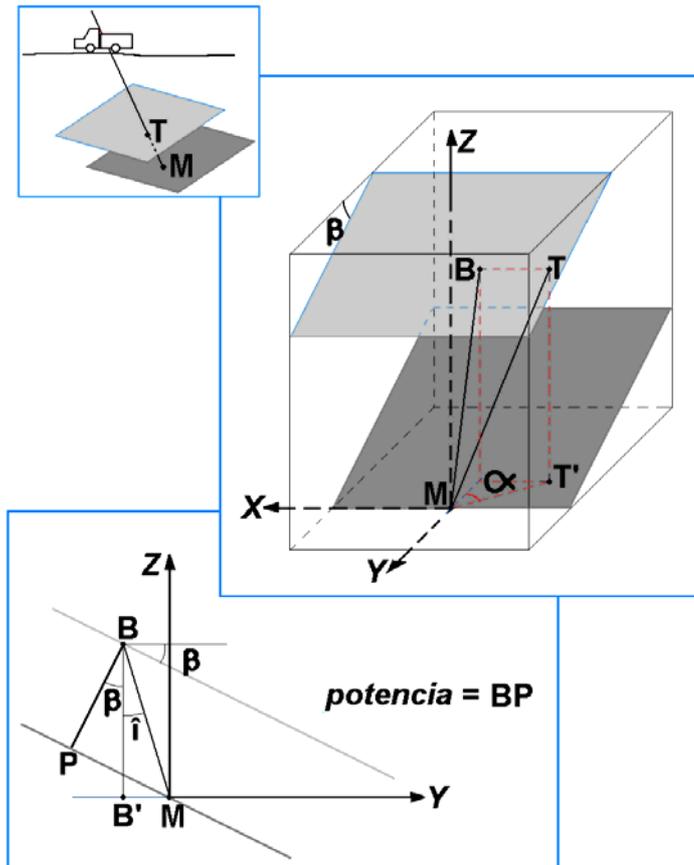
$$MB = \sqrt{(BB')^2 + (MB')^2} = 9,967m$$

Calculamos también el ángulo  $i$ :

$$\operatorname{tg} i = \frac{MB'}{BB'} \quad i = 8,547^\circ$$

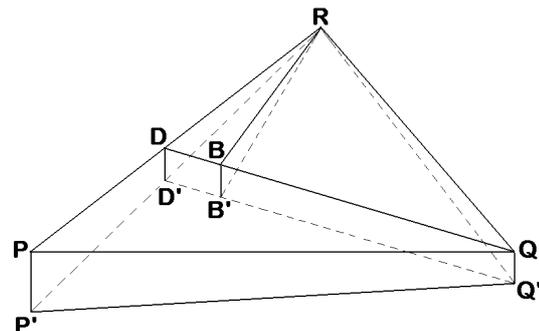
Como los acimutes  $\theta_M^B$  y  $\theta_\beta$  son iguales, calculamos la potencia real  $P$  de la siguiente forma:

$$P = BM \cos (\beta + i) = 8,195m$$



**8.4.5.- Se conocen las coordenadas de tres puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  del techo de un estrato. Calcula su buzamiento y los acimutes de las rectas dirección y buzamiento.  $P (1.000 ; 1.000 ; 120)$ ,  $Q (1.100 ; 1.000 ; 112)$ ,  $R (1.060 ; 1.050 ; 100)$ .**

Se aplica el mismo método que en el ejercicio 8.4.2. En esta ocasión el punto de menor altitud es  $R$  y el de altitud intermedia es  $Q$ . Se determinarán las coordenadas de un punto  $D$  situado en la recta  $P-R$  y cuya altitud coincida con



la de Q. En la figura:

$$RP' = \sqrt{(X_P - X_R)^2 + (Y_P - Y_R)^2} = 78,102m$$

$$PP' = Z_P - Z_R = 20m$$

$$DD' = QQ' = Z_Q - Z_R = 12m$$

Por semejanza de triángulos entre  $RPP'$  y  $RDD'$ :

$$\frac{RD'}{DD'} = \frac{RP'}{PP'} \quad RD' = 46,861m$$

$$\theta_R^D = \theta_R^P = 200^g + \text{arc tg} \frac{|X_P - X_R|}{|Y_P - Y_R|} = 255,772^g$$

Las coordenadas del punto  $D$  se calculan:

$$X_D = X_R + RD' \text{ sen } \theta_R^D = 1.024,000m$$

$$Y_D = Y_R + RD' \text{ cos } \theta_R^D = 1.020,000m$$

$$Z_D = Z_Q = 112,000m$$

El acimut de la recta dirección será:

$$\theta_{\text{dirección}} = \theta_D^Q = 100^g + \text{arc tg} \frac{|Y_Q - Y_D|}{|X_Q - X_D|} = 116,382^g$$

También puede darse el acimut recíproco  $\theta_Q^D = 316,382^g$ . Para el buzamiento es preciso calcular el acimut que identifica el sentido descendente del estrato. En nuestro caso esa orientación es la de la recta  $B-R$  de la figura, que es perpendicular a la recta dirección  $Q-D$ . Para obtener  $B-B'$  se ha trazado una perpendicular a esa recta desde  $R$ .

$$\theta_\beta = \theta_D^Q - 100^g = 16,382^g$$

Considerando el buzamiento aparente  $\alpha$ , que corresponde a la dirección  $R-D'$ , será:

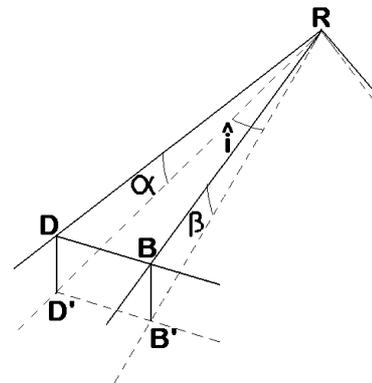
$$\text{tg } \alpha = \frac{DD'}{RD'} = 0,2561$$

En la figura, el ángulo horizontal que forma la dirección  $R-D$  con la  $R-B$  será:

$$\hat{i} = \theta_R^D - \theta_R^B = \theta_R^D - (\theta_\beta \pm 200^g) = 39,390$$

Para calcular el buzamiento  $\beta$ , según se indica en el apartado 8.2 de los apuntes de la asignatura:

$$\text{tg } \beta = \frac{\text{tg } \alpha}{\cos \hat{i}} \quad \beta = 19,380^g$$



## **TEMA 9.- HUNDIMIENTOS MINEROS.**

### **9.1. Introducción.**

El titular de una explotación subterránea es responsable de las repercusiones que la actividad minera pueda producir en edificaciones, infraestructuras, etc. situadas en superficie. Los hundimientos y sus repercusiones en superficie dependen de muchos factores: geometría de la explotación minera, profundidad de las labores, naturaleza de los terrenos atravesados, etc. Por eso, prever cuáles serán los efectos que va a provocar una futura explotación puede resultar muy complicado.

En cualquier caso, una vez producido un hundimiento será necesario cuantificarlo e intentar relacionarlo con los trabajos de interior para delimitar las responsabilidades y las correspondientes indemnizaciones, especialmente en zonas en las que existan varias explotaciones mineras próximas.

### **9.2. Naturaleza de los daños.**

Los terrenos permeables suelen sufrir pocos efectos. En los poco o nada permeables se forman depresiones en las que pueden producirse inundaciones que los hacen inadecuados para la agricultura.

Las edificaciones muestran grietas que pueden ser importantes y provocar el derrumbamiento de techos y muros.

Las vías de comunicación pueden presentar variaciones importantes en su perfil longitudinal. Se producen movimientos y roturas de losas y pavimentos, así como alteraciones en los sistemas de drenaje. Los efectos pueden ser muy importantes en vías férreas.

Las canalizaciones pueden llegar a romperse o, en otros casos, ser movidas o empujadas fuera del suelo por compresión horizontal.

### **9.3. Movimientos del terreno debidos a una explotación subterránea.**

Los movimientos en superficie, motivados por una explotación subterránea, pueden provocar problemas considerables, afectando a edificios e infraestructuras, creando depresiones donde se acumulan las aguas de aluvión o desecando los terrenos afectados.

Las repercusiones dependen de las condiciones de la explotación, de la profundidad y de las características geológicas de los terrenos afectados. En yacimientos estratificados, en capas de gran potencia o en el caso de rocas encajantes poco competentes, los efectos serán grandes; en capas de poca potencia, a gran profundidad o en el caso de rocas competentes, los efectos serán pequeños o nulos. Los movimientos pueden ser complejos y las zonas más críticas corresponden, en superficie, a los bordes del área afectada.

Supongamos una capa de carbón explotada por el método de hundimientos, en la que los huecos creados por la explotación se rellenan con materiales desprendidos del techo de la capa. Si el esponjamiento de los materiales desprendidos es de 1,4, el hueco que producen será igual al vacío inicial dividido por este valor. El nuevo hueco se rellenará, a su vez, con nuevos materiales desprendidos, siguiendo esta misma regla. El hundimiento irá progresando, de manera que el volumen total de terreno desprendido será la suma de los términos de una progresión geométrica decreciente e ilimitada, cuyo primer término es el hueco inicial y donde la razón de decrecimiento es la relación 1/1,4.

La zona hundida tendrá una forma irregular, que podemos asimilar a la de una pirámide cuya base será el hueco inicial. Si las labores subterráneas se encuentran a una profundidad  $h$  inferior a la altura de esta pirámide, el hundimiento se declarará en superficie bruscamente, con una forma parecida a la de un cono invertido.

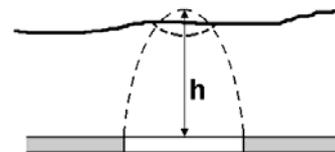


Fig. 9.1. Forma de la zona hundida (1)

Si las labores se encuentran a una profundidad superior a  $h$  el hundimiento se manifestará en forma de artesa  $abcd$ . Si la altura es grande los efectos pueden tardar varios años en manifestarse. El hundimiento irá progresando con el tiempo y la artesa irá creciendo en profundidad y extensión hasta que se restablezca el equilibrio de los terrenos afectados. Las

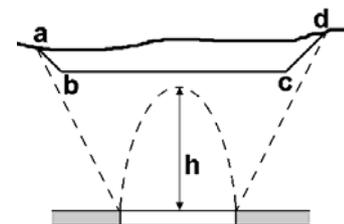


Fig. 9.2. Forma de la zona hundida (2)

zonas críticas corresponden, precisamente, a los bordes de la artesa, en los que los terrenos pueden perder la horizontalidad y los efectos sobre las construcciones situadas en superficie serán máximos.

La zona afectada por el hundimiento tendrá una superficie mayor que la proyección horizontal de la labor minera que lo provoca. Aparecerán efectos de tracción (desgarramiento) hacia los bordes de la zona y efectos de compresión en su parte central. Las rectas que unen los puntos del límite de la labor con los

correspondientes del límite de la zona afectada forman, con un plano horizontal, el llamado *ángulo límite*. Las rectas que unen los puntos límite de la explotación con aquellos de la superficie en que se producen los máximos efectos por desgarramiento forman, con un plano horizontal, el llamado *ángulo de fractura*.

Las características del hundimiento van a depender de la profundidad de la labor y del valor del ángulo límite. Si al llevar los ángulos límite desde los extremos de nuestra labor hacia el interior de la zona afectada las rectas correspondientes se cortan por debajo de la superficie del terreno, nos encontramos en el caso de la figura adjunta. En los bordes de la zona afectada dominan los efectos de desgarramiento, mientras que en el interior dominan los de compresión y algunos movimientos laterales.

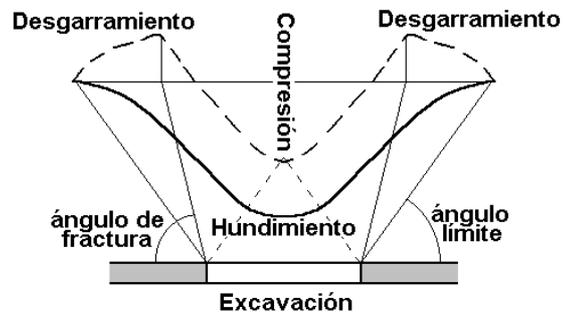


Fig. 9.3. Características del hundimiento (1)

Si las rectas se cortan justo en la superficie del terreno, se tendrá una cubeta de hundimiento con efectos de desgarramiento similares a los del caso anterior pero con una zona central mayor y en la que se darán efectos de compresión menos acusados.

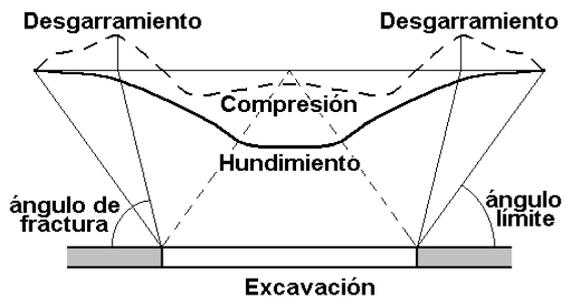


Fig. 9.4. Características del hundimiento (2)

Cuando las rectas se cortan por encima de la superficie del terreno, los efectos de desgarramiento y compresión se limitarán a los bordes de la zona afectada, mientras que la zona central sufrirá un hundimiento uniforme y no se verá sometida a movimientos laterales.

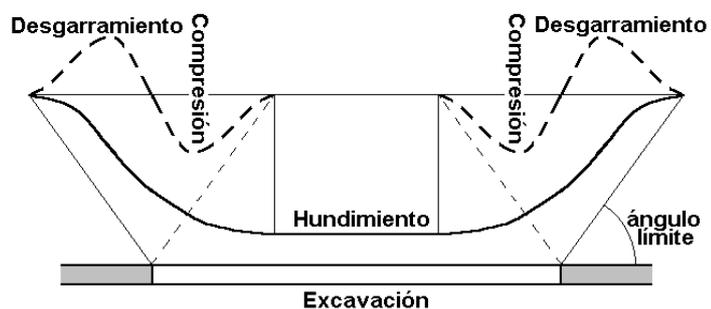


Fig. 9.5. Características del hundimiento (3)

Las observaciones realizadas en hundimientos mineros confirman que las deformaciones producidas tienen un comportamiento similar al de un material deformable sometido a cargas. Aunque los valores obtenidos en cada

caso dependerán de las condiciones particulares del mismo, la forma de estos diagramas de deformación es siempre la misma.

Si representamos en el eje vertical las deformaciones producidas y en el horizontal el tiempo transcurrido hasta que se produce la deformación, obtendremos un diagrama similar al de la figura. La curva presenta una asíntota horizontal que corresponde al hundimiento máximo y, por tanto, al restablecimiento del equilibrio en los terrenos.

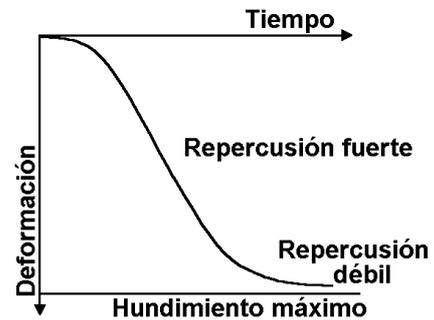


Fig. 9.6. Deformaciones / tiempo

Al principio, durante un periodo que puede alcanzar varios meses, los movimientos son imperceptibles. A continuación aparece un periodo de repercusión fuerte, que puede durar varios años. Le sigue un periodo de débil repercusión que puede llegar a durar centenares de años, hasta que el hundimiento alcanza su forma definitiva. La forma en que evolucionan los hundimientos con el tiempo ha de tenerse en cuenta a la hora de reparar los daños causados en superficie, ya que, en tanto no se alcance la fase de débil repercusión, pueden seguir produciéndose efectos.

#### 9.4. Cálculo de hundimientos y macizos de protección.

Muchas empresas mineras han desarrollado métodos empíricos para prever los efectos de los hundimientos mineros. Estos métodos están basados en la experiencia y pueden proporcionar buenas estimaciones, a condición de que se apliquen en condiciones similares a aquellas para los que fueron desarrollados. Por desgracia, como hemos visto, los efectos de los hundimientos dependen, en gran medida, de estas condiciones. La existencia de discontinuidades geológicas, además, puede invalidar los resultados de cualquiera de estos métodos.

También se han propuesto métodos analíticos, a partir del desarrollo de la Mecánica de Rocas, en los que no entramos por no ser objeto de esta materia.

Robert Taton, en su libro *Topografía Subterránea*, proponía un método empírico de cálculo que denomina *método de trazado teórico*. El autor supone que la zona afectada corresponderá, aproximadamente, a la forma de una pirámide invertida. Desde los extremos de la labor minera se trazan unos planos con una inclinación de  $30^\circ$ , respecto a la vertical, para los terrenos

primarios y de 45° para los terrenos recientes. La intersección de estos planos con el terreno nos determinará la posible área de influencia del hundimiento. El efecto máximo en superficie puede calcularse mediante la expresión:

$$d = \frac{k a p}{\cos i}$$

donde  $i$  es la inclinación de la labor respecto a la horizontal,  $k$  es un coeficiente variable de 0 a 1 según la profundidad,  $a$  es un coeficiente de reducción de las capas y  $p$  es la potencia de las mismas.

Luis Fernández, en su libro *Topografía Minera*, propone un método contrastado por su experiencia en la empresa Duro-Felguera. Se basa en una tabla en la que se entra con la inclinación  $i$  de la labor respecto a la horizontal y se obtienen los valores de los ángulos límites  $A$  y  $B$ .

Inclinación $i$	A	B
0°	70°00'	70°00'
10°	72°30'	67°30'
20°	74°45'	65°15'
30°	77°00'	63°00'
40°	78°45'	61°15'
50°	79°45'	60°15'
60°	79°30'	60°30'
70°	78°00'	62°00'
80°	74°45'	65°15'
90°	70°00'	70°00'

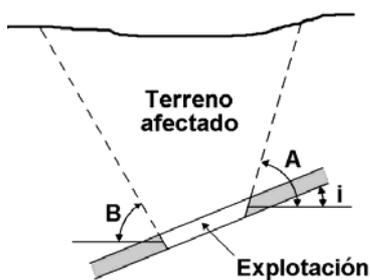


Fig. 9.7. Zona de influencia (ángulos límite)

La zona de influencia se determina teniendo en cuenta que  $A$  es el ángulo límite que corresponde al punto más alto de la explotación y  $B$  el que corresponde al punto más bajo. Estos valores se trazan sobre secciones verticales del yacimiento, tal como se muestra en la figura, y nos permitirán prever la zona afectada por nuestra explotación o si un determinado punto de la superficie está situado dentro de esta zona.

El mismo método puede emplearse para determinar el macizo de protección (parte del yacimiento que se deja sin explotar) para evitar efectos en determinadas zonas de la superficie que

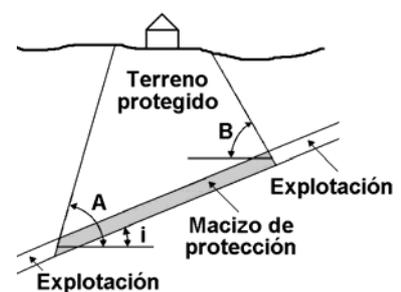


Fig. 9.8. Macizo de protección

se desea proteger. Como antes, lo aplicaremos gráficamente sobre secciones verticales del yacimiento.

### 9.5. Control topográfico de hundimientos mineros.

El seguimiento topográfico de las deformaciones puede hacerse a partir de puntos materializados en el terreno y cuyas coordenadas X, Y y Z se han medido con la máxima precisión. Estos puntos se marcan y se miden antes de que comience la explotación y deben situarse fuera del área de influencia de la misma. A partir de esos puntos se miden las coordenadas de una serie de referencias fijas, situadas dentro de la posible zona de influencia. La coordenada Z es especialmente importante, por lo que conviene determinarla a partir de nivelaciones geométricas de precisión. La medición se puede repetir con cierta frecuencia, para detectar si se han producido movimientos.

Si empiezan a manifestarse los efectos de un hundimiento, se repetirán las mediciones con mayor frecuencia y siempre apoyándonos en los puntos exteriores, que no sufrirán deformación. Podemos determinar así, y trazar, las curvas de igual hundimiento, que nos determinarán los límites del área afectada y las zonas de mayor deformación.

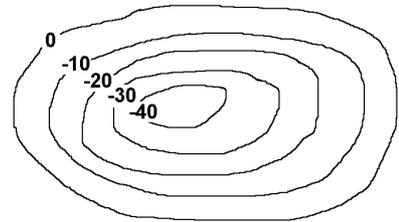


Fig. 9.9. Control topográfico (1)

Es importante realizar un control de deformaciones en el interior de las labores para intentar correlacionar los movimientos exteriores con los de interior. Existe, además de los métodos topográficos, una gran variedad de técnicas para controlar las deformaciones en techos, muros y columnas.

Si se sospecha que puedan superponerse los efectos de dos explotaciones mineras próximas, conviene trazar conjuntamente las curvas de igual deformación correspondientes a ambas explotaciones. Las zonas que se sitúan en la intersección de los dos sistemas de curvas estarían afectadas por ambas explotaciones y la responsabilidad de los daños producidos en esas zonas debe compartirse.

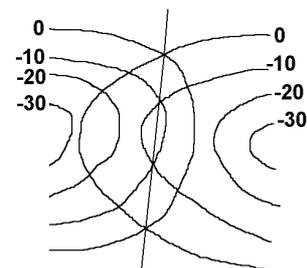
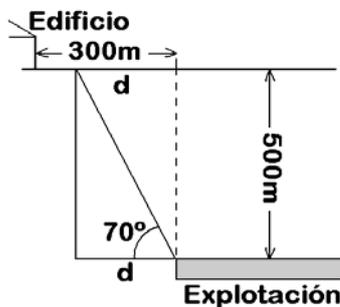
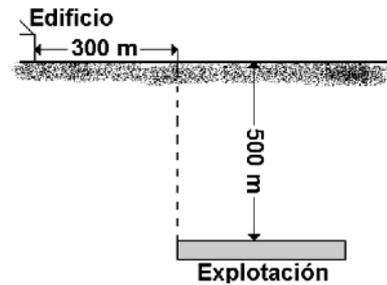


Fig. 9.10. Control topográfico (2)

## 9.6. Ejercicios.

**9.6.1.- Para estudiar la repercusión que una explotación minera de interior podría tener sobre determinado edificio situado en superficie, se trazó la sección por un plano vertical que pasa por el edificio y por la labor minera y es perpendicular a esta última. Con ayuda de la tabla que aparece en 9.4 y del croquis adjunto, determina si la edificación estaría o no dentro de la zona de influencia de la explotación.**

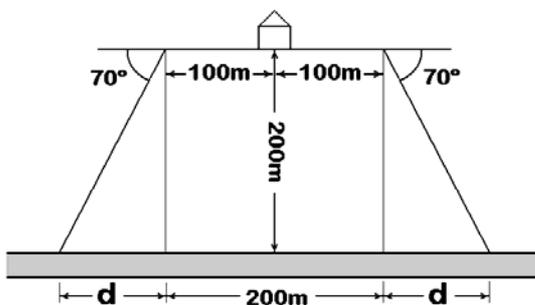
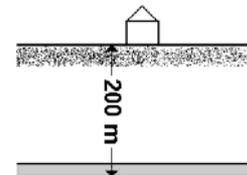


Entrando en la tabla de 9.4 y teniendo en cuenta que la labor es horizontal ( $i = 0^\circ$ ) se obtiene el ángulo límite  $A = 70^\circ$  (sexagesimales). En la figura:

$$\operatorname{tg} 70^\circ = \frac{500\text{m}}{d} \quad d = 181,985\text{m}$$

La distancia  $d$  marca el límite de la zona de influencia de la labor. Como  $d$  es menor que la distancia horizontal entre el edificio y el punto de la labor más próximo a él ( $300\text{m}$ ), se deduce que el edificio no está dentro de la zona de influencia de la explotación.

**9.6.2.- Determina el macizo de protección que habría que considerar en un yacimiento horizontal, situado a 200 m de profundidad, para proteger una zona de 100 m alrededor de una edificación.**



Entrando en la tabla de 9.4 y teniendo en cuenta que la labor es horizontal ( $i = 0^\circ$ ) se obtienen los ángulos límites  $A = B = 70^\circ$  (sexagesimales). En la figura:

$$\operatorname{tg} 70^\circ = \frac{200\text{m}}{d} \quad d = 72,794\text{m}$$

El macizo de protección que hay que dejar para proteger una zona de  $100\text{m}$  a cada lado del centro del edificio sería, por tanto:

$$200 + 2d = 345,588\text{m}$$

## TEMA 10.- TOPOGRAFÍA DE TÚNELES.

### 10.1.- Introducción.

Los túneles son obras subterráneas destinadas, normalmente, a establecer comunicación a través de un monte, por debajo de un curso de agua o salvando otro tipo de obstáculos, para permitir el transporte, almacenar determinados productos o albergar conducciones.



Fig. 10.1. Túnel de El Serrallo. Granada

La construcción de un túnel suele venir motivada por la configuración topográfica del terreno: en muchas ocasiones resulta más económico perforar un túnel que rodear un determinado obstáculo, lo que obligaría a un trazado de mayor longitud y mayores costes. En el caso de ferrocarriles metropolitanos, se prefiere el transporte subterráneo porque no interfiere con el tráfico de superficie. En otros casos existen razones de tipo estético o sanitario, como en los sistemas de saneamiento y evacuación de aguas residuales. También se construyen túneles para albergar determinadas instalaciones científicas o por motivos defensivos.

Las características de cada túnel dependerán de su función, de la configuración topográfica, del tipo de terrenos a atravesar y del método de excavación elegido:

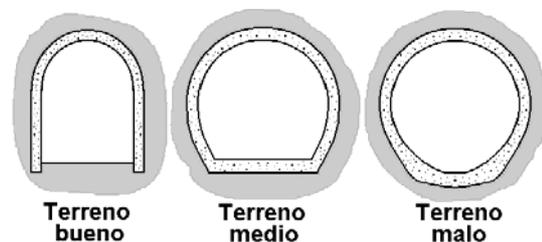


Fig. 10.2. Sección en función del tipo de terreno

- Los métodos de excavación son muy variados. Pueden emplearse máquinas tuneladoras a sección completa, explosivos o excavación en zanja que luego se rellena. La elección del método dependerá de la

naturaleza de los terrenos a atravesar y de los medios económicos de que se disponga.

- El trazado del túnel dependerá de la configuración topográfica y de la función del mismo. Dependiendo de ésta podemos encontrarnos con determinadas limitaciones en el trazado, relativas a la pendiente, al radio de las curvas, etc.
- La sección del túnel dependerá del estudio geológico previo, de la profundidad y de la función del mismo (figura 10.2). Estos factores condicionan, también, el tipo de revestimiento a emplear para que la obra pueda resistir las presiones del terreno.

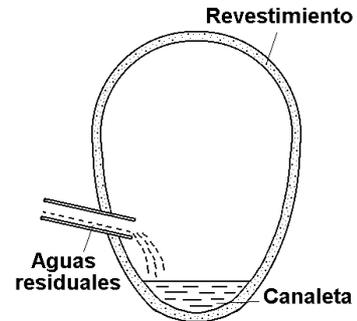


Fig. 10.3. Galería ovoide

Los túneles más sencillos están constituidos por simples tuberías enterradas, generalmente de hormigón. Se excavan en zanja, que se rellena una vez situadas las tuberías.

Otras galerías de saneamiento presentan forma ovoide (figura 10.3). Suelen construirse mediante elementos prefabricados de hormigón y, habitualmente, se excavan en zanja.

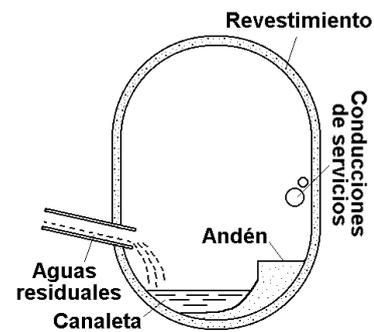


Fig. 10.4. Galería visitable

Las galerías visitables (figura 10.4) tienen un andén que permite el paso de un hombre y además de su función principal (generalmente, redes de saneamiento) permiten instalar conducciones para gas, agua y/o electricidad.

En otros casos se construyen grandes colectores, que recogen las aguas de todo el sistema de tuberías y galerías (figura 10.5). Suelen disponer de doble andén y se aprovechan para instalar conducciones de servicios. En todas estas obras, la pendiente del trazado debe ser compatible con la conducción de agua por gravedad.

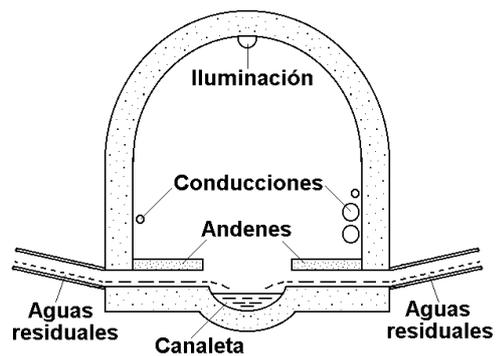


Fig. 10.5. Grandes colectores

Los túneles de carretera o autopista (figura 10.6) suelen presentar sección circular, aunque en ocasiones se prefieren secciones de otro tipo. Normalmente van revestidos y disponen de sistemas de ventilación y drenaje, de iluminación y de control y vigilancia. En ocasiones, disponen de áreas de

parada. Siempre que sea posible se prefiere el trazado en línea recta. La pendiente debe ser suficiente para permitir la evacuación de las aguas por gravedad. En cualquier caso, la pendiente máxima vendrá condicionada por las limitaciones del tipo de transporte a que se destina. Por esta razón, si la diferencia de nivel entre sus extremos es grande, puede ser conveniente elegir un trazado en curva para aumentar la distancia y reducir, por tanto, la pendiente.

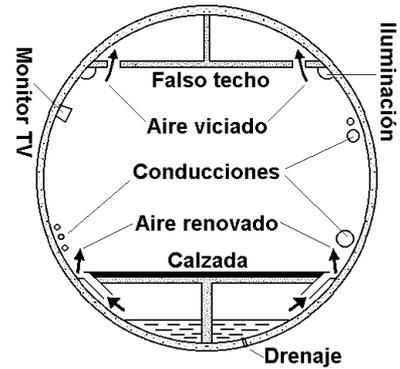


Fig. 10.6. Túnel de carretera

Los túneles para ferrocarril (figura 10.7) plantean limitaciones aun más estrictas en cuanto a la pendiente y al radio de las curvas, especialmente en líneas de ferrocarril de alta velocidad. Al igual que en los de carretera, la pendiente mínima debe ser suficiente para permitir la evacuación de las aguas por gravedad. Los túneles para ferrocarril metropolitano suelen ser poco profundos y se construyen, cuando es posible, mediante excavación en zanja y relleno. Suelen presentar sección circular, salvo en las estaciones (figura 10.8).

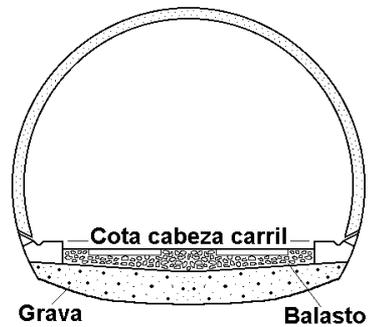


Fig. 10.7. Túnel de ferrocarril

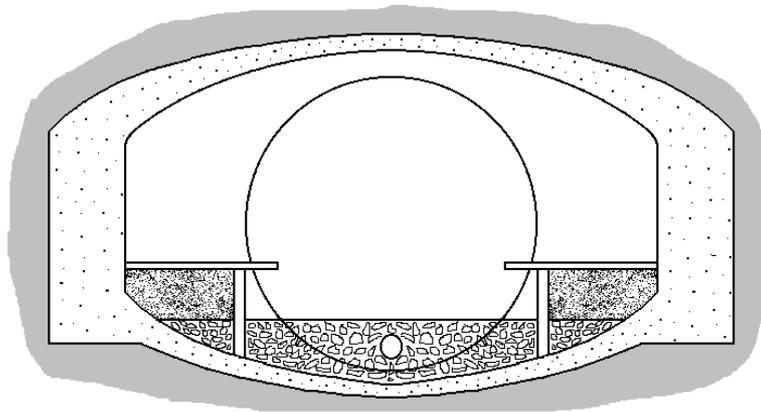


Fig. 10.8. Estación de ferrocarril metropolitano

La conducción de agua a presión desde, por ejemplo, un embalse hasta una central de producción de energía eléctrica puede hacerse mediante túneles, a veces de gran longitud y pendiente (figura 10.9). Para esta función se construyen túneles de sección

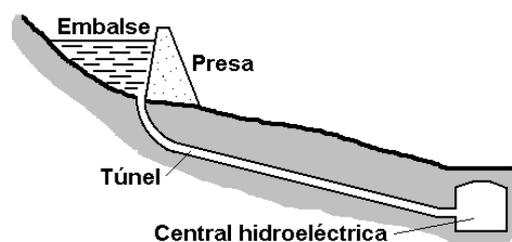


Fig. 10.9. Conducción de agua a presión

variable, que siempre van revestidos.

En este capítulo no entraremos en el diseño y la perforación de túneles, sino que nos limitaremos a exponer los aspectos topográficos de la construcción de este tipo de obras.

## 10.2.- Proyecto del túnel.

Antes de que se pueda plantear el diseño del túnel con un mínimo de detalle, será necesario recopilar o generar toda la información relevante sobre el terreno afectado por el proyecto. Al menos, esta información supone:

- Plano topográfico a escala suficientemente grande y totalmente actualizado. Si no se dispone de esta información, será necesario realizar un levantamiento topográfico de la zona.
- Estudio geológico y geotécnico: El conocimiento de los terrenos que va a atravesar el túnel es fundamental. Se realizarán los sondeos y los ensayos que sea preciso para caracterizar y plasmar en planos y secciones la estructura geológica del terreno.

El proyecto, como en cualquier obra de ingeniería, consiste en estudiar distintas alternativas y seleccionar la más adecuada, aplicando criterios técnicos, económicos, medioambientales, etc. La solución elegida debe quedar perfectamente definida, mediante:

- Los puntos de entrada y de salida y los enlaces con los tramos anterior y posterior de la obra (carretera, ferrocarril, etc.)
- El trazado en planta, con las distintas alineaciones que lo conforman. Se indicarán longitudes, radios de curvatura, etc.
- El perfil longitudinal, tanto del terreno (denominado *perfil por montera*) como de la rasante (figura 10.10). Se indicarán las pendientes, acuerdos parabólicos, cotas, etc. Se indicarán todas las obras subterráneas con las que se cruce o a las que pueda afectar el túnel proyectado.
- Secciones: se indicarán las dimensiones, elementos, revestimiento, etc. en los distintos tramos del túnel. Se indicará el procedimiento constructivo a aplicar en cada uno de ellos.

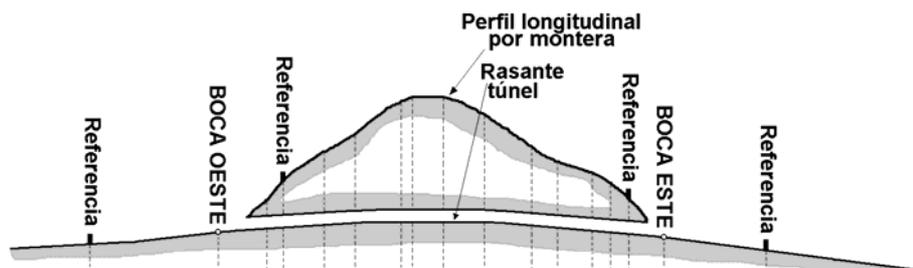


Fig. 10.10. Perfil longitudinal

La perforación del túnel puede realizarse excavando desde uno de sus extremos, únicamente, o desde los dos, simultáneamente (figura 10.11).

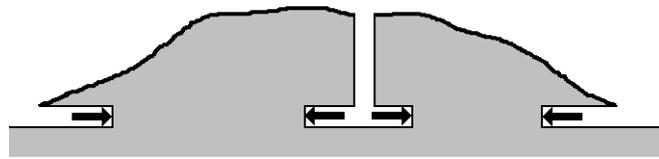


Fig. 10.11. Excavación con varios puntos de ataque

En ocasiones, con el fin de disponer de más puntos de ataque y aumentar la velocidad de excavación, se perforan pozos o rampas que terminan en puntos intermedios de la rasante. A partir de estos puntos se perfora en dirección a los extremos del túnel.

Como hemos indicado, las características de la obra dependerán de la configuración topográfica del terreno y del estudio geológico/geotécnico del mismo. El proyecto de un túnel, como cualquier proyecto de ingeniería, se plasma en una serie de documentos: Memoria, Planos, Pliego de condiciones, Presupuesto, etc.

### **10.3.- Trabajos en el exterior.**

Los trabajos topográficos en el exterior tienen por finalidad proporcionar toda la infraestructura topográfica necesaria para la elaboración del proyecto del túnel y para el replanteo de las labores de interior. Especial importancia tiene el enlace topográfico entre los distintos puntos de ataque de la obra.

#### **Plano topográfico de base.**

En muchas ocasiones no se dispone de un levantamiento topográfico previo de precisión suficiente y a una escala adecuada. En estos casos se realizará un levantamiento ex-profeso de la zona. Los vértices que se hayan marcado y medido para este levantamiento, servirán además para apoyar los trabajos topográficos de precisión necesarios para realizar el enlace entre puntos de ataque y el replanteo de la obra.

El levantamiento de exterior también puede realizarse por fotogrametría aérea. En ambos casos se trata de levantamientos convencionales, que suelen limitarse a zonas relativamente reducidas en las que puede despreciarse la curvatura terrestre y la convergencia de meridianos. Sólo en el caso de túneles extraordinariamente largos podrían estos factores afectar significativamente a la obra.

### **Enlace planimétrico entre bocas.**

La situación de los puntos de ataque de la obra debe marcarse en el terreno y medirse con la máxima precisión disponible. Además, para evitar la acumulación de errores en el replanteo, que podría impedir que las labores “calen” correctamente, conviene enlazar topográficamente los distintos puntos de ataque de la obra (figura 10.2). De esta forma podremos determinar conjuntamente todos los parámetros (coordenadas, acimutes, distancias) necesarios para replantear la excavación, eliminando las imprecisiones que se tendrían si nos limitamos a obtener estos datos del plano topográfico.

Para ello, una vez elegidos los puntos de ataque, podemos incluirlos en la red de triangulación de nuestro levantamiento topográfico y medirlos como si fueran vértices de la red, recalculándola si es preciso. Es habitual establecer una red en forma de cadena, con dos bases distintas, cada una en las proximidades de una de las bocas del túnel. La red se calcula y se compensa de la forma habitual, sirviendo la segunda base como comprobación, y se enlaza con la red geodésica.

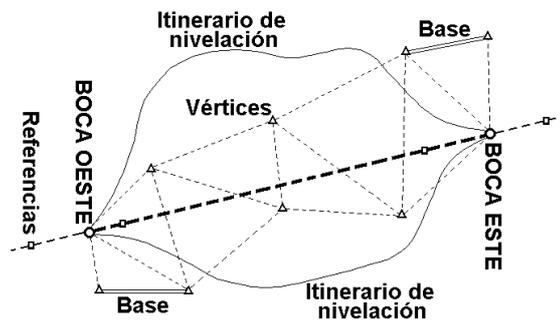


Fig. 10.12. Enlace entre bocas

En ocasiones se prefiere enlazar las bocas mediante un itinerario de precisión cerrado, partiendo de una de ellas. El itinerario se calcula de la forma habitual y debe enlazarse con la red geodésica. Si se dispone de equipos suficientemente precisos, el enlace también puede hacerse determinando las coordenadas de las bocas mediante GPS.

Como resultado de este trabajo, dispondremos de las coordenadas de los puntos de ataque medidas conjuntamente y relacionadas entre sí, lo que nos permitirá acometer la excavación del túnel con las debidas garantías de precisión.

### **Perfil por montera.**

El trazado del perfil longitudinal del terreno, o perfil por montera, se puede obtener del levantamiento topográfico de exterior, marcando sobre el plano el trazado previsto para el túnel. No obstante, es recomendable comprobar en exterior la dirección de la excavación, realizando (si las

condiciones del terreno lo permiten) la operación denominada *paso de línea por montera*.

Para ello, y suponiendo el caso más sencillo de un túnel de trazado recto, se establecerá un itinerario de exterior encuadrado comenzando por una de las bocas y acabando en la otra. Todas las estaciones estarán situadas en el plano vertical que contiene al eje del túnel y, por tanto, las proyecciones horizontales de todos los tramos del itinerario estarán alineadas y sus acimutes coincidirán con el de la alineación que forman las dos bocas. Una vez comprobado que los errores son inferiores a la tolerancia fijada, podemos emplear este itinerario para situar una serie de *referencias* que se emplearán posteriormente para el replanteo de la excavación. El itinerario nos permitirá también situar planimétricamente posibles puntos de ataque adicionales (pozos) que no hubieran sido enlazados previamente con las otras bocas.

Si el túnel fuese en curva, o una combinación de tramos rectos y curvos, se replantean sobre el terreno las trazas de las distintas alineaciones que lo forman y, a continuación, se realiza el itinerario de exterior siguiendo estas trazas.

### **Nivelación entre bocas.**

El enlace entre bocas también debe hacerse altimétricamente. Lo más recomendable es establecer una nivelación geométrica de precisión, a partir de un punto de la red de nivelación de alta precisión (NAP). Los itinerarios de nivelación deben ser cerrados y servirán para calcular la coordenada Z de todos los puntos de ataque de la obra, incluyendo pozos y rampas si los hubiese.

### **10.4.- Replanteo del eje del túnel.**

Una vez realizados los trabajos de enlace entre bocas y el paso por montera, y antes de comenzar la excavación, se marca, siguiendo la alineación del eje del túnel, un mínimo de tres puntos en cada uno de los extremos. Estas *referencias* se eligen de forma que no se vean afectadas por los trabajos de excavación y se señalan de forma permanente.

Estacionando un instrumento topográfico en el punto central y visando al siguiente, tendremos materializada la alineación inicial del túnel y podremos comenzar el

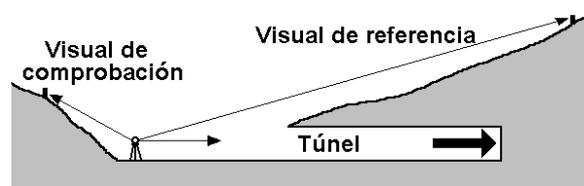


Fig. 10.13. Replanteo del eje

replanteo del mismo (figura 10.13). El tercer punto nos servirá como comprobación. A partir de ese momento, el replanteo se realiza empleando las técnicas descritas en los apartados 6.3 y 6.4.

Por razones prácticas, especialmente la visibilidad, el replanteo en altimetría suele hacerse marcando una rasante sobreelevada una magnitud constante (1 a 1,5m) respecto a la altitud del piso teórico del túnel. Esta rasante puede señalizarse mediante una cuerda horizontal tendida entre los hastiales.

Si la excavación se realiza también a partir de un pozo intermedio la operación es más complicada. Las coordenadas de la boca del pozo se habrán determinado con precisión, comprobando que se sitúa en la vertical de la rasante del túnel y enlazándola planimétrica y altimétricamente con las bocas extremas del túnel. El pozo se excava hasta la profundidad apropiada, comprobándola mediante las técnicas de medición que se explicaron en 2.3.2 y 2.3.3.

Para poder replantear la excavación que se realiza desde el fondo del pozo debemos transmitir la orientación al interior. Para ello se emplearán los métodos descritos en 5.3. La precisión que pueden proporcionar algunos de estos métodos es limitada, por lo que deben emplearse con las debidas precauciones. Las mismas consideraciones valen para el caso de que el ataque se realice a partir de rampas intermedias. Los cálculos necesarios para proyectar la labor auxiliar y realizar el replanteo se explicaron en el capítulo 6.

#### **10.5.- Medición de secciones transversales.**

A medida que la excavación progresa, es preciso comprobar la sección transversal (perpendicular al eje) de la misma y compararla con la sección teórica proyectada, de forma que se puedan corregir las desviaciones que se vayan produciendo. Estas desviaciones pueden obligarnos a picar manualmente algunas zonas y/o a aumentar el espesor del revestimiento en otras, lo que a veces resulta complicado y siempre incrementa el coste de la obra. Por tanto, conviene realizar estos controles con la debida frecuencia. La medición de secciones transversales se realizará a partir del eje del túnel, previamente replanteado y sirve también para calcular el volumen de tierras removido. Pueden emplearse los siguientes métodos:

##### **Por abscisas y ordenadas.**

Se empieza por marcar dos ejes en la sección que se pretende medir: el eje Y se marca con una plomada, colgada del techo, que pasará por el eje del

túnel; el eje X se marca mediante una cuerda tendida entre los hastiales y corresponde a una rasante sobreelevada (figura 10.14).

Mediante una cinta métrica medimos las coordenadas X de los puntos del perfil. La coordenada Y puede medirse con ayuda de una mira. El método es lento y sólo válido para túneles de pequeña sección.

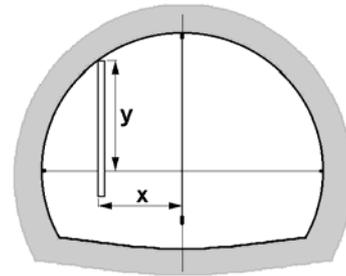


Fig. 10.14. Secciones: abscisas y ordenadas

**Por radiación con un instrumento topográfico.**

Se estaciona un taquímetro o estación total sobre un punto conocido, normalmente el correspondiente al eje del túnel, determinando la altura del aparato (figura 10.15). Si visamos en la dirección del eje y giramos  $100^g$  la alidada horizontal, el giro del anteojo nos materializa el plano vertical correspondiente a la sección. Visamos los puntos del perfil que interese y medimos la distancia reducida y la tangente topográfica a cada uno de ellos. A partir de esos datos, se pueden calcular las coordenadas de los puntos visados y trazar la sección correspondiente.

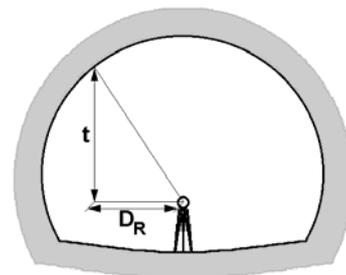


Fig. 10.15. Secciones: radiación

La operación se facilita enormemente usando estaciones totales láser “sin prisma”.

**Con medida de ángulos.**

Se estaciona un instrumento topográfico fuera del perfil a medir. Se sitúan dos puntos A y B pertenecientes al perfil, cuyas coordenadas se miden desde el punto de estación (figura 10.16). También se debe materializar el perfil, por ejemplo mediante un haz láser.

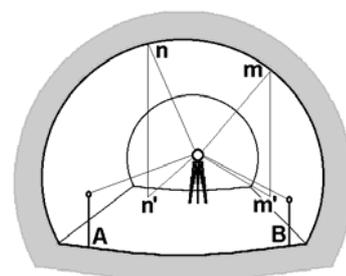


Fig. 10.16. Secciones: medida de ángulos

Para medir puntos del perfil (m, n, ...) basta visarlos y anotar los ángulos vertical y horizontal. Las coordenadas se calculan resolviendo los triángulos verticales y horizontales formados.

### **Por intersección.**

Se estacionan dos instrumentos topográficos en puntos del perfil a medir, uno de ellos en un punto de coordenadas conocidas. Se mide la distancia natural entre los puntos principales de ambos aparatos y la lectura vertical obtenida con cada uno al visar al punto principal del otro.

Visando un punto del perfil con ambos instrumentos y anotando los correspondientes ángulos verticales, tendremos datos suficientes para resolver el triángulo vertical formado y calcular las coordenadas del punto visado (figura 10.17).

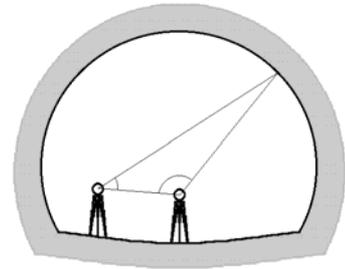


Fig. 10.17. Secciones: intersección

### **Con pantómetra de túneles.**

Se trata de un instrumento diseñado para medir secciones, que consiste en un círculo graduado de cuyo centro sale un vástago extensible graduado para medir distancias. Se estaciona en un punto conocido y permite medir ángulos verticales y distancias naturales a puntos situados en el perfil (figura 10.18).

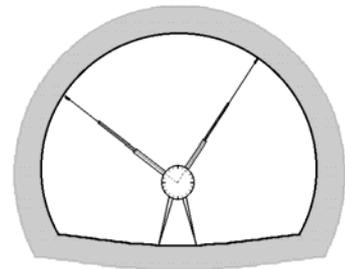


Fig. 10.18. Secciones: pantómetra de túneles

### **Con pantógrafos.**

Son instrumentos capaces de dibujar, en una mesa vertical, una figura homotética de la que recorre el extremo del sistema de barras articuladas de que van provistos (figura 10.19). Pueden emplearse para túneles de pequeña sección.

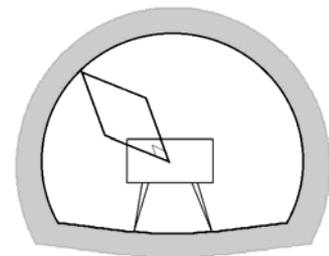


Fig. 10.19. Secciones: pantógrafo

### **Con perfilógrafos y perfilómetros.**

Se trata de aparatos diseñados para trazar perfiles.

El perfilógrafo Lechartier va montado sobre una plataforma que puede moverse sobre raíles (figura 10.20). Sobre la plataforma lleva una mesa trazadora y dos focos luminosos. En la mesa disponen de dos regletas que se sitúan paralelas a

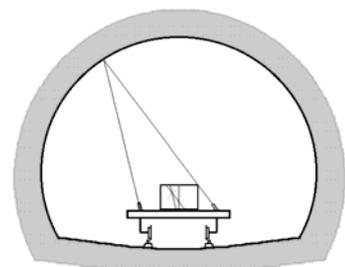


Fig. 10.20. Secciones: perfilógrafo Lechartier

los focos. Todos estos elementos se sitúan en el plano del perfil a medir. Si la intersección de los rayos luminosos se hace coincidir con un punto del perfil, la intersección de las regletas nos marcará en la mesa un punto homólogo de aquel.

El perfilógrafo Castan (figura 10.21) dispone de brazos extensibles cuyos extremos terminan en unos rodillos que se apoyan en los puntos del perfil a medir. Los movimientos se transmiten a una mesa trazadora a medida que el aparato se va desplazando por la galería.

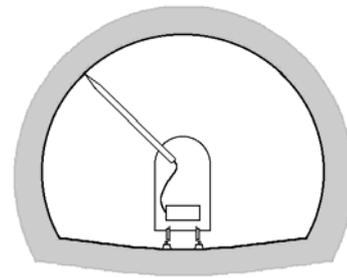


Fig. 10.21. Secciones: perfilógrafo Castan

El perfilómetro Prota (figura 10.22) dispone de un brazo extensible, que se sitúa paralelo al eje de la galería. En uno de los extremos del brazo, y perpendicular a él, se sitúa un anteojo. En el otro extremo se sitúa un espejo cuya misión es reflejar un haz láser emitido paralelamente al brazo. Si extendemos el brazo, hasta que el haz láser reflejado coincida con el punto del perfil visado por el anteojo,

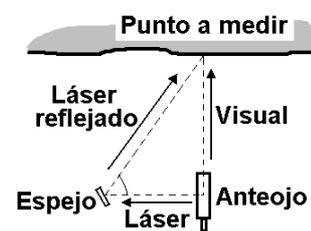


Fig. 10.22. Secciones: perfilómetro Prota

podremos calcular la distancia entre el centro del anteojo y el punto visado, ya que el ángulo de reflexión es fijo (y conocido) y el brazo está graduado para medir distancias. El equipo dispone de un sistema para medir ángulos centesales.

### **Por fotogrametría terrestre.**

El trazado completo puede obtenerse a partir de fotos del perfil, materializado por un proyector láser que se estaciona en un punto del mismo.

En algunos casos se emplea una sola fotografía, tomada en la dirección del eje y con la cámara situada, aproximadamente, en el punto central del túnel para que la perspectiva cónica fotográfica se aproxime a una proyección ortogonal. Para dar escala a la imagen se sitúa, en el plano del perfil, un triángulo equilátero de 1m de lado.

Otras veces se toman y se restituyen pares fotogramétricos, situando previamente, en el plano del perfil, un mínimo de cuatro puntos conocidos y bien distribuidos. Estos puntos deben aparecer bien definidos en los fotogramas y pueden materializarse mediante miras, placas reflectantes, etc.

# COORDENADAS CARTESIANAS Y POLARES.

(*Topografía básica para ingenieros*. García A., Rosique M., Segado F. Universidad de Murcia, 1994. ISBN 84-7684-568-5)

## 1.- INTRODUCCION.

Los resultados de los trabajos topográficos se van a plasmar, en el caso más general, en un plano, en el que se representan todos los detalles planimétricos y altimétricos que han sido objeto del levantamiento topográfico. El plano irá referido a un sistema de ejes cartesianos, siguiendo el eje YY la dirección de la meridiana (dirección Norte-Sur) y el eje XX la dirección perpendicular a la meridiana (dirección Este-Oeste). Este es el caso habitual, aunque, en ocasiones, se prefiere orientar los ejes cartesianos de manera distinta. La dimensión Z, que corresponde a las alturas de los puntos con relación al plano horizontal de referencia, se suele representar mediante *curvas de nivel*.

Llamamos *transporte por coordenadas* a la operación consistente en trazar sobre el plano XY los distintos puntos del levantamiento. Para representar un punto del terreno de coordenadas X e Y conocidas, llevaremos a partir del origen de coordenadas las magnitudes X e Y, previamente reducidas a la escala del plano, en las dirección de los ejes XX e YY respectivamente. La intersección de las perpendiculares a los ejes levantadas por los puntos así obtenidos nos señala la proyección del punto del terreno. Las coordenadas X se denominan *abscisas* y las Y *ordenadas*.

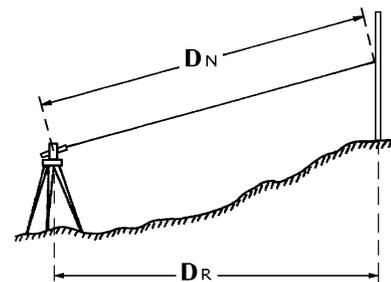
La proyección sobre el plano de un punto P del terreno también puede obtenerse a partir de sus coordenadas polares: distancia reducida entre P y el origen de coordenadas O y ángulo formado por la alineación OP con uno de los ejes de coordenadas. En un trabajo topográfico es habitual que se combinen estos dos métodos para la obtención del plano topográfico, como veremos más adelante.

## 2.- COORDENADAS POLARES.

Los instrumentos topográficos se limitan a la medida de coordenadas polares, ángulos y distancias, por lo que las coordenadas cartesianas deben deducirse por cálculo a partir de las polares. Con ayuda de estos instrumentos podemos determinar distancias reducidas y acimutes.

### 2.1.- Distancia natural y distancia reducida.

*Distancia natural* entre dos puntos es la longitud del tramo de recta que los une. En topografía no interesa medir distancias naturales, sino distancias reducidas. Llamamos *distancia reducida* entre dos puntos a la longitud del tramo de recta que une sus proyecciones sobre el plano horizontal XY. Se trata, por tanto, de una distancia *proyectada* sobre dicho plano XY.



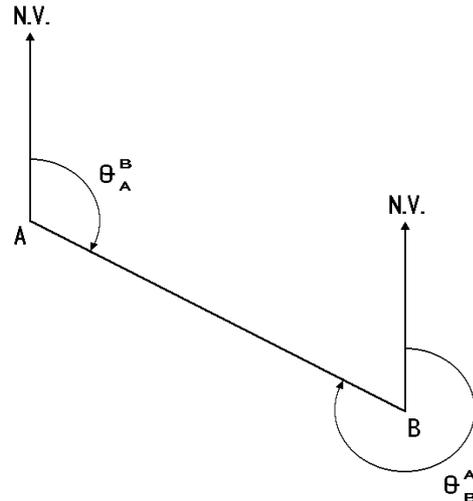
La distancia reducida entre dos puntos será menor, o como mucho igual, que su distancia natural. Si tenemos dos puntos A y B, de coordenadas cartesianas  $X_A, Y_A, Z_A$  y  $X_B, Y_B, Z_B$ , respectivamente, las expresiones para el cálculo de la distancia entre ellos serán:

$$\text{distancia natural : } D_N = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2}$$

$$\text{distancia reducida : } D_R = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

## 2.2.- Concepto de acimut.

Llamamos *acimut* al ángulo formado por una alineación y la dirección de la meridiana, medido a partir del Norte y en el sentido de avance de las agujas del reloj. El eje YY de nuestro sistema de coordenadas cartesianas va a coincidir, como hemos visto, con la dirección de la meridiana, por lo que los acimutes estarán referidos a este eje o a una paralela al mismo.

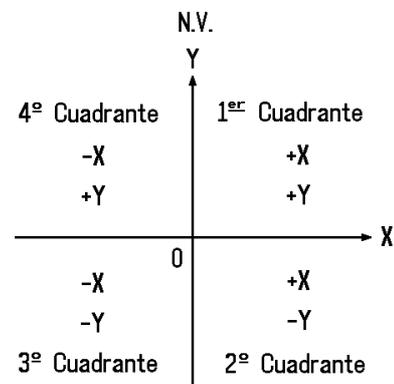


Así, para determinar el acimut de una recta AB consideraremos una paralela al eje YY trazada por A y mediremos el ángulo formado por estas dos rectas, desde el Norte y en sentido horario. Denominaremos  $\theta_A^B$  a este acimut. Si en vez de considerar el punto A como referencia consideramos el B, la paralela al eje YY se trazará por B y el acimut obtenido,  $\theta_B^A$ , diferirá del  $\theta_A^B$  en  $\pm 200^g$  (ó  $\pm 180^o$ ), suponiendo que despreciamos la convergencia de meridianos. En la notación que empleamos el subíndice indica el punto de referencia y el superíndice el punto al cual se mide.

Los instrumentos topográficos no pueden medir directamente acimutes, a menos que hayan sido previamente *orientados*, sino ángulos horizontales referidos a una dirección arbitraria. Sin embargo, veremos como resulta posible transformar estas lecturas angulares en acimutes, lo que nos va a permitir trabajar con ángulos medidos siempre desde una misma referencia, con las ventajas que esto conlleva.

## 3.- COORDENADAS CARTESIANAS.

El sistema de coordenadas cartesianas consiste en dos ejes perpendiculares, el YY siguiendo la dirección de la meridiana y el XX siguiendo la dirección perpendicular a ella. Los dos ejes se cortan en un punto, que es el origen de coordenadas, al que se asignan coordenadas  $X=0, Y=0$ , u otras en función de las necesidades del trabajo.



Los ejes cartesianos dividen al plano XY en cuatro cuadrantes, que se numeran comenzando por el cuadrante superior derecho y en el sentido de las agujas del reloj. Los valores de la coordenada X son positivos a la derecha del origen, cuadrantes 1º y 2º, es decir al este del origen. Serán negativos en los cuadrantes 3º y 4º, al oeste. Los valores de la coordenada Y son positivos por encima del origen, cuadrantes 1º y 4º, al norte. Serán negativos en los cuadrantes 2º y 3º, al sur.

#### 4.- TRANSFORMACION DE COORDENADAS.

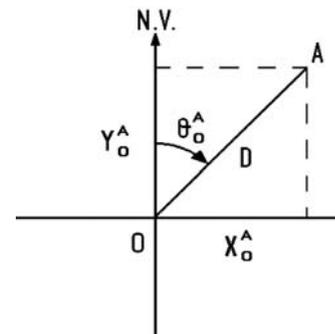
##### 4.1.- Paso de coordenadas polares a coordenadas cartesianas.

Si se dispone de las coordenadas polares, distancia reducida y acimut, de un punto A con relación al origen de coordenadas O, las expresiones para el cálculo de coordenadas cartesianas se deducen fácilmente de la figura:

$$X_O^A = D \operatorname{sen} \theta_O^A$$

$$Y_O^A = D \operatorname{cos} \theta_O^A$$

siendo D la distancia reducida de A al origen y  $\theta_O^A$  el acimut de la recta OA.



Estas expresiones son aplicables en todos los cuadrantes, pues nos dan en cada caso las coordenadas con su signo, por lo que inmediatamente se deduce la posición de A respecto al origen de coordenadas. Al ser coordenadas referidas al origen, se denominan *coordenadas absolutas*.

También podemos determinar las *coordenadas relativas* de un punto B con relación a otro punto A, que no es el origen de coordenadas. Para ello necesitamos conocer la distancia reducida AB y el acimut de la recta AB, es decir, el ángulo que forma esta recta con una paralela al eje YY trazada por A, medido desde el Norte y en la dirección de avance de las agujas de un reloj. Las expresiones son semejantes a las anteriores.

$$X_A^B = D_{AB} \operatorname{sen} \theta_A^B$$

$$Y_A^B = D_{AB} \operatorname{cos} \theta_A^B$$

La notación que empleamos para las coordenadas es similar a la que hemos visto para los acimutes.  $X_A^B$  es la distancia sobre el eje XX que separa los puntos A y B, pero medida desde A hacia B.  $X_B^A$  tendría el mismo valor absoluto, pero signo contrario. Como vimos, el subíndice indica el punto desde el que se mide y el superíndice el punto al que se mide.

##### 4.2.- Paso de coordenadas cartesianas a coordenadas polares.

La distancia reducida de un punto al origen de coordenadas O se calcula:

$$D = \sqrt{(X_O^A)^2 + (Y_O^A)^2}$$

siendo  $X_O^A$ ,  $Y_O^A$  las coordenadas cartesianas absolutas de A. La distancia reducida entre dos puntos A y B será:

$$D_{AB} = \sqrt{(X_O^B - X_O^A)^2 + (Y_O^B - Y_O^A)^2}$$

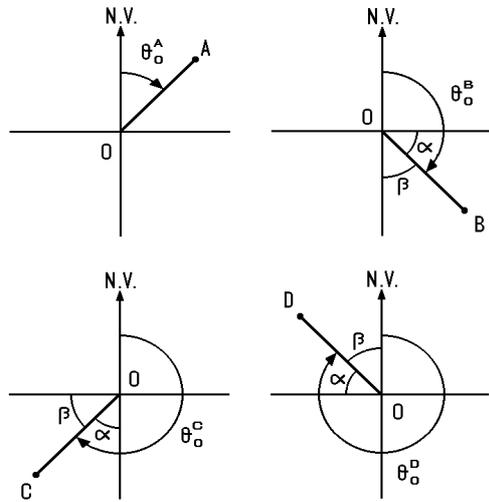
como ya hemos visto.

Para el cálculo del acimut a partir de las coordenadas cartesianas pueden darse cuatro casos, según el punto se encuentre en uno u otro cuadrante:

- *1<sup>er</sup> cuadrante:* El acimut  $\theta_O^A$  de la alineación OA se determina:

$$\theta_O^A = \arctg \frac{|X_O^A|}{|Y_O^A|}$$

Todas las coordenadas que aparecen en estas expresiones las pondremos en valor absoluto.



- *2<sup>o</sup> cuadrante:* El acimut  $\theta_O^B$  se puede calcular con cualquiera de las expresiones siguientes:

$$\theta_O^B = 100^g + \alpha = 100^g + \arctg \frac{|Y_O^B|}{|X_O^B|}$$

$$\theta_O^B = 200^g - \beta = 200^g - \arctg \frac{|X_O^B|}{|Y_O^B|}$$

- *3<sup>er</sup> cuadrante:* El acimut  $\theta_O^C$  se puede calcular con cualquiera de las expresiones siguientes:

$$\theta_O^C = 200^g + \alpha = 200^g + \arctg \frac{|X_O^C|}{|Y_O^C|}$$

$$\theta_O^C = 300^g - \beta = 300^g - \arctg \frac{|Y_O^C|}{|X_O^C|}$$

- *4<sup>o</sup> cuadrante:* El acimut  $\theta_O^D$  se puede calcular con cualquiera de las expresiones siguientes:

$$\theta_O^D = 300^g + \alpha = 300^g + \arctg \frac{|Y_O^D|}{|X_O^D|}$$

$$\theta_O^D = 400^g - \beta = 400^g - \arctg \frac{|X_O^D|}{|Y_O^D|}$$

Con frecuencia interesa determinar el acimut de la alineación formada por dos puntos A y B cualesquiera, en lugar del de la formada por un punto y el origen. Las expresiones son semejantes, sustituyendo en cada caso las coordenadas respecto al origen por la diferencia, en valor absoluto, de las coordenadas de los dos puntos. Se aplicarán unas expresiones u otras dependiendo de la posición del segundo punto respecto al primero, tal y como si éste fuese el origen de coordenadas. Por ejemplo, la expresión correspondiente al primer cuadrante quedaría:

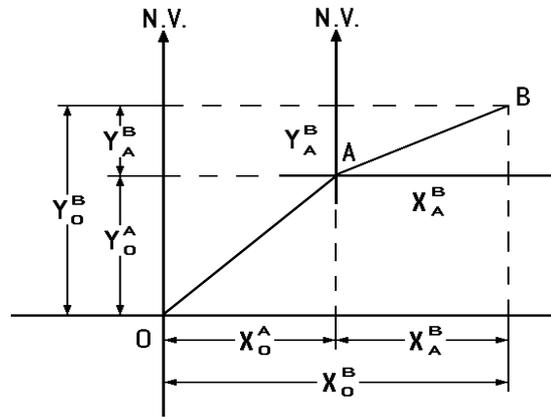
$$\theta_A^B = \arctan \frac{|X_O^A - X_O^B|}{|Y_O^A - Y_O^B|}$$

Esta expresión se aplicará cuando el punto  $B$  se sitúe en el primer cuadrante respecto al  $A$ , es decir, cuando:  $X_O^B > X_O^A$ ;  $Y_O^B > Y_O^A$

### 5.- COORDENADAS ABSOLUTAS Y RELATIVAS.

Las coordenadas *absolutas* o *totales* son las que se refieren al origen de coordenadas, como hemos visto. Las representaremos como  $X_O^A$ ,  $Y_O^A$  o simplemente  $X_A$ ,  $Y_A$ .

Las coordenadas *relativas* o *parciales* se refieren a otro punto distinto del origen de coordenadas. Las características de los trabajos topográficos impiden medir directamente ángulos y distancias con relación al origen de coordenadas. Las mediciones se hacen con relación a distintos puntos materializados en el terreno, en los que se sitúan los instrumentos topográficos y que se denominan *estaciones*. Por tanto, las coordenadas que vamos a calcular serán coordenadas relativas, no absolutas.



Las coordenadas absolutas se deducen fácilmente de las relativas, realizando la operación conocida como *arrastre de coordenadas*. En el ejemplo de la figura, las coordenadas absolutas  $X_O^B$ ,  $Y_O^B$  de un punto  $B$  se obtienen a partir de sus coordenadas relativas  $X_A^B$ ,  $Y_A^B$  respecto a otro punto  $A$  y de las coordenadas absolutas  $X_O^A$ ,  $Y_O^A$  de éste, por las expresiones:

$$X_O^B = X_O^A + X_A^B$$

$$Y_O^B = Y_O^A + Y_A^B$$

tal como se deduce de la figura.

Los puntos de un levantamiento se apoyan unos en otros y, por consiguiente, el arrastre de coordenadas se hará de una forma escalonada hasta determinar las coordenadas absolutas de todos los puntos de interés.